

习题 6.3

对物理实验中所得下列数据

t_i	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
y_i	33.40	79.50	122.65	159.05	189.15	214.15	238.65	252.2
t_i	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	
y_i	267.55	280.50	296.65	301.65	310.40	318.15	325.15	

(1)用公式 $y=a+bt+ct^2$ 作曲线拟合;

(2)用指数函数 $y=ae^{bt}$ 作曲线拟合;

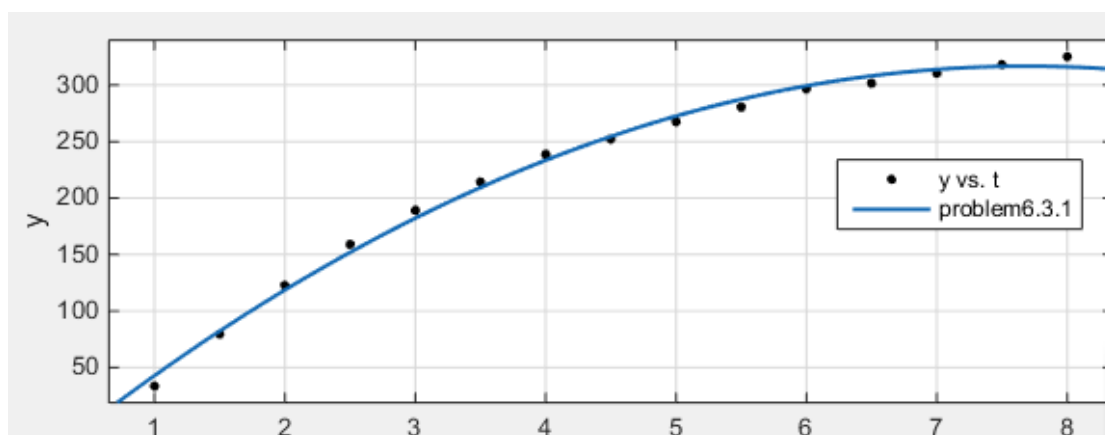
(3)比较上述两条拟合曲线, 哪条更好?

分析:

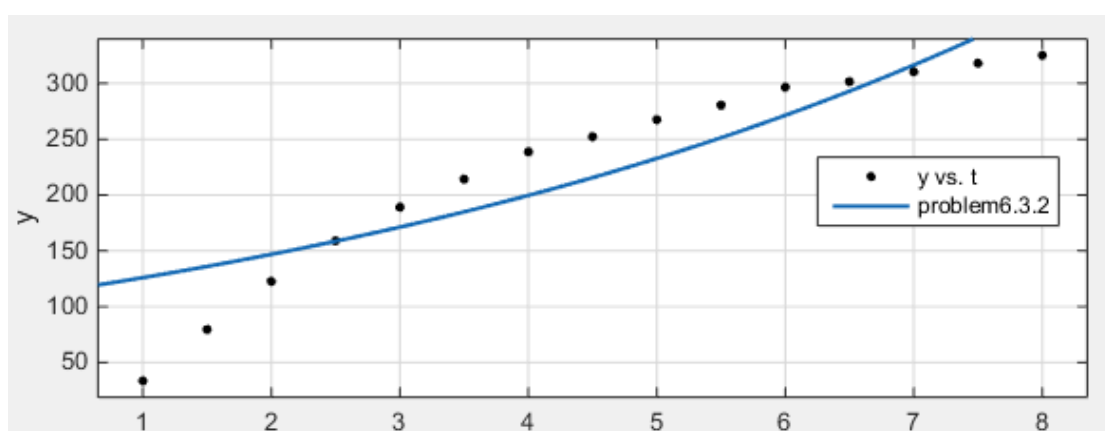
使用法方程方法求解曲线拟合的最小二乘问题, 用 `cholesky` 分解求出 x (即函数 $S(t)$ 中 a,b,c 的值)。第二问中先对指数函数 $y=ae^{bt}$ 取对数得到 $y'=\ln a+bt=a'+bt$, 再进行拟合, 拟合之后再算 $y=e^{y'}$ 得到实际拟合曲线。使用均方误差 $\sqrt{1/m \sum (S(t_i)-f_i)^2}$ 来考查拟合曲线的精确度。

实验结果:

(1)求得拟合曲线 $S(t)=-45.2942+94.1943t-6.1238t^2$, 均方误差 5.6839;



(2)求得拟合曲线 $S(t)=67.3938e^{0.2390t}$ ，均方误差 56.5378。



实验结论:

从均方误差来看，曲线(1)的拟合程度更高，曲线(2)指数函数拟合程度较差，考虑改进为 $S(t)=ae^{bt}+ce^{dt}$ 曲线，会使拟合程度显著提升。