

姓名\_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 得分\_\_\_\_\_

[说明]

- (1) 第一、二、三、四题的答案直接填在试题纸上；
- (2) 第五题将数学模型、简要解题过程和结果写在试题纸上；卷面空间不够时，请写在背面；
- (3) 除非特别说明，所有计算结果小数点后保留 4 位数字。
- (4) 考试时间为 120 分钟。

一、(8 分) 考虑积分  $\int_0^2 e^{2x} \sin(3x) dx$ ，若取步长  $h=0.01$ ，则用梯形公式近似计算的结果为\_\_\_\_\_，设绝对误差为  $10^{-6}$ ，则用辛普森公式近似计算的结果为\_\_\_\_\_；

以 0, 1, 2 为插值节点，函数  $e^{2x} \sin(3x)$  的 Lagrange 插值多项式  $P(x)=$ \_\_\_\_\_,  $\int_0^2 P(x) dx =$ \_\_\_\_\_。(本题的计算结果均保留 6 位有效数字)

二、(6 分) 试确定常数  $p$  和  $q$  的值，使迭代法:  $x_{k+1} = px_k + \frac{qa}{x_k^2}$

局部收敛于  $\sqrt{a}$  ( $a \geq 0$ )，并使收敛阶尽量高，此时  $p=$ \_\_\_\_\_,  $q=$ \_\_\_\_\_。收敛阶最高能是\_\_\_\_\_阶。

三、(10 分) 已知方程组  $Ax=b$ ,  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $b = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ , 使用列主元 Gauss 消去法求

解所得  $x =$ \_\_\_\_\_,  $\text{Cond}_2(A) =$ \_\_\_\_\_；若取初值为  $x^{(0)} = [1, 1, 1]^T$

时，则用 Gauss-Seidel 迭代法求解时  $x^{(5)} =$ \_\_\_\_\_, 并判断 Gauss-Seidel 迭代法是否收敛\_\_\_\_\_, 理由是\_\_\_\_\_。

四、(6 分) 某工厂用三种原料生产三种产品 Q1, Q2, Q3, 已知的条件如表所示，

| 单位产品所需原料量 (公斤) | Q1 | Q2 | Q3 | 原料可用量 (公斤/日) |
|----------------|----|----|----|--------------|
| 原料 P1          | 2  | 3  | 0  | 1500         |
| 原料 P2          | 0  | 2  | 4  | 800          |
| 原料 P3          | 3  | 2  | 5  | 2000         |
| 单位产品的利润 (千元)   | 3  | 5  | 4  |              |

要使得每日的总利润最大，Q1, Q2, Q3 分别生产\_\_\_\_\_ (公斤)，你所使用的命令是\_\_\_\_\_；若产品 Q3 至少要生产 100 公斤，此时要使每日的总利润最大，则三种产品 Q1, Q2, Q3 的产量应分别调整为

\_\_\_\_\_ (公斤)。

五、(20 分)(本题中, 选取显著性水平 0.1; 重力加速度取 9.8 米/平方秒)

特技演员从空中坠落时遇到的空气阻力是速度平方的函数。现在经过实验, 得到了某一特技演员遇到的空气阻力与速度的一组数据如下:

|         |        |       |       |       |       |       |       |       |       |
|---------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 速度(米/秒) | 1      | 3     | 5     | 7     | 10    | 13    | 15    | 18    | 20    |
| 阻力(牛顿)  | 0.2600 | 2.360 | 7.450 | 13.27 | 26.48 | 44.15 | 58.19 | 84.63 | 100.5 |

- (1) 利用以上数据, 确定空气阻力与速度平方成线性关系的回归模型, 并给出回归系数的置信区间。
- (2) 以上数据是否有异常点? 若有, 是第几个数据? 并将其去掉后给出空气阻力与速度平方成正比例关系的模型。
- (3) 若该特技演员体重 70 千克, 从 40 米高的空中自然坠落时, 到达地面需要多长时间? 此时速度为多少? (本小题要求: 建立模型, 给出计算程序和结果, 计算结果保留三位有效数字。注意: 与 (2) 中获得的模型相结合)