

# 直流电桥测电阻 实验报告

双 33A 组 2 号

水工 71 班 石健

2007010241

2008 年 11 月 19 日

## 一. 实验目的

1. 了解单电桥测电阻的原理，初步掌握直流单电桥的使用方法；
2. 单电桥测量铜丝的电阻温度系数，学习用作图法和直线拟合法处理数据；
3. 了解双电桥测量低电阻的原理，初步掌握双电桥的使用方法。
4. 了解数字电表的原理和线性化设计的方法

## 二. 实验原理

### 2.1 惠斯通电桥测电阻

惠斯通电桥是最常用的直流电桥。其中 $R_1$ ， $R_2$ 和 $R$ 是已知阻值的标准电阻，他们和被测电阻 $R_x$ 构成四个“臂”，对角 $B$ 和 $D$ 之间接有检流计 $G$ ，它像桥一样。若调节 $R$ 使测流计中电流为0，则桥两端 $B$ 和 $D$ 点的电位相等，电桥达到平衡，这时可得：

$$I_1 R = I_2 R_x, I_1 R_1 = I_2 R_2$$

两式相除可得： $R_x = \frac{R_2}{R_1} R$

只要检流计足够灵敏，上式就能相当好地成立， $R_x$ 就能用三个标准电阻的值来求得，而与电源电压无关。从而测量的准确度较高。

单电桥的实际电路如右图所示。将 $R_2$ 和 $R_1$ 做成比值为 $C$ 的比率臂，则被测电阻为

$$R_x = CR$$

其中 $C = R_2/R_1$ ，共分7个档：0.001~1000， $R$ 为测量臂，由4个十进位的电阻盘组成。图中电阻单位为 $\Omega$ 。

### 2.2 铜丝的电阻温度系数

任何物体的电阻都与温度有关。多数金属的电阻随温度升高而增大，有如下关系式

$$R_t = R_0(1 + \alpha_R t)$$

式中 $R_t$ ， $R_0$ 分别是 $t$ 、 $0^\circ\text{C}$ 时金属的电阻值； $\alpha_R$ 是电阻温度系数，单位是 $(^\circ\text{C}^{-1})$ 。严格地

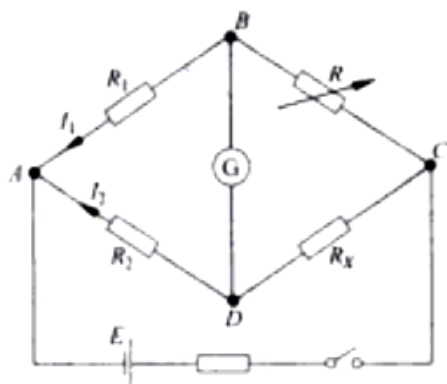


图1 电桥原理简图

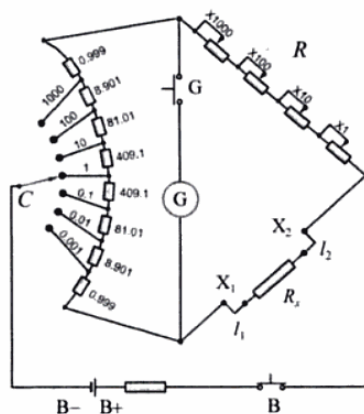


图2 单电桥电路图

说,  $\alpha_R$  一般与温度有关, 但对本实验所用的纯铜材料来说, 在  $-50^{\circ}\text{C} \sim 100^{\circ}\text{C}$  的范围内  $\alpha_R$  的变化很小, 可当作常数, 即  $R_t$  与  $t$  呈线性关系。于是

$$\alpha_R = \frac{R_t - R_0}{R_0 t}$$

利用金属电阻随温度变化的性质, 可制成电阻温度计来测温。例如铂电阻温度计不仅准确度高、稳定性好, 而且从  $-263^{\circ}\text{C} \sim 1100^{\circ}\text{C}$  都能使用。铜电阻温度计在  $-50^{\circ}\text{C} \sim 100^{\circ}\text{C}$  范围内因其线性性好, 应用也较广泛。

