

# 比热容的测量 实验报告

双二下 A 组 16 号

力 9 班 倪彦硕

2009011640

2010 年 11 月 25 日

## 一、实验目的

1. 学习测量液体比热容的原理和方法；
2. 了解量热试验中产生误差的因素及减少误差的措施。

## 二、实验原理

当一个孤立的热学系统最初处于平衡态时，它有一初温 $T_1$ ；当外界给予该系统一定热量后，它又达到新平衡时，有一末温 $T_2$ 。如果该系统中没有发生化学变化或相的转变，那么该系统获得的热量为

$$Q = (m_1c_1 + m_2c_2 + \dots)(T_2 - T_1) \quad (1)$$

式中 $m_1, m_2, \dots$ 为组成该系统测各种物质的质量； $c_1, c_2, \dots$ 为相应物质的比热容。

比热容的含义是 1kg 的物质温度升高 1K 所吸收的热量，单位为 J/(kg·K)。物质的质量  $m$  与比热容  $c$  的乘积称为热容，用大写字母  $C$  表示，单位为 J/K。

进行物质比热容的测量时，必须用到量热器、温度计、搅拌器等等。它们是由多种不同材料制成的。为了简便而又不影响测量结果，可将量热系统里除待测物质以外的其他所有器具的热容量统统折合成水所相当的热容  $W$ ，成为它们的“水当量”。

本实验采用直接测量比热容的方法，即由电热丝给待测液体供热，直接测出比热容，它既可以避免混合法中由于固体投入液体的过程中产生的散热误差，又可以减少比较法中不易满足实验条件而带来的麻烦。

### 1. 周围绝热、内有功率 $P = \frac{U^2}{R}$ 的电热电源时的升温规律

当量热器中所称放的待测液体的质量为  $m$ ，比热容为  $c$ ，通电前后量热器的初温和末温分别为 $T_1$ 和 $T_2$ ，在测量过程中没有热量散逸的情况下，应有

$$c = \frac{1}{m} \left[ \frac{U^2 \tau}{R(T_2 - T_1)} - W \right] \quad (2)$$

本实验中采用拟合测量法，在同一来呢供热系统的容器内，盛不同质量的待测液体，做几次实验，分别测出各次实验中的液体质量 $m_i$ 及相应的总热容 $C_i$ ，然后用直线拟合的方法求出待测液体的比热容，从而解决了（2）式

中水当量  $W$  难以确定的问题。

就每一次不同的  $m_i$ ，(2) 可以改写为

$$\left[ \frac{U^2 \tau}{R(T_2 - T_1)} \right]_i = W + m_i c \quad (3)$$

令  $\frac{U^2}{R} = P$  并写成微分形式， $(P \frac{d\tau}{dT})_i = W + m_i c$ ，则有

$$P = C_{si} \frac{dT}{d\tau} = (m_i c + W) \frac{dT}{d\tau} \quad (4)$$

(4) 式意义为：热源功率=总功率  $C_{si} \times$  升温速率。式中  $C_{si}$  为总热容， $m_i$  为煤油质量，单位  $g$ ； $c$  为煤油比热容，单位  $J/(g \cdot K)$ ； $W$  为水当量，单位  $J/K$ 。

## 2. 冷却过程的物理规律

近现代传热学理论阐明，一般空气中自然对流条件下，冷却过程微分方程的普遍式为

$$\frac{dT}{d\tau} = -k \cdot \frac{T - \theta}{|T - \theta|} \cdot |T - \theta|^{1+\kappa} \quad (5)$$

式中  $T$  为系统温度， $\theta$  为环境温度。实验中，考虑到装置结构等具体条件，在自然对流条件下宜取  $\kappa = \frac{1}{4}$ 。

## 3. 周围散热、内有功率 $P = \frac{U^2}{R}$ 的电热热源时的升温规律

综合考虑 (4) 和 (5)，电热功率—边界散热的热流量=总热容  $\times$  升温速率，可得

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{P}{C_{si}} - k \cdot \frac{T - \theta}{|T - \theta|} \cdot |T - \theta|^{1+\kappa} \quad (6)$$

