单位名称：西门子，简称：西，符号： S

单位名称：欧姆，简称：欧，符号： Ω

$W_R=\int_{t_0}^{t}p\,\mathrm{d}\tau=\int_{t_0}^{t}u\,i\,\mathrm{d}\tau$ 消耗的能量：

线性电感：$L\overset{\text{def}}{=}\frac{\psi}{i}$ $u=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

$$W_{吸}=\int_0^t Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}\tau=\frac{1}{2}Li^2(t)-\frac{1}{2}Li^2(0)\overset{若i(0)=0}{=}\frac{1}{2}Li^2(t)=\frac{1}{2L}\psi^2(t)\geq($$

单位名称：亨利，简称：亨，符号： H

线性电容：$C\overset{\text{def}}{=}\frac{q}{u}$ $i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$

$$W_{吸}=\int_0^t Cu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}\tau=\frac{1}{2}Cu^2(t)-\frac{1}{2}Cu^2(0)$$

$$\overset{若u(0)=0}{=}\frac{1}{2}Cu^2(t)=\frac{1}{2C}q^2(t)\geq 0$$

单位名称：法拉第，简称：法，符号： F

	电容 C	电感 L
变量	电压 u 电荷 q	电流 i 磁通量 Ψ
关系式	$q=Cu$ $i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ $W_C=\frac{1}{2}Cu^2=\frac{1}{2C}q^2$	$\psi=Li$ $u=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ $W_L=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2L}\psi^2$

由Y→Δ：

$$R_{12}=R_1+R_2+\frac{R_1R_2}{R_3}$$
$$R_{23}=R_2+R_3+\frac{R_2R_3}{R_1}$$
$$R_{31}=R_3+R_1+\frac{R_3R_1}{R_2}$$

由Δ→Y：

$$R_1=\frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$
$$R_2=\frac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$
$$R_3=\frac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

基尔霍夫电流定律（KCL）

基尔霍夫电压定律（KVL）

	KCL方程	KVL方程	方程总数
支路法	n-1	b-n+1	b
回路法	0	b-n+1	b-n+1
节点法	n-1	0	n-1

叠加定理：

电源共同作用=Σ电源单独作用

单独作用：一个电源作用，其余电源不作用

不作用
- **电压源（u_s=0） 短路**
- **电流源（i_s=0） 开路**

- **不能用叠加定理求功率 (功率为电源的二次函数)**
- **不适用于非线性电路**

■ **戴维南定理**
- 任何线性一端口，对外电路而言，可以用一个电压源U_{oc}和电阻R_i的串联等效替代。其中U_{oc}=端口开路电压，R_i=一端口中独立电源置零后的端口等效电阻

■ **诺顿定理**
- 任何线性一端口，对于外电路，可用一电流源I_s和电阻R_i(电导G_i)的并联等效替代。其中I_s=端口短路电流，$R_i(G_i)$=一端口中独立电源置零后的输入电阻(电导)

最大功定理：$R_f=R_i$ $P_{max}=\frac{U^2}{4R_i}$

当电路中只有一个激励(独立源)时，则响应(电压或电流)与激励成正比

- 戴维南等效电路中，U_{oc}大小和方向同开路电压
- R_i为将一端口内部独立电源全部置零(电压源短路，电流源开路)后的等效电阻
  - ✓纯电阻网络可用计算电阻的各种方法
  - ✓端口加压求流法或加流求压法(内部独立电源置零)
  - ✓端口开路电压与短路电流之比(内部独立电源保留)
- 受控源和控制支路必须包含在一端口内部

■ **特勒根定理**

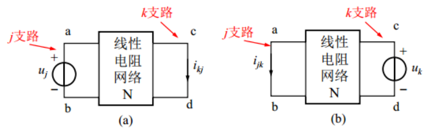
网络N和$\hat{N}$具有相同的拓扑结构。

1. 对应支路取相同的参考方向
2. 各支路电压、电流均取关联的参考方向

电路N和$\hat{N}$拓扑结构相同，其中N中每一支路的电压和$\hat{N}$中对应支路的电流的乘积之和为零，反之亦然，即

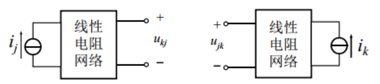
$$\sum_{k=1}^{b}u_k\hat{i}_k=0 \quad 和 \quad \sum_{k=1}^{b}\hat{u}_k i_k=0$$

■ **激励—电压源，响应—电流**



则 $\frac{i_{kj}}{u_j}=\frac{i_{jk}}{u_k}$ 或 $u_k i_{kj}=u_j i_{jk}$ 若$u_j=u_k$，则$i_{kj}=i_{jk}$

■ **激励—电流源，响应—电压**



则 $\frac{u_{kj}}{i_j}=\frac{u_{jk}}{i_k}$ 或 $u_{kj}i_k=u_{jk}i_j$ 当 $i_k=i_j$ 时，$u_{kj}=u_{jk}$

- ■ 适用于线性网络在单一电源激励下，两个支路的电压电流关系
- ■ 电压源激励，响应为电流。电流源激励，响应为电压
- ■ 电压源激励，互易时原电压源短路，电压源串入另一支路
- ■ 电流源激励，互易时原电流源开路，电流源并入另一支路的两个节点之间
- ■ 互易要注意电源与电压(电流) 的方向
- ■ 含有受控源的网络，互易定理一般不成立

■ **对偶元素**
- 节点、电压、串联、R、L、CCVS……
- 网孔、电流、并联、G、C、VCCS……

■ **对偶原理**
- 两个对偶电路A和B，如果对电路A有命题M成立，则将M中所有元素，分别以其对应的对偶元素替换，所得命题N对电路B成立

■ **求电路的对偶电路**
- 打点法：网孔对应节点，外网孔对应参考节点

■ **正弦量的三要素**

瞬时值(Instantaneous Value)表达式 $i(t)=I_m\sin(\omega t+\psi)$

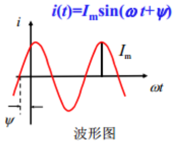
- 幅值(amplitude)(振幅、最大值) I_m
- 角频率(angular frequency) ω

$$\omega=2\pi f=2\pi/T$$

- 初相位(initial phase angle) ψ

$(\omega t+\psi)$ 相位

$$i(t)\big|_{t=0}=I_m\sin\psi$$



规定：$|\varphi|\leq\pi$ (180°)

- ∨ 全解= 齐次解+ 特解
- ∨ 全响应= 自由响应+ 强制响应
- ∨ 全响应= 零状态响应+ 零输入响应
- ¬ 零输入：输入激励为零
- ¬ 零状态：电路中所有动态元件的初始储能为零
- ¬ 零输入响应：独立源激励为零，由初始储能激励产生响应
- ¬ 零状态响应：储能元件无初始储能，由电源激励产生响应

一阶电路的零输入响应是从初值以指数衰减为零：

$$y(t)=y(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t\geq 0$$

有效值(effective value)

电流 $I \overset{def}{=} \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}$

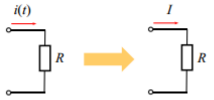
有效值也称方均根值 (*root-mean-square*，简记为 rms)

电压 $U \overset{def}{=} \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$

物理含义

$W_1 = \int_0^T i^2(t)Rdt = I^2RT$

$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}$



正弦量 $I_m = \sqrt{2}I$

正弦量的相量表示

复函数 $A(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t+\psi)} = \sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi) + j\sqrt{2}I\sin(\omega t+\psi)$

对 $A(t)$ 取虚部 $\mathrm{Im}[A(t)] = \sqrt{2}I\sin(\omega t+\psi)$

$i = \sqrt{2}I\sin(\omega t+\psi) \leftrightarrow A(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t+\psi)} = \sqrt{2}\,I\,e^{j\psi}\,e^{j\omega t} = \sqrt{2}\,\dot{I}\,e^{j\omega t}$

$A(t)$ 包含了三要素：I，ψ，ω　复常数 $\dot{I}$ 包含了 I，ψ

称 $\dot{I} = I\angle\psi$ 为正弦量 $i(t)$ 对应的相量

正弦量的相量表示 { 模表示正弦量的有效值；幅角表示正弦量的初相位

Charles Steinmetz (1865-1923)

相量的几何意义?

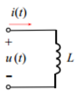
2014/10/16　7

$$i(t) = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \psi_i) \rightarrow \dot{I} = I\angle\psi_i$$

$$u(t) = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \psi_u) \rightarrow \dot{U} = U\angle\psi_u$$

$i \leftrightarrow \dot{I}$ ⇒ $\frac{di}{dt} \leftrightarrow j\omega\dot{I}$　　$i \leftrightarrow \dot{I}$ ⇒ $\int idt \leftrightarrow \dot{I}/j\omega$

电感



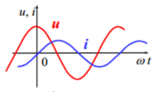
时域模型

$i(t) = \sqrt{2}I\sin\omega t$

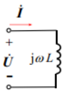
$u(t) = L\frac{di(t)}{dt}$

$= \sqrt{2}\omega L\,I\cos\omega t$

$= \sqrt{2}\omega L\,I\sin(\omega t + 90°)$



波形图



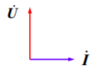
相量模型

$\dot{I} = I\angle 0°$

$\dot{U} = j\omega L\,\dot{I}$

有效值关系 $U=\omega L\,I$

相位关系 u 超前 i 90°



相量图

感抗 X_L

$\dot{U} = j\omega L\dot{I} = jX_L\dot{I} \Rightarrow X_L = \omega L$　　单位: Ω

感纳 B_L

$\dot{I} = \dot{U}/j\omega L = jB_L\dot{U} \Rightarrow B_L = -\frac{1}{\omega L}$　　单位: S