### 2.3 双电桥测低电阻

用图 2 的电路测电阻时, 被测臂上引线  $l_1$ 、 $l_2$  和接点  $X_1$ 、 $X_2$  等处都有一定的电阻, 约为  $10^{-2}\Omega \sim 10^{-4}\Omega$  量级。这些引线电阻和接触电阻与待测电阻  $R_x$  串联在一起, 对低值电阻的测量影响很大。为减小他们

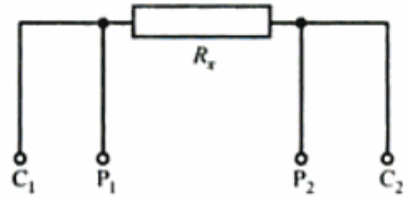


图 3 低电阻的四端接法

的影响, 在双电桥中做了两处明显的改进:

- (1) 被测电阻  $R_x$  和测量盘电阻  $R$  均采用四端接法。
- (2) 如图 4 所示的双电桥中增设了两个臂  $R'_1$  和  $R'_2$ , 其阻值较高。流过检测流计  $G$  的电流为 0 时, 电桥达到平衡, 于是可以得到以下三个方程

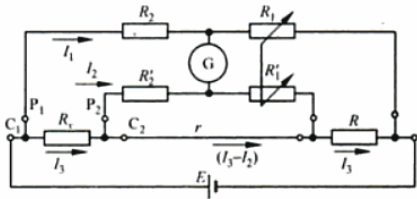


图 4 双电桥原理图

$$I_3 R_x + I_2 R'_2 = I_1 R_2$$

$$I_3 R + I_2 R'_1 = I_1 R_1$$

$$I_2 (R'_2 + R'_1) = (I_3 - I_2) r$$

上式中各量的意义见图 4。解上列方程可得

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R + \frac{R'_1 r}{R'_1 + R'_2 + r} \cdot \left( \frac{R_2}{R_1} - \frac{R'_2}{R'_1} \right)$$

双电桥在结构设计上尽量做到使  $R_2/R_1 = R'_2/R'_1$ , 并尽量减小电阻  $r$ , 因此可得:

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R。$$

同样, 在仪器中将  $R_2/R_1 = C$  做成比率臂, 则

$$R_x = CR$$

这样, 电阻  $R$  和  $R_x$  的电压端附加电阻 (即两端的引线电阻和接触电阻) 由于和高电阻串联, 其影响减小了; 两个外侧电流端的附加电阻串联在电源回路中, 其影响可以忽略; 两个内测电流端的附加电阻和小电阻  $r$  相传连, 相当于增大了上式

中的 $r$ ，其影响通常也可以忽略。于是只要将被测低电阻按四端接法接入双电桥进行测量，就可以像单电桥那样用 $R_x = CR$ 来计算了。

## 2.4 组装数字温度计

### 2.3.1 非平衡桥

非平衡桥是指把单电桥中的检流计  $G$  去掉，通过测量其两端电压 $U_t$ 来测量电阻，与平衡桥相比，非平衡桥的优点是，可以在直接观测量与间接观测量之间建立函数关系，（而不是惠斯通电桥法里面，检流计仅仅作“检验工具”），于是可以很方便快速地测得连续变化的电阻值。输出电压 $U_t$ 的公式为：

$$U_t = U_t(R_t) = E \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R}{R + R_t} \right)$$

由 2.2 节知，铜丝电阻 $R_t$ 与其温度 $t$ 满足  $R_t = R_0(1 + \alpha_R t)$ ，则 $t = t(R_t) = \frac{1}{\alpha_R} \left( \frac{R_t}{R_0} - 1 \right)$ 即可以通过测量铜丝电阻从而知道铜丝的温度；如用非平衡桥连续测得铜丝电阻的变化，那么就可以通过测量毫伏表实数 $U_t$ 从而测得温度。这就是数字温度计的原理。

