期中考试通知

- 考试时间：下周一上课时间（**11**月**13**日）
- 地点：上课教室，
- 范围：电磁学。
- 请大家提前做好复习。

电磁学复习总结

- 本课件内容仅供复习时参考，不是划定考试范围。

一. 静电场

二. 电势

三. 静电场中的导体

四. 静电场中的电介质

五. 稳恒电流

六. 磁场和它的源

七. 磁力

八. 磁场中的磁介质

九. 电磁感应

十. Maxwell 方程组和电磁波

一 静电

二 稳恒电流

三 静磁

静

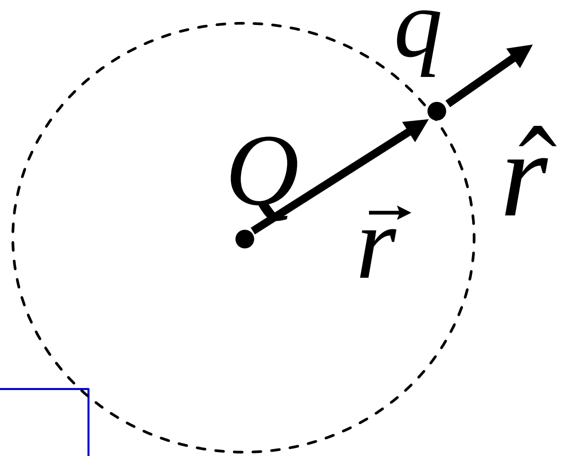
三 电磁感应

四 电磁波

动

统一

1. 点电荷的场强公式



由库仑定律

$$\boxed{\vec{f} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}}$$

$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ C^2/N\cdot m^2$

- 球对称

静电场的高斯定理　Gauss theorem

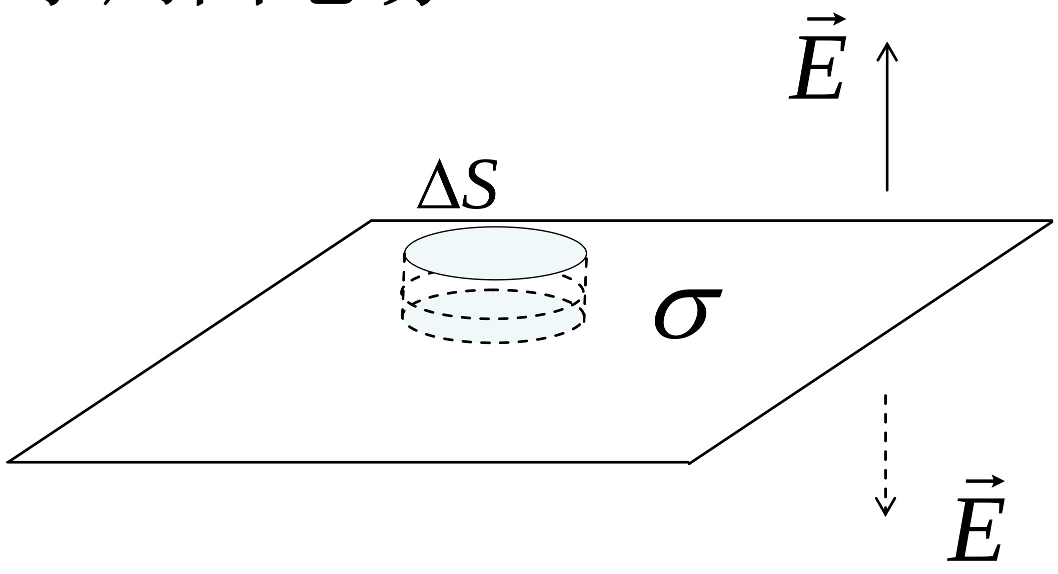
1. 表述

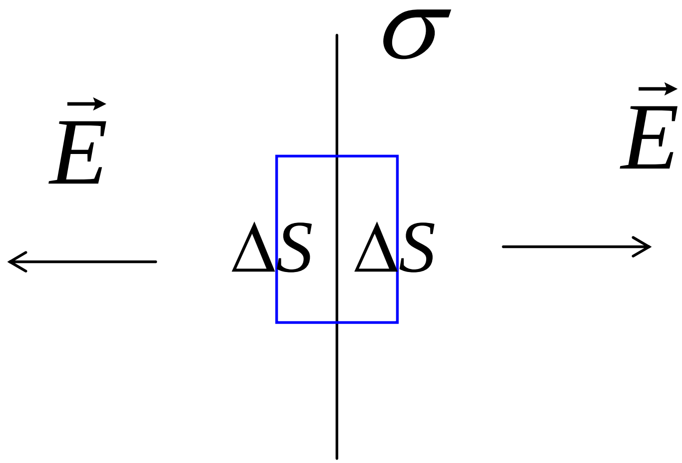
在真空中的静电场内，任一闭合面的电通量等于这闭合面所包围的电量的代数和除以 ε_0

$$\boxed{\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_{i内}}{\varepsilon_0}}$$

例7 无限大平板均匀带电，面电荷密度 σ

求周围电场





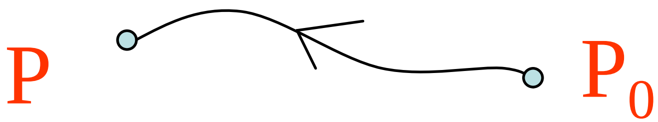
$$2E\Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

电势

设参考点 P_0

$$\phi(P_0) = 0$$



电势

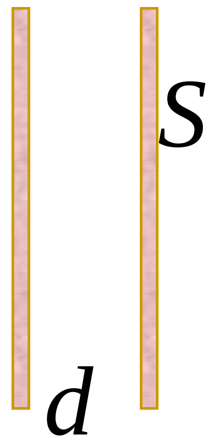
$$\boxed{\phi(P) = -\int_{P_0}^{P} \vec{E} \cdot d\vec{l}}$$

- 沿电场线电势下降

平行板电容器的静电场能

$$W_e = \frac{1}{2} Q \left(\Delta \phi \right)$$

$$= \frac{1}{2} S \varepsilon_0 E E d = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 V$$



电场能量密度为

$$\boxed{w_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2}$$

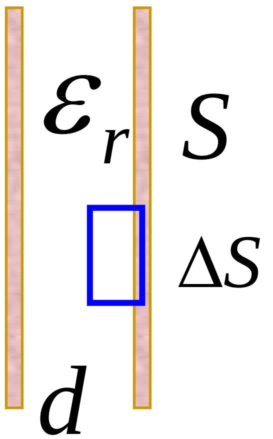
$$\boxed{w_e = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}}$$