记内外温差  $T - \theta = u$ ，则 (6) 变为

$$\frac{C_{si} du}{P - \frac{u}{|u|} k C_{si} |u|^{\frac{5}{4}}} = d\tau \quad (7)$$

一般总是加热功率显著大于散热热流，即  $P \gg k C_{si} u^{\frac{5}{4}}$ ，这时 (7) 式左边可以作近似展开，展开后积分略去四次方以上的项可得

$$\begin{aligned} \frac{C_{si}}{P} \left[ u + \frac{4}{9} \left( \frac{kC_{si}}{P} \right) |u|^{\frac{9}{4}} + \left( \frac{u}{|u|} \right) \cdot \frac{2}{7} \left( \frac{kC_{si}}{P} \right)^2 |u|^{\frac{7}{2}} + \frac{4}{19} \left( \frac{kC_{si}}{P} \right)^3 |u|^{\frac{19}{4}} \right] + a \\ = \frac{C_{si}}{P} \cdot f(kC_{si}, u) + a \end{aligned} \quad (8)$$

如果已知 $kC_{si}$ 的值，实验测出一系列时间 $\tau$ 和温差 $u = T - \theta$ 后，就可以拟合出直线方程 $\tau = \frac{C_{si}}{P} \cdot f(u) + a = b \cdot f(u) + a$ 的斜率 $b = \frac{C_{si}}{P}$ ，进而可得

$$C_{si} = Pb \quad (9)$$

#### 4. 镍铬康铜热电偶（E 型）的温差电势公式

测量中，参考端温度（水箱水温） $U(\theta)$ 变化不大，设其测量起始、结束时刻平均温度为 $\bar{\theta}$ 。以 ITS90 标准为基础的镍铬康铜热电偶测量端的温差电势 $U(T)$ （单位为 mV）和温度 $T$ （单位为 $^{\circ}C$ ）的近似公式为：

$$U(T) = U(\theta) + dU = 0.058655T + 4.503 \times 10^{-5}T^2 \quad (10)$$

数字 mV 表读出的是 $dU = U(T) - U(\theta)$ 值，上式在测温范围内电动势的不确定度约为 1%。

### 三、实验步骤

1. 熟悉实验装置中加热器、搅拌电机、热电偶、容器等的相对位置和工作条件。
2. 测 4—6 组不同煤油质量的升温“曲线”

用 4—6 组不同质量的煤油 $\{m_i\}$ 和相应的加热功率 $\{P_i = \frac{U_i^2}{R}\}$ ，分别测量出温差 $u = T - \theta$ 与时间 $\tau$ 的对应数据（直接测量量为温差电势  $U$  和参考端水箱内的温度 $\bar{\theta}$ 。）每隔 30 秒读一次温差电势值。（ $30 \pm 3$ 秒基本不影响线性拟合结果的精密度。）注意事项如下：

- A) 首次煤油质量稍大于 0.25kg，或体积稍大于 300ml，以使加热丝没入煤油中。
- B) 煤油中的热电偶端既不能碰到加热丝和搅拌用的扇叶，又必须没入煤油中，必须认真查看，否则数据将错误。热电偶输出端和数字毫伏表相连，端钮和其他导电部分避免互相触碰。

- C) 既要注意听到搅拌点击的声音，又要监视电机电压使其不超过 6 伏。  
(实际实验时电压为 3 伏)
- D) 每组测量 16 个连续的温差电势，开始 3 个数据舍去不用，因为初始几个读数尚未达到动平衡状态。
- E) **必须调节加热电压**，使 30 秒内温升对应的温差电势增加约在 0.012-0.03mV 之间，即让 30 秒的温升约 0.2-0.5 度。如电势增量为负，说明毫伏表输入端接反了，可调换极性或将所有读数值取相反的符号。
- F) 在加热回路中接入开关，在测量开始时才通电加热，加热稳定后记录数据，测完数据后应断开开关。

### 3. 控温法测量常量 $kC_{si}$ 的值 (在 1 和 2 之后做)

在  $u = T - \theta > 15^\circ C$  时 ( $U > 0.9mV$ )，调节加热电压取较小的合适值，使温差在几分钟内基本保持不变 (即让温差电势的改变不大于  $\pm 0.001mV$ )，这时有  $\frac{P}{C_{si}} - k(T - \theta)^{\frac{5}{4}} = 0$ ，由此可得常量  $kC_{si}$  (单位为  $WK^{-\frac{5}{4}}$ )

$$kC_{si} = \frac{p}{(T - \theta)^{\frac{5}{4}}} = \frac{U^2}{R(T - \theta)^{\frac{5}{4}}} \quad (11)$$