一般来说， $U_t$ 与 $t$ 的关系不是线性的，为了组装数字温度计，适当地选择电桥参数（ $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R$ 和 $E$ ），使其非线性项误差很小，在一定温度范围内近似呈线性关系。这就是线性化设计。

### 2.3.2 互易桥

把惠斯通电桥中电源和检流计位置互换，则 $R_1$ 与 $R$ 同数量级， $R_2$ 与 $R_t$ 同数量级，则这样的设计下 $U_t$ 误差较小。

### 2.3.3 线性化设计

欲组装一个温度范围在 $0 \sim 100^\circ\text{C}$ 的铜电阻数字温度计，必须将 $U_t \sim t$ 的关系线性化，当采用量程为 $19.000\text{mV}$ 的 $4\frac{1}{2}$ 数字电压表来显示温度值时，要求显示值：

$$U_t = \frac{1}{10} t \text{ (mV)}$$

当温度 $t = 0^\circ\text{C}$ 时， $U_0 = 0\text{mV}$ ，此时互易桥为平衡桥有：

$$\frac{R_2}{R_1} = C, \quad \frac{R_0}{R} = C \text{ 或 } R = \frac{R_0}{C}$$

式中 $R_0$ 是 $0^\circ\text{C}$ 时铜丝电阻值， $R$ 为测量臂电阻，对铜电阻来说，在 $0 \sim 100^\circ\text{C}$ 范围内 $R_t$ 和 $t$ 是线性关系： $R_t = R_0(1 + \alpha_R t)$ ，那么， $U_t = E \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R}{R + R_t} \right)$ 可以改写为：

$$U_t = E \left( \frac{1}{1 + C} - \frac{1}{1 + C(1 + \alpha_R t)} \right)$$

考虑到本实验中选 $C = 0.01 \ll 1$ ，铜丝电阻温度系数 $\alpha \sim 10^{-3}/^\circ\text{C}$ ，则上式可以进一步简化为：

$$U_t = \frac{EC\alpha_R}{(1+C)^2}t + \Delta U$$

其中 $\Delta U$ 为非线性误差项,忽略 $\Delta U$ 后,把上式与  $U_t = \frac{1}{10}t$  比较得:  $E = \frac{(1+C)^2}{10C\alpha_R}$  即:

选择电桥参数  $C = 0.01$ ,  $R = \frac{R_0}{C}$ ,  $E = \frac{(1+C)^2}{10C\alpha_R}$ , 就可以使得数字电压表的示数与铜丝

温度满足线性关系:  $U_t = \frac{1}{10}t + \Delta U$  (mV)。

### 三. 实验任务及步骤

#### 1. 惠斯通电桥测电阻

- (1) 熟悉电桥结构, 预调检流计零位。
- (2) 测不同量级的待测电阻值 (其中有一个感生电阻), 根据被测电阻的标称值 (即大约值), 首先选定比率  $C$  并预置测量盘; 接着调节电桥平衡而得到读数  $C$  和  $R$  的值, 并注意总结操作规律; 然后测出偏离平衡  $\Delta d$  分格所需的测量盘示值变化  $\Delta R$ , 以便计算灵敏阈。
- (3) 根据记录的数据计算测量值  $CR$ , 分析误差, 最后给出各电阻的测量结果。

#### 2. 单电桥测铜丝的电阻温度系数

- (1) 测量加热前的水温及铜丝的电阻值
- (2) 从起始温度升温, 每隔  $5^{\circ}\text{C} \sim 6^{\circ}\text{C}$  左右测一次温度  $t$  及相应的阻值  $R_t$ 。
- (3) 注意摸索控制待测铜丝温度的方法。要求在 大致热平衡 (温度计示值基本不变) 时进行测量。
- (4) 测量后用计算机进行直线拟合来检验数据。如果每次都在大致热平衡时测量, 则  $\{t\}$  和  $\{R\}$  直线拟合的相关系数应该在  $r = 0.999$  以上。

