

# 作业

计算机科学与技术系 52 班杨定澄 学号：2015011274

E-mail:892431401@qq.com

我们设  $\theta = \{x_{l1}, x_{u1}, x_{l2}, x_{u2}\}$ , 就有

$$P(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{(x_{u1} - x_{l1})(x_{u2} - x_{l2})} & x_{l1} \leq x \leq x_{u1}, x_{l2} \leq y \leq x_{u2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$P(\theta|D^0) = \frac{1}{(x_{u1} - x_{l1})(x_{u2} - x_{l2})}, \text{由数学归纳法可知}$$

$$P(\theta|D^n) \propto P(x_n|\theta)P(\theta|D^{n-1}) \propto \left(\frac{1}{(x_{u1} - x_{l1})(x_{u2} - x_{l2})}\right)^n \propto ((x_{u1} - x_{l1})(x_{u2} - x_{l2}))^{-n}$$

$$P(x|D^n) = \int P(x|\theta)P(\theta|D^n)d\theta \propto \int \int \int \int ((x_{u1} - x_{l1})(x_{u2} - x_{l2}))^{-(n+1)} dx_{l1} dx_{u1} dx_{l2} dx_{u2}$$

由于概率之和必定等于 1, 故比例系数完全可以反推出来, 所以不做讨论。

接下来要做的是求解四重积分, 这是非常麻烦的。观察到  $(x_{l1}, x_{u1})$  与  $(x_{l2}, x_{u2})$  可以分开考虑, 我们的问题就变成求解下面的定积分:

$$\begin{aligned} & \int_{-6}^a \int_b^6 (y - x)^{-(n+1)} dx dy \\ &= \int_{-6}^a \left. \frac{-1}{n} (y - x)^{-n} \right|_b^6 dx \\ &= \frac{1}{n} \int_{-6}^a [(b - x)^{-n} - (6 - x)^{-n}] dx \\ &= \frac{1}{n(n-1)} [(b - x)^{-(n-1)} - (6 - x)^{-(n-1)}] \Big|_{-6}^a \\ &= \frac{1}{n(n-1)} [(b - a)^{1-n} - (b + 6)^{1-n} - (6 - a)^{1-n} + 12^{1-n}] \end{aligned}$$

至此，我们就能很容易的算出  $P(x|D^n)$ ，每读入一组数据就画一个函数图像即可。

编译运行 bayes.py，可以得到 2.png, 3.png, 直到 10.png，分别代表  $n = 2, 3, \dots, 10$  时的函数图像。