2013.10.15-EX-03

1. 已知$x(t)$是实信号，设$X(\omega)=\mathscr{F}[x(t)]=A(\omega)+jB(\omega)$，且$x(t)=x_e(t)+x_o(t)$，式中$x_e(t)$和$x_o(t)$分别为实信号$x(t)$的偶分量和奇分量，证明：

$$x_e(t)\Longleftrightarrow A(\omega), x_o(t)\Longleftrightarrow jB(\omega)$$

2. 证明$x(t)$为实信号的充要条件是：$X^*(\omega)=X(-\omega)$。

3. 试求

$$\mathscr{F}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{jn\omega_1 t}\right]$$

4. 设信号$f(t)$的傅里叶变换频谱密度函数是一个周期函数，其表达式为$\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} F_0(\omega-n\omega_s)$，试说明频谱密度函数$F_0(\omega)$所对应的信号（以$f_0(t)$表示）与信号$f(t)$的关系，并画出示意图表示该关系。提示：考虑(1) 冲激函数的性质; (2) 傅里叶变换的性质。

5. 设信号$f_1(t)=\cos(\omega_1 t)$，若因某种原因，我们只能获得$f_1(t)$的一个局部，即信号

$$f_2(t)=\begin{cases}\cos(\omega_1 t), & t\in[-\pi/\omega_1, \pi/\omega_1]\\ 0, & \text{others}\end{cases}$$

试求

   (a) 信号$f_1(t)$和$f_2(t)$各自的傅里叶变换频谱密度函数。

   (b) 画出上述两个频谱密度函数的示意图。

6. 设$f(t)$是从某个未知信号中截取的一段有限时长的信号，信号的持续区间为$(0,T_1)$。现对该信号进行两种不同方式的处理，得到如下两个时长均为$T_1+\Delta T$的新信号：

$$f_1(t)=\begin{cases} f(t), & \text{if } 0<t<T_1\\ 0, & \text{if } T_1<t<T_1+\Delta T\end{cases}$$

$$f_2(t)=\begin{cases} 0, & \text{if } 0<t<\Delta T\\ f(t-\Delta T), & \text{if } \Delta T<t<T_1+\Delta T\end{cases}$$

设原信号$f(t)$的傅里叶变换的频谱密度函数为$F(\omega)$，试求：

   (a) 用$F(\omega)$表示$f_1(t)$，$f_2(t)$的傅里叶变换频谱密度函数$F_1(\omega)$和$F_2(\omega)$。

   (b) 将$f_1(t)$和$f_2(t)$都以$T_1+\Delta T$ 为周期进行周期重复，得到两个不同的周期信号。试求这两个周期信号的傅里叶级数，并说明这些傅里叶级数之间的关系。

   (c) $f_1(t)$和$f_2(t)$的傅里叶变换频谱密度函数与前一问中求得的傅里叶级数之间又分别是什么关系？