

2013.11.05-EX-06

1. 求 $x(n) = \{1, 2, 3, 4\}$ 的4点DFT和8点DFT。
2. 设周期信号 $f(t)$ 的复数FS谱系数为 F_n ，在满足抽样定理要求的条件下，对其进行抽样。一个周期可以采得 N 个采样值。试求此 N 点有限长序列的 N 点DFT变换结果与 F_n 的关系。
3. 设信号 $x(t)$ 的理想抽样值序列为 $x(n)$ ，数目（长度）为 L ，将这 L 个元素每 N 个一组，其中， $N \leq L = rN + s$ ， $r \geq 1, s \in [0..N)$ ，不足部分补零，得到 r 组抽样值序列分别为：

$$x_m(n) = x(mN + n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad m = 0, 1, \dots, r-1$$

将上述各组序列按如下方式相加，得到一个 N 点有限长序列

$$\tilde{x}(n) = \sum_{m=0}^{r-1} x_m(n) = \sum_{m=0}^{r-1} x(mN + n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

设 $\omega_k = k2\pi/N$ ，则试证明下列等式成立：

$$\sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) e^{-jn\omega_k} = \sum_{n=0}^{L-1} x(n) e^{-jn\omega_k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

4. 设有限长序列 $x(n)$ 长度为 N ，它的 N 点DFT结果为 $X(k)$ ，这里 N 是偶数。序列 $g(n)$ 是 $x(n)$ 中下标为偶数的元素组成的子序列， $h(n)$ 是 $x(n)$ 中下标为奇数的元素组成的子序列，它们的长度是 $N/2$ ，各自对应的 $N/2$ 点DFT结果分别为 $G(k)$ 和 $H(k)$ 。试根据DFT的计算公式（定义）证明：

$$X(k) = G(k) + W_N^k H(k), \quad k = 0, 1, \dots, N/2 - 1$$