§ 有电介质时静电场的能量

一. 有介质时的电容器的电容

设带电 Q（不变）

$$D\Delta S=\sigma_0\Delta S\Rightarrow D=\sigma_0=\frac{Q}{S}\text{(与介质无关)}$$



$$D=\varepsilon_0\varepsilon_r E=\varepsilon_0 E_0$$

导体内

$D=0$

$$\rightarrow E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}\qquad\rightarrow U=\frac{U_0}{\varepsilon_r}$$

$$C=\frac{Q}{U}$$

$$C_0=\frac{Q}{U_0}$$

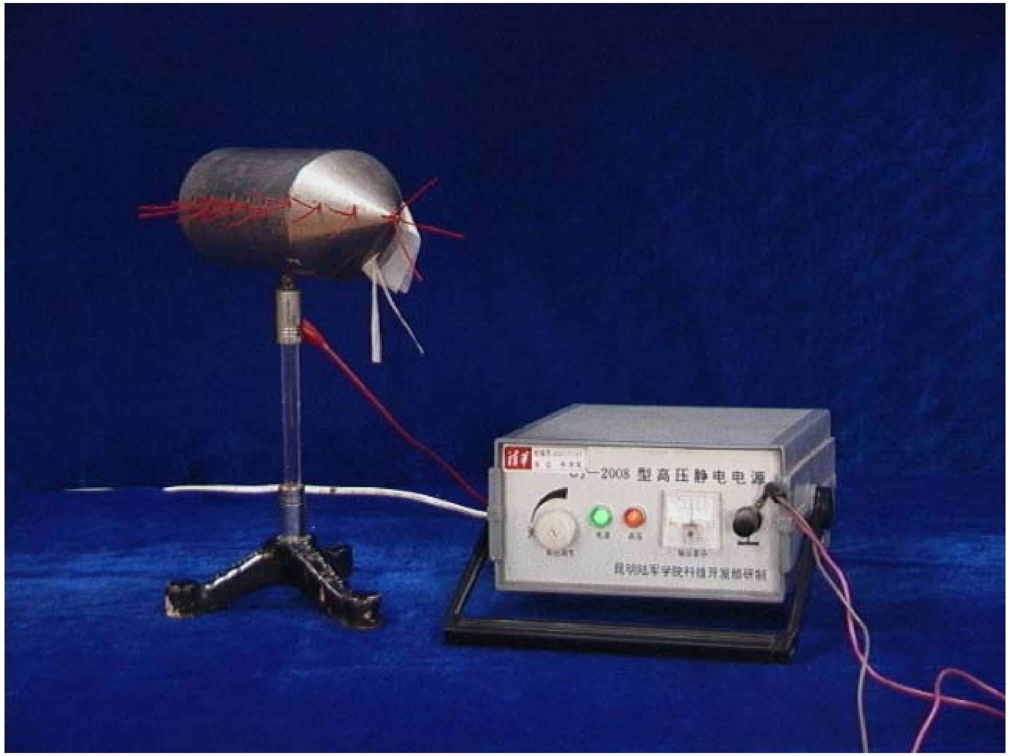
$$\longrightarrow\boxed{\varepsilon_r=\frac{C}{C_0}}$$

电容率

孤立带电导体表面电荷分布

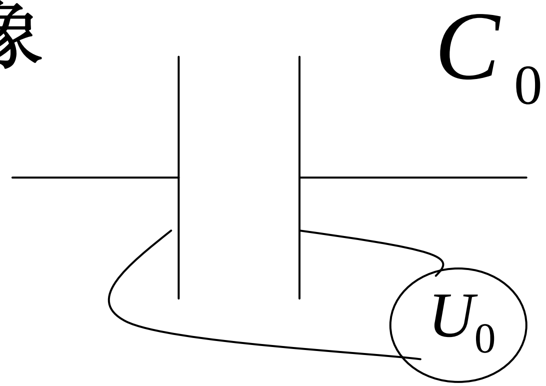
孤立的带电导体：

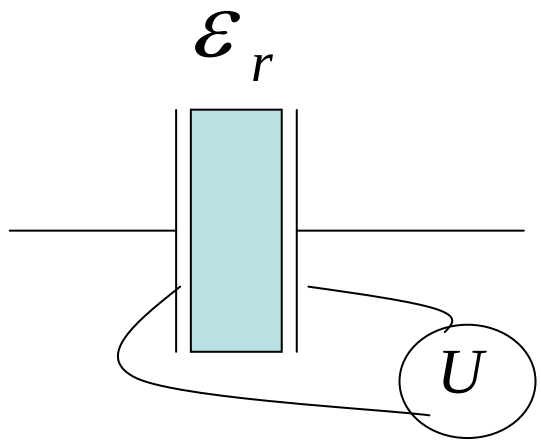
在表面凸出的尖锐部分(曲率是正值且较大)电荷面密度较大,在比较平坦部分(曲率较小)电荷面密度较小，在表面凹进部分带电面密度最小



§ 电介质

实验现象





充电后和外电路断开，

测量电压

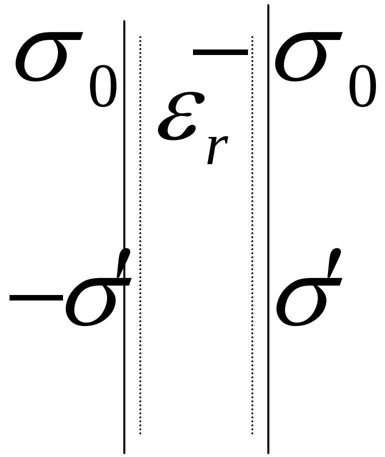
插入电介质，再测量电压

$$U = \frac{U_0}{\varepsilon_r}$$

$$\boxed{C = C_0 \varepsilon_r} \qquad \varepsilon_r > 1$$

（可探索）

例1 平行板电容器 自由电荷面密度为 σ_0 充满相对介电常数为ε_r 的均匀各向同性线性电介质．求:板内的场



解:均匀极化

表面出现束缚电荷

所有电荷场叠加

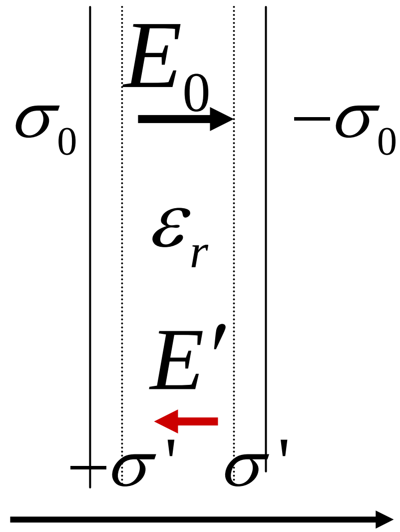
$\pm\sigma_0 \longrightarrow E_0 = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$

单独

$\pm\sigma' \longrightarrow E' = \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0}$

$$E = E_0 - E' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_o}$$

共同产生



$$\sigma' = P_n = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - 1\right) E$$

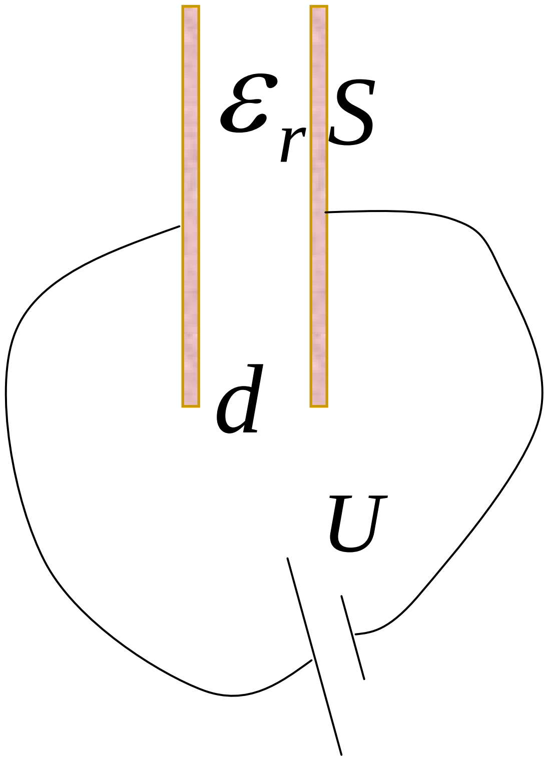
联立

$$\boxed{E = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} \quad \boxed{= \frac{E_0}{\varepsilon_r}}$$