上述步骤可以只测一次，也可以在温差数值相近时测几次，所得  $kC_{si}$  取平均作为最终取值。

### 4. 测量加热丝的电阻

用伏安法：将  $20.0\Omega$  的电阻箱和加热丝串联，所加电源电压约取 3V，用数字万用表的 2V 档分别测量  $20.0\Omega$  的电阻箱和加热丝上的电压。

## 四、 数据处理步骤简述

### 1. 直线拟合求总热容 $C_{si}$

对不同煤油质量下、即不同总热容  $\{C_{si} = m_i c + W\}$  下的测量数据进行处理，以 (8) 式中的  $f(kC_{si}, u) = [u + \frac{4}{9}(\frac{kC_{si}}{P})(|u|)^{\frac{9}{4}} + (\frac{u}{|u|}) \cdot \frac{2}{7}(\frac{kC_{si}}{P})^2(|u|)^{\frac{7}{2}} + \frac{4}{19}(\frac{kC_{si}}{P})^3(|u|)^{\frac{19}{4}}]$  为自变量，以时间  $\tau$  为因变量拟合直线，得直线斜率  $b$ ，再乘以功率  $P$  得总热容  $C_{si} = Pb$

### 2. 求煤油的比热容 $c$ ，以 $m_i$ 为自变量， $C_{si}$ 为因变量，求出

$C_{si} = m_i c + W$  的斜率，即为所求煤油比热容  $c$

### 3. 求比热容 $c$ 的不确定度 (A 类) $\Delta c$

由拟合的相关系数  $r$  可以求得斜率  $b$  (即比热容  $c$ ) 的相对标准差

$$\frac{S_b}{b} = \sqrt{\frac{(r^2 - 1)}{(n - 2)}} \quad (12)$$

进而可求得比热容的标准差  $S_c$ ；若不考虑 B 类不确定度分量的影响，只计算与直线拟合有关的 A 类不确定度。 $c$  的 A 类不确定度为

$$\Delta c \doteq \Delta c_{(A \text{ 类})} = t \cdot S_c \quad (13)$$

定出比热容的有效位数并写出完整结果表达式。上式中  $t$  是置信概率为 95% 的  $t$  分布的因子。 $t$  与自由度  $\nu = n - 1$  有关。因此  $n = 3$  时， $t = 12.7$ ； $n = 4$  时， $t = 4.30$ ； $n = 5$  时， $t = 3.18$ ； $n = 6$  时， $t = 2.57$ 。

## 五、其他实验注意事项

- A) 小心操作，尽量不使煤油洒出。(遗洒的少量煤油要及时擦干净，废纸扔进纸篓。煤油可以通过漏斗缓缓倒入小不锈钢桶内，切勿直接倒入恒温控制器的大桶内。)
- B) 注意正确使用天平。煤油质量不要凑整数。
- C) 最高温差电势不要超过 1.500mV。
- D) 测量前数字毫伏表输入端短路时如果读数超过  $\pm 0.010\text{mV}$ ，应找老师进行讨论以解决问题。

## 六、实验数据处理及误差分析

在本实验中，有现成的计算机程序可以帮助完成数据处理步骤，因此在此我们只选用一组数据 (第二组) 进行徒手计算。

	1	2	3	4	5	6
温差电势 (mV)	0.409	0.427	0.446	0.465	0.484	0.500
f	7.103766	7.440547	7.798818	8.160021	8.524234	8.833333
7	8	9	10	11	12	13
0.518	0.535	0.553	0.571	0.587	0.605	0.622
9.183747	9.517359	9.873483	10.23265	10.55452	10.91963	11.26744

由 (10) 式及数字 mV 表读出的温差电势是  $dU = U(T) - U(\theta)$ ，我们

二次方程求根公式可以得到

$$u = T - \theta = \frac{-0.058655 + \sqrt{0.058655^2 + 4 \times (U(\theta) + dU) \times 4.503 \times 10^{-5}}}{2 \times 4.503 \times 10^{-5}} - \theta \text{ 进而由 (10) 得}$$

