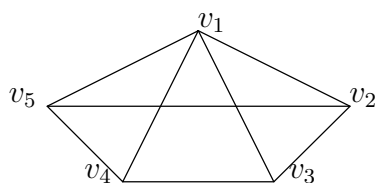


# 离散数学2试题\*

2005 年 6 月 24 日

一.(20分) 计算图中必含 $(v_2, v_5)$ 的支撑树数目.



二.(15分) 已知利润矩阵, 求最大利润.

$$\begin{bmatrix} 6 & 9 & 4 & 5 & 3 \\ 7 & 6 & 4 & 8 & 2 \\ 6 & 8 & 3 & 7 & 4 \\ 5 & 9 & 2 & 6 & 4 \\ 7 & 3 & 6 & 9 & 7 \end{bmatrix}$$

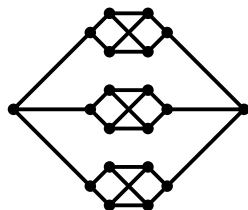
三.(10分) 试证明, 每一个 $k(k > 0)$ 正则的二分图都存在完全匹配.  
(注: 若无向图 $G$ 中, 每个节点的度都为 $k$ , 称 $G$ 是 $k$ 正则的).

四.(共15分) 设 $G$ 有Hamilton回路. 证明:

- (1)对 $G$ 中每一个非空集 $S \subset V(G)$ ,  $G - S$ 最多有 $|S|$ 个连通支.(10分)
- (2)证明下图中没有Hamilton回路.(5分)

---

\*by Euler



五.(10分) 设  $G$  是一个群,  $H = \{x | x \in G \text{ 且对所有 } a \in G, xa = ax\}$ , 证明  $H$  是  $G$  的一个正规子群.

六.(12分) 设  $G$  是有单位元  $e$  的 Abel 群,  $H = \{x | x^2 = e\}$ , 证明  $H$  是  $G$  的一个子群.

七.(10分) 设  $G_1$  和  $G_2$  是群,  $f : G_1 \times G_2 \rightarrow G_2$  是从  $G_1 \times G_2$  到  $G_2$  上的一个同态且是满射, 其中  $f((g_1, g_2)) = g_2$ , 计算  $\ker f$ .

八.(8分) 设  $R$  是一个环且对每个  $a \in R$  有  $a^2 = a$ , 证明: 若  $R$  至少包含三个元素, 则  $R$  不是整环.