

Compte-rendu - Projet d'optimisation continue

Estimation robuste du centre d'une pièce circulaire

Justin Bossard

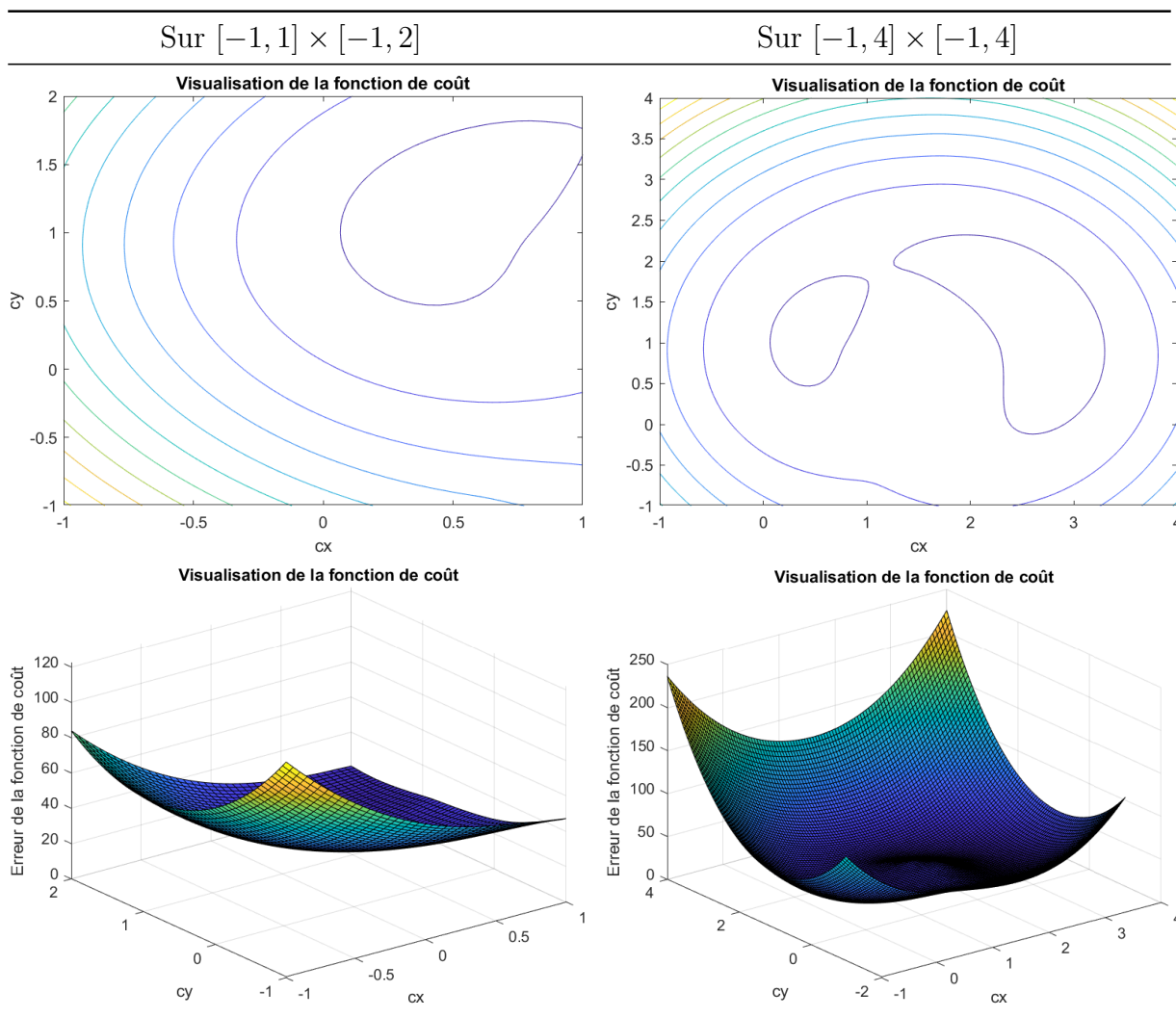
Tom Mafille

Ruben Verchere

Octobre 2024

1. On a : $\mathcal{C}_{TLS}(c_x, c_y) = \sum_{i=1}^n (D_i - R)^2$. On obtient les tracés suivants, avec un pas arbitraire de 0,05 :