到 f 如上表。

现以 f 为 x,  $\tau$  为 y 进行线性拟合。

x	7.103766	7.440547	7.798818	8.160021	8.524234	8.833333
y	0	30	60	90	120	150
9.183747	9.517359	9.873483	10.23265	10.55452	10.91963	11.26744
180	210	240	270	300	330	360

$$\begin{aligned} \sum x_i &= 7.103766 + 7.440547 + 7.798818 + 8.160021 + 8.524234 \\ &\quad + 8.833333 + 9.183747 + 9.517359 + 9.873483 \\ &\quad + 10.23265 + 10.55452 + 10.91963 + 11.26744 \\ &= 119.40954 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum y_i &= 0 + 30 + 60 + 90 + 120 + 150 + 180 + 210 + 240 + 270 + 300 \\ &\quad + 330 + 360 = 2340 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum x_i^2 &= 7.103766^2 + 7.440547^2 + 7.798818^2 + 8.160021^2 + 8.524234^2 \\ &\quad + 8.833333^2 + 9.183747^2 + 9.517359^2 + 9.873483^2 \\ &\quad + 10.23265^2 + 10.55452^2 + 10.91963^2 + 11.26744^2 \\ &= 1118.62850 \end{aligned}$$

$$\sum x_i y_i = 10675.57376$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{13} (7.103766 + 7.440547 + 7.798818 + 8.160021 + 8.524234 \\ &\quad + 8.833333 + 9.183747 + 9.517359 + 9.873483 \\ &\quad + 10.23265 + 10.55452 + 10.91963 + 11.26744) \\ &= 9.18535 \end{aligned}$$

$$\bar{y} = 180$$

	1	2	3	4	5	6
$\Delta x$	-2.08158	-1.7448	-1.38653	-1.02533	-0.66112	-0.35202
$\Delta y$	-180	-150	-120	-90	-60	-30
$\Delta x^2$	4.332991	3.044337	1.922469	1.051298	0.437073	0.123916
$\Delta y^2$	32400	22500	14400	8100	3600	900

7	8	9	10	11	12	13
-0.0016	0.332009	0.688134	1.047299	1.369169	1.734278	2.08209
0	30	60	90	120	150	180
2.6E-06	0.11023	0.473528	1.096835	1.874624	3.007721	4.335101
0	900	3600	8100	14400	22500	32400

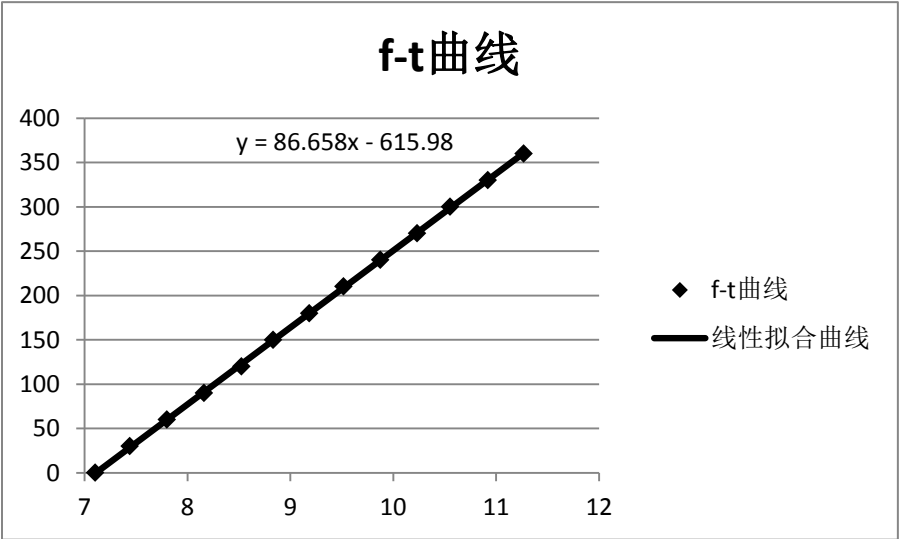
所以斜率  $b = \frac{\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} = 86.658$      $a = \frac{\sum x_i y_i \sum x_i - \sum y_i \sum x_i^2}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} = -615.98$

$$r = \frac{\sum \Delta x_i \Delta y_i}{\sqrt{\sum (\Delta x_i)^2} \sqrt{\sum (\Delta y_i)^2}} = 0.999955$$

