中国科学技术大学
UNI. OF SCI. & TECH. OF CHINA

# 生产运作管理

## 第08章　库存管理

红专并进　理实交融

管理学院
Management School

*To generate ideas and tools to enrich management theory and practice, to develop talents and leaders to serve China*

# 第08章 库存管理

➔8.1 库存

8.2 单周期库存问题

8.3 多周期库存问题

8.4 基于BOM的(R,Q)订货策略

# 8.1 库存

8.1.1 库存的定义
8.1.2 库存的分类
8.1.3 库存的作用
8.1.4 库存的成本
8.1.5 库存问题的分类
8.1.6 库存控制系统

# 8.1.1 库存的定义

❖狭义定义：仓库里存放东西。

❖广义定义：库存是为了满足未来需要而暂时闲置的资源，闲置的资源就是库存，与这种资源是否存放在仓库中没有关系，是否处于运动状态也没有关系。

# 8.1.2 库存的分类

制造系统中的库存可分为以下四类，

- **原材料：** 指从工厂外部购买的，在工厂内的制作/装配过程中使用的零部件、组件或材料；
- **在制品库存（WIP）：** 正在生产线中的所有未完工的部件或产品；
- **成品库存（FGI）：** 完工而尚未售出的产品；
- **备件库存：** 用以维修或维护生产设备的部件。

# 8.1.2 库存的分类（续）

❖保持**原材料**库存的原因

**(1)按时交货**

**(2)批量订购** 原材料成批订购的原因：数量折扣，采购部门的能力限制、运输的规模效应等;

**(3)随机性** 为应付生产计划、供应商或质量的不确定性而设立的“安全库存”；

**(4)废弃** 因需求或设计变化而导致某些材料不再需要，称之为废弃库存。

# 8.1.2 库存的分类（续）

- 保持**在制品**库存的原因
  - (1)**排队** 当工作等待资源时（人员、机器、运输、设备）；
  - (2)**加工** 当工作正由一种资源进行加工时;
  - (3)**等待成批** 一项工作须等待其他工作的完成以形成批量;
  - (4)**运动** 当工作实际上在资源间流动时;
  - (5)**等待匹配** 当部件在某装配运作前等待相配部件达到以使能进行装配时.

# 8.1.2 库存的分类（续）

- 保持**成品库存**的基本原因有以下五种
  - (1)顾客响应，为使交货提前期小于制造周期，
  - (2)成批生产
  - (3)预测失误
  - (4)生产的变化性
  - (5)需求的季节性

# 8.1.2 库存的分类（续）

❖ 备件库存的基本原因

(1)服务

(2)采购提前期

(3)成批补充

# 8.1.3 库存的作用

- 缩短订货提前期
- 稳定作用
- 分摊订货费用
- 防止短缺
- 防止中断

# 8.1.4 库存的成本

过量的库存有诸多弊端：

- 数量过多会占用大量的流动资金，并增加资金周转时间；
- 需要占用大量的仓库面积或生产面积，同时又增加管理工作量；
- 由于物资的长期存放，会增加物资损坏变质率，造成浪费。

# 8.1.4 库存的成本（续）

企业占用的库存资金是惊人的。据美国十大公司的统计，库存资金约占销售总额的10~20%，甚至更多。如波音公司1993年的销售收入为254亿美元，而库存资金达到104亿美元。此外，因库存的存在而需要管理，同时会有费用支出，据美国统计，这部分费用占到库存资金的30%左右。

# 库存控制的两难问题

从库存在生产中的作用看，生产部门希望库存量越多越好。但是，从财务部门看库存数量必须有所限制。

本章致力于解决生产制造系统中库存管理与控制问题。库存管理的目标在于改善库存的效率。也就是说，并非简单地寻求减少库存的方法，而是寻求使整个系统优化的库存。

# 8.1.5 库存问题的分类

## ❖单周期库存与多周期库存

根据对物品需求是否重复可将物品分为单周期需求与多周期需求。

- 所谓单周期需求是指对物品在一段特定时间内的需求，过了这段时间，该物品就没有原有的使用价值了；
- 多周期需求则指在足够长的时间里对某种物品的重复的、连续的需求，其库存需要不断地补充。

# 8.1.5 库存问题的分类（续）

## ❖独立需求库存与相关需求库存

- 来自用户的对企业产品和服务的需求称为独立需求。独立需求最明显的特征是需求的对象和数量不确定，只能通过预测方法粗略地估计；
- 企业内部物料转化各环节之间所发生的需求称为相关需求。相关需求也称为非独立需求,它可以按对最终产品的独立需求精确地计算出来。
  - 垂直相关
  - 水平相关

# 8.1.6 库存控制系统

- ❖库存控制系统有输出、输入、约束和运行机制4方面构成。
- ❖任何库存控制系统都必须回答如下三个问题：
  - ➢（1）隔多长时间检查一次库存量？
  - ➢（2）何时提出补充订货？
  - ➢（3）每次订多少？

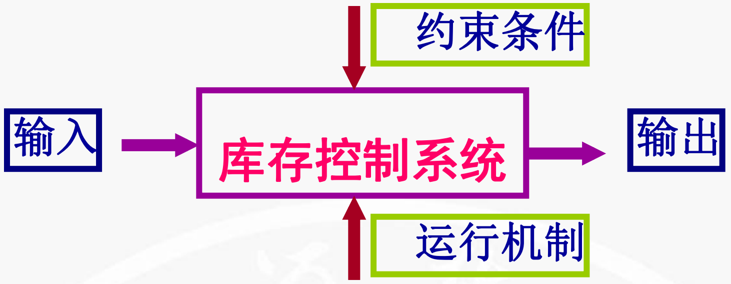
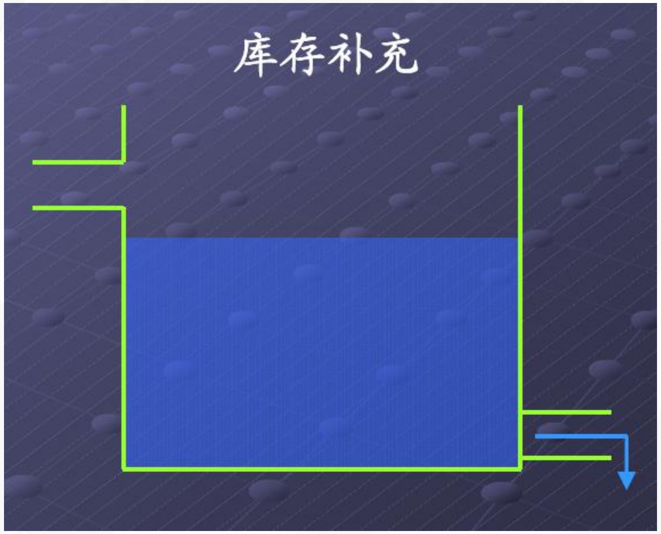