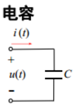
物理意义

- X_L（B_L）表示限制（传导）电流的能力
- X_L（B_L）和频率成正（反）比
- 由于 X_L（B_L）的存在使电流落后电压

$\omega = 0$(直流), $X_L = 0$, $B_L \to \infty$, 短路

$\omega \to \infty$, $X_L \to \infty$, $B_L = 0$, 开路

电容



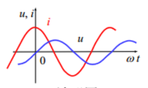
时域模型

$u(t) = \sqrt{2}U\sin\omega t$

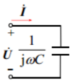
$i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$

$= \sqrt{2}\omega CU\cos\omega t$

$= \sqrt{2}\omega CU\sin(\omega t + 90°)$



波形图



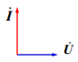
相量模型

$\dot{U} = U\angle 0°$

$\dot{I} = j\omega C\,\dot{U}$

有效值关系 $I=\omega C\,U$

相位关系 i 超前 u 90°



相量图

容抗 X_C

$\dot{U} = \dot{I}/j\omega C = jX_C\dot{I} \Rightarrow X_C = -\frac{1}{\omega C}$　　单位: Ω

容纳 B_C

$\dot{I} = j\omega C\dot{U} = jB_C\dot{U} \Rightarrow B_C = \omega C$　　单位: S

物理意义

- X_C（B_C）表示限制（传导）电流的能力
- X_C（B_C）和频率成（正）比
- 由于 X_C（B_C）的存在使电流领先电压

$\omega = 0$(直流), $X_C \to \infty$, $B_C = 0$, 开路(隔直)

$\omega \to \infty$, $X_C = 0$, $B_C \to \infty$, 短路

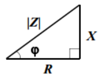
复阻抗(Impedance)

正弦激励下

复阻抗 $Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = |Z|\angle\psi = R + jX$　　单位: Ω

$|Z| = \frac{U}{I}$　阻抗模

$\psi = \psi_u - \psi_i$　阻抗角



阻抗三角形

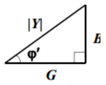
2014/10/16

复导纳(Admittance)

复导纳 $Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = |Y|\angle\psi' = G + jB$　　单位: S

$|Y| = \frac{I}{U}$　导纳模

$\psi' = \psi_i - \psi_u$　导纳角



导纳三角形

对同一个二端网络　　$Y = \frac{1}{Z}$　　$Z = \frac{1}{Y}$

RLC元件的阻抗和导纳

复阻抗 $Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = |Z|\angle\psi = R + jX$　电阻(resistance)　电抗(reacta

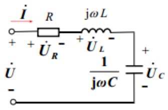
电导(conductance)

复导纳 $Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = |Y|\angle\psi' = G + jB$　电纳(suscep

纯电阻　$Z_R = R$　　$Y_R = G$

纯电感　$Z_L = j\omega L = jX_L$　　$Y_L = \frac{1}{j\omega L} = jB_L$

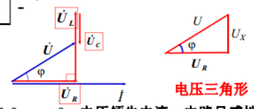
纯电容　$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = jX_C$　　$Y_C = j\omega C = jB_C$



$Z=R+j(\omega L-1/\omega C)=R+jX=|Z|\angle\varphi$

画相量图

选电流为参考向量($\omega L > 1/\omega C$)



$U = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}$

电压三角形

$\omega L > 1/\omega C$，$X>0$，$\varphi>0$，电压领先电流，电路呈感性

$\omega L < 1/\omega C$，$X<0$，$\varphi<0$，电压落后电流，电路呈容性

$\omega L = 1/\omega C$，$X=0$，$\varphi=0$，电压与电流同相，电路呈电阻性

2014/10/16

复阻抗和复导纳的等效互换

$Z = R + jX = |Z|\angle\varphi$　⇒　$Y = G + jB = |Y|\angle\varphi'$

$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R+jX} = \frac{R-jX}{R^2+X^2} = G + jB$　　$Y = \frac{1}{Z}$

$G = \frac{R}{R^2+X^2}$，$B = \frac{-X}{R^2+X^2}$　　$|Y| = \frac{1}{|Z|}$，$\varphi' = -\varphi$

一般情况 $G \neq 1/R$　$B \neq 1/X$

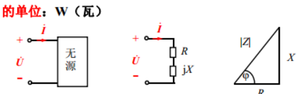
瞬时功率 (instantaneous power)

$$p(t) = ui = \sqrt{2}U\sin\omega t \cdot \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi)$$
$$= UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t - \varphi)$$

平均功率 (average power) P

$P = \frac{1}{T}\int_0^T pdt = \frac{1}{T}\int_0^T [UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t-\varphi)]dt = UI\cos\varphi$