又加热功率  $P = \frac{U^2}{R} = \frac{16.471^2}{27.508} = 9.862W$ ，所以  $C_{si} = Pb = 854.65$ ，

$$\frac{s_b}{b} = \sqrt{\frac{(r^{-2}-1)}{(n-2)}} = 0.287\%$$

相关图像如下：



对 m 和 Cs 进行拟合

m (g)	256.41	374.58	456.18	541.81
Cs (J/K)	619.6654	854.6516	1027.759	1235.758

$\sum m_i = 256.41 + 374.58 + 456.18 + 541.81 = 1628.98$

$\sum C_{si} = 619.6654 + 854.6516 + 1027.759 + 1235.758 = 3737.83$

$\sum m_i^2 = 256.41^2 + 374.58^2 + 456.18^2 + 541.81^2 = 707714.533$

$\sum m_i C_{si} = 1617412.601$



$$\bar{m} = 407.245$$

$$\bar{C_s} = 934.3583$$

$\Delta m$	-150.835	-32.665	48.935	134.565
$\Delta C_s$	-314.793	-79.8068	93.30028	301.2994
$\Delta m^2$	22751.2	1067.002	2394.634	18107.74
$\Delta C_s^2$	99094.58	6369.119	8704.942	90781.33

$$\text{所以 } c = \frac{\sum m_i \sum C_{si} - 4 \sum m_i C_{si}}{(\sum m_i)^2 - 4 \sum m_i^2} = 2.146 \quad W = \frac{\sum m_i C_{si} \sum m_i - \sum C_{si} \sum m_i^2}{(\sum m_i)^2 - 4 \sum m_i^2} = 59.93$$

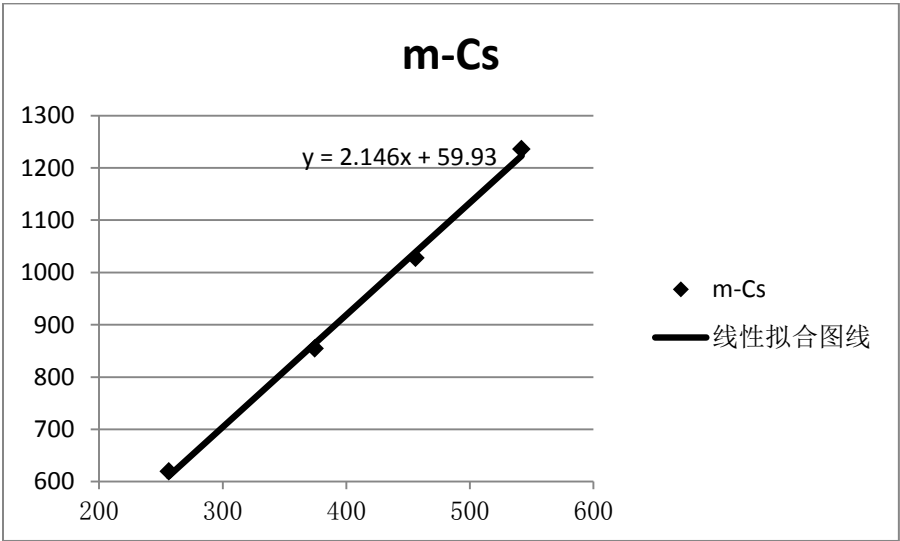
$$r = \frac{\sum \Delta m_i \Delta C_{si}}{\sqrt{\sum (\Delta m_i)^2} \sqrt{\sum (\Delta C_{si})^2}} = 0.998861$$

$$\frac{S_c}{c} = \sqrt{\frac{(r^{-2} - 1)}{(n - 2)}} = 3.378\% \quad S_c = 3.378\% c = 0.072 \quad \Delta c = 4.30 S_c$$

$$= 0.31$$

$$\text{所以 } c = 2.15 \pm 0.31$$

图像如下：



(实验原始数据见附页)