Table 1: Représentations de $\mathcal{C}_{TLS}(c_x, c_y)$



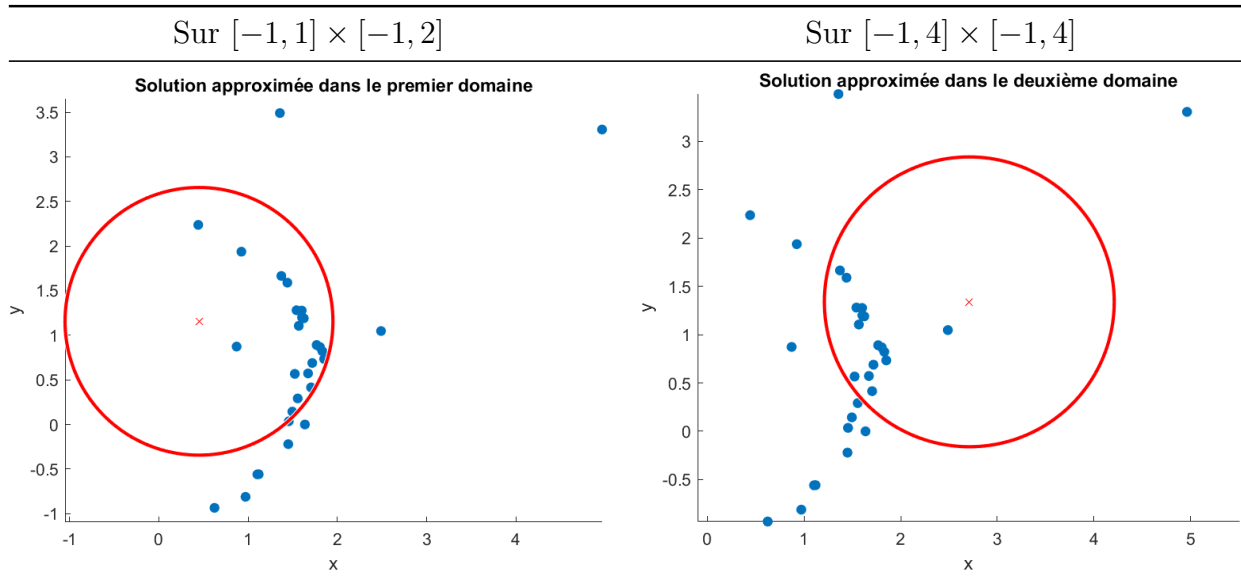
Sur la première figure, on a qu'un minimum, tandis que sur la seconde on en observe 2, qu'il faut départager. Il est préférable d'avoir une grande fenêtre, permettant de visualiser tous les minimums potentiels, plutôt qu'une petite fenêtre éliminant des solutions potentielles.

2. Pour déterminer c_x et c_y à 10^{-4} près, on estime $N = \frac{(\text{longueur intervalle } x) \times (\text{longueur intervalle } y)}{\text{pas}^2}$ fois la fonction de coût \mathcal{C}_{TLS} , dans la mesure on l'on passe dans deux boucles **for**, sur l'intervalle **départ:pas:arrivée**.

On a donc, sur $[-1, 1] \times [-1, 2]$, $N_1 = \frac{2 \times 3}{10^{-8}} = 6 \times 10^8$ estimations de la fonction de coût, et $N_2 = 25 \times 10^8$ estimations pour l'intervalle $[-1, 4] \times [-1, 4]$.

On obtient les cercles et les nuages de points suivants :

Table 2: Estimations de c_x et c_y



On observe que les points aberrants influencent grandement le centre obtenu. La méthode n'est donc pas adaptée pour pouvoir déterminer le centre.

