

实验八：矩阵特征值问题

计 21 班 杨俊 2012011400

用幂法求出下列矩阵按模最大的特征值 λ_1 及其对应的特征向量 x_1 ，使得

$$|(\lambda_1)_{k+1} - (\lambda_1)_k| < 10^{-5}$$

(1)

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 \\ -4 & 6 & -4 \\ 1 & -4 & 7 \end{bmatrix}$$

(2)

$$B = \begin{bmatrix} 25 & -41 & 10 & -6 \\ -41 & 68 & -17 & 10 \\ 10 & -17 & 5 & -3 \\ -6 & 10 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

(1) 算法思路

本题用迭代法实现，用公式 $v_1 = A * V_0$ 和 $V_{i+1} = A * V_i$ 求得，而由于 $\lambda_i = \frac{V_{i+1}}{V_i}$ 当 i 趋近于无穷时 λ_i 趋近于 λ ，用精度控制即可。当得到符合具体精度的值后，再得到对应的特征向量。

(2) 运行结果

对于 A，得到特征值为：12.2543，特征向量为[0.757702, -1, 12415, 1]；

对于 B，得到特征值为：98.3667 特征向量为[-0.603997, 1, -0, 241984, 0, 14891]；

(3) 实验结果思考与分析

通过此次试验，计算机通过它的优势，即可以进行快速的矩阵运算，来进行通过迭代的方法来求最大的特征值和它对应的特征向量。相比较于没有规范化的向量的运算，规范化的向量更容易得到一个精确的解，因为如果没有规范化的话，程序会得到一个 10^{16} 量级的解，一方面这样表示的浮点数使得精度得不到保证，另一方面，不会超过浮点数的表示最大值，不会出现溢出现象。