

# Modellierung und Optimierung mit OPL

## 6 Einfache Techniken der stochastischen Optimierung

Andreas Popp





## 6.1 Szenarienmethode

Langfristige Lagerhauskapazität: 8

Lagerhausbedarf:

Ressource	Szenario I (30%)	Szenario II (30%)	Szenario III (25%)	Szenario IV (15%)
Nahrung	4	2	3	4
Trinkwasser	3	5	3	5
Medikamente	3	3	1	4

## Kurzfristige Lagerhauskosten

- ▶ 3500\$ für ein Nahrungsmittel-Lagerhaus
- ▶ 1600\$ für ein Trinkwasser-Lagerhaus
- ▶ 5200\$ für ein Lagerhaus für Medikamente

## Zweistufige stochastische Optimierung

## 6 Einfache techniken der stochastischen Optimierung

CC-BY-SA  
A. Popp



## 6.1 Szenarienmethode

## Szenarienmethode

- ▶ Spezialfall der zweistufigen stochastischen Optimierung
- ▶ Zufallsereignis = Eintritt eines von endlich vielen Szenarien
- ▶ stochastische Zielfunktion wird meist durch deren Erwartungswert ersetzt

# Äquivalentes deterministisches Modell bei der Szenarienmethode

- ▶ Indexmenge  $I$  der Szenarien
- ▶ Parameter  $p_i$ : Eintrittswahrscheinlichkeit von Szenario  $i \in I$
- ▶ Szenariounabhängige Parameter und Here-and-Now-Entscheidungsvariablen haben keinen Szenarioindex
- ▶ Szenarioabhängige Parameter und Wait-and-See-Entscheidungsvariablen haben einen Szenarioindex
- ▶ Erwartungswert der Zielfunktion ist bei endlichen Szenarien eine Konvexkombination und damit linear

CC-BY-SA  
A. Popp

## 6.2 Wahrscheinlichkeitsbeschränkte Optimierung





## Modell: Stochastisches Produktionsproblem (Variante 1)

CC-BY-SA  
A. Popp

## 6.2 Wahrscheinlichkeitsbeschränkte Optimierung

$l$  Menge der Produkte

**Parameter:**

$v_i$  Verkaufspreis von Produkt  $i \in I$

$a_{ri}$  Kapazitätsbedarf von Produkt  $i \in I$  an Ressource  $r \in R$

 $\alpha$   $\alpha$ -Servicegrad

**Entscheidungsvariablen:**

$x_i$  Produktionsmenge von Produkt  $i \in I$

### Modellbeschreibung:

$$\min \sum_{i \in I} v_i \cdot x_i$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r \in R} a_{ri} x_i \leq c_r \quad \forall r \in R \quad (\text{I})$$

$$\begin{aligned} P(D_i \leq x_i) &\geq \alpha & \forall i \in I & \quad \text{(II)} \\ x_i &> 0 & \forall i \in I & \end{aligned}$$

# Äquivalentes deterministisches Modell bei wahrscheinlichkeitsbeschränkter Optimierung

Am Beispiel des stochastischen Produktionsproblems:

- ▶  $P(D_i \leq x_i) = F_{D_i}(x_i)$  (*Verteilungsfunktion*)
- ▶  $P(D_i \leq x_i) \geq \alpha \iff x_i \geq F_{D_i}^{-1}(\alpha)$  (*Konstante*)

6.1 Szenarienme-  
thode

6.2 Wahrschein-  
lichkeitsbeschränk-  
te  
Optimierung

Vorberechnete Konstanten des Beispiels

$i$	$l_1$	$l_2$	$l_3$
$F_{D_i}^{-1}(0,95)$	41,4	18,2	29,5

## Modell: Stochastisches Produktionsproblem (Variante 2)

CC-BY-SA  
A. Popp

## 6.2 Wahrscheinlichkeitsbeschränkungen

**Indexmengen:**

### Parameter:

**Entscheidungsvariablen:**

### Modellbeschreibung: