

2012春季学期初等数论期末试题

说明：以下的Th x.yy表示课本定理x.yy，具体编号以课本第五版为准。

1. (10pts.) 描述良序性公理，并用此证明带余除法的唯一性（即Th 1.10）。
2. (10pts.) 描述中国剩余定理（要求给出解的表达式），并用此解下面的同余方程组：

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \\ x \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}$$

3. (i) (3pts.) Th 3.6
(ii) (7pts.) Th 3.23
4. (5pts.) 同余的基本性质（即Th 4.5）
5. (5pts.) 定义 $H_n = \sum_{j=1}^n 1/j$ ，用数学归纳法证明：对 $n \in \mathbb{Z}^+$ ，有 $1 + n/2 \leq H_{2^n} \leq 1 + n$ 。
6. (10pts.) Fermat小定理（即Th 6.3）
7. (10pts.) Euler函数 $\phi(x)$ 的积性（即Th 7.4）
8. (10pts.) Langrage定理（即Th 9.6）
9. (10pts.) 阶的某个性质（即Th 9.1）
10. (10pts.) Euler判别法（即Th 11.3）
11. (6pts.) Legendre符号的性质（即Th 11.4）
12. (4pts.) 计算下列Legendre符号（给出计算过程）：

$$\left(\frac{713}{1009} \right)$$

（即课本例11.10）

考试时间150分钟，满分100分。