#### 3. 双电桥测低电阻

测量一根金属丝的电阻或一根铜棒的电阻率。注意低电阻的四端接法。实验中要记下待测低阻的编号、双电桥的编号、测量范围和准确等级。

#### 4. 组装数字温度计

- (1) 将 QJ-23 型惠斯通电桥改装成互易桥 (必须关掉电源后再操作)。电源  $E$  接到原电桥  $G$  的外接端 (此时金属片必须将“内接”两端短路并拧紧), 将数字电压表接到元电桥的  $B$  端。
- (2) 按所选的电桥参数组装数字温度计, 即  $C = 0.01$ ,  $R = \frac{R_0}{C}$ ,  $E = \frac{(1+C)^2}{10C\alpha_R}$ , 其中  $\alpha_R$  和  $R_0$  在前面的实验中已测得。分析  $\alpha_R$ 、 $R_0$  不准确对实验结果的影响。
- (3) 用实验检验组装的数字温度计

在前面测铜丝电阻温度系数的实验的水桶中继续进行，在余温度上每增加4~5℃测5~6个实验点，记录温度计示数 $t$ 和毫伏表读数 $U_t$ 。测温范围大于20℃，注意热平衡， $t < 80^\circ\text{C}$ 。

## 四. 误差计算原理

### 1. QJ-23 型单电桥不确定度计算

使用 QJ-23 型单电桥在一定参考条件下（20℃附近、电源电压偏离额定值不大于10%、绝缘电阻符合一定要求、相对湿度40%~60%等），电桥的基本误差极限 $E_{\text{lim}}$ 可表示为

$$E_{\text{lim}} = \pm(\alpha\%) \left( \frac{CR_N}{10} \right)$$

在上式中 $C$ 是比率值， $R$ 是测量盘示值。第一项正比于被测电阻值；第二项是常数项， $R_N$ 是基准值，暂取 $R_N$ 为5000Ω。等级指数 $\alpha$ 主要反映了电桥中各标准电阻（比率臂 $C$ 和测量臂 $R$ ）的准确度。

若测量范围或电源、检流计条件不符合登记指数对应的要求时，我们会发现电桥测量不够“灵敏”，即平衡后再改变 $R_x$ （实际上等效地改变 $R$ ），而检流计却未见偏转。我们可将检流计灵敏阈（0.2 分格）所对应的被测电阻的变化量 $\Delta_s$ 叫做电桥的灵敏阈。 $R_x$ 的变化量可以这样测得：平衡后，将测量盘电阻 $R$ 人为地调偏 $\Delta R$ 分格，使检流计偏转 $\Delta d$ 分格（如 2 或者 1 分格），则按比例关系再求出 0.2 分格对应的 $\Delta_s$ ，即：

$$\Delta_s = 0.2C \cdot \frac{\Delta R}{\Delta d}$$

电桥的灵敏阈 $\Delta_s$ 反映了平衡判断中可能包含的误差，其值既和电源及检流计的参量有关，也和比率臂 $C$ 以及 $R_x$ 的大小有关。 $\Delta_s$ 越大，电桥越不灵敏。要减小 $\Delta_s$ ，可适当提高电源电压或外界更灵敏的检流计。当测量范围及条件符合仪表说明书所规定的要求时， $\Delta_s$ 不大于 $E_{\text{lim}}$ 的几分之一，可不计 $\Delta_s$ 的影响，否则应该从下式得出测量结果的不确定度：

