

## 2013.11.26-EX-09

1. 设线性时不变(LTI)系统对 $\delta(t)$ 输入的响应为 $h(t)$ ，试证明：若输入为 $e(t)$ ，则系统的相应输出为 $e(t) * h(t)$ 。  
提示：考虑
  - (a)  $\delta(t)$ 的性质
  - (b) 卷积定义
  - (c) 线性时不变系统的定义和性质：设线性时不变系统L对输入信号 $e_1(t)$ 和 $e_2(t)$ 的输出响应分别为 $r_1(t)$ 和 $r_2(t)$ ，则
    - 线性性：若输入信号为 $ae_1(t) + be_2(t)$ ，则系统的输出为 $ar_1(t) + br_2(t)$
    - 时不变性：若输入信号为 $e_1(t - t_0)$ ，则系统的输出为 $r_1(t - t_0)$ 。
2. 试判断下列差分方程所表示的系统是否是时不变系统？
  - (a)  $y[n] = x[n] + x[n - 1] + x[n - 3]$
  - (b)  $y[n] = x[n] \cdot u[n]$
  - (c)  $y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$
  - (d)  $y[n] = x[n^2]$
  - (e)  $y[n] = x[-n]$
3. 已知某个离散时间系统是线性的，它在输入序列为 $\delta[n - k]$ 时，系统响应若等于序列，试判断该系统是否是时不变系统？系统是否是因果系统？
  - (a)  $h[n] = (n - k)u[n - k]$
  - (b)  $h[n] = \delta[3n - k]$
  - (c)  $h[n] = \begin{cases} \delta[n - k - 1], & k \text{ 为偶数} \\ 4u[n - k], & k \text{ 为奇数} \end{cases}$
4. 已知某个系统的输入和输出之间有如下关系：

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot x[n + k]$$

试判断这个系统是否是

- (a) 线性的？
- (b) 时不变的？
- (c) 因果的？