













# Modell: Stochastische Ressourcenplanung

6 Einfache  
techniken der  
stochastischen  
Optimierung

CC-BY-SA  
A. Popp

## Indexmengen:

$I$  Menge der Szenarien

$R$  Menge der Ressourcen

## Parameter:

$p_i$  Eintrittswahrscheinlichkeit von Szenario  $i \in I$

$c_r$  Kosten für kurzfristige Zusatzkapazität von Ressource  $r \in R$

$d_{ri}$  Bedarf an Ressource  $r \in R$  in Szenario  $i \in I$

$k$  Zu verteilende Kapazität für langfristige geplante Ressourcen

## Entscheidungsvariablen:

$x_r$  Langfristig eingeplante Kapazität für Ressource  $r \in R$

$y_{ri}$  Kurzfristige angeschaffte Zusatzkapazität für Ressource  $r \in R$   
in Szenario  $i \in I$

## Modellbeschreibung:

$$\min \sum_{i \in I} p_i \cdot \left( \sum_{r \in R} c_r \cdot y_{ri} \right)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r \in R} x_r \leq k \quad (\text{I})$$

$$x_r + y_{ri} \geq d_{ri} \quad \forall r \in R, i \in I \quad (\text{II})$$

$$x_r, y_{ri} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall r \in R, i \in I$$

6.1 Szenarienmethode

6.2 Wahrscheinlichkeitsbeschränkte  
Optimierung

## 6.2 Wahrscheinlichkeitsbeschränkte Optimierung



# Modell: Stochastisches Produktionsproblem (Variante 1)

## Indexmengen:

- $I$  Menge der Produkte  
 $R$  Menge der Ressourcen

## Parameter:

- $v_i$  Verkaufspreis von Produkt  $i \in I$   
 $c_r$  Kapazität von Ressource  $r \in R$   
 $a_{ri}$  Kapazitätsbedarf von Produkt  $i \in I$  an Ressource  $r \in R$   
 $D_i$  Nachfrage nach Produkt  $i \in I$  (Zufallsvariable)  
 $\alpha$   $\alpha$ -Servicegrad

## Entscheidungsvariablen:

- $x_i$  Produktionsmenge von Produkt  $i \in I$

## Modellbeschreibung:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i \in I} v_i \cdot x_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{r \in R} a_{ri} x_i \leq c_r \quad \forall r \in R \quad \text{(I)} \\ & P(D_i \leq x_i) \geq \alpha \quad \forall i \in I \quad \text{(II)} \\ & x_i \geq 0 \quad \forall i \in I \end{aligned}$$

# Äquivalentes deterministisches Modell bei wahrscheinlichkeitsbeschränkter Optimierung

Am Beispiel des stochastischen Produktionsproblems:

- ▶  $P(D_i \leq x_i) = F_{D_i}(x_i)$  (*Verteilungsfunktion*)
- ▶  $P(D_i \leq x_i) \geq \alpha \iff x_i \geq F_{D_i}^{-1}(\alpha)$  (*Konstante*)

Vorberechnete Konstanten des Beispiels

$i$	$l_1$	$l_2$	$l_3$
$F_{D_i}^{-1}(0,95)$	41,4	18,2	29,5

# Modell: Stochastisches Produktionsproblem (Variante 2)

## Indexmengen:

$I$  Menge der Produkte  
 $R$  Menge der Ressourcen

## Parameter:

$v_i$  Verkaufspreise von Produkte  $i \in I$   
 $c_r$  Kapazität von Ressource  $r \in R$   
 $a_{ri}$  Kapazitätsbedarf von Produkt  $i \in I$  an Ressource  $r \in R$   
 $F_{D_i}^{-1}(\alpha)$   $\alpha$ -Quantil der Nachfrage nach Produkt  $i \in I$

## Entscheidungsvariablen:

$x_i$  Produktionsmenge von Produkt  $i \in I$

## Modellbeschreibung:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i \in I} v_i \cdot x_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{r \in R} a_{ri} x_i \leq c_r \quad \forall r \in R \quad (\text{I}) \\ & x_i \geq F_{D_i}^{-1}(\alpha) \quad \forall i \in I \quad (\text{II}) \\ & x_i \geq 0 \quad \forall i \in I \end{aligned}$$