第15周讨论课

1. [回忆知识]

▶ 内能是状态函数，仅与初末态的温度有关，与过程无关.

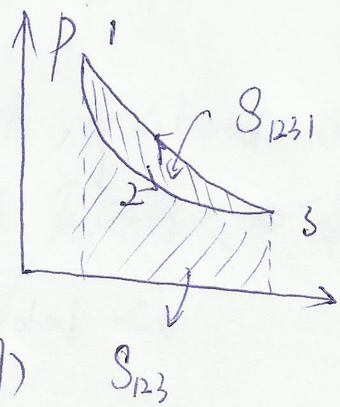
▶ 功对应 p-V 图的线下面积（讨论正、负；why 积分 <0?）

▶ 一个循环做的功等于循环的总吸热.（why?）

▶ 热量一般无法直接求出，需间接求：利用 $Q=\Delta E+W$

[题解]

(1) 首先考虑 $1\to2\to3$ 过程



有 $W_{123}=S_{123}>0$

要求 $1\to2\to3$ 过程吸收（放出）的热量。

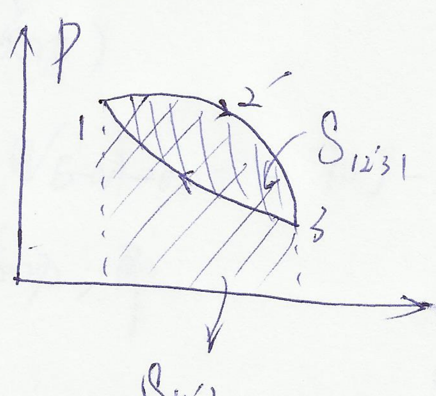
我们构造循环 $1\to2\to3\to1$（如图）

有 $Q_{123}=W_{1231}=-S_{1231}<0$

$Q_{123}=\Delta E_{123}+W_{123}\Rightarrow\Delta E_{123}=-S_{1231}-S_{123}<0$

$\Rightarrow\Delta T<0$

(2) 然后考虑 $1\to2'\to3$ 过程



有 $W_{12'3}=S_{12'3}>0$

构造如图循环，有

$Q_{12'3}=W_{12'31}=S_{12'31}>0$

$\Delta T<0$

$\Uparrow$

$Q_{12'3}=\Delta E_{12'3}+W_{12'3}\Rightarrow\Delta E_{12'3}=Q_{12'3}-W_{12'3}=S_{12'31}-S_{12'3}<0$

(3) 可以看到 $S_{12'31}>S_{1231}$，所以 $|Q_{12'3}|>|Q_{123}|$

2. 首先比较 $a\to b$ 和 $c\to d$ 过程，二者均满足 $p=\alpha T$

由 $pV=nRT$，有 $V=Const.$

所以 $a\to b$ 与 $c\to d$ 过程做功为零.

又因为 $T_a=T_c$，$T_b=T_d$，所以 $\Delta E_{a\to b}=\Delta E_{c\to d}>0$

所以 $Q_{a\to b}=Q_{c\to d}>0$

然后分~~考~~ $b\to d$ 过程，此为一等温过程，即 $\Delta E_{b\to d}=0$

定性分析：$d\to b$ 过程中，温度不变，压强增大 $\Rightarrow$ 体积减小

此为一等温压缩过程！$\Rightarrow W_{d\to b}<0$

所以 $Q_{d\to b}<0$，$Q_{c\to d\to b}=Q_{c\to d}+Q_{d\to b}<Q_{a\to b}$.

3. 考虑两个过程：$E\to C\to D\to E$ 与 $E\to A\to B\to E$

有 $W_{E\to C\to D\to E}=S_{ECDE}$，$W_{E\to A\to B\to E}=-S_{EABE}$

（顺时针：正功；逆时针：负功）

总功 $W=W_{E\to C\to D\to E}+W_{E\to A\to B\to E}=70J-30J=40J$

由于一个循环总吸热等于总功；即

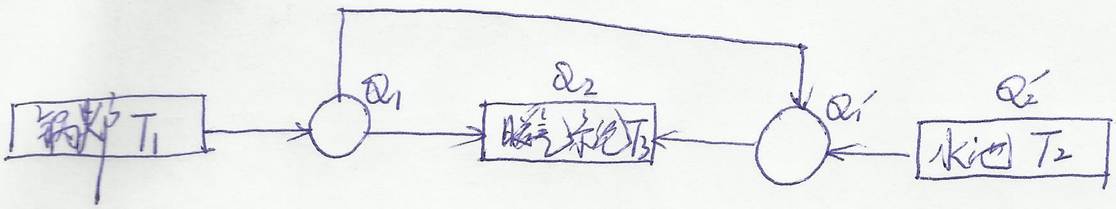
$Q_{BEC}+Q_{DEA}=W$

$\Rightarrow Q_{BEC}=W-Q_{DEA}=40J\ \boxed{+}\ 100J=\boxed{140}\ J$

吸热 $\boxed{140}$ J.