D的高斯定理

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}$$

场能密度



充电　电池做功 = 电容器储能

$$\frac{dq}{dt}$$

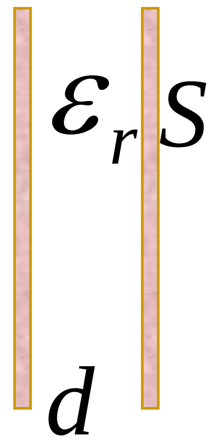
$$W_e = A = \int IUdt = \int Udq$$

$$W_e = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

有无介质 电容器电能公式相同

能量储存于场中

$$\boxed{D=\sigma_0=\frac{Q}{S}\Rightarrow Q=DS}$$



$$W_e=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}DSEd=\frac{1}{2}DEV$$

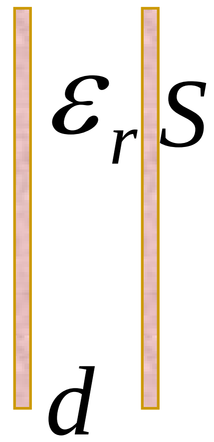
电场能量密度为 $\quad w_e=\dfrac{W_e}{V}$

$$\Longrightarrow \boxed{w_e=\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}}$$

具有普遍性

能量储存于场中

$$D=\sigma_0=\frac{Q}{S}\Rightarrow Q=DS$$



$$W_e=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}DSEd=\frac{1}{2}DEV$$

电场能量密度为 $w_e=\dfrac{W_e}{V}$

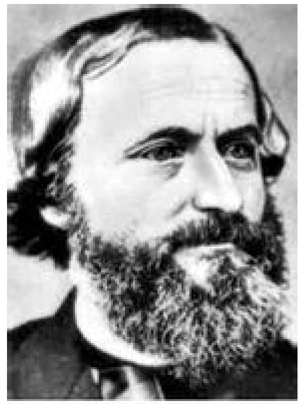
$$\Longrightarrow \boxed{w_e=\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}}$$

具有普遍性

在稳恒电路中 沿任何闭合回路一周的电势降落的代数和等于零

---回路电压定律(基尔霍夫第二定律)

$$\boxed{\sum(\pm)\ I_i R_i + \sum(\pm)\ \varepsilon_i = 0}$$

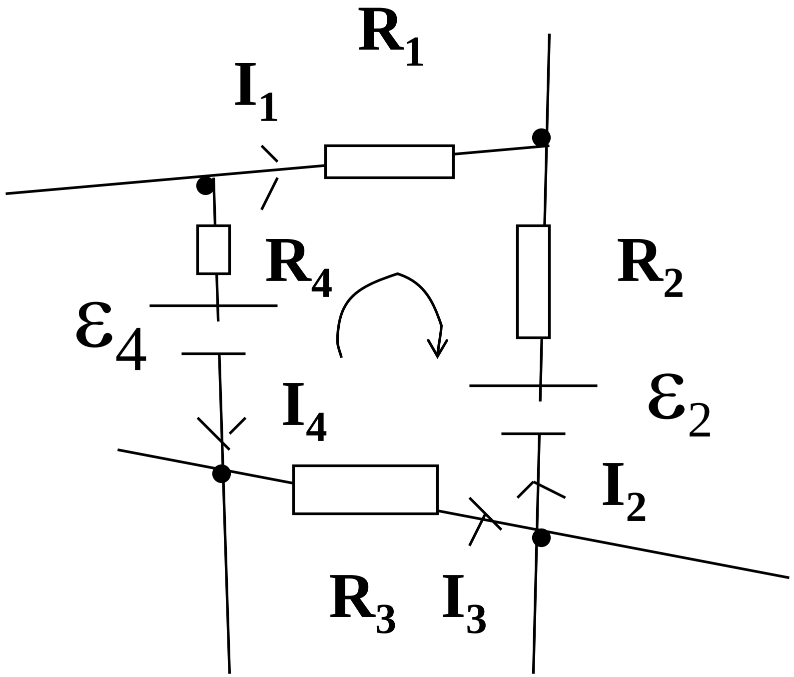


基尔霍夫，G.R.

回路与I_i同向时取 +

回路从电源正极穿入时取 +

例1 求下图回路电压表示



解:

$$I_1R_1 - I_2R_2 - I_3R_3 - I_4R_4 + \varepsilon_2 - \varepsilon_4 = 0$$

洛仑兹力公式

$$\boxed{\vec{f} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}}$$

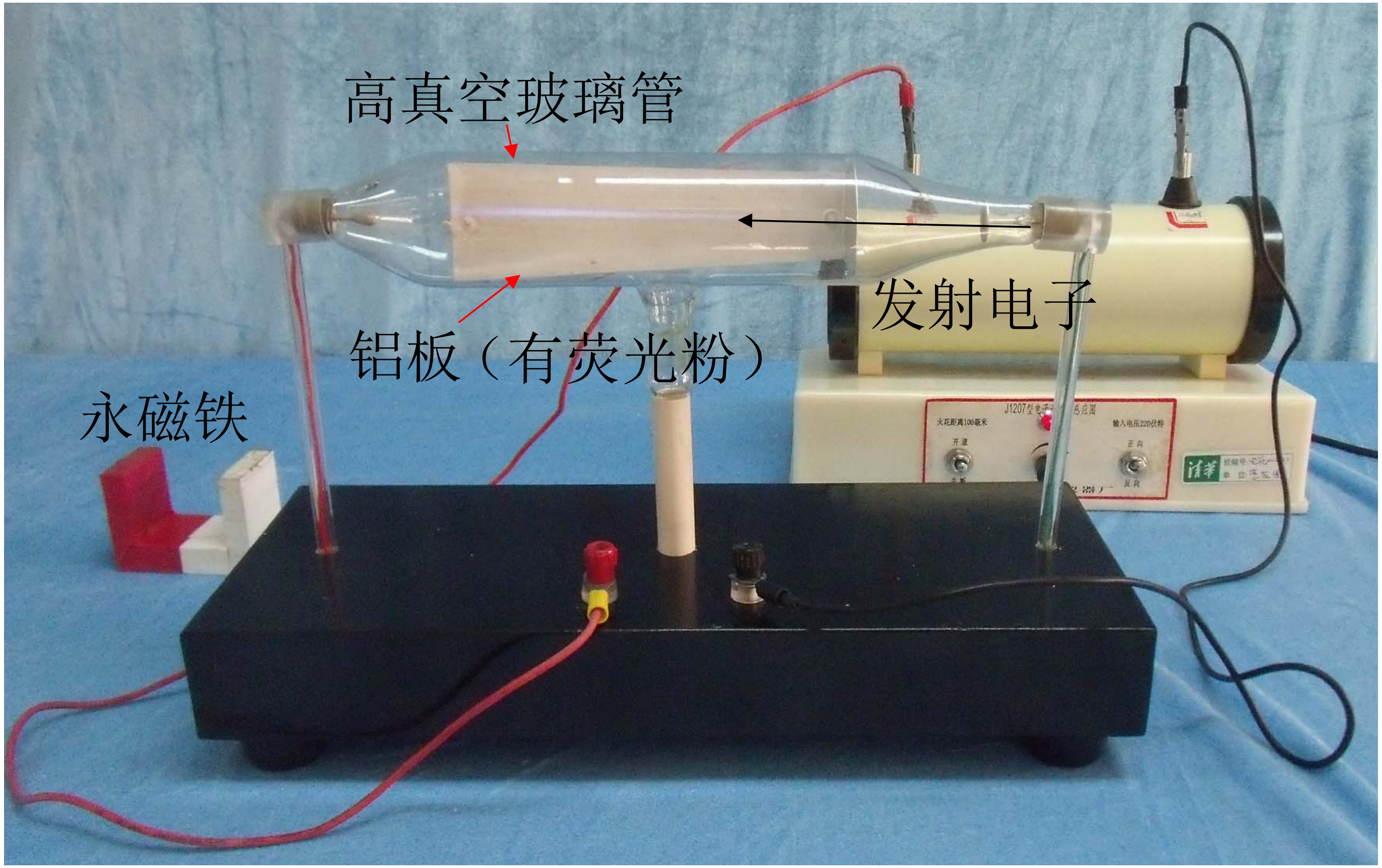
电场力，与电荷**q**的运动状态无关

磁场力，运动电荷才受磁力

- 洛仑兹力是电荷受电磁场作用力的基本关系式
- 洛仑兹力是相对论不变式

演示实验

- 阴极射线管演示洛仑兹力 （用永磁铁使电子束偏转）

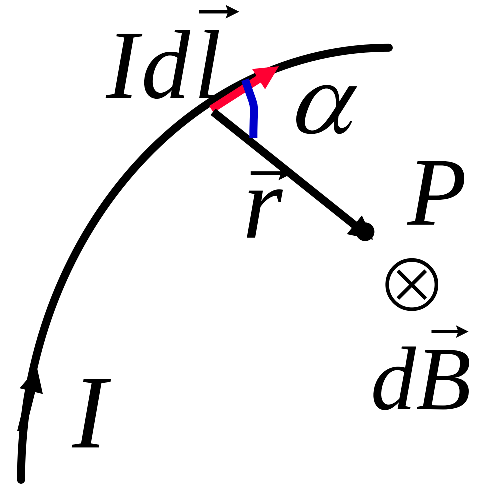


毕—萨—拉定律及应用

（毕奥-萨法尔-拉普拉斯 定律）

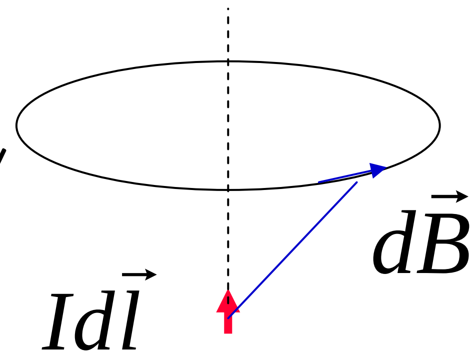
$$\boxed{d\vec{B}=\frac{\mu_0 I d\vec{l}\times\hat{r}}{4\pi r^2}}\quad\left(\hat{r}=\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

$Id\vec{l}$



（ 或写成 $\boxed{d\vec{B}=\frac{\mu_0 I d\vec{l}\times\vec{r}}{4\pi r^3}}$）

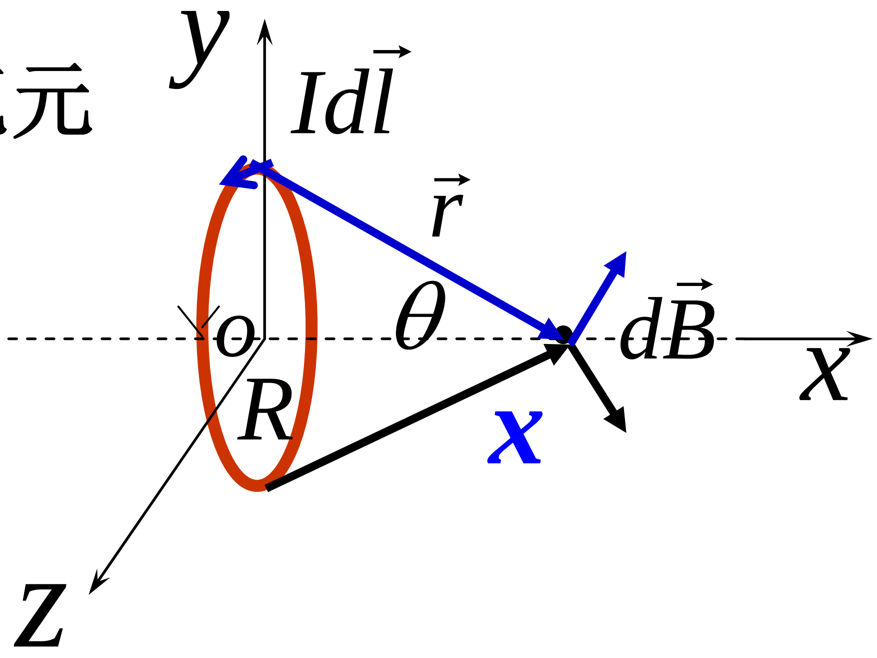
μ_0真空中的磁导率 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H/m



叠加原理 $\vec{B}=\int d\vec{B}$

例1 求圆电流轴线上的磁感强度

解：在圆环上任取电流元



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

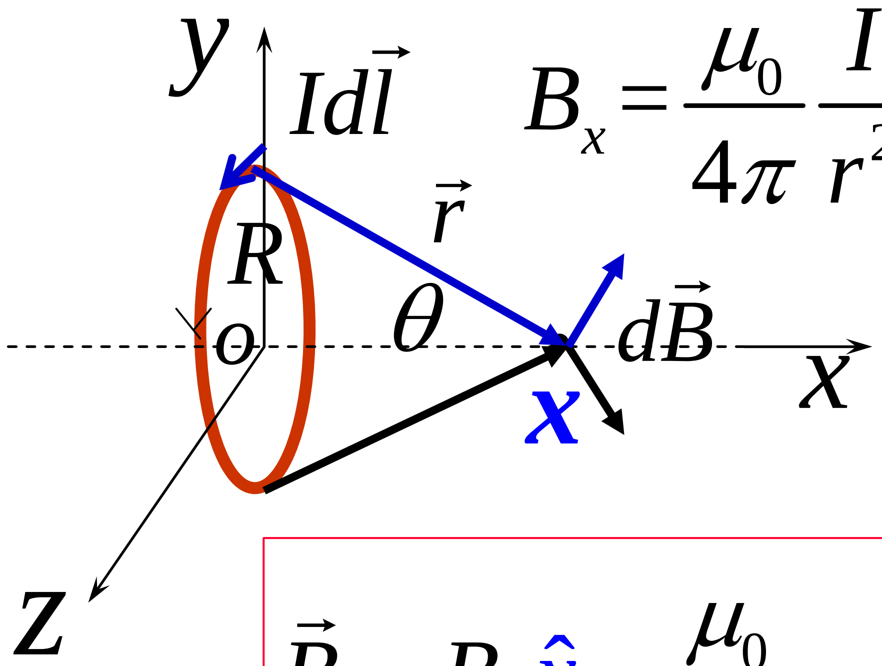
由对称性（轴对称）

垂直**x** 轴的场强为 **0**

$$\vec{B} = B_x \hat{x}$$

$$\boxed{d\vec{l} \perp \hat{r}}$$

$$dB_x = dB\sin\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\frac{R}{r}$$

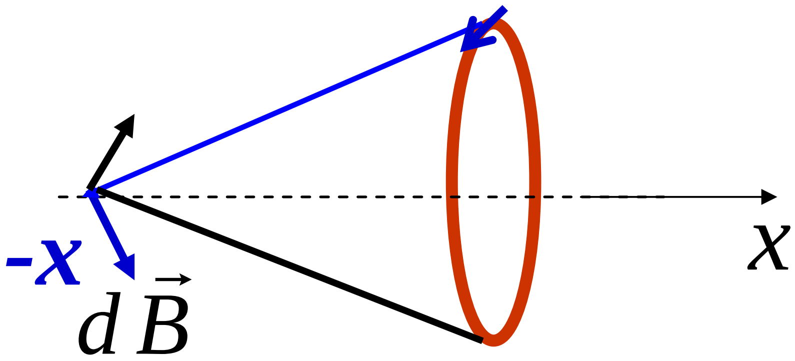


$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\frac{R}{r}\int dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\frac{R}{r}2\pi R$$

$$= \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{r^3}$$

$$\boxed{\vec{B} = B_x\hat{x} = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}\hat{x}}$$