图1　库存控制系统



# （1）固定量系统

所谓固定量系统就是订货点和订货量都为固定的量的库存控制系统。

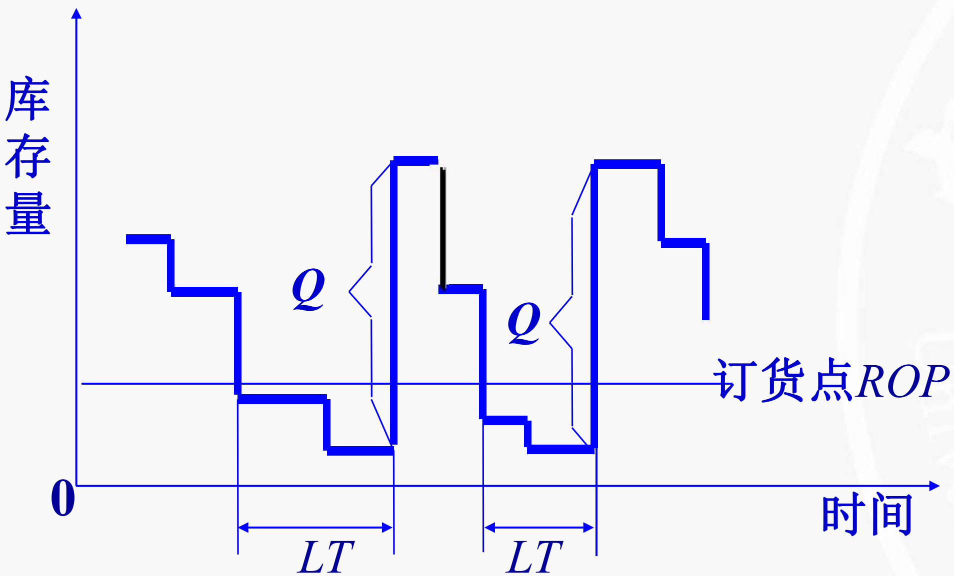
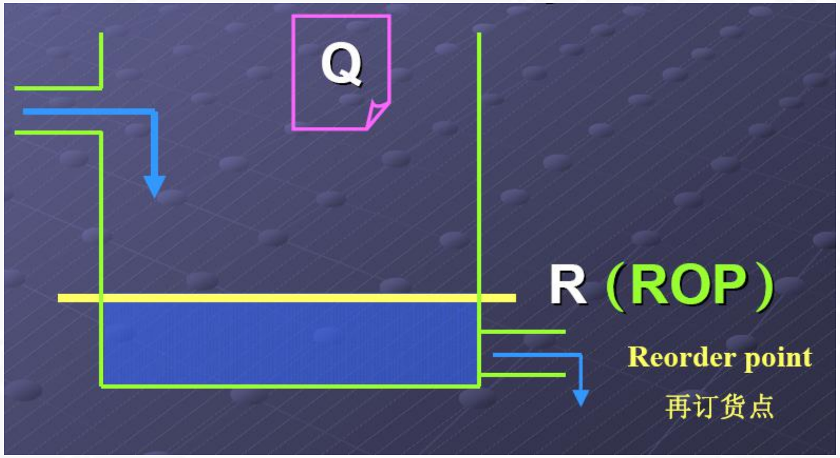



图2 固定量系统



# （2）固定间隔期系统

每经过一个相同的时间间隔，发出一次订货，订货量为将现有库存补充到一个最高水平S。

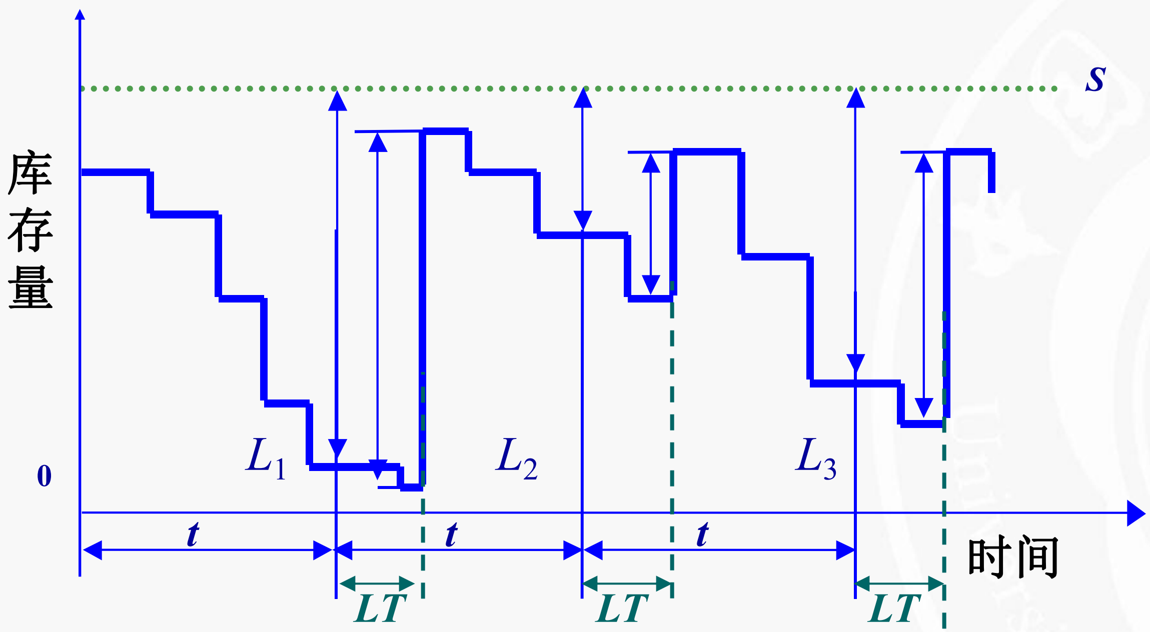
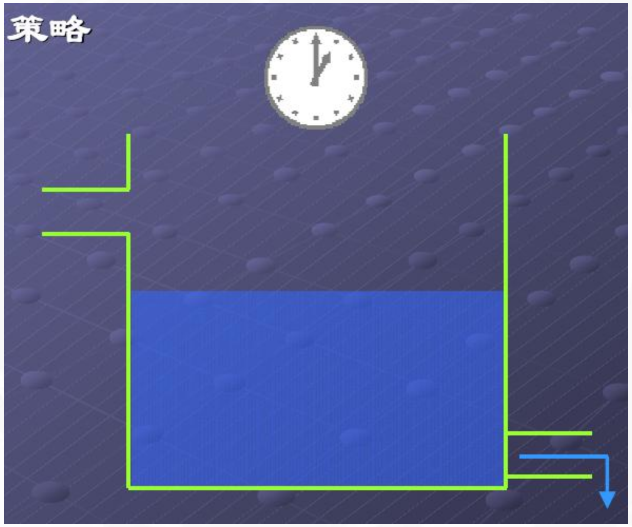
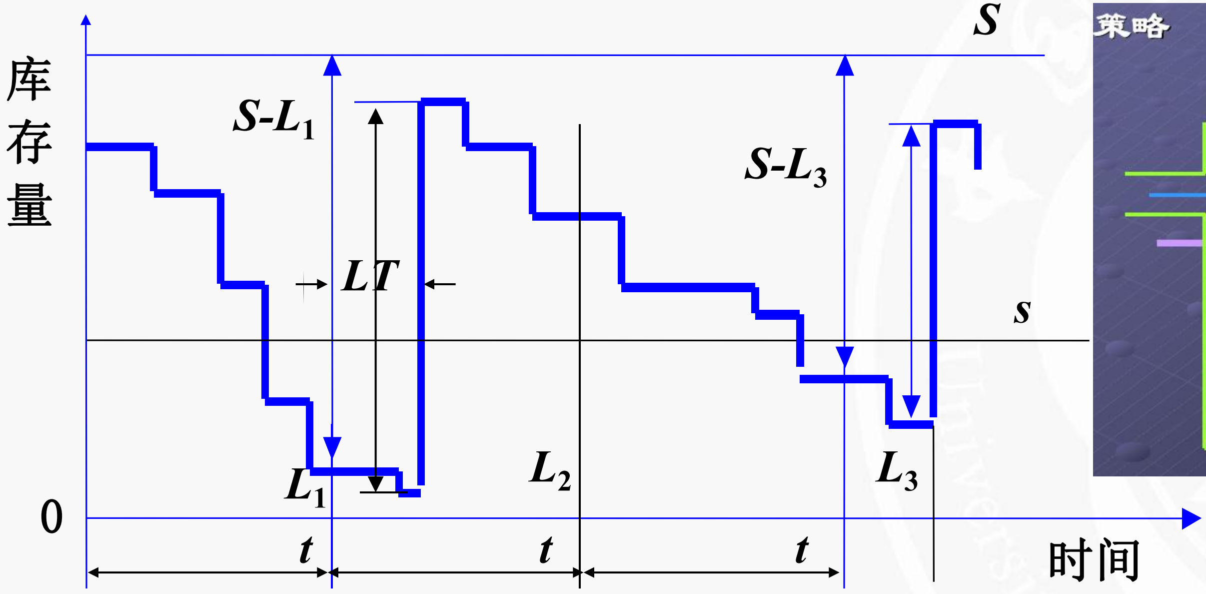



