实验二　　多项式插值法

计 21 班 杨俊 2012011400

1. 对 $[-5,5]$ 作等分划 $x_i=-5+ih$，$h=10/n$，$i=0,1,\cdots,n$，并对 Runge 给出的函数

$$f(x)=\frac{1}{1+16x^2}$$

作 Lagrange 差值，观察 Runge 现象的发生及防止。

a. 分别取 $n=10,20$ 作 Lagrange 代数差值 $L_{10}(x)$ 与 $L_{20}(x)$。

b. 给出 $f(x)$ 及 $L_{10}(x)$、$L_{20}(x)$ 在区间 $[-5,5]$ 的函数图像，观察其不同（可用 matlab）。

c. 考察上述两个差值函数在 x=4.8 处的误差，并作分析。

（1）　设计思路

从 Lagrange 插值方法可得对于每个插值点 x_i，对于要计算的值，先计算 l[n],再计算 $\sum(\mathrm{l}[\mathrm{n}]*\mathrm{f}[x_n])$，即可得程序的近似解。

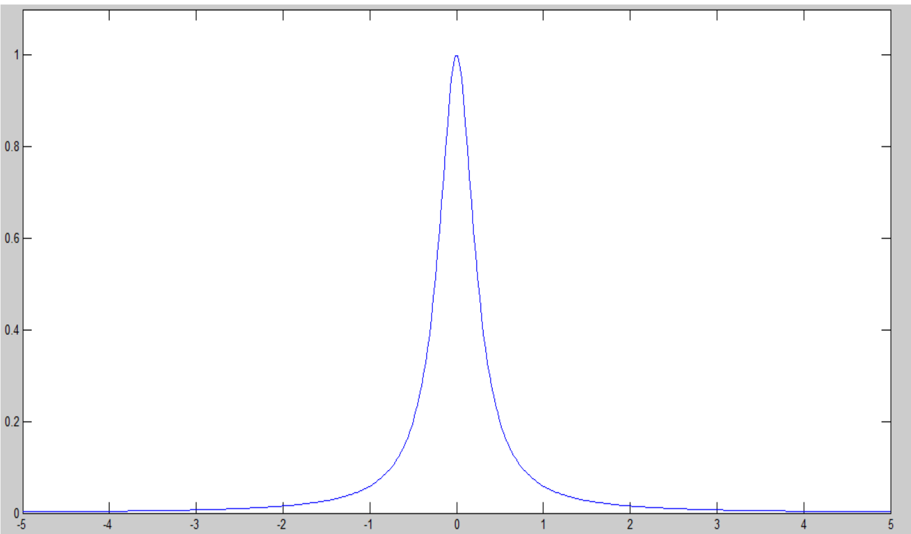
（2）　运行结果及分析

5.151315

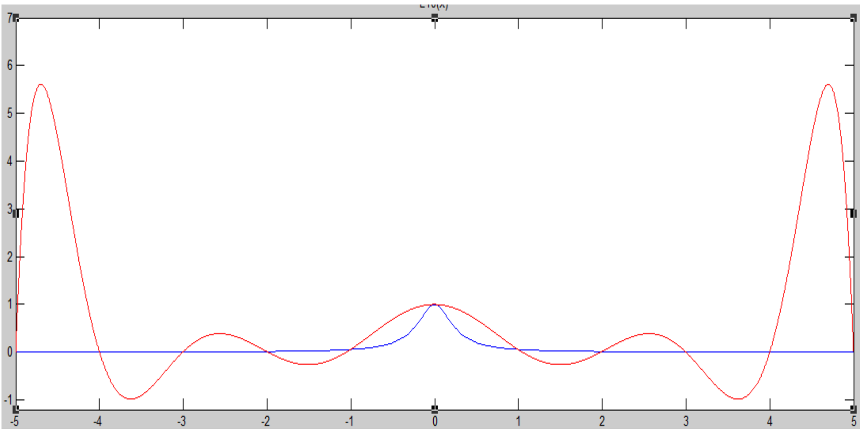
-1080.740187

通过观察运行结果，我们可以看到，用 Lagrange 插值法进行插值，如果被差值函数是一个类似 Runge 给出的函数，那么当 N 比较大的时候，那么 Runge 现象比较明显，例如本题中，实际上函数值为 0.0027。通过插值函数得到的值和精确值误差比较大。