$$\Delta_{R_x} = \sqrt{E_{\text{lim}}^2 + \Delta_s^2}$$

### 2. QJ44 型双电桥不确定度计算（略）

五. 实验数据及误差分析

1. 惠斯通电桥测电阻

仪器组号 31#；电桥型号 QJ-23；编号 2。

电阻标称值/ $\Omega$	1k	11k	360k	1M	120	25	200
比率臂读数 $C$	1	10	100	1000	0.1	0.01	0.1
准确度等级指数 $\alpha$	0.2	0.5	0.5	2	0.2	0.2	0.2
平衡时测量盘读数 $R/\Omega$	1002	1093	3530	1014	1198	2401	1958
平衡后将检流计 调偏 $\Delta d$ /分格	5	2	1	3	5	3	5
与 $\Delta d$ 对应的测量盘 的示值变化 $\Delta R/\Omega$	1	2	100	230	1	2	1
测量值 $CR/\Omega$	1002	10930	353k	1014k	119.8	24.01	195.8
$ E_{\text{lim}}  = (\alpha\%)(CR + 500\Omega)/\Omega$	3.004	79.65	2015	30280	0.3396	0.05802	0.4916
$(\Delta_s = 0.2C \cdot \Delta R/\Delta d)/\Omega$	0.04	2	2000	15333	0.0040	0.00133	0.0040
$\left(\Delta_{R_x} = \sqrt{E_{\text{lim}}^2 + \Delta_s^2}\right)/\Omega$	3.004	79.68	2839	33941	0.3396	0.05804	0.4916
$(R_x = CR \pm \Delta_{R_x})/\Omega$	$1002 \pm 3$	$10930 \pm 80$	$(353 \pm 3)\text{k}$	$(1014 \pm 34)\text{k}$	$119.8 \pm 0.3$	$24.01 \pm 0.06$	$195.8 \pm 0.5$

(注 1: 最后一个 $(195.8 \pm 0.5)\Omega$ 是感生电阻)

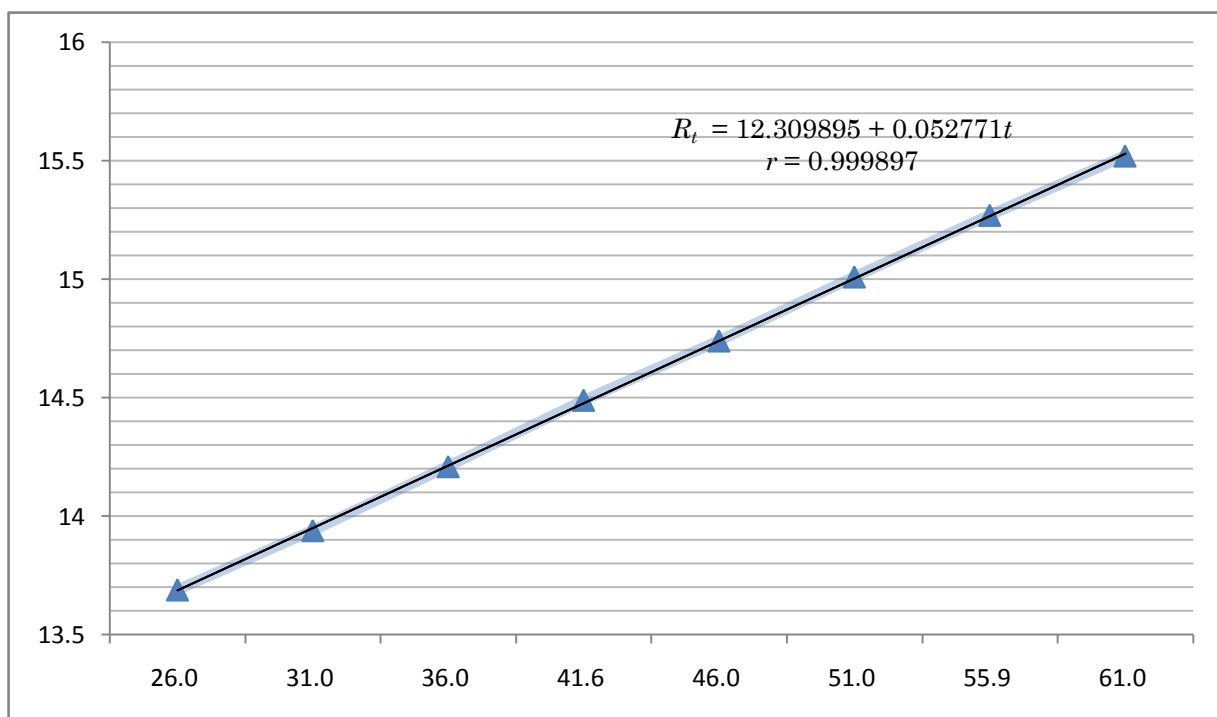
(注 2: 加阴影的数据不是原始测量量, 是实验后计算得出的, 下同。)