图6　固定间隔期系统



# （3）最大最小系统

是一种固定间隔期系统，只不过它需要确定一个订货点*s*。当经过时间间隔 *t* 时，如果库存量降到*s*及以下，则发出订货；否则，再经过时间*t*后，再考虑是否发出订货。



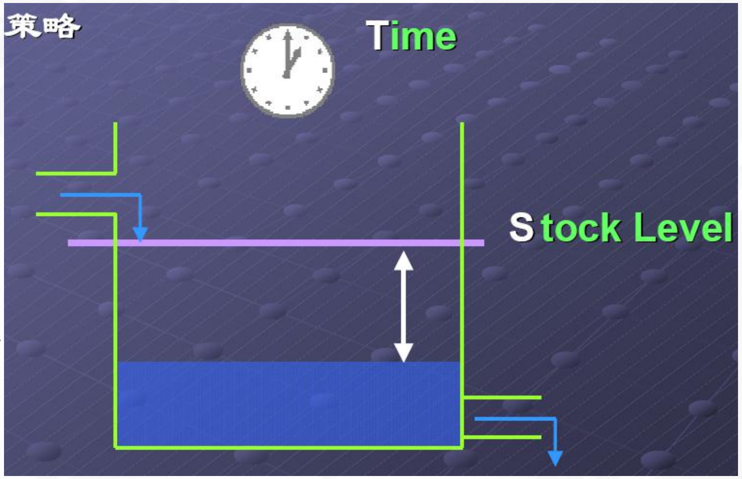




图6.4　最大最小系统

# 第08章 库存管理

✓ 8.1 库存

➔8.2 单周期库存问题

8.3 多周期库存问题

8.4 基于BOM的(R,Q)订货策略

# 报童问题 Newsboy

- 需求量大于订货量，导致机会损失，即机会成本
- 需求量小于订货量，低价促销或处理产生陈旧成本
- 只订一次货，故不考虑订货成本
- 存储成本变化不大且不易估计，故不考虑
- 因此，最优订货量由最小的机会成本和陈旧成本决定

# 8.2.4 单周期库存模型（续）

## 基本思路：

- ◆订货量等于需求预测量
- ◆ 库存控制的关键：确定或估计需求量
- ◆ 预测误差的存在导致二种损失（成本）：
  - ➢欠储（机会）成本：需求量大于订货量导致缺货而造成的损失。
  - ➢超储（陈旧）成本：需求量小于订货量导致超储而造成的损失。
- ◆机会成本或超储成本对最佳订货量的确定起决定性的作用

# 8.2.4 单周期库存模型（续）

（1）期望损失最小法

比较不同订货量下的期望损失，取期望损失最小的订货量作为最佳订货量。

- 已知：单位成本：$C$/件，单位售价：$P$/件
  降价处理：$S$/件
- 则：单件机会成本：$C_u=P-C$
  单件超储成本：$C_o=C-S$

当订货量为$Q$时，期望损失为：

$$E_L(Q)=\sum_{d>Q} C_u(d-Q)f(d)+\sum_{d<Q} C_o(Q-d)f(d)$$

式中$f(d)$为实际需求量为$d$时的概率

# 8.2.4 单周期库存模型（续）

❖例：某商店挂历单位成本20元，单位售价50元件，降价处理0元。需求的分布率：

| 需求$d$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 分布$f(d)$ | 0.05 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.20 | 0.15 |

| 订货量 | 实际需求$d$ | | | | | | 期望损失 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | |
| | $f(d)$ | | | | | | |
| | 0 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.20 | 0.15 | |
| 0 | 0 | 300 | 600 | 900 | 1200 | 1500 | 855 |
| 10 | 200 | 0 | 300 | 600 | 900 | 1200 | 580 |
| 20 | 400 | 200 | 0 | 300 | 600 | 900 | 380 |
| 30 | 600 | 400 | 200 | 0 | 300 | 600 | 280 |
| 40 | 800 | 600 | 400 | 200 | 0 | 300 | 305 |
| 50 | 1000 | 800 | 600 | 400 | 200 | 0 | 430 |

# 8.2.4 单周期库存模型（续）

（2）期望利润最大法

比较不同订货量下的期望利润，取期望利润最大的订货量作为最佳订货量。

❖已知：单位成本：*C*/件，单位售价：*P*/件

降价处理：*S*/件

❖则：单件机会成本：$C_u=P-C$

单件超储成本：$C_o=C-S$

当订货量为*Q*时，期望利润为：

$$E_P(Q)=\sum_{d<Q}[dC_u-(Q-d)C_o]f(d)+\sum_{d>Q}QC_uf(d)$$

式中$P(d)$为实际需求量为$d$时的概率

# 8.2.4 单周期库存模型（续）

❖ 前例

| 订货量 | 实际需求$d$ | | | | | | 期望利润 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | |
| | $f(d)$ | | | | | | |
| | 0 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.20 | 0.15 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | -200 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 275 |
| 20 | -400 | 100 | 600 | 600 | 600 | 600 | 475 |
| 30 | -600 | -100 | 400 | 900 | 900 | 900 | 575 |
| 40 | -800 | -300 | 200 | 700 | 1200 | 1200 | 550 |
| 50 | -1000 | -500 | 0 | 500 | 1000 | 1500 | 425 |