P 的单位：W（瓦）



$P = UI\cos\varphi = |Z|\,I\,I\cos\varphi = I^2|Z|\cos\varphi = I^2R$

$\cos\varphi$：功率因数

$\varphi=\psi_u-\psi_i$：功率因数角 $\varphi>0$(滞后)，$\varphi<0$(超前)

视在功率(表观功率)(Apparent Power) S

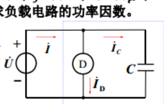
$S \overset{def}{=} UI$　　单位：VA (伏安)　　反映电气设备的容量

例　已知：电动机 P_D=1000W，U=220V，f=50Hz，C=30μF，$\cos\varphi_D$=0.8(滞后)。求负载电路的功率因数。

解：

$I_D = \frac{P}{U\cos\varphi_D} = \frac{1000}{220\times 0.8} = 5.68\text{A}$

$\cos\varphi_D = 0.8$(滞后)　$\varphi_D = 36.9°$



设 $\dot{U} = 220\angle 0°$　$\dot{I}_D = 5.68\angle -36.9°$

$\dot{I}_C = j\omega C\,220\angle 0° = j2.08$　　$\dot{I} = \dot{I}_D + \dot{I}_C = 4.54 - j1.33 = 4.73\angle -16.3°$

$\therefore \cos\varphi = \cos[0° - (-16.3°)] = 0.96$ (滞后)

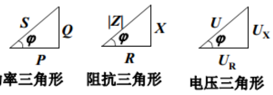
有功，无功，视在功率的关系

$\bar{S} = \dot{U}\dot{I}^* = UI\angle\varphi = S\angle\varphi = P + jQ$

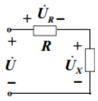
有功功率：$P=UI\cos\varphi$　单位：W

无功功率：$Q=UI\sin\varphi$　单位：var

视在功率：$S=UI$　单位：VA



功率三角形　阻抗三角形　电压三角形



$Q_L = I^2X_L = I^2\omega L = \omega\cdot\frac{1}{2}L(\sqrt{2}I)^2$
$= \omega\cdot\frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{2\pi}{T}W_{max}$

反映电源与负载之间交换能量的速率

当 ω、L、C 满足一定条件，恰好使 $X_L=|X_C|$，$\varphi=0$，电路中电压、电流出现同相，电路的这种状态称为谐振

串联谐振的条件　$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

谐振角频率 (*resonant angular frequency*)

RLC串联谐振的特征　$|Z| = \sqrt{R^2+X^2} = R$　最小

X=0　Z=R　　$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{R}$　最大

特性阻抗 (*characteristic impedance*)

$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$　　单位：Ω

品质因数(*quality factor*)

$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$　　无量纲

Q 越大，谐振曲线越尖，选择性越好。

串联谐振时的电磁场能量

无功　$Q = UI\sin\varphi = 0$

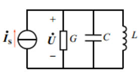
有功　$P = UI\cos\varphi = RI^2$

磁场能量　$w_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}LI_m^2\sin^2\omega t$

电场能量　$w_C = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}LI_m^2\cos^2\omega t$

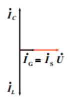
$\omega \rightarrow \frac{\omega}{\omega_0}$，　$I(\omega) \rightarrow \frac{I(\omega)}{I(\omega_0)}$　　相对抑制比

并联电路的谐振



$Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$　　$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

谐振时 $|Y|$ 最小(G)　　电压最高



$I_L(\omega_0)=I_C(\omega_0)=QI_S$

$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 GL} = \frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}}$

$\delta(t) = \frac{d}{dt}\varepsilon(t)$　　$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t}\delta(t)dt$

当 i_C 为冲激函数时，即　$i_C = \delta(t)$

$u_C(0^+) = u_C(0^-) + \frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+}\delta(\xi)d\xi = u_C(0^-) + \frac{1}{C} \neq u_C(0^-)$

当 u_L 为冲激函数时

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) + \frac{1}{L}\int_{0^-}^{0^+}u(\xi)d\xi \neq i_L(0^-)$$

工程上认为，经过 3τ ～ 5τ 的时间过渡过程结束　τ：电容电压衰减到原来电压 36.8% 所需的时间

τ =RC　τ =L/R

$$f(t) = f(\infty) + [f(0^+) - f(\infty)|_{0^+}]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

时间常数τ的简便计算

- 从 L 或 C 两端求入端等效电阻 R_{eq}，则 $\tau=R_{eq}C$ 和 $\tau=L/R_{eq}$

U_C(全 响 应)=0.667(强 制 分 量 / 稳 态 解)+1.333e^(-0.5t)(自由分量/暂态解)V

$$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_0e^{-\frac{t}{\tau}}\quad t \geq 0$$

零状态响应　　零输入响应