沿电流右手螺旋方向



圆心处: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$

$$B(-x) = B(x)$$

思考：镜像变换 轴矢量

安培环路定理及应用

一. 定理表述

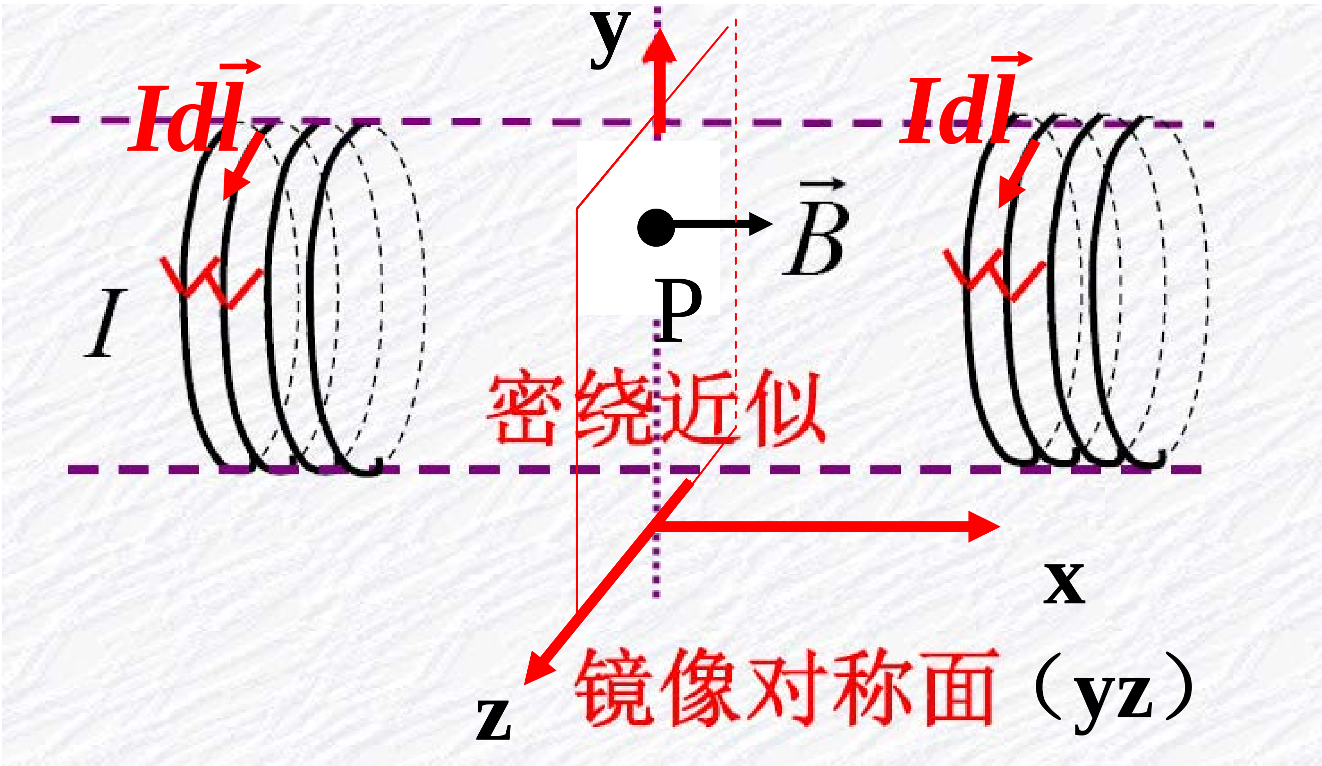
在恒定磁场中，磁感强度 $\vec{B}$

沿任一闭合环路的线积分，等于穿过该环路的所有电流的代数和的 μ_0倍。

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_{i内}}$$

- 环路积分不为零, 不能定义标量势

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

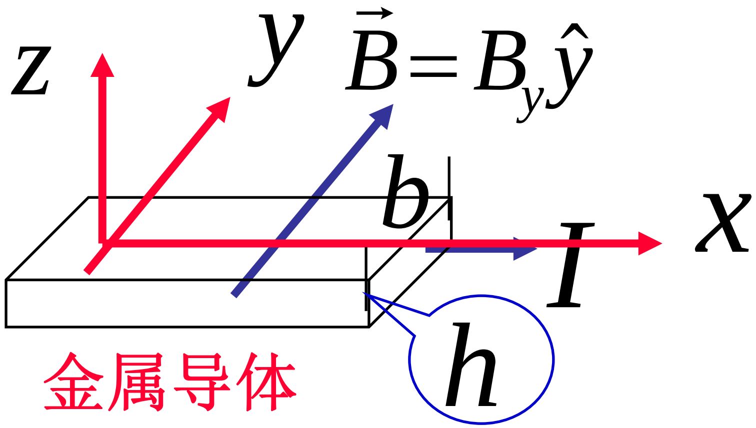


B_y、B_z 均被抵消，只剩下B_x(轴向)

