

# 作业 1 参考答案

邵艾然 <sar13@mails.tsinghua.edu.cn>

2016-06-09

作业中提到的“教材”均指：《计算机系统结构教程》，张晨曦等编著，清华大学出版社。

## 第 1 题

自学教材“CPU 性能公式”。

## 第 2 题

某一部件 A 的处理时间占整个运行时间的百分比为  $f_1$ ，部件 B 的处理时间占整个运行时间的百分比为  $f_2$ ；如果将 A 部件和 B 部件的处理速度分别加快到原来的  $S_1$  和  $S_2$  倍，则采用加速措施后能使整个系统的性能提高多少？

### 参考解答

#### 解法 1

设加速前系统的运行时间为  $t$ 。加速后，部件 A 的运行时间为  $t \times f_1 / S_1$ ，部件 B 的运行时间为  $t \times f_2 / S_2$ ，其它未加速部分的运行时间为  $t \times (1 - f_1 - f_2)$ 。

因此，加速后整个系统的性能提高（加速比）为

$$S_n = \frac{t}{t \times (1 - f_1 - f_2) + \frac{t \times f_1}{S_1} + \frac{t \times f_2}{S_2}} = \frac{1}{1 - f_1 - f_2 + \frac{f_1}{S_1} + \frac{f_2}{S_2}}$$

### 解法 2

系统的可加速部分由部件 A 和部件 B 组成。分别计算系统的可加速比例  $F_e$ ，和可加速部分加速比  $S_e$ ，有

$$F_e = f_1 + f_2$$

$$S_e = \frac{f_1 + f_2}{\frac{f_1}{S_1} + \frac{f_2}{S_2}}$$

由 Amdahl 定律可知，加速后整个系统的性能提高（加速比）为

$$S_n = \frac{1}{1 - F_e + \frac{F_e}{S_e}} = \frac{1}{1 - f_1 - f_2 + \frac{f_1}{S_1} + \frac{f_2}{S_2}}$$

### 解法 3

首先加速部件 A，此时可加速比例  $F_e = f_1$ ，可加速部分加速比  $S_e = S_1$ ，由 Amdahl 定律可知

$$S_A = \frac{1}{1 - F_e + \frac{F_e}{S_e}} = \frac{1}{1 - f_1 + \frac{f_1}{S_1}} = \frac{T_0}{T_A}$$

然后加速部件 B，此时可加速比例  $F_e = f_2 \times T_0 / T_A = f_2 \times S_A$ ，可加速部分加速比  $S_e = S_2$ ，由 Amdahl 定律可知

$$S_B = \frac{1}{1 - F_e + \frac{F_e}{S_e}} = \frac{1 - f_1 + \frac{f_1}{S_1}}{1 - f_1 - f_2 + \frac{f_1}{S_1} + \frac{f_2}{S_2}} = \frac{T_A}{T_{AB}}$$

因此，同时加速部件 A 和部件 B 后，整个系统的性能提高（加速比）为

$$S_n = \frac{T_0}{T_{AB}} = \frac{T_0}{T_A} \times \frac{T_A}{T_{AB}} = S_A \times S_B = \frac{1}{1 - f_1 - f_2 + \frac{f_1}{S_1} + \frac{f_2}{S_2}}$$

### 常见问题

1) 计算加速比的方法有以下两种

$$S_n = \frac{T_0}{T_n} = \frac{1}{1 - F_e + \frac{F_e}{S_e}}$$

根据已知条件的不同灵活运用两种计算方法，可以保证计算过程的简洁。具体到本题的情况，解法 1 使用前者，求解过程相对简洁；解法 2

和解法 3 使用后者，求解过程就相对繁琐。前一种计算方法直接计算加速前后的系统运行时间，比较灵活，在大多数情况下能够比较简洁地求解问题。

- 2) 加速比的计算方法是  $T_0/T_n$ ，一种常见错误是算成  $T_n/T_0$ 。
- 3) 有些同学对  $S_1$  和  $S_2$  的含义理解有误，因此错误地计算了部件 A 和部件 B 在加速后系统中的运行时间。下面分别给出正确和错误的计算方法，请同学们通过对比理解  $S_1$  和  $S_2$  的真正含义。

- 正确的计算方法

$$\frac{f_1}{S_1} + \frac{f_2}{S_2}$$

- 几种常见错误

$$f_1 \times S_1 + f_2 \times S_2 \quad \frac{f_1}{1+S_1} + \frac{f_2}{1+S_2} \quad (f_1 - \frac{f_1}{S_1}) + (f_2 - \frac{f_2}{S_2}) \quad \frac{f_1}{S_1} \times \frac{f_2}{S_2}$$