# 8.2.4 单周期库存模型（续）

（3）边际分析法

假设订货量为$D$；实际上需要$D$的概率为$F(D)$（即实际需求量大于等于$D$的概率）；则实际上不需要$D$的概率为$1-F(D)$。

- 已知：单位成本：$C$/件，单位售价：$P$/件，降价处理：$S$/件
- 则，单件机会成本：$C_u=P - C$

  单件超储成本：$C_o=C-S$
- 计算临界概率$F(D^*)$：

$$F(D^*)\ C_u = [1-F(D^*)]\ C_o \ \Rightarrow$$

$$F(D^*) = C_o/(C_o + C_u)$$

# 8.2.4 单周期库存模型（续）

❖则，使得$F(D)=F(D^*)$的订货量即为最佳订货量。

❖或者，满足条件：$F(D)>F(D^*)$且$F(D)-F(D^*)$为最小，所对应的$D$即为最优订货量。

例如：圣诞树需求量的概率分布

| 需求$d$ | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 概率 | 0.10 | 0.10 | 0.20 | 0.35 | 0.15 | 0.10 |
| 分布$f(d)$ | 1.00 | 0.90 | 0.80 | 0.60 | 0.25 | 0.10 |

# 第08章 库存管理

- ✓ 8.1 库存
- ✓ 8.2 单周期库存问题
- ➔ 8.3 多周期库存问题
- 8.4 基于BOM的(R,Q)订货策略

# 8.3 多周期库存问题

## 8.3.1 经济订货批量模型(EOQ模型)

## 8.3.2 经济生产批量模型

# 8.3.1 经济订货批量模型(EOQ模型)

❖EOQ的发展

➢1913年由F.W. Harris提出,寻求生产准备成本(Set-up Cost)与库存成本(Holding Cost)之间的均衡;

➢最早将数学模型用于科学管理。

❖EOQ的前提假设

（1）物料需求均衡，且一定时期的需求量已知，即单位时间的物料需求量（物料需求率）为已知的常数;

（2）只有一种物料;

（3）物料单价为常数，即不存在价格折扣;

（4）订货提前期确定，即不会发生缺货情况，意味着不考虑安全库存，缺货成本为零;

（5）物料存储成本正比于物料的平均存储量;

（6）物料订货成本不因订货量大小而变动，即每次订货成本为已知常数。

# 8.3.1 EOQ模型(续)

- 模型符号
  - *D*：年需求率
  - *c*：单位生产成本
  - *A*：每次订货的成本
  - *h*：单位产品单位时间上的库存成本
  - *Q*：批量，决策变量

# 8.3.1 EOQ模型(续)

❖库存水平随时间变化过程

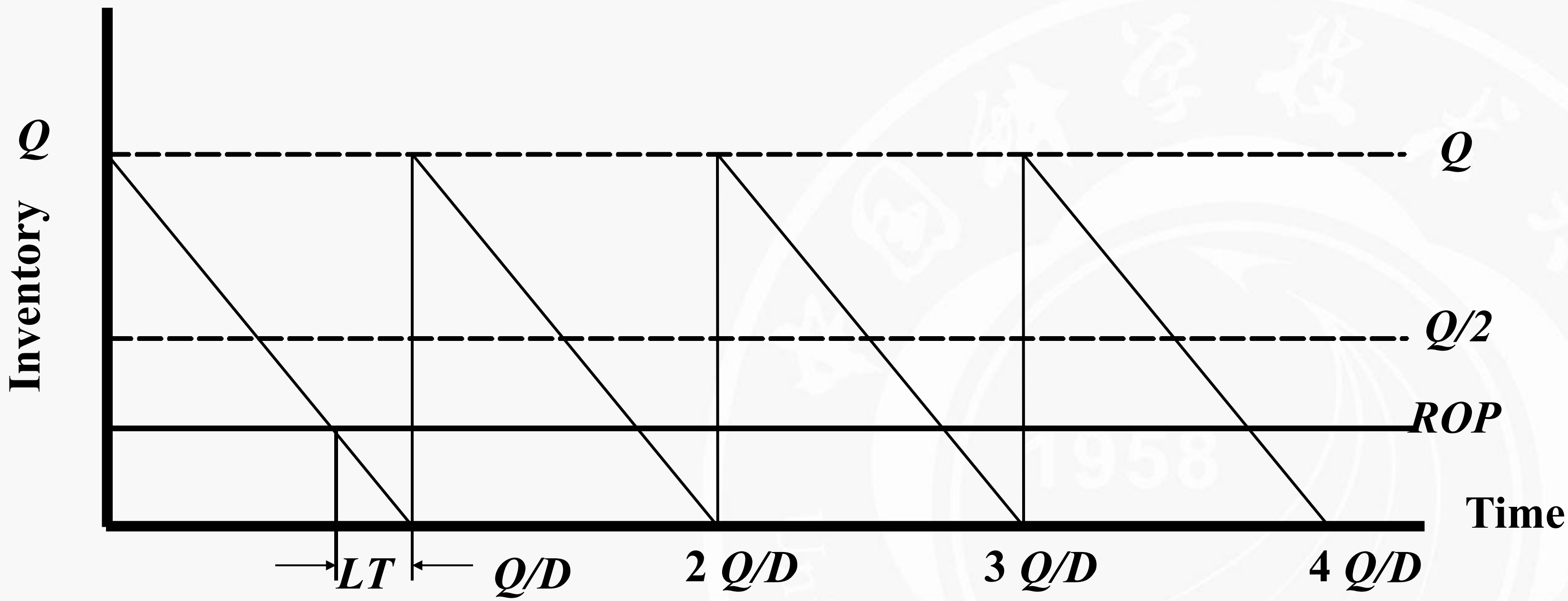



图6.5 经济订货批量假设下的库存变化

# 8.3.1 EOQ模型(续)

平均库存水平=$Q/2$

单位时间库存成本=$hQ/2$

单位时间定货次数=$D/Q$

单位时间的订货成本=$AD/Q$

生产成本=$Dc$

单位时间内总成本$T(Q)=hQ/2+AD/Q+Dc$

最优订货批量:

$$T'(Q^*)=0 \quad \Rightarrow \quad Q^*=\sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

