

一、设 $p(x,y)$ 由下表给出，试计算：

X \ Y	0	1
0	$1/3$	$1/3$
1	$1/3$	0

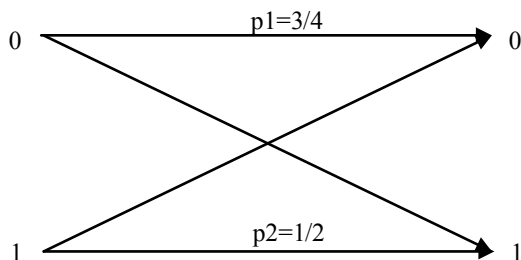
1. 计算 $H(X)$, $H(Y)$
2. 计算 $H(Y|X)$, $H(X,Y)$, $I(X;Y)$
3. 判断 $(1,1,0,0,0,0)$ 是否属于 X 的典型集？ $x=(1,1,0,0,0,0)$, $y=(0,1,0,1,0,0)$, (x,y) 是否属于联合典型集？（ $\varepsilon = 0.000001$ ）
4. 设一个由独立同分布的随机变量 X 组成的序列，其长度为10，求其中0的个数不超过2的概率？对该事件（即0的个数不超过2的长度为10的随机序列）进行二进制定长编码，码长为多少？

二、由4匹马参加的赛马比赛，已知每匹马获胜的概率分别为：

$$p_1 = 1/8, p_2 = 1/4, p_3 = 5/8, \text{赔率分别为: } o_1 = 4, o_2 = 4, o_3 = 2.$$

1. 最优的投注策略应该怎样？此时的资金增长速度？
2. 如果对每场比赛的结果进行二元变长码信源编码，假设编码者已知每匹马的获胜概率，求平均码长的下界？
3. 请用二进制霍夫曼编码的方法给出编码过程和结果，并计算其平均码长。

三、二进制信道如下图所示，发送 $x=0$ 时接收到 $y=0$ 的概率 $p_1=3/4$ ，发送 $x=1$ 时接收到 $y=1$ 的概率为 $p_2=1/2$ 。设信源概率为 $p(x=0)=0.25$, $p(x=1)=0.75$



1. 求互信息 $I(X;Y)$
2. 本题中的信源分布是使得互信息最大化的分布吗？证明你的结论。

3. 考虑长度为 n 的发送和接收序列，求接收序列与码本中一个非真实发送序列联合典型的概率？

四、随机变量的熵： 1. 一个离散随机信号 X ，熵为 $H(X) = 2$ bit, 对该信号做线性处理： $Y=2X+3$ ，求 Y 的熵 $H(Y)$ 。

2. 一个连续随机信号 A ，服从高斯分布，其熵为 $H(A) = 2$ bit, 对该信号做线性处理： $B=2A+3$ ，求 B 的熵（以 bit 为单位）。

五、(12 分) 设一个通信系统发射信号的频率范围 $2000\text{MHz} \sim 2100\text{MHz}$ 。信道为高斯信道，信号功率 1mw ，噪声功率 0.1mw

1. 求该系统的信道容量 C ？
2. 下变频到基带后的奈奎斯特采样速率是多少？
3. 求功率效率的下界？
4. 如果接收机可以即时地将接收信号传递给发射机，此时信道容量会增加吗？为什么？

六、某线性分组码的生成矩阵如下：

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. 写出所有许用码组；
2. 最小汉明距离是多少？可以纠几个错误？在实现纠错的情况下还能够检测出几位错误？
3. 求监督矩阵 H ；
4. 该编码属于汉明码吗？属于循环码吗？说明原因。
5. 若接收序列为 1000011 ，求校正子。

七、已知 $(7, 3)$ 循环码的生成多项式为：

$$g(D) = D^4 + D^2 + D + 1$$

1. 求监督多项式

2. 求系统码的生成矩阵
3. 计算错误图样为 $E(D) = D^6$ 时的校正子.

八、(12 分) 已知 $(2, 1, 2)$ 卷积码的生成多项式为 $G_1(D) = 1 + D, G_2(D) = 1$,
若输入序列为 10011,

1. 画出编码器方框图;
2. 画出它的树状图;
3. 画出它的网格图;
4. 求该卷积码的自由距;