- 4) 有些同学计算加速比时不考虑系统未加速部分的运行时间，因此认为  $T_0 = f_1 + f_2$ 、 $T_n = f_1/S_1 + f_2/S_2$ 。还有些同学计算  $T_0$  时考虑了未加速部分的运行时间，而计算  $T_n$  时就没有考虑。这些对加速比的理解都是错误的。
- 5) 有些同学计算加速比时出现了错误，导致计算结果中还带有表示时间的变量。注意加速比是时间的比值，其中不可能再包含时间。注意对计算结果合理性的检查。
- 6) 解法 3 的一种常见错误是，相对于初始系统，分别计算只加速部件 A 和只加速部件 B 后系统的加速比  $S_A$  和  $S_B$ ，然后二者相乘。注意正确的解法 3 中  $S_B$  的计算是相对于已经加速过部件 A 的系统进行的，这样  $S_A$  和  $S_B$  相乘才有意义。
- 7) 本题的题意是计算同时加速部件 A 和部件 B 后的系统性能提升，而不是计算只加速部件 A 或只加速部件 B 后的系统性能提升。
- 8) 本题对“性能提高”可以有不同的理解。加速比  $S_n$  和  $(T_0 - T_n)/T_0$  都可以合理地体现“性能提高”的概念。有些同学把“性能提高”理解成  $S_n - 1$ ，这相当于是  $(T_0 - T_n)/T_n$ ，感觉不太合适。还有些同学只计算了改进后时间，而没有进一步计算相对于改进前的提升，这样的解也是不完整的。

### 第 3 题

假定要将某计算机系统一执行部件改进后速度提高 10 倍，改进后被改进部件执行时间占系统总运行时间的 50%。问改进后，整个系统获得的加速比是多少？

#### 参考解答

##### 解法 1

设改进后系统总运行时间为  $t$ 。则被改进部件改进后运行时间为  $0.5t$ ，被改进部件改进前运行时间为  $0.5t \times 10 = 5t$ 。改进前后，未改进部分的运行时间保持不变，为  $t - 0.5t = 0.5t$ 。因此，改进后系统的加速比为

$$S_n = \frac{5t + 0.5t}{t} = 5.5$$

##### 解法 2

由题目条件可知，被改进部件加速比  $S_e = 10$ 。要计算系统加速比，只需再求出可改进比例  $F_e$ 。根据题目条件列出如下方程

$$\frac{\frac{F_e}{S_e}}{1 - F_e + \frac{F_e}{S_e}} = 50\%$$

解得  $F_e = 10/11$

因此，改进后系统的加速比为

$$S_n = \frac{1}{1 - F_e + \frac{F_e}{S_e}} = 5.5$$

##### 解法 3

设改进后系统总运行时间为  $t$ 。则被改进部件改进后运行时间为  $0.5t$ ，被改进部件改进前运行时间为  $0.5t \times 10 = 5t$ 。改进前后，未改进部分的运行时间保持不变，为  $t - 0.5t = 0.5t$ 。因此，求出可改进比例  $F_e$  为

$$F_e = \frac{5t}{5t + 0.5t} = \frac{10}{11}$$

又因为已知被改进部件加速比  $S_e = 10$ ，则改进后系统的加速比为

$$S_n = \frac{1}{1 - F_e + \frac{F_e}{S_e}} = 5.5$$

## 常见问题

- 1) 计算加速比的方法有以下两种

$$S_n = \frac{T_0}{T_n} = \frac{1}{1 - Fe + \frac{Fe}{Se}}$$

根据已知条件的不同灵活运用两种计算方法，可以保证计算过程的简洁。本题的解法 3 开始时与解法 1 十分相似，但由于过于依赖后一种计算加速比的方法，导致后续的计算过程变得比较繁琐。

- 2) 加速比的计算方法是  $T_0/T_n$ ，一种常见错误是算成  $T_n/T_0$ 。
- 3) 有些同学计算系统运行时间的思路比较混乱。建议把系统总运行时间分成改进部分的运行时间和未改进部分的运行时间分别考虑，这样比较清晰。
- 4) 有些同学认为本题中  $Se = 10$ 、 $Fe = 0.5$ ，从而给出如下计算加速比的方法

$$S_n = \frac{1}{1 - 0.5 + \frac{0.5}{10}} = 1.818$$

这种计算方法是错误的。当被改进部件占改进前系统总运行时间的 50% 时，才可以这样计算。

- 5) 关于被改进部件改进后的速度到底是改进前的 10 倍还是 11 倍，可以有不同的理解。前述参考解答均是按 10 倍来理解的。若按 11 倍理解，所得结果应为 6。