## 2. 单电桥测铜丝的电阻温度系数 $\alpha_R$

起始温度 $t = 19.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ；比率臂 $C = 0.01$ ；测量盘读数 $R = 1337\text{ }\Omega$ ；起始电阻为  $13.37\text{ }\Omega$ 。

	温度 $t/^{\circ}\text{C}$	比率臂 $C$	测量盘读数 $R/\Omega$	$R_t = CR/\Omega$
1	26.0	0.01	1369	13.69
2	31.0	0.01	1394	13.94
3	36.0	0.01	1421	14.21
4	41.6	0.01	1449	14.49
5	46.0	0.01	1474	14.74
6	51.0	0.01	1501	15.01
7	55.9	0.01	1527	15.27
8	61.0	0.01	1552	15.52

计算机直线拟合结果： $a = 12.309895$ ； $b = 0.052771$ ； $r = 0.999897$ 。 $\alpha_R = 3.82876 \times 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ 。



（注：图中的细实直线即为拟合线，阴影的背景粗线各个数据连成的折线，下同）



### 3. 非平衡桥及组装数字温度计

加热前水温: 52.0°C, 加热前毫伏表示数: 1.68mV。

$$C = 0.01, R = \frac{R_0}{C} = 1337\Omega, E = \frac{(1 + C)^2}{10C\alpha} = 2664.309\text{mV}$$

温度 $t/^\circ\text{C}$	53.9	54.7	55.3	56.0	56.8	57.5	58.1	59.9	61.0
毫伏表示数 $U/\text{mV}$	1.73	1.76	1.79	1.83	1.89	1.92	1.97	2.05	2.10

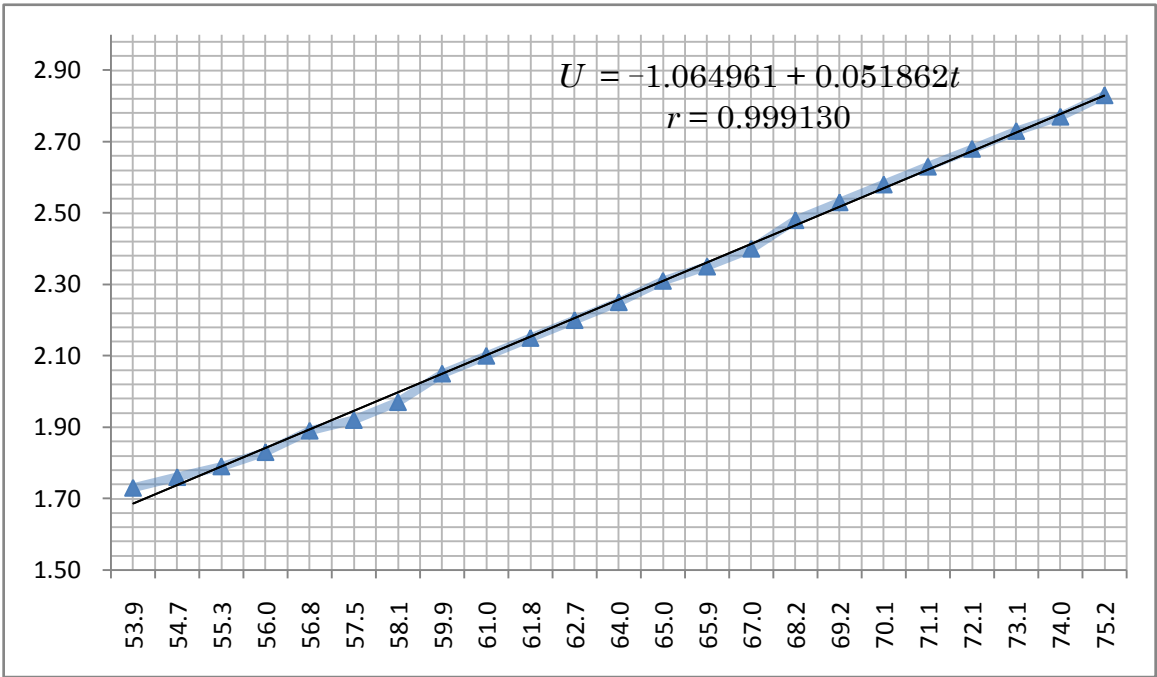
(续 1)

