考试课程　线性代数（2）　　2012年6月20日　　（**A 卷**）

系_______ 班_______ 姓名_______ 学号_________

一、填空题（每空4分，共40分，请直接填在试卷的横线上）

1. 用施密特正交化方法把C^3中的基$\alpha_1=(i,0,1)^T,\alpha_2=(0,1,0)^T$,

$\alpha_3=(-i,1,1)^T$ 化为标准正交基：______________________________.

2. 设$A=\begin{pmatrix}2&0&0&0&0\\0&2&2&0&0\\0&0&2&0&0\\0&0&0&3&0\\0&0&0&3&3\end{pmatrix}$，则$A$的极小多项式是____________________.

3. 给定以下类型的矩阵：（1）正交矩阵，（2）实对称矩阵，（3）实反对称矩阵，（4）埃尔米特矩阵，（5）幂零矩阵，（6）上三角矩阵。在复数域C上，以上类型的矩阵中总可相似对角化的有（填序号）____________，总可相合对角化（即相合于对角阵）的矩阵有（填序号）____________.

4. 已知一元多项式$f(x)=x^3+2x^2+x-1$和$g(x)=x^3+x^2-2x$，则$f(x)$与$g(x)$首项系数为1 的最大公因式是$(f(x),\,g(x))=$____________________.

5. 子空间$W=L(\begin{bmatrix}2\\0\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}4\\i\\7\end{bmatrix})$ 在C^3中的正交补为$W^\perp=$_______________.

6. 设$f(x)=x^6+4x^5+5x^2+21x+4$，则$f(x)$的所有有理根为____________.

7. 设$2x^2+1$为$f(x),g(x)$的一个最大公因式，则$(f(x^n),g(x^n))=$______________.

8. 设复矩阵$A=\begin{pmatrix}1&x&y\\0&1&z\\0&0&1\end{pmatrix}$，当$xz\neq 0$时，$A$的若当标准形为______________；

当$xz=0,y\neq 0$ 时，A的若当标准形为______________.

二、计算题和证明题（共60分）

9.（28分）设$A=\begin{pmatrix}-3&4&0&2\\-4&5&-1&3\\0&0&-3&2\\0&0&-2&1\end{pmatrix}$，求可逆矩阵$P$及若当标准形$J$，使得$P^{-1}AP=J$.

10.（12分）设σ为三维线性空间V上的线性变换，σ 在V的基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 下的矩阵为$\begin{pmatrix}2&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$，求出两个$\sigma$的二维不变子空间.

11.（12分）设σ为酉空间V上的埃尔米特变换，证明：

（1）对于任意的向量$\alpha\in V$, $(\sigma\alpha,\alpha)$为实数；

（2）若σ为正定的埃尔米特变换，则对V中任意非零的向量α都有$(\sigma\alpha,\alpha)>0$.

（注：若σ在V的一组标准正交基下的矩阵为正定的埃尔米特矩阵，则称埃尔米特变换σ为正定的埃尔米特变换.）

12. （8分）设V为n维的欧几里得空间，$\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n$为$V$的一组基，令$G=((\alpha_i,\alpha_j))_{n\times n}$，称$G$为此组基的度量矩阵。设$\sigma$为$V$上的线性变换，$\sigma$在上述基下的矩阵为$A$，证明$\sigma$为正交变换的充分必要条件是$A^TGA=G$.