几何与代数（**2**）试题 (**B**卷)

2010年 6 月 27 日

系:　　　　班:　　　　姓名:　　　　学号:

记号：R表示实数域。

填空题（**35**分，每空**5**分. 将答案写在此试卷的空格中）

1. 设 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$, $g(x) = x^4 - 2x^3 - x + 2$, 则$(f(x), g(x)) =$ _______.

2. 矩阵$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$的极小多项式为 ___。

3. 设 $f(x)$是一个三次首一多项式。若 $f(x)$ 除以$x-1$ 余**1**， $f(x)$ 除以$x-2$ 余**2**, $f(x)$ 除以$x-3$ 余**3**. 则 $f(x) =$ ________。

4. 用**Schmidt**正交化方法将$\alpha_1 = (1, \sqrt{-1}, 0)^T, \alpha_2 = (1, -\sqrt{-1}, 1)^T, \alpha_3 = (0, 0, \sqrt{-1})^T$ 化为正交向量组 ______________________。

5. $2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 0$的解空间 W在R^4中的正交补 $W^\perp =$ ________。

6. 两个n阶实对称矩阵的极小多项式相同，它们是否相似？ ____。
7。两个n阶实对称矩阵的特征多项式相同，它们是否相似？ ____。

计算题与证明题

8.（**20**分）设$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$**,** 求可逆矩阵$P$使$P^{-1}AP$为若尔当**(Jordan)**标准型。

9.（**10**分）证明复方阵A可以分解为$A=B+C$， 其中B为可对角化的矩阵**,** C为幂零矩阵且$BC=CB$。

10. （**15**分）设$A=\begin{pmatrix} 0 & 2\sqrt{-1} & 2 \\ -2\sqrt{-1} & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$**,** 求酉矩阵$U$使$U^HAU$为对角矩阵。

11.（**10**分）设σ是酉空间V上的线性变换。 证明σ^*的像集是σ的核的正交补。

12. （**10**分） 设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 是酉空间V 中的一个向量组。证明s阶复矩阵$G=((\alpha_i,\alpha_j))$是半正定的。