

清华大学本科生期末考试试卷A

信号处理原理

2005.01.12 14:30-16:30 6-C300

1. (4分) 如果对某信号以8KHz进行采样, 得到512个采样点, 进行512点FFT。

(1) 求FFT的频率间隔。

(2) 将信号补零为4096个采样点, 再计算FFT, 频率间隔又是多少?

2. (6分) 试证明 $x(t)$ 为实信号的充要条件是 $X^*(\omega) = X(-\omega)$

3. (6分) 信号包含的频率为500Hz, 对信号进行采样并进行DFT计算, 如果要求DFT的频率间隔不大于0.5Hz, 所需最小采样点数为多少?

4. (8分) 设一低通巴特沃斯滤波器设计要求为: 截止频率为6.5kHz, 阻带衰减在8kHz处为28dB, 采样频率为24kHz。如果用双线性变换法设计数字滤波器, 请选择合适的滤波器的阶数。有关阶数的计算公式如下 (其中 n 为整数):

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{1}{\delta_s^2} - 1\right)}{2 \log\left(\frac{\Omega_{s1}}{\Omega_{p1}}\right)}$$

预扭曲方程为: $\Omega \Leftrightarrow 2f_s \tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$

5. (10分) 设 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 是基本周期分别为 T_1 和 T_2 的周期信号, 若已知信号 $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ 。

(1) 在什么条件下, $x(t)$ 是周期信号。

(2) 如果 $x(t)$ 是周期信号, 其基本周期是多少?

6. (10分) 两个滤波器的差分方程分别为

$$y_1(n) + 0.2y_1(n-1) = x_1(n) - 0.2x_1(n-1)$$

$$y_2(n) - 0.1y_2(n-1) + 0.4y_2(n-2) = 0.5x_2(n)$$

求将两滤波器分别进行级联和并联后, 各自总的传递函数。

7. (16分) 有 N 个信号, $x_n(t)$, $n = 1, 2, \dots, N$, 对下标为 n 的信号, 其频率范围是 $-\omega_{cn} \sim \omega_{cn}$ 。这些信号经过各自的载波信号 $\cos(\omega_n t)$ 载波后, 无混叠地在同一个信道内传输。信道内传输的信号可表示为

$$x(t) = \sum_{n=1}^N x_n(t) \cos(\omega_n t)$$

这也是在接收端得到的时域信号。现希望在接收端从 $x(t)$ 中分离出第 k 个信号(即 $x_k(t)$), 要求操作只能在时域进行, 不能进行傅里叶正变换和逆变换。

(1) 请给出具体的操作步骤和相应的原理公式, 如果有用到滤波器, 请指明种类和截止频率;

(2) 以 $N = 3, k = 2$ 为例, 用图示的方法, 通过信号频谱的变化, 直观地说明分离方法的原理。注意: 不是画操作步骤或流程。