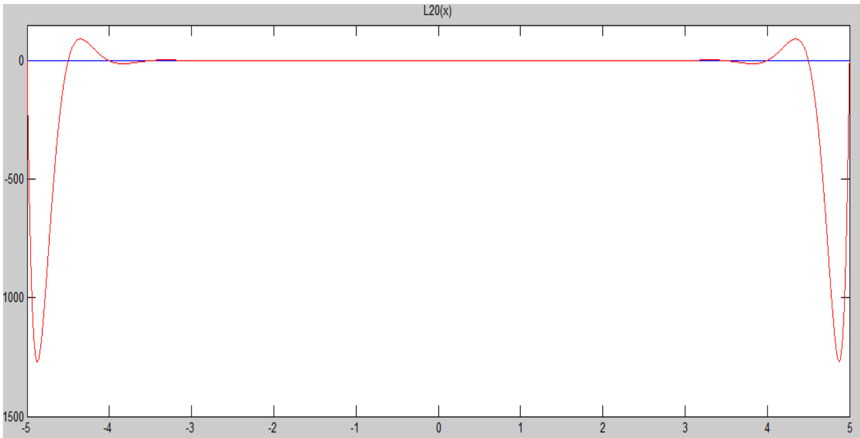
原函数如图所示：



用拉格朗日插值函数进行计算，当插值区间个数为 10 时，图像为：



当 n 为 20 时，



通过函数图像可以很明显地看出当 n 比较大的时候，Runge 现象比较明显，此时，拉格朗日插值并不适合，可以考虑使用三次样条插值。

（3） 程序过程中所遇到的问题

由于比较粗心，在运算得到x_i时，忘记了转化成为双精度类型，所以导致了一直有 bug，后来才知道是这个地方错了。

2 ，

1. 已知直升飞机旋转机翼外形曲线部分坐标如下表：

x	0.52	3.1	8	17.95	28.65	39.62	50.65	78	104.6	156.6
y	5.288	9.4	13.84	20.2	24.9	28.44	31.1	35	36.9	36.6
x	208.6	260.7	312.5	364.4	416.3	468	494	507	520	
y	34.6	31.0	26.34	20.9	14.8	7.8	3.7	1.5	0.2	

及两端点的一阶导数值为 $y_0^{'}=1.86548$， $y_n^{'}=-0.046115$。

利用第一类边界条件的三次样条差值函数计算翼型曲线在 x=2，30，133，390，470，515 各点上的函数值及一、二阶导数近似值。

（1）、设计思路

对于三次样条插值，可以利用公式进行计算。先计算$\mu_j=\frac{h_{j-1}}{h_{j-1}+h_j}$， $\alpha=\frac{h_j}{h_{j-1}+h_j}$ ，另外 $d_j=6*f[x_{j-1},x_j,x_{j+1}]$ ，根据以上公式可以求出来，然后对于矩阵

$$\begin{bmatrix} 2 & \alpha_0 & \cdots & & & & \\ \mu_1 & 2 & \alpha_1 & & \ddots & & \\ \vdots & \mu_2 & \cdots & & & & \\ & & & \cdots & \alpha_{n-2} & \vdots \\ & \ddots & & \mu_{n-1} & 2 & \alpha_{n-1} \\ & & & \cdots & \mu_n & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix}$$

，然后对于解得的解x_i，再利用公式求得对应的函数值，一次导数值，二次导数值。

（2）运行结果

	函数值	一阶导数值	二阶导数值
X=2	7.82516	1.55684	-0.22126
X=30	25.3862	0.354874	-0.00784271
X=133	37.1767	-0.0143208	-0.00123718
X=390	17.9851	-0.117116	-0.000278449
X=470	7.50662	-0.147205	-0.000550427
X=515	0.542713	-0.0899062	0.00811973

3、体会与思考

通过本次编程实验，通过用 matlab 作图可以直观地看出拉格朗日插值函数的不足之处。在这种情况下，可以采用低次分段插值来提高精度。