同理，管外磁场也只可能有z分量

（证明见附加课件）

霍耳效应



1879年美国物理学家霍耳发现：

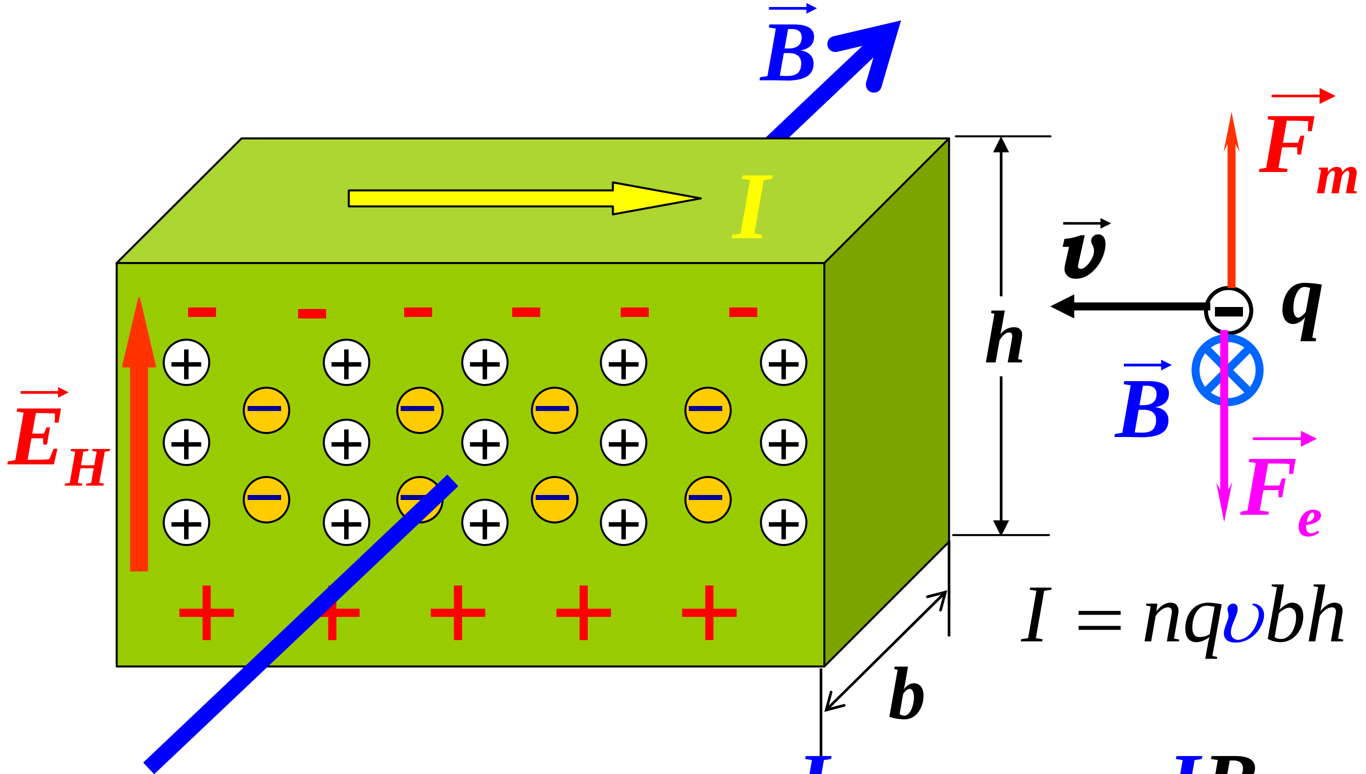
对应图中沿 z方向有电势差

霍耳电势差：

$$U_H \propto \frac{IB}{b}$$

霍耳电势差:

$$\boxed{q\upsilon B = qE_H \Rightarrow E_H = \upsilon B}$$



$$I = nq\upsilon bh \Rightarrow \upsilon = \frac{I}{nqbh}$$

$$U_H = E_H h = \upsilon Bh = \frac{I}{nqbh}Bh = \frac{IB}{nqb} = K_H\frac{IB}{b}$$

$$\boxed{K_H = \frac{1}{nq}}$$

K_H —— 霍耳系数

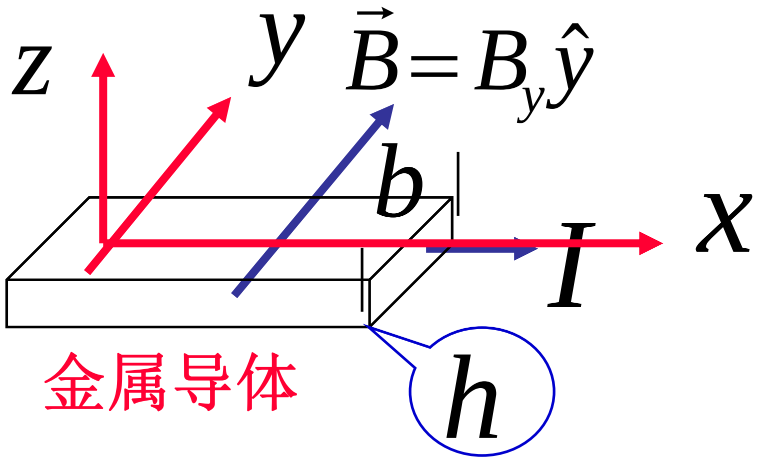
霍耳电阻 $R_H = \dfrac{U_H}{I} = \dfrac{B}{nqb} \propto B$

$$\boxed{U_H = K_H \frac{IB}{b}}$$

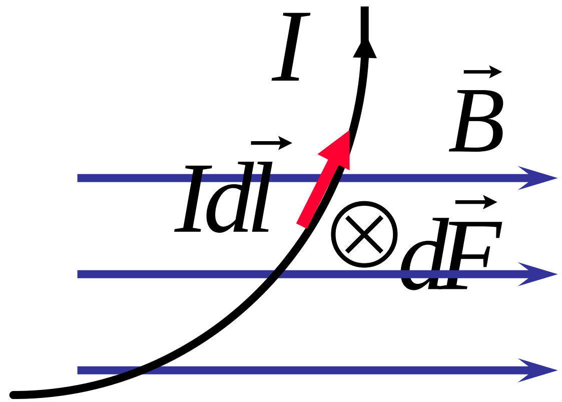
霍耳效应

精确的解释只能用电子的量子理论

（包括反常情形）



安培力



怎么计算电流受到的磁场力?

安培指出 任意电流元受力为

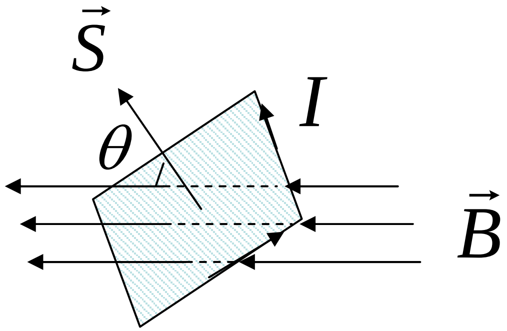
$$\boxed{d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}}$$

安培力公式

整个电流受力

$$\boxed{\vec{F} = \int_{(l)} Id\vec{l} \times \vec{B}}$$

载流线圈在均匀磁场中的能量



$$\boxed{W_m = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}}$$

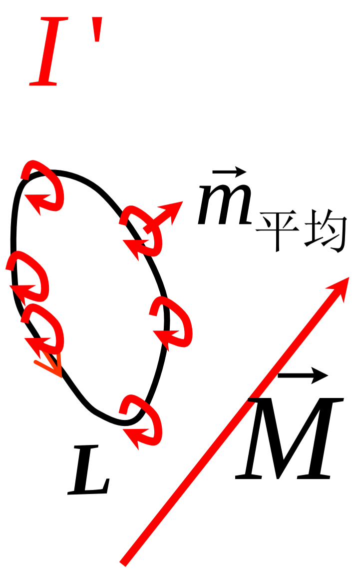
简写成

$$\boxed{W_m = -\vec{m} \cdot \vec{B}}$$

由W也可以计算受力。

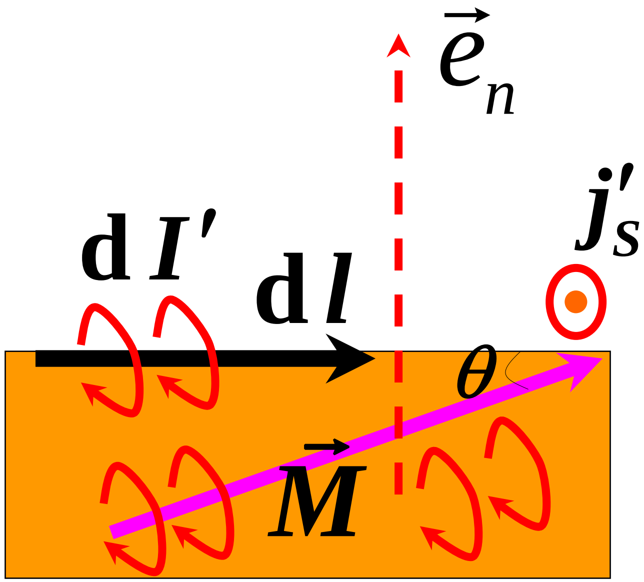
2. 磁化电流

$$\boxed{\oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum I'}$$



I'：穿过L所包围的曲面的等效电流

介质表面：



$$\mathrm{d}\boldsymbol{I}' = \vec{\boldsymbol{M}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}} = \boldsymbol{M}_l\,\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

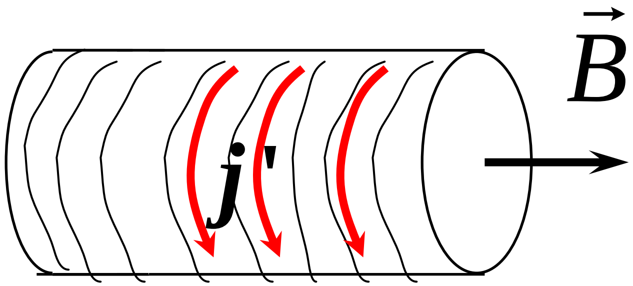
磁化面电流密度

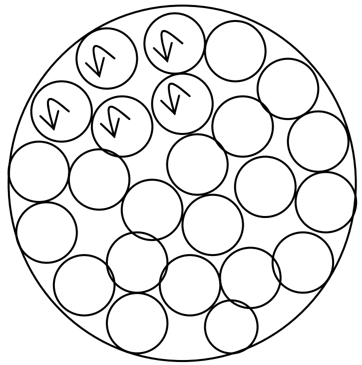
$$j' = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{I}'}{\mathrm{d}\boldsymbol{l}} = \boldsymbol{M}_l = \boldsymbol{M}\cos\theta$$

$$\boxed{\vec{j}' = \vec{M}\times\vec{e}_n}$$

称为束缚面电流密度或磁化面电流密度

例2 长直螺线管内部充满均匀的各向同性介质，被均匀磁化, 磁化强度 $\boldsymbol{M}$. 求介质产生的磁场.