## 第 4 题（教材-习题-1.11）

假设浮点数指令（FP 指令）的比例为 30%，其中浮点数平方根（FPSQR）占全部指令的比例为 4%，FP 操作的 CPI 为 5，FPSQR 操作的 CPI 为 20，其他指令的平均 CPI 为 1.25。现有两种改进方案，第一种是把 FPSQR 操作的 CPI 减至 3，第二种是把所有的 FP 操作的 CPI 减至 3，试比较两种方案对系统性能的提高程度。

## 参考解答

### 解法 1

设 FP 指令中除 FPSQR 指令外剩余指令的 CPI 为  $CPI_{FP \setminus FPSQR}$ ，有

$$CPI_{FP \setminus FPSQR} \times 26\% + 20 \times 4\% = 5 \times 30\%$$

解得  $CPI_{FP \setminus FPSQR} = 35/13$

按方案 1 改进后，所有指令的平均 CPI 为

$$CPI_1 = CPI_{FP \setminus FPSQR} \times 26\% + 3 \times 4\% + 1.25 \times 70\% = 1.695$$

按方案 2 改进后，所有指令的平均 CPI 为

$$CPI_2 = 3 \times 30\% + 1.25 \times 70\% = 1.775$$

因为  $CPI_1 < CPI_2$ ，方案 1 对系统性能的提高程度更大。

### 解法 2

改进前，所有指令的平均 CPI 为

$$CPI = 5 \times 30\% + 1.25 \times 70\% = 2.375$$

按方案 1 改进后，所有指令的平均 CPI 为

$$CPI_1 = CPI - (CPI_{FPSQR} - CPI'_{FPSQR}) \times 4\% = 2.375 - (20 - 3) \times 4\% = 1.695$$

按方案 2 改进后，所有指令的平均 CPI 为

$$CPI_2 = CPI - (CPI_{FP} - CPI'_{FP}) \times 30\% = 2.375 - (5 - 3) \times 30\% = 1.775$$

因为  $CPI_1 < CPI_2$ ，方案 1 对系统性能的提高程度更大。

### 解法 3

按方案 1 改进后，可改进比例  $Fe$  为

$$Fe = \frac{20 \times 4\%}{5 \times 30\% + 1.25 \times 70\%} = 0.3368$$

又因为改进部分加速比  $Se = 20/3$ ，则改进后系统的加速比为

$$S_1 = \frac{1}{1 - Fe + \frac{Fe}{Se}} = 1.401$$

按方案 2 改进后，可改进比例  $Fe$  为

$$Fe = \frac{5 \times 30\%}{5 \times 30\% + 1.25 \times 70\%} = 0.6316$$

又因为改进部分加速比  $Se = 5/3$ ，则改进后系统的加速比为

$$S_2 = \frac{1}{1 - Fe + \frac{Fe}{Se}} = 1.338$$

因为  $S_1 > S_2$ ，方案 1 对系统性能的提高程度更大。

## 常见问题

- 1) 可能有些同学不明白解法 2 为什么正确。其实，改进前所有指令的平均 CPI 可以按如下方式分解

$$CPI = CPI_{FPSQR} \times (1 - 4\%) + CPI_{FPSQR} \times 4\% = CPI_{FP} \times (1 - 30\%) + CPI_{FP} \times 30\%$$

将上述  $CPI$  的表达式分别代入解法 2 中  $CPI_1$  和  $CPI_2$  的计算公式中，就可以看出解法 2 的合理性了。

- 2) 解法 3 的一种常见错误是，认为在方案 1 中  $Fe = 4\%$ ，在方案 2 中  $Fe = 30\%$ 。Amdahl 定律中的  $Fe$  表示的是执行时间的比例，与指令数的比例不同。
- 3) 解法 3 计算的是改进后的加速比。注意与 CPI 不同，加速比越大表示性能提升越高。
- 4) 澄清题目中几个可能引发不同理解的地方。
- FPSQR 指令属于 FP 指令。也就是说，FPSQR 指令、除 FPSQR 指令外的 FP 指令、其他指令分别占全部指令的 4%、26%、70%。
  - “FP 操作的 CPI 为 5”指的是包括 FPSQR 指令在内的所有 FP 指令的 CPI 为 5。也就是说，占比 30% 的指令的 CPI 为 5，而不是占比 26% 的指令的 CPI 为 5。
  - 方案 2 改进的是全部 FP 指令，而不仅仅是 FP 指令中除 FPSQR 指令外的部分。