

# 计算实习

计算实习是学习数值分析的一个重要环节。通过在计算机上实际编程计算并分析结果，可加深对算法逻辑结构的理解，亲身感受应用数值方法求解问题的整个过程，了解数值计算可能会遇到的问题和困难，从而增长一些数值计算的能力。我们为每一章选编了实习题，总机时为 20 小时。实习成绩将作为期末总评成绩的一部分。

对每一实习题目，应独立完成，并要求：

- 上机前，仔细推导公式，掌握算法的逻辑结构，用任一种高级语言编写程序（不允许用 Matlab 编写）。
- 上机时，认真调试，并观察，记录计算过程出现的现象和问题。
- 上机后，分析计算结果并写出实习报告。

实习报告的内容包括：（1）实习要求（题目及初始数据）；（2）算法描述（伪码或框图）；（3）程序清单（以附件形式给出，和实验报告一起打包）；（5）体会与问题（对算法、程序或计算问题的心得）。

## 实习四 数值积分

### 1. 应用数值积分方法近似计算

$$\ln 2 = \int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

及圆周率  $\pi = 4 \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$

方法 1：用复合 Simpson 求积公式计算，要求绝对误差限小于  $\frac{1}{2} \times 10^{-8}$ ，问相应的步长  $h$  要取多少？试作出步长  $h$  的先验（预先）估计。利用选择好的步长计算，观察数值结果与先验估计是否符合。

方法 2：用 Romberg 外推方法求积分近似值（误差要求与方法 1 同）。

方法 3：用复合 Gauss 公式( I )作近似积分，即将  $[a,b]$  作等距分划  $x_i = a + ih (i = 0, \dots, n)$ ， $h = (b - a)/n$ ，在每个子区间内应用二点 Gauss 公式，则有

$$(I) \int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} \sum_{i=0}^{n-1} \left[ f\left(x_{i+\frac{1}{2}} - \frac{h}{2\sqrt{3}}\right) + f\left(x_{i+\frac{1}{2}} + \frac{h}{2\sqrt{3}}\right) \right] + \frac{(b-a)h^4}{4320} f^{(4)}(\zeta_1), \quad \zeta_1 \in (a, b)$$

其中  $x_{i+\frac{1}{2}} = x_i + \frac{h}{2}$ ，试对步长  $h$  作先验估计（误差要求与方法 1 同），然后利用上式近似积分。