均匀磁化处，无磁化电流

$$\sum I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \vec{M} \cdot \oint_L d\vec{l} = 0$$

表面磁化电流面密度 $\boldsymbol{j' = M}$ $\leftarrow$ $\boxed{\vec{j}' = \vec{M} \times \vec{e}_n}$

$$\boldsymbol{B_z' = \mu_0 j' = \mu_0 M}$$

有介质时的环路定理

$$\boxed{\oint \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_0}$$

普遍

$$\boxed{\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_o}-\vec{M}}$$

magnetic intensity

代入

特殊

各向同性

$$\boxed{\vec{M}=\chi_m\vec{H}=\left(\mu_r-1\right)\vec{H}} \Rightarrow \boxed{\vec{B}=\mu_o\mu_r\vec{H}}$$

线性介质 μ_r 为常数（不随磁场变化）

电磁感应

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt}}$$

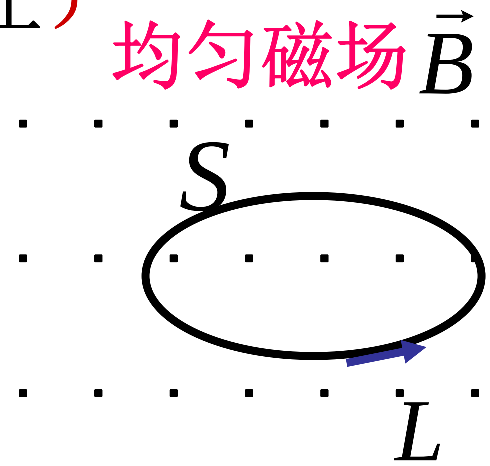
- 磁场B与绕行正方向成右手螺旋时规定磁通量为正

•$\varepsilon_i > 0$时电动势和规定的绕行正方向一致（否则相反）

例1 均匀磁场 $\vec{B}$ $\qquad \dfrac{dB}{dt} > 0$

求：面积S边界回路中的电动势

解：取一绕行方向（逆时针为正）



$$\phi = BS$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{dB}{dt}S < 0$$

（顺时针）

取相反绕行方向（顺时针为正），结果相同，即

$$\boldsymbol{\varepsilon_\mathrm{i} = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d}{dt}(-BS) = S\frac{d}{dt}B > 0}\ \textbf{(顺时针)}$$

变化磁场引起的感生电场的计算

$$\oint_L \vec{E}_{感生} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$\vec{E}_{感生}$具有某种对称性才有可能计算出来

对比：真空中变化电场（位移电流）引起的感生磁场的计算

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

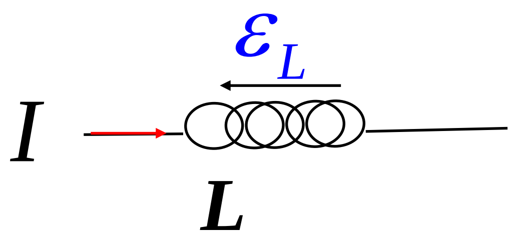
j_D

1. 自感磁能

电流从0增大到I过程中，电源克服自感电动势作功

$$W_L = -\int_0^{\infty} I\varepsilon_L dt = \int_0^{\infty} IL\frac{dI}{dt}dt = L\int_0^{I} IdI = \frac{1}{2}LI^2$$

$$\boxed{W_L = \frac{1}{2}LI^2}$$



能量密度：

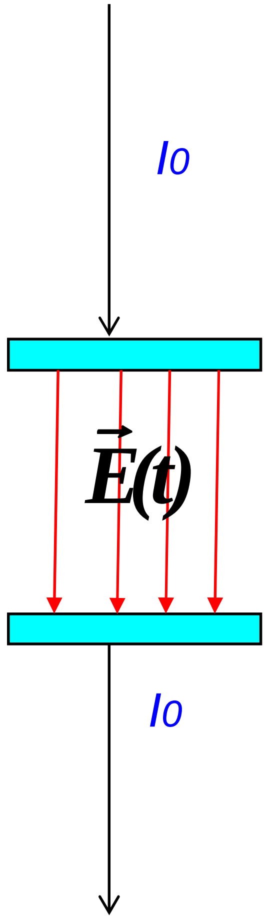
$$\boxed{w = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E} + \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}}$$

对电磁场普遍适用

- 1861年麦克斯韦想把安培环路定理推广到非恒定电流的情况。他注意到电容器在充放电时，其中的电场是变化的，他大胆假设：
- 变化的电场可等效为一种电流

$$\boxed{j_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

- 变化的电场和磁场相联系！



全电流定律

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_0 + I_d$$

（传导电流）　（位移电流）

$$I_d = \frac{d}{dt}\iint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$$

真空中 $\vec{J}_0 = 0$，且 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$　$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\varepsilon_0 \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

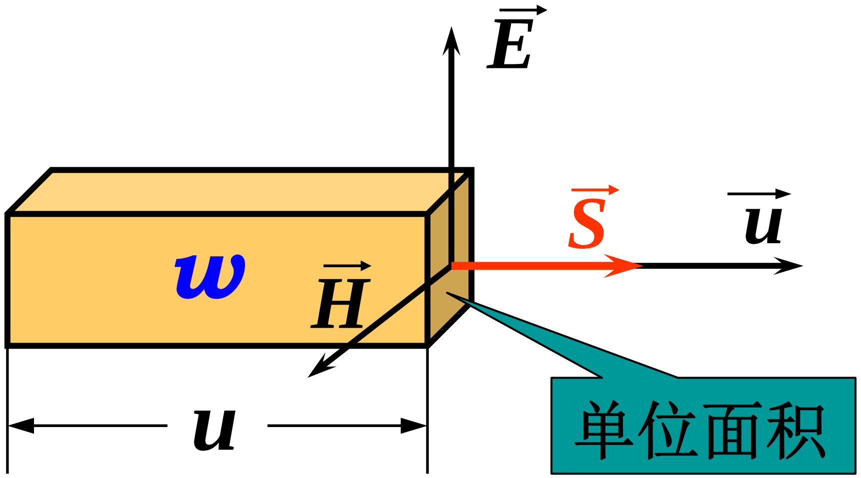
变化的电场引起的 感生磁场

能流密度 （energy flow density）

能流密度S：单位时间内，通过垂直波传播方向的单位面积的能量。

能流密度矢量：

$$\vec{S} = S \cdot \vec{e}_u = wu \cdot \vec{e}_u = EH \cdot \vec{e}_u = \underline{\vec{E} \times \vec{H}}$$