$t/^\circ\text{C}$	61.8	62.7	64.0	65.0	<span style="border: 1px solid black;">65.9</span>	67.0	68.2	69.2	70.1
$U/\text{mV}$	2.15	2.20	2.25	2.31	2.35	2.40	2.48	2.53	2.58

(续 2)

$t/^\circ\text{C}$	71.1	72.1	73.1	74.0	75.2				
$U/\text{mV}$	2.63	2.68	2.73	2.77	2.83				

(注: 表格中加框处 65.9, 原始表格中为 66.9, 经过与前后数据比照发现是记录错误, 已改正)



## 六. 实验总结

### 1. 惠斯通电桥的相对误差

单电桥法虽然从原理上说，只要检流计足够灵敏那么就能做到足够精确，但由于测量盘不是连续可调的，所以在测高电阻的时候会有较大的相对误差。见下表：

电阻标称值 / $\Omega$	1k	11k	360k	1M	120	25	200
测量值 $CR$ / $\Omega$	1002	10930	353k	1014k	119.8	24.01	195.8
不确定度 $\Delta_{R_x}$ / $\Omega$	3.004	79.68	2839	33941	0.3396	0.05804	0.4916
相对误差 $\frac{CR}{\Delta_{R_x}}$	<b>0.30%</b>	<b>0.73%</b>	<b>0.80%</b>	<b>3.35%</b>	<b>0.28%</b>	<b>0.24%</b>	<b>0.25%</b>

可以看出，被测电阻值越大，相对误差越大。这是因为当待测电阻大的时候，应该把比率臂放在大比率（如1000）上，则测量盘改变的最小电阻就是1000 $\Omega$ 。有时经常找不到能“真正”电桥平衡的点，在测量盘某个示数时，检流计在0的左边几格，而改变最小的电阻值就发现指针在0的右方几格。

### 2. 两次直线拟合

第一次直线拟合的相关系数 $r = 0.999897$ ，第二次是 $r = 0.999130$ 。第二次比较低。可能原因是：第二次拟合的时候测温时间间隔较密，不好把握，而且第二次刚开始升温记录数据的时候（前几个点），不知道怎么判断热平衡。所以前几个点误差比较大，从第二个图表也可以看出来，如果去掉前几个线性相关度不好的点， $r$ 还能够更高。

### 3. 总结由平衡桥——非平衡桥——数字温度计演变的物理思想

平衡桥是一种精确测电阻的方法，理论意义很重要，但是实际操作中，还是需要调整电源电压等以得到更大精度。非平衡桥与平衡桥测电阻的本质原理一致，都可用基尔霍夫方程推出，但是非平衡桥的读数方便，可以快速、连续测量。有了这一电阻值“监控”工具后，就可以“实时”地把该值转化为其他间接测量的物理量。

（原始数据表格见附页）