实验报告

系别 ＿＿＿＿＿ 班号 ＿＿＿＿＿ 姓名 ＿＿＿＿＿＿ 同组姓名 ＿＿＿＿＿

实验日期 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 教师评定 ＿＿＿＿＿＿

I.弦上驻波的初步研究

II.目的要求

A.观察在两端被固定的弦线上形成的驻波现象; 了解弦线达到共振和形成稳定驻波的条件.

B.测定弦线上横波的传播速度.
C. 用实验的方法确定弦线作受迫震动时的共振频率与驻波波长， 张力和弦线线密度之间的关系.

D.对实验结果用对数坐标纸作图, 用最小二乘法作线性拟合和处理数据, 并给出结论.

III.仪器用具

弦音计装置一套 (包括驱动线圈和探测线圈各一个, 1kg砝码和6根不同线密度的吉他弦) , 信号 (功率函数) 发生器一台, 数字示波器一台, 千分尺一把, 水平仪一个.

IV.实验原理

A.横波的波速

$$v=\sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{0.1}$$

其中T为弦上张力, μ为弦线的线密度.

B.两端固定弦上的驻波

考虑两列振幅, 频率相同, 有固定相位差, 传播方向相反的简谐波的叠加

$$\begin{aligned} u_1(x,t) &= A\cos(kx-\omega t-\varphi) \\ u_2(x,t) &= A\cos(kx+\omega t) \end{aligned}$$

它们的合成运动为:

$$u(x,t)=2A\cos(kx-\frac{\varphi}{2})\cos(\omega t+\frac{\varphi}{2}) \tag{0.2}$$

可见空间部分和时间部分是分离的, 某个x点的振幅不随时间改变, 为:

$$A(x)=\left|2A\cos(kx-\frac{\varphi}{2})\right|$$

在$\left|\cos(kx-\frac{\varphi}{2})\right|=1$的那些点，振幅最大，是波腹;

在$\left|\cos(kx-\frac{\varphi}{2})\right|=0$的那些点，没有振动，是波节.

上述运动状态为驻波.

对于长度为L的两端固定弦，任何时刻都有:

$$u\big|_{x=0}=u\big|_{x=L}=0$$

由此可得:

$$\begin{aligned}\varphi&=\pi\\ kL&=n\pi\end{aligned}$$

所以驻波的频率为:

$$f=n\frac{v}{2L}=\frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}=nf_1 \tag{0.3}$$

其中f_1称为基频, n对应的f称为n次谐波.

C.共振条件

通常当波长满足$\lambda=2\frac{L}{n}$时，共振现象发生.

V.实验内容

A.认识和调节仪器.

B.固定弦上的张力，调节信号发生器的输出频率，观察在两端被固定的弦线上形成的稳定的具有n个波腹的驻波.

C.测定弦音计上弦线的线密度.

实验报告

系别 ____________ 班号 ____________ 姓名 ______________ 同组姓名 __________

实验日期 __________________________ 教师评定 ______________

D.测定弦线上横波的传播速度.

E.确定弦线作受迫振动时的共振频率 (只取基频) 与弦线有效长度以及与张力之间的关系.

VI.实验数据

A.测定弦音计上弦线的线密度.

$m_0 = 1.57g$ $l = 71.0cm$ $d_0 = 0.652mm$ $d = 0.611mm$

$\mu = 1.95g/m$

1.频率f-级数n关系

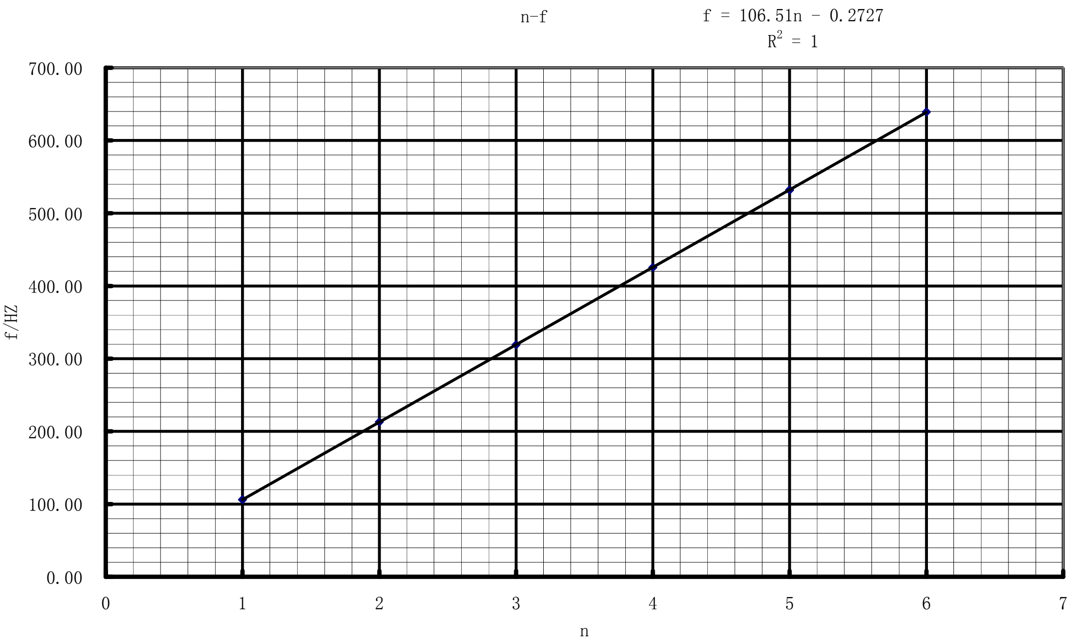
$T = 3mg = 29.40N$ $L = 60.0cm$

n	$f_{理论}$/Hz	f/Hz	σ	$v_{理论}$/ms^{-1}	v
1	102.32	106.28	3.9%	122.8	127.5
2	204.65	212.98	4.1%	122.8	127.8
3	306.97	319.16	4.0%	122.8	127.7
4	409.29	425.5	4.0%	122.8	127.7
5	511.62	531.82	3.9%	122.8	127.6
6	613.94	639.25	4.1%	122.8	127.9