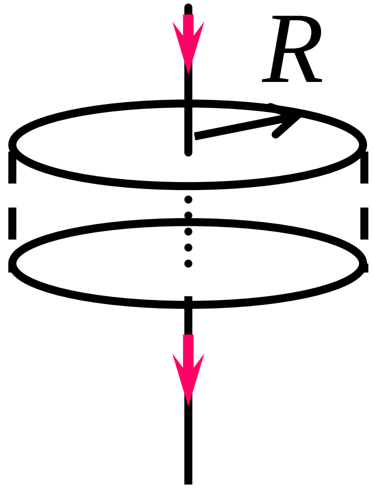


也叫坡印廷矢量
（Poynting vector）

例1 平板电容器　均匀充电

$\frac{dE}{dt} = c$　板半径为R

内部充满介质 ε　μ



求：1) I_d（忽略边缘效应）2) $\vec{B}_P \left(r \ll R \right)$

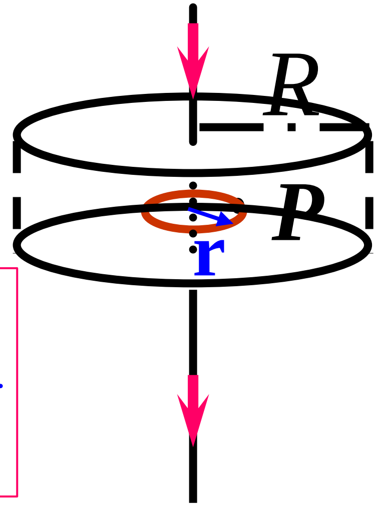
解：

$$I_d = \frac{d}{dt}\iint_s \vec{D}\cdot d\vec{S} = \frac{d}{dt}(D\pi R^2)$$

$$= \varepsilon \frac{dE}{dt}\pi R^2 \qquad \left(J_d = \varepsilon \frac{dE}{dt} \right)$$

2）过P点垂直轴线作一圆环

位移电流均匀通过圆柱体



$$J_d = \varepsilon \frac{dE}{dt}$$

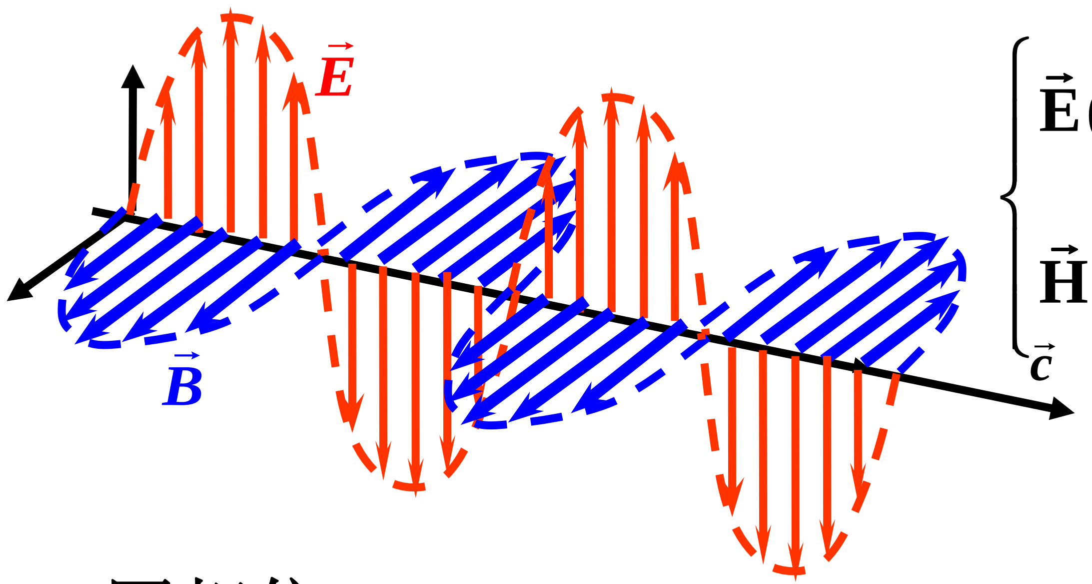
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} =$$

$$H\,2\pi r = I_d = \pi r^2 \varepsilon \frac{dE}{dt}$$

$$H = \frac{\varepsilon r}{2} \frac{dE}{dt}$$

$$B = \mu H = \frac{\mu \varepsilon r}{2} \frac{dE}{dt}$$

真空中平面电磁波的E和B



$$\begin{cases} \vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos\omega(t - \frac{x}{c}) \\ \vec{H}(x, t) = \vec{H}_0 \cos\omega(t - \frac{x}{c}) \end{cases}$$

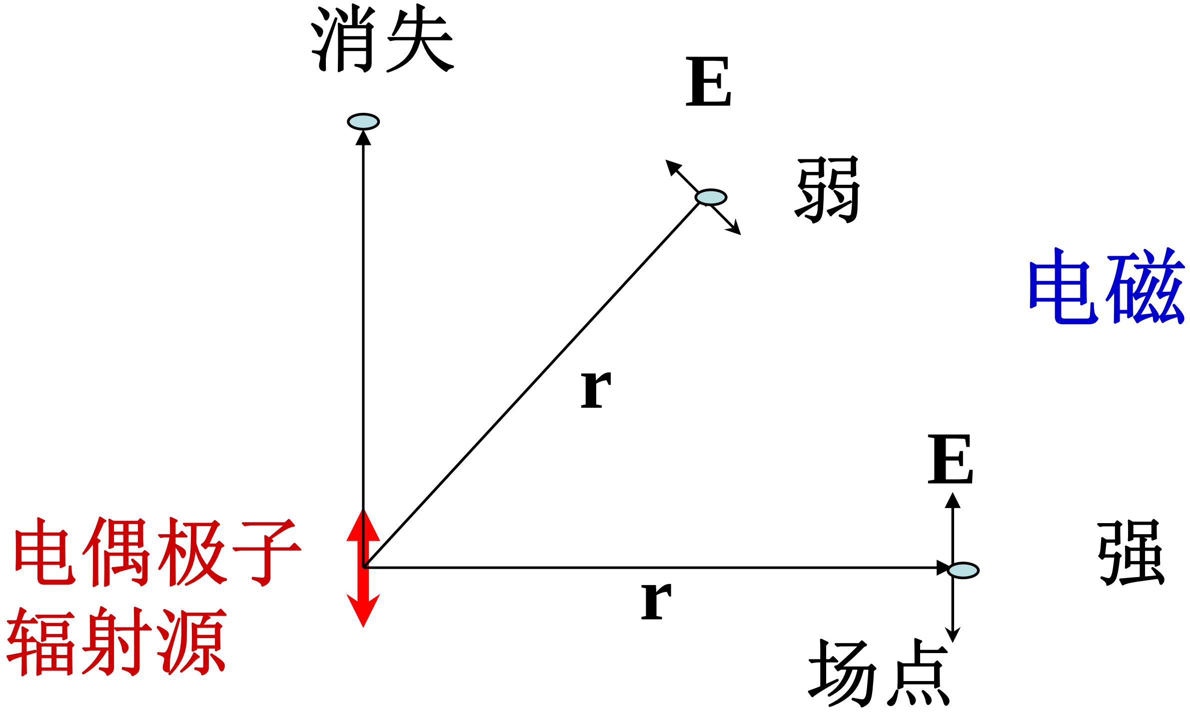
同相位

相互垂直

和传播方向垂直

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}$$

Maxwell 方程 $\longrightarrow$ $E = Bc$



电磁波是横波！

分析：

E的方向垂直于r，在r与偶极子所在平面内。
当场点位置矢量r垂直于偶极子的方向时辐射最强，
当r与偶极子方向在同一直线时辐射为零。

以上摘自前面的课件，仅供参考。还需结合作业和课件全面复习！