# 8.3.2 经济生产批量模型

❖EOQ假设整批订货在一定时刻同时到达，补充率为无限大。其余假设条件与经济生产批量（EPL）模型假设都相同。

# 8.3.2 经济生产批量模型

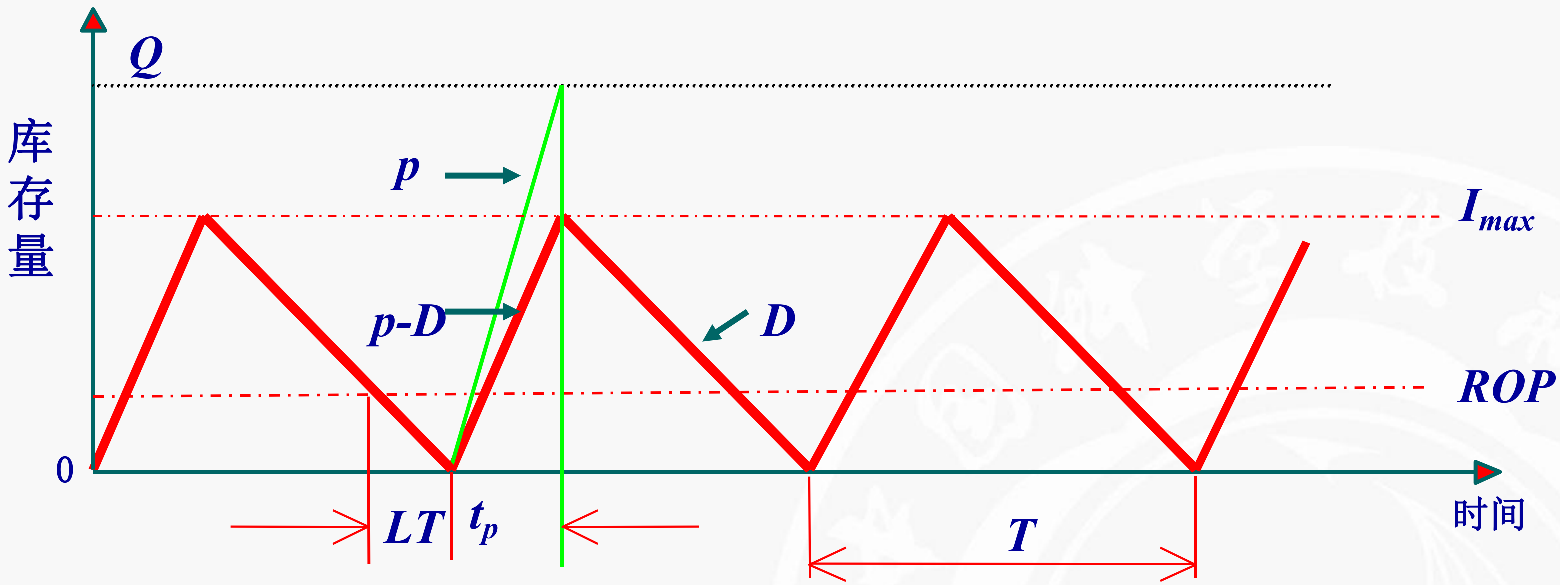



图6.6 经济生产批量模型假设下的库存量变化

- ❖ *p*:生产率(单位时间产量);
- ❖ *D*:需求率(单位时间出库量)，$D<p$;
- ❖ $t_p$ :生产的时间;
- ❖ $I_{max}$ :最大库存量;
- ❖ *Q* :生产批量;
- ❖ *ROP* :订货点;
- ❖ *LT* :生产提前期。

# 8.3.2 经济生产批量模型（续）

$C_T = C_H + C_R + C_P = H(I_{max}/2) + S(D/Q) + cD$

其中， $H$为单位产品年库存成本，$S$为每次准备费用， $c$为单位产品生产成本。问题现在归结为求$I_{max}$， 由上图可以看出：

$I_{max} = t_p(p-D)$.

由$Q = pt_p$，可以得出$t_p = (Q/p)$。所以，

$C_T = H(1-D/p)Q/2 + S(D/Q) + cD$

对上式求导后得出:

$$EPL = \sqrt{\frac{2DS}{H(1-D/p)}}$$

# 8.3.3 价格折扣模型

**问题的提出：**

- 实际中，存在这样的情况：若订购量足够大，则单价可低些（即存在折扣），那么，企业是否应该增加订货呢？
- 按数量折扣订货的优点：单价较低、年订购成本较低、较少发生缺货、装运成本也较低；但缺点是：库存量大、存储费用高、存货周转慢且容易陈旧。
- 是否增加订货关键要看是否有净收益。

