微积分 III 期末考试　　2008 年 6 月 25 日

一.填空

⑴ 已知$x^2+y^2+z^2=1$，则$\oiint\limits_{S}(3x+y^2)\cdot\vec{n}d\vec{S}=$____

(2) $f(x-y,2x+y)=z$，求$\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

(3) $\oint\limits_{L}\frac{ky}{x^2+2y^2}dx-\frac{x}{x^2+2y^2}dy$与积分路径无关，求$k$；

(4) $x^2+y^2=R^2$，$x+y+z=1$，L为其交线。则$\oint\limits_{L}(x^2-y^2)dl=$_____________，$\oint\limits_{L}x^2dy=$___________

二.解答题

1. $f(x,y)=\sqrt{|xy|}$，⑴ 问$f_x(0,0)$，$f_y(0,0)$是否存在？若存在求其值 (2) $f(x,y)$在 (0,0) 点是否可微？

2. 求$\int\limits_{L}\sin 2x dx+2(x^2-1)y dy$，其中L为$\sin x$曲线从0到$\pi$那一段。

3. $e^x(f'(x)+f''(x))=x$，求$f(x)$

4. $z=-\sqrt{a^2-x^2-y^2}$，S为其下侧。求$\oiint\limits_{S}\frac{ax\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+y(z^2+2az)\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y}{(x^2+y^2+z^2+1)^{1/2}}$

5. $S=\{0\le x\le 1,0\le y\le 1\}$，$z=f(x,y)$。$f(t)$在$[0,1]$上有二阶连续导数，求证z可以表示为$z=f(xy)$的充分条件是$x\frac{\partial z}{\partial x}-y\frac{\partial z}{\partial y}=0$

（注：由于考完微 III 后到北门外班搓＋玩，导致事后回忆得不全，敬请见谅^_^）