4. 题目过于简单，但请同学们查阅一下升温和降温的资料

5. [系统结构]



[求解]

卡诺热机效率 $\eta = 1 - \frac{T_3}{T_1}\left(= 1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right)$

热机传给暖气系统的热量 $Q_2 = \frac{T_3}{T_1} Q_1$

卡诺致冷机的致冷系数 $w = \frac{T_2}{T_3 - T_2}$

卡诺热机向致冷机的输出功 $A = \eta Q_1 = \left(1 - \frac{T_3}{T_1}\right) Q_1$

致冷机从天然水中吸收热量：$Q_2' = wA = \frac{T_2}{T_3 - T_2} \cdot \left(1 - \frac{T_3}{T_1}\right) Q_1$

所以卡诺致冷机传给暖气的热量

$$Q_1' = Q_2' + A = \frac{T_3}{T_3 - T_2}\left(1 - \frac{T_3}{T_1}\right) Q_1$$

有 $Q_1 = 500\,J$，所以 $Q_1' = 14942\,J$

6. 此题比较简单

直接利用卡诺热机效率公式：$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$.

由此可得A与T1-T2的关系：A=Q2/T2(T1-T2)
-->A'/A=(T1'-T2')/(T1-T2)

7. [分析] 由活塞上压强保持 1atm，可知 B 中的压强恒为 1atm，所以 B 中经历的是一个等压过程.

问(1)中隔板导热、固定，那么在(1)过程中，A中为一等容过程，而且一直保持 $T_A = T_B$.

问(2)中隔板绝热，可自由滑动，那么A、B的热量无法传递。B的状态不会改变；A中经历的是一个等压过程.

[求解] (1) 设A、B温度变化 $\Delta T_A = \Delta T_B = \Delta T$

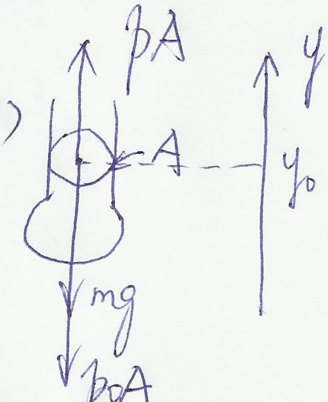
$$Q = C_{p,m}\Delta T + C_{V,m}\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{C_{p,m}+C_{V,m}}$$

$$Q_A = C_{V,m}\Delta T \Rightarrow Q_B = Q - Q_A.$$ （自己算！）

(2) $$Q_A = Q \Rightarrow \Delta T_A = \frac{Q_A}{C_{p,m}} = \frac{Q}{C_{p,m}}$$

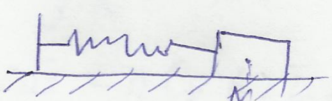
$$\Delta T_B = 0,\quad Q_B = 0$$

8. [分析] 平衡时，小球在瓶口静止（y_0处）



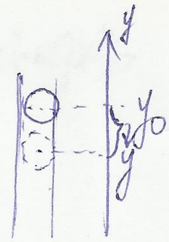
受力平衡：$pA = p_0 A + mg$ (y)

当稍微使小球偏离一个小位移时，小球将在平衡位置附近作微小振动（联想弹簧，下图）



此微小振动在物理上认为是简谐振动！

[略解] 假设小球偏离平衡位置 y.



绝热过程，有 $pV^{\gamma} = Const.$ $\left(\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}}\right)$

$$\Rightarrow \Delta p = -\frac{\gamma p \Delta V}{V}$$

又有 $\Delta V = yA$，从而 $\Delta p = -\frac{\gamma p y A}{V} \Rightarrow F = \Delta p \cdot A = -\frac{\gamma p y A^2}{V}$

$F = m\ddot{y} = -\frac{\gamma p A^2}{V} y$，即 $\ddot{y} + \frac{\gamma p A^2}{mV} y = 0$

设 $\omega^2 = \frac{\gamma p A^2}{mV}$，有 $\ddot{y} + \omega^2 y = 0 \Leftarrow$ 简谐振动

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{mV}{\gamma p A^2}}$$

9. 热容量 $C = \frac{dQ}{dT} \Rightarrow dQ = CdT = 2R(1+0.01T)$

由 $dQ = dE + dW = nC_{V,m}dT + pdV$

$$= 3RdT + \frac{nRT}{V}dV$$

有 $2R(1+0.01T) = 3RdT + \frac{nRT}{V}dV$

$$\Rightarrow 0.01dT = \frac{dT}{2T} + \frac{dV}{V}$$

从初态到末态积分，有

$$\int_{T_0}^{2T_0} 0.01dT = \int_{T_0}^{2T_0} \frac{dT}{2T} + \int_{V_0}^{\sqrt{2}V_0} \frac{dV}{V} \Rightarrow T_0 = 69.2K$$

$\Delta E = nC_V(2T_0 - T_0) = 1728J$

$Q = \int_{T_0}^{2T_0} CdT = 2RT_0 + 0.03RT_0^2 \Rightarrow W = Q - \Delta E = 621J$