

1. Модели вычислений. Машины Тьюринга

Классическая машина Тьюринга:

Σ - входной алфавит, $\Gamma \subset \Sigma$ - ленточный алфавит.

$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R, N\}$ - программа.

q_1 - начальное состояние, q_a, q_r - принимающее и отвергающее состояния.

Варианты машин:

1. $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$
2. Лента, бесконечная лишь с одной стороны
3. Уменьшение алфавита Σ
4. Многоленточные машины $\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{L, R, N\}^k$

Тезис Черча-Тьюринга

Любой алгоритм можно реализовать на МТ.

Усиленный:

Любую вычислительную систему можно смоделировать на МТ с не более чем полиномиальным временем.

Конфигурация - набор $AqaB$, где q - текущее состояние, a - текущий символ, A - слово слева от a , B - слово справа.

Кроме AaB на ленте только пробелы

Протокол - последовательность конфигураций в процессе работы.

Универсальная МТ: $U(p, x) = M_p(x)$

Язык $L \subset \{0, 1\}^*$

Класс P = $\cup_{k=1}^{\infty} DTIME(n^k)$, $L \in DTIME(t(n))$, если \exists МТ M :

1. Если $x \in L$, то $M(x) = 1$
2. Если $x \notin L$, то $M(x) = 0$
3. $\forall x \exists c$, если $|x| = n$, то $M(x)$ работает $\leq ct(n)$ шагов.

Класс NP: $L \in NP$, если \exists алгоритм $V(..)$:

1. $x \in L \rightarrow \exists s : |s| \leq p(|x|), V(x, s) = 1$
2. $x \notin L \rightarrow \forall s : |s| \leq p(|x|), V(x, s) = 0$
3. $\forall x \forall s |s| \leq p(|x|), V$ работает не более чем за $q|x|$ шагов.

Th. $P \subset NP$

Док-во: $V(x, s) = M(x)$

2. Недетерминированные МТ

Может быть несколько команд с одной и той же Л.И. $\delta : Q \times \Gamma \Rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R, N\}$

Если несколько вариантов, вычисления разделяются на ветви.

Если на хотя бы на одной ветви q_a - ответ 1.

Если везде q_r - ответ 0.

Если есть бесконечная ветвь - ответа нет.

NTIME(t(n)) - класс языков L : \exists НМТ M :

1. $x \in L \rightarrow M(x) = 1$
2. $x \notin L \rightarrow M(x) = 0$
3. $\exists c \forall x$ любая ветвь $M(x)$ работает не более чем за $ct(|x|)$ шагов.

Класс NP = $\cup_{k=1}^{\infty} NTIME(n^k)$