实验报告

系别 ______ 班号 ______ 姓名 ______ 同组姓名 ______

实验日期 ______ 教师评定 ______



2.f-T关系

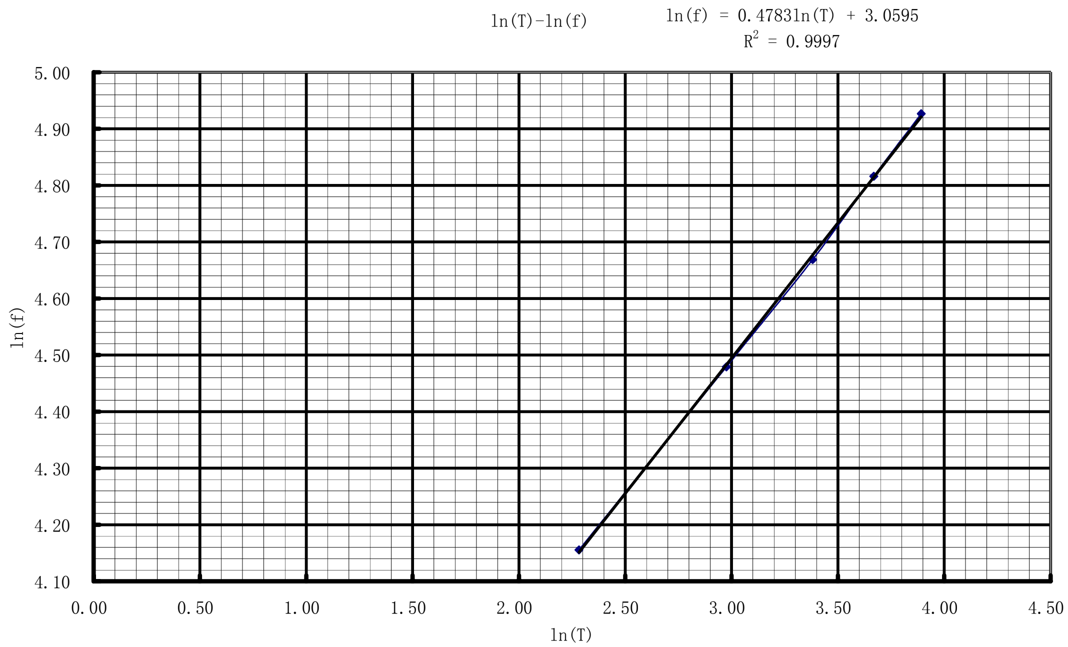
n = 1 L = 60.0cm

T/N	$f_{理论}$/Hz	f/Hz	σ	ln(T)	ln(f)
9.8	59.08	63.79	8.0%	2.28	4.16
19.6	83.55	88.16	5.5%	2.98	4.48
29.4	102.32	106.58	4.2%	3.38	4.67
39.2	118.15	123.48	4.5%	3.67	4.82
49.0	132.10	137.91	4.4%	3.89	4.93

实验报告

系别 ________ 班号 ________ 姓名 ________ 同组姓名 ________

实验日期 ________________ 教师评定 ________



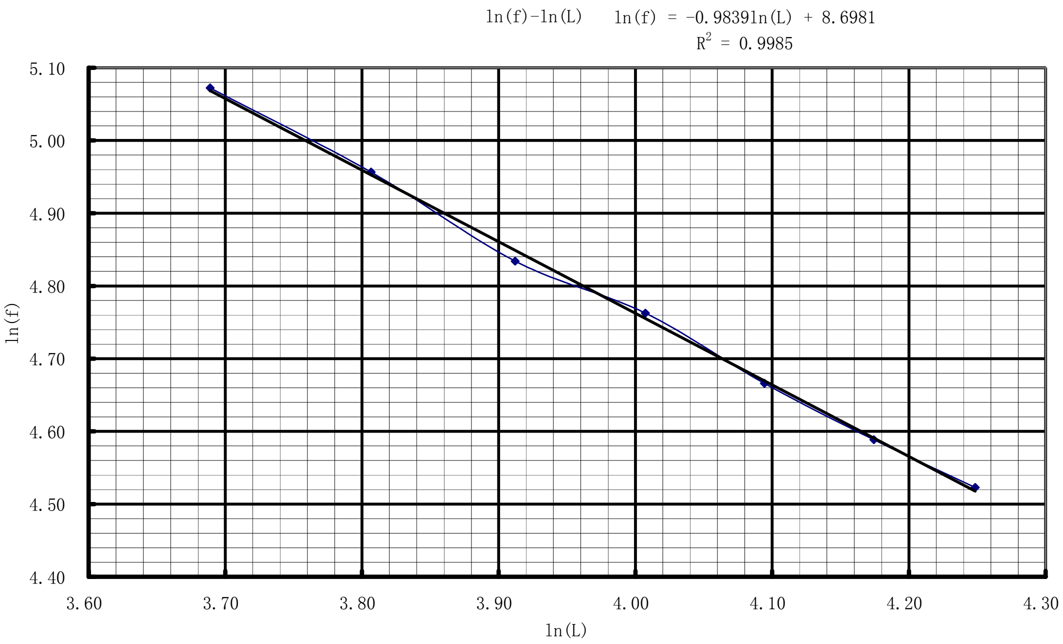
3.f-L关系

n = 1 T = 29.40N

L/cm	$f_{理论}$/Hz	f/Hz	σ	ln(L)	ln(f)
40.0	153.49	159.52	3.9%	3.69	5.07
45.0	136.43	142.10	4.2%	3.81	4.96
50.0	122.79	125.72	2.4%	3.91	4.83
55.0	111.63	117.05	4.9%	4.01	4.76
60.0	102.32	106.28	3.9%	4.09	4.67
65.0	94.45	98.36	4.1%	4.17	4.59
70.0	87.71	92.10	5.0%	4.25	4.52