Pour pouvoir approximer le rayon R , il faut prendre en compte le nombre d'estimations du rayon par boucle **for**, qui est donc de $N_R = \frac{2,5-0,5}{10^{-4}} = 2 \times 10^4$.

Le nombre d'estimations de \mathcal{C}_{TLS} , est dorénavant de $N'_1 = N_1 \times N_R = 1,2 \times 10^{13}$ sur $[-1, 1] \times [-1, 2]$, et de $N'_2 = N_2 \times N_R = 5 \times 10^{13}$ sur $[-1, 4] \times [-1, 4]$.

3. En calculant le gradient à la main :

$$\begin{aligned}
 \nabla \mathcal{C}_{TLS}(c_x, c_y) &= \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i=1}^n (D_i - R)^2 \\ \frac{\partial}{\partial y_i} \sum_{i=1}^n (D_i - R)^2 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (D_i - R)^2 \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial y_i} (D_i - R)^2 \end{pmatrix} \\
 \nabla \mathcal{C}_{TLS}(c_x, c_y) &= \begin{pmatrix} 2 \sum_{i=1}^n (c_x - x_i) \left(1 - \frac{R}{D_i}\right) \\ 2 \sum_{i=1}^n (c_y - y_i) \left(1 - \frac{R}{D_i}\right) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

4. Tests à faire
5. En représentant le champ de gradient avec la fonction `quiver`, avec les lignes de contours, on a :

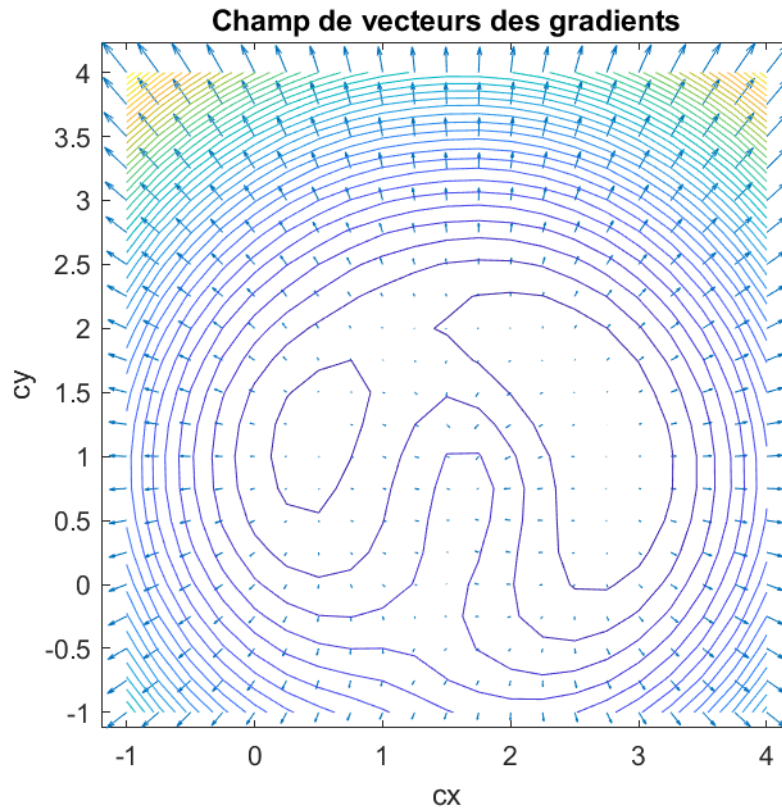


Figure 1: Champ des gradients

Le gradient est bien orthogonal aux lignes de niveaux.

6. ...
7. ...
8. ...
9. ...
10. ...
 1. Pour la nouvelle expression du gradient, on a :
 2. Tests à faire
 3. Représentation du gradient avec la fonction `quiver` et les lignes de contours
 4. Méthode des plus fortes pentes, algo Fletcher-Lemaréchal
 5. Même étude avec d'autres points de départs