# 8.3.3 价格折扣模型（续）

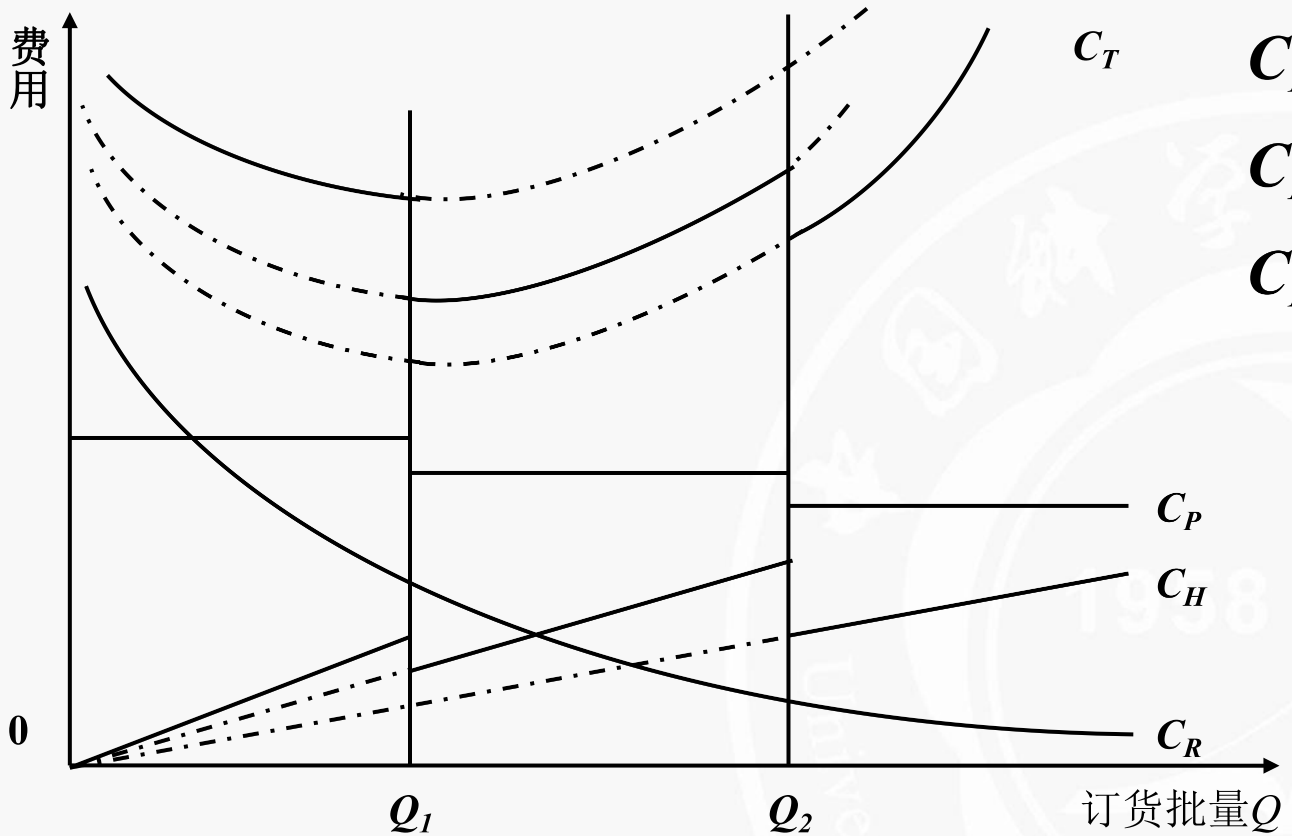



图6-7 有两个折扣点的价格折扣模型的费用

$C_T$:总成本

$C_P$:产品价格

$C_H$:库存成本

$C_R$:订货费用

# 算法

步骤1: 计算最低价格下的EOQ. 如果这个EOQ可行（即该订购批量在该价格的数量折扣范围内），停止计算，该数量为最优订购批量。计算该订购批量的总成本TC。

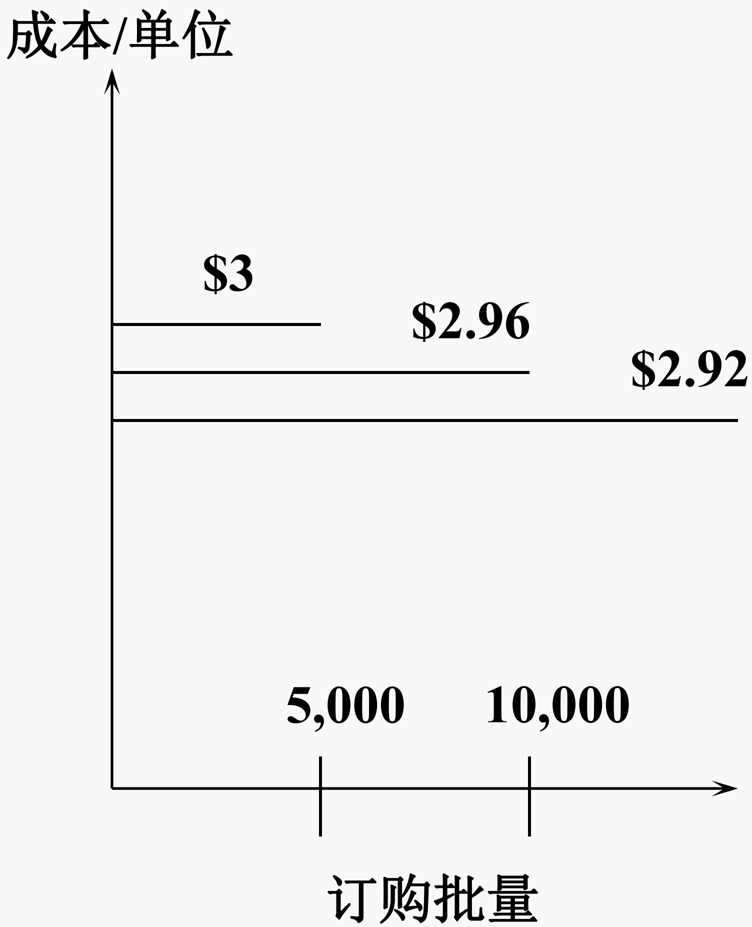
步骤2: 如果这个EOQ不可行，计算该价格下的总成本TC，以及该价格下的最小数量。

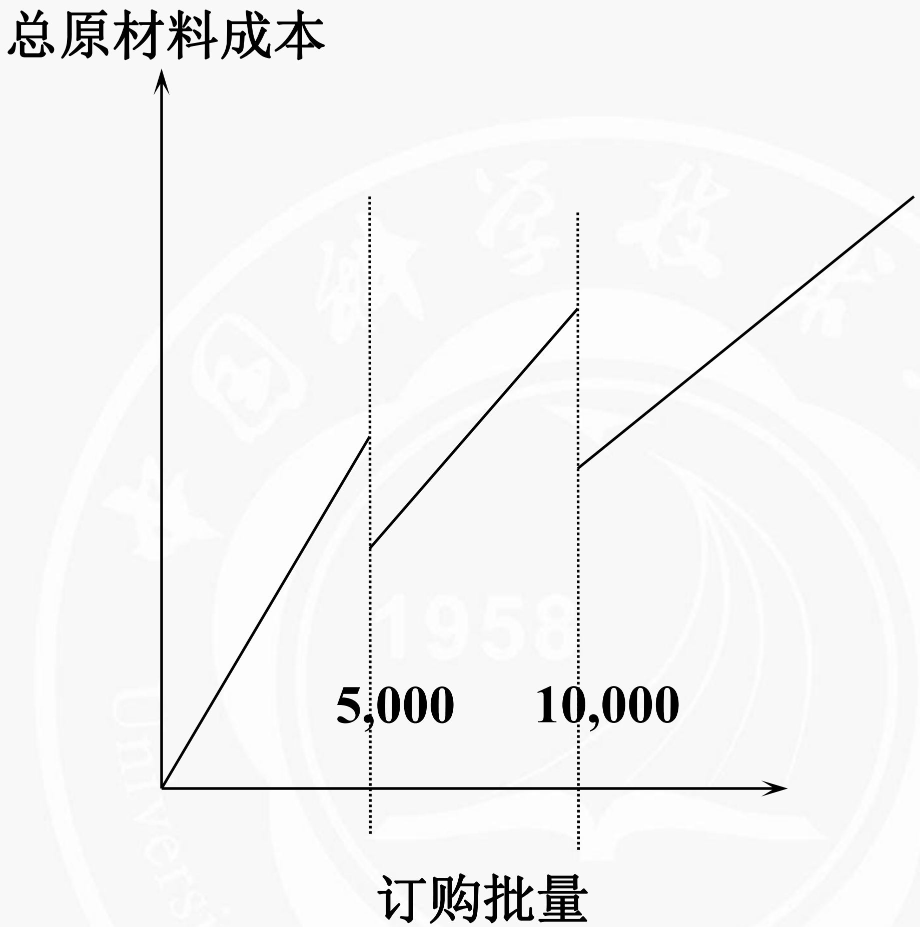
步骤3: 计算次低价格下的EOQ 。如果这个EOQ可行，暂停计算，并计算总成本TC。

步骤4: 比较步骤2和步骤3的总成本，选择较低成本下的最优订购批量。

步骤5: 如果步骤3里的EOQ不可行，重复步骤2、3、4，直到得到可行的EOQ。

# 例



# 例

| 订购批量 | 单位价格 |
|---|---|
| 0-5000 | $3.00 |
| 5001-10000 | $2.96 |
| 大于10000 | $2.92 |

$q_0 = 0,\ q_1 = 5000,\ q_2 = 10000$

$C_0 = \$3.00,\ C_1 = \$2.96,\ C_2 = \$2.92$

$D = 120000$ /年, $S = \$100$/批, $h = 0.2$

# 例

步骤1：计算$Q_2^* = \text{Sqrt}[(2DS)/hC_2]$

$= \text{Sqrt}[(2)(120000)(100)/(0.2)(2.92)] = 6410$

不可行(6410 < 10001)