系别 ____ 班号 ____ 姓名 ____ 同组姓名 ____

实验日期 ____ 教师评定 ____



总起来看，有$f \propto nT^{0.4783}L^{-0.9839}$

VII.分析讨论

怀疑张力不同线密度不同，会导致张力频率关系里各组数据同理论值的相对差有较大不同，但实际测量了一下直径同张力关系，发现不是这个原因。

T	d1	d2	d3	d4	d5	δ	d
9.8	0.611	0.600	0.622	0.608	0.608	-0.004	0.614
19.6	0.612	0.612	0.611	0.611	0.611	0.002	0.609
29.4	0.608	0.612	0.615	0.615	0.612	0.002	0.610
49.0	0.608	0.612	0.620	0.618	0.602	0.002	0.610

可见d同T不显著相关。老师说理论同实践的差别大一个重要原因是拉力计量不准确，如果给张力一个固定大小的增量，

那么当增量为1.617N的时候拟合得到：

$\ln(f) = 0.5171\ln(T + 1.617) + 2.8967$ $R^2 = 0.9999$

这样有$f \propto nT^{0.5171}L^{-0.9839}$

实验报告

系别 ________ 班号 ________ 姓名 ________ 同组姓名 ________

实验日期 ________________ 教师评定 ________

经过计算，各组相对误差分别成为：0.04%，1.42%，1.41%，2.42%，2.72%

同样的模型，用于第一组和第三组的修正，误差依次为

1.12%，1.32%，1.22%，1.21%，1.20%，1.37%
1.19%，1.40%，-0.32%，2.09%，1.12%，1.39%，2.24%

可见这个修正还是比较有意义的。

还有一个复杂的修正计算：首先发现前面在T-f, L-f关系里面求得的比例系数同理论值有相当大的差别，假定理论是正确的，那么我们的修正应该尽量让求得的比例系数同理论差别变小。同时，修正应该让所有的σ的平方和最小。于是定义

$$s_1 = \frac{\exp(\text{线形拟合}\ln(T+\Delta T\text{-}\ln f)\text{的常数项}) - \sqrt{\dfrac{1}{4(\mu+\Delta\mu)(L+\Delta L)^2}}}{\sqrt{\dfrac{1}{4(\mu+\Delta\mu)(L+\Delta L)^2}}}$$

$$s_1 = \frac{\exp(\text{线形拟合}(\ln L+\Delta L\text{-}\ln f)\text{的常数项}) - \sqrt{\dfrac{T+\Delta T}{4(\mu+\Delta\mu)}}}{\sqrt{\dfrac{(T+\Delta T)}{4(\mu+\Delta\mu)}}}$$

$$S(\Delta T, \Delta L, \Delta\mu) = \sqrt{\mathrm{sum}(\sigma_i^2) + s_1^2 + s_2^2} \ ,$$

通过规划求解，求f的最小值，得到 $S_{min} = 2.43\%$ ， 对应的有 $\Delta T = 0.8131$ ， $\Delta L = 0.8576$ ， $\Delta\mu = -0.159E-3$ ，这时候，经过计算，有拟合公式：

$$f \propto nT^{0.4981}L^{-0.9999}$$

可见如果假定对T, L, μ的测量有系统误差，那么可以得到跟理论相当符合的结果。T的误差来源于对杆的质量的忽略，L的误差来源于两个夹子不是完全竖直，μ的误差来源于样品和实际用弦的线密度不是简单的d^2正比关系，因为这种吉他弦，是绕出来的，不是一根整体的弦，外面的绕层的质量跟芯线的半径关系比较复杂。