**Теорема 1.** *Сущ. невып. ф-ия.*

**Доказательство.** Алс-ов сч. числр $\Rightarrow$ выч. ф-ий счетное числр. Сущ. унив. выч. ф-я $U(p,x)$ - результат применения программы p ко входу x. Рассмотрим функцию $f(p) = \{1, U(p,p) = 0; 0 \text{ иначе } \}$. f - невычислима, т к не совпадает ни с одной строчкой в таблице.

□

**Определение 1.** Функция $f(n)$ конструируемая по времени, если $\exists$ алгоритм, который вычисляет $f(n)$ не более чем за $f(n) + c$ шагов.

**Теорема 2** <Об иерархии>. *Пусть $f(n)\log f(n) = o(g(n)), f(n), g(n)$ - конструируемые по времени. Тогда сущ. язык $L \subset \{0,1\}^*$, который распознается за $O(g(n))$, но не распознается за $O(f(n))$.*

**Доказательство.** Пусть, например,$f(n) = n, g(n) = n^{1,5}$ $M(p)$: запустить программу p на входе p на $|p|^{1,4}$ шагов. Если на выходе получилось 1, выдать 0. Иначе - 1. M расс-ет язык $\{p|U(p,p)$ выч-ся больше, чем за $|p|^{1,4} or U(p,p) \neq 1\}$ $L \in DTIME(n^{1,5}), L \notin DTIME(n)$. Пусть T - машина, работающая $c_1 n$ шагов (на k лентах), ее можно смоделировать за $c_2 c_1 n$ шагов на 2 лентах. Пусть p - программа для T такая что $c_2 c_1 |p| \log |p| < |p|^{1,4}$ T закончит работу за $|p|^{1,4}$ шагов $\Rightarrow M(p) = 1 - T(p)$ С другой стороны T распознает L и M разпознает L $\Rightarrow \forall x M(x) = T(x) \Rightarrow M(p) = T(p) \Rightarrow$ противоречие

□

**Утверждение 1.**

1. $SAT_H \in P \Leftrightarrow H(n) = o(1)$
2. $SAT_h \notin P \Rightarrow H(n) \to \infty$

**Доказательство.**
<u>1,$\Rightarrow$</u> $SAT_H \in P \Rightarrow \exists$ машина $M_i$, которая распознает $SAT_H$ за $cn^c$ шагов. $\exists i > c : M = M_i \Rightarrow M_i$ распознает $SAT_H$ за $in^i$ шагов.$\Rightarrow \forall n \geq 2^{2^i} H(n) \leq i \Rightarrow H(n) = O(1)$
<u>1, $\Leftarrow$</u> $H(n) = O(1) \Rightarrow \exists i : H(n) = i$ при бесконечно многих n. Тогда $M_i$ распознает $SAT_H$ за $in^i$ шагов. Пусть не так, т е $\exists x : M_i$ не вычисляет $SAT_H(x)$ за $i|x|^i$ шагов. Тогда при $n > 2^{|x|} H(n) \neq i$. Противоречие. Значит $SAT_H \in P$.
<u>2</u> $H(n) \not\to \infty \Rightarrow \exists i : H(n) = i$ при бесконечно многих n. □

**Теорема 3** <Ландер>. *Если $P \neq NP$, то $\exists L \in NP$*
*$P, L$ - не NP-полный*

**Доказательство.** $SAT_H = \{\varphi 01^{n^{H(n)}} | \varphi \in SAT, |\varphi| = n\}$
$H(n) = min\{min\{i < \log\log n | \forall x |x| < \log n$ машина $M_i$ вычисляет $SAT_H(x)$ за время $in^i\}, \log\log n\}$
$P \neq NP \Rightarrow SAT_H \notin P$
$SAT_H \in P \Rightarrow H(n) = O(1) \Rightarrow H(n) \leq c \Rightarrow^* SAT \in P \Rightarrow P = NP$.
* алгоритм для $SAT$ :

1. Вычислить $H(|\varphi|)$
2. Возратить $SAT_H(\varphi 01^{n^{H(|\varphi|)}})$

$P \neq NP \Rightarrow SAT_H \notin NPC$.
По доказанному $H(n) \to \infty$ Пусть, тем не менее, $SAT_H \in NPC \Rightarrow SAT \leq_p SAT_H \Rightarrow \exists$ сводимость $f : \varphi \in SAT \Leftrightarrow f(\varphi) \in SAT_H$.
$f$ имеет вид $\psi 01^{\psi^{H(|\psi|)}}$
$|\psi|^{H(|\psi|)} < 1 + |\psi| + |\psi|^{H(|\psi|)} = |\psi 01^{|\psi|^{H(|\psi|)}}| \leq |\varphi|^c$.
$|\psi|^{H(|\psi|)}) < |\varphi|^c, H(n) \to \infty$.
$\exists N \forall n > N H(n) > 3c \Rightarrow |\psi| < |\varphi|^{1/3}$.