计算$TC_2$：$C_2 = \$2.92$， $q_2 = 10001$

$TC_2 = (120000/10001)(100)+(10001/2)(0.2)(2.92)+(120000)(2.92)$

$= \$354{,}520$

步骤2：计算$Q_1^* = \text{Sqrt}[(2DS)/hC_1]$

$=\text{Sqrt}[(2)(120000)(100)/(0.2)(2.96)] = 6367$

可行(5000<6367≤10000) ➔ 暂停计算

$TC_1 = (120000/6367)(100)+(6367/2)(0.2)(2.96)+(120000)(2.96)$

$= \$358{,}969$

$TC_2 < TC_1$ ➔ <u>最优订购批量$Q^*$ 为$q_2 = 10001$</u>

# 第08章 库存管理

- ✓ 8.1 库存
- ✓ 8.2 单周期库存问题
- ✓ 8.3 多周期库存问题
- ➔8.4 基于BOM的(R,Q)订货策略

# 8.4　基于BOM的(R,Q)订货策略的全局最优解

本文探讨如何求基于BOM（Bill of Material）的随机需求的(R,Q)订货策略的全局最优解。为了解决此问题，首先，在(S–1,S)订货策略的基础上，建立基于BOM的(R,Q)订货策略的成本函数；然后，通过对成本函数性质的证明，推导出全局最优解取值范围的方法；最后，通过枚举法在此取值范围内求出全局最优解。

# 8.4.1 介绍

Cox等将BOM定义为“进入父代组件的所有子组件、中间件、部件和原材料的清单，并给出了生产一个组件对它们的需求量”。

Vidal 和Goetschalckx指出现在缺少有BOM约束的模型，他们认为：在设计完整的供应链时BOM应该作为生产配送模型的约束，但建立有此约束的数学模型是非常困难的。

将BOM作为约束引入订货策略后，由于各种原材料间的关联性，各种原材料对缺货损失和库存费用的影响非常复杂，因此，建立基于BOM的订货策略的精确数学模型也同样很困难。

# 8.4.2 问题描述

本文假设制造商生产一个单位产品需要一个单位原材料$M_1$和q个单位原材料$M_2$，称之为一个原材料组合，$M_1$和$M_2$分别由供应商1和2供应，如图8.7。参数如下：

$L_1$： $M_1$的提前期

$L_2$： $M_2$的提前期

$h_1$： 单位$M_1$的库存费用

$h_2$： q个单位$M_2$的库存费用

$\beta$： 单位产品每期缺货损失

$\gamma$： 每次订货费用

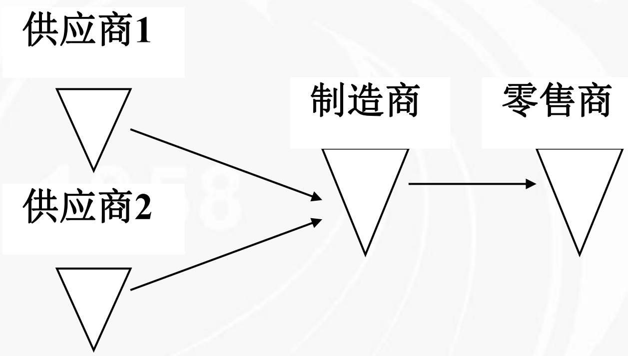



图6.7 供应商、制造商和零售商的关系

# 8.4.2 问题描述(续)

零售商对产品的需求服从Poisson分布，从制造商订货到出现该订货后的第$S$个需求的时间服从Erlang分布，其密度函数为

$$g^S(t)=\frac{\lambda^S t^{S-1} e^{-\lambda t}}{(S-1)!}$$

$g^S(t)$的卷积分函数为

$$G^S(t)=\sum_{k=S}^{\infty}\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t}$$

# 8.4.3 基于BOM的(S–1,S)订货策略

❖所谓(S–1,S)订货策略就是一个接一个地将库存位置补充到S的订货策略（本文中S≥0）。

❖在引入BOM作为约束后，本文采用同时按比例的(S–1,S)订货策略（在本文后面的部分称之为BOM (S–1,S)策略），即，当零售商的一个单位产品需求到达制造商时，制造商立即同时向供应商1订购一个单位$M_1$、向供应商2订购q个单位$M_2$（即订购一个原材料组合）。

# 8.4.3 基于BOM的(S–1,S)订货策略(续)

需求是一个接一个地到达的，制造商订购的一个原材料组合所加工成的产品用于满足该订货后零售商的第S个需求（称之为该订货的对应需求）。

# 8.4.3 基于BOM的(S–1,S)订货策略(续)

假设$L_1 \le L_2$（$L_1 \ge L_2$时，研究方法相同），如图6.8，对应需求的到达时间为$t$，$t \ge 0$，

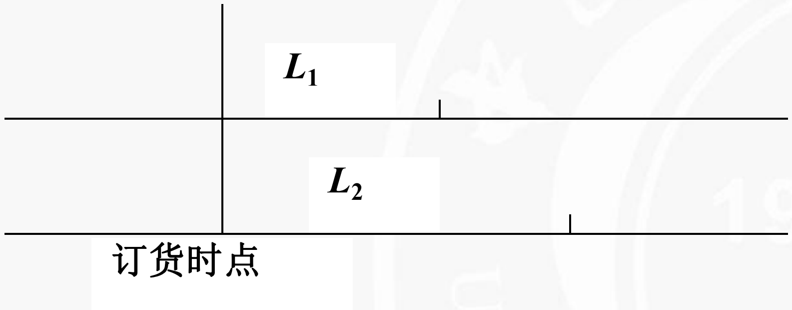



图6.8 原材料的提前期

## 8.4.3 基于BOM的(S–1,S)订货策略(续)

1）当$0\le t< L_1$时，产生时间长度为$(L_2-t)$的缺货，此时的成本为

$$\pi_1 = \beta\int_0^{L_1} g^S(t)(L_2-t)dt$$

2）当$L_1\le t < L_2$时，由于$M_2$未到而不能生产，所以产生时间长度为（$L_2-t$）的缺货，$M_1$产生时间长度为 $(t-L_1)$的库存，此时的成本为

$$\pi_2 = \beta\int_{L_1}^{L_2} g^S(t)(L_2-t)dt + h_1\int_{L_1}^{L_2} g^S(t)(t-L_1)dt$$

# 8.4.3 基于BOM的(S–1,S)订货策略(续)

3）当$t \geq L_2$时，$M_1$产生时间长度为 $(t-L_1)$的库存，$M_2$产生时间长度为（$t-L_2$）的库存，此时的成本为

$$\pi_3 = h_1 \int_{L_2}^{\infty} g^S(t)(t-L_1)dt + h_2 \int_{L_2}^{\infty} g^S(t)(t-L_2)dt$$

因而，采用BOM (S－1,S)策略时，单个原材料组合的成本（包括缺货损失、库存费用和订货费用）为

$$\pi^S = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \gamma$$

$$= \beta \int_0^{L_2} g^S(t)(L_2-t)dt + h_2 \int_{L_2}^{\infty} g^S(t)(t-L_2)dt + h_1 \int_{L_1}^{\infty} g^S(t)(t-L_1)dt + \gamma$$

# 8.4.4 基于BOM的(R,Q)订货策略

(R,Q)订货策略就是当制造商的库存位置到达$R$时，立即向供应商订购$Q$个单位原材料（在本文中，订货点$R≥0$，订货量$Q≥1$）。在引入BOM作为约束后，本文采用同时按比例的(R,Q)订货策略（在本文后面的部分称之为BOM (R,Q)策略），即，当制造商的库存位置到达$R$个原材料组合时，制造商立即同时向供应商1订购$Q$个单位$M_1$、向供应商2订购$Q$q个单位$M_2$（即订购$Q$个原材料组合）。

# 8.4.4 基于BOM的(R,Q)订货策略(续)

第三部分介绍了BOM (S–1,S)策略，那么现在的问题就是将BOM (R,Q)策略和BOM (S–1,S)策略联系起来。为此，将订购的*Q*个原材料组合分别编号为1,…,*Q*，第*i*个原材料组合对应该订货后的第*R*+ *i*个需求，如图6.9，*i*=1,…,*Q*。这样，第*i*个原材料组合的订货就可以看成一个按照BOM (S–1,S) 策略的订货，此时的*S*为（R+*i*）。


图 6.9 各原材料组合的对应需求

# 8.4.4 基于BOM的(R,Q)订货策略(续)

因此，根据BOM (S－1,S)策略可知第*i*个原材料组合的成本为

$$\pi^i = \beta\int_0^{L_2} g^{R+i}(t)(L_2 - t)dt + h_2\int_{L_2}^{\infty} g^{R+i}(t)(t - L_2)dt + h_1\int_{L_1}^{\infty} g^{R+i}(t)(t - L_1)dt + \frac{\gamma}{Q}$$

故BOM (R,Q)策略的平均原材料组合的成本为

$$\pi^Q(R) = \frac{1}{Q}\sum_{i=1}^{Q}\pi^i$$

$$= \frac{1}{Q}\sum_{i=1}^{Q}\left[\beta\int_0^{L_2} g^{R+i}(t)(L_2 - t)dt + h_2\int_{L_2}^{\infty} g^{R+i}(t)(t - L_2)dt + h_1\int_{L_2}^{\infty} g^{R+i}(t)(t - L_1)dt\right] + \frac{\gamma}{Q}$$

# 8.4.4 基于BOM的(R,Q)订货策略(续)

下面给出关于$\pi^Q(R)$的几个性质，

**性质1：** $\pi^Q(R)$为$R$的严格凸函数。

性质1说明，在任意的订货量$Q$下，能找到一订货点$R$使得成本（指平均原材料组合成本，下面的四个说明也是如此）为最小。

**性质2：** $\pi^Q(0)$为$Q$的严格凸函数。

性质2说明，在订货点$R=0$时，能找到一订货量$Q$使得成本$\pi^Q(R)$为最小。

# 8.4.4 基于BOM的(R,Q)订货策略(续)

**性质3：** $\pi^{Q+1}(R+1)-\pi^{Q}(R+1)>\pi^{Q+1}(R)-\pi^{Q}(R)$

性质3说明，订货量***Q***每增加一个原材料组合所产生的成本增量与订货点***R***正相关；将性质3转换成：

$$\pi^{Q+1}(R+1)-\pi^{Q+1}(R)>\pi^{Q}(R+1)-\pi^{Q}(R)$$

可以看出：订货点***R***每增加一个原材料组合所产生的成本增量与订货量***Q***正相关。

# 8.4.4 基于BOM的(R,Q)订货策略(续)

**性质4：** 若$\pi^{Q+1}(0)-\pi^{Q}(0)>0$,则$\pi^{Q+1}(R)-\pi^{Q}(R)>0.$

性质4说明，若在订货点$R=0$时订货量$Q$每增加一个原材料组合所产生的成本增量为正，则在任意订货点$R$下订货量$Q$每增加一个原材料组合所产生的成本增量为正。

**性质5：** 若$\pi^{1}(R+1)-\pi^{1}(R)>0$,则$\pi^{Q}(R+1)-\pi^{Q}(R)>0.$

性质5说明，若在订货量$Q=1$时订货点$R$每增加一个原材料组合所产生的成本增量为正，则在任意订货量$Q$下订货点$R$每增加一个原材料组合所产生的成本增量为正。

# 8.4.5 优化问题

此部分将通过性质6、7限定全局最优解的取值范围，然后在此范围内求最优解。

**性质6:** 设$Q^*$是满足$\pi^{Q+1}(0) > \pi^{Q}(0)$的最小$Q$，若$Q>Q^*$，则$\pi^{Q}(R) > \pi^{Q^*}(R)$ 。

性质6说明，若，则图6.10中Q*A以上的所有区域皆为劣解。

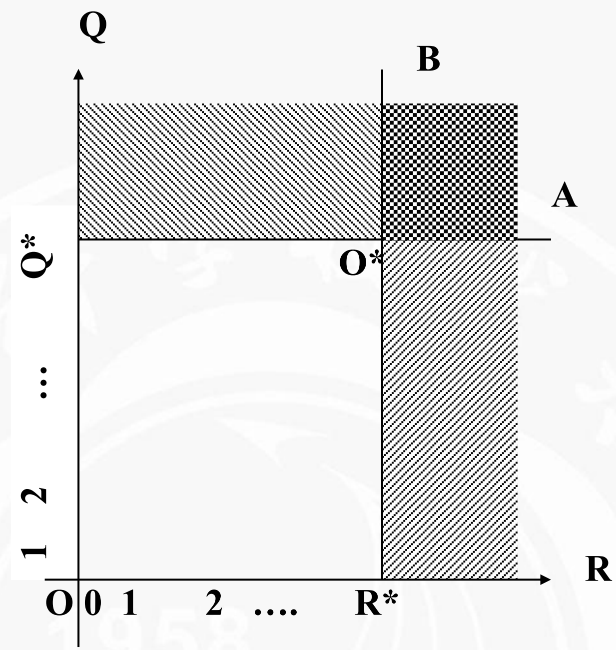


图6.10 最优解的取值范围

# 8.4.5 优化问题(续)

**性质7**：设$R^*$是满足$\pi^1(R+1)> \pi^1(R)$的最小$Q$，若$R>R^*$，则$\pi^Q(R)> \pi^{Q^*}(R)$ 。

性质7说明，若$\pi^1(R^*+1)> \pi^1(R^*)$，则图6.10中R*B以右的所有区域皆为劣解。

定义$(R_{opt},Q_{opt})$为的全局最优解，即，全局最优BOM (R,Q)策略，则，$0\le R_{opt}\le R^*$， $1\le Q_{opt}\le Q^*$即，全局最优解在矩形OR*O*Q*内。 在找到全局最优解的取值范围后，通过枚举法在此取值范围求出全局最优解。

# 8.4.7 结束语

本文仅是对建立基于BOM的订货策略的精确模型及求全局最优解的初步探讨，尚未解决如下问题，（1）供应商提前期随机时的订货策略；（2）BOM更加复杂时的订货策略；（3）各原材料不同时订货时的订货策略；（4）各原材料不按比例订货时的订货策略；等等。因为各种原材料对缺货和库存的影响非常复杂，研究这些问题的难度很大，但此类问题在实践中具有普遍性，若能给出更加贴近实际的模型及可行的解决方案，将会为实践中解决此类问题提供有益的借鉴。

# 第08章 库存管理

- ✓ 8.1 库存
- ✓ 8.2 单周期库存问题
- ✓ 8.3 多周期库存问题
- ✓ 8.4 基于BOM的(R,Q)订货策略

# 作业

（1）简述库存的分类。

（2）简述库存的作用与成本。

（3）掌握EOQ模型。

（4）掌握EPL模型。