

不要答题

一、(8 分) 设 A, B, C 是集合, 试给出 $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$ 的充要条件和证明。

二、(10 分) 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12\}$, 定义 A 上二元关系

$$R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in A \text{ 且 } y \text{ 是 } 2x \text{ 的倍数} \}。$$

试判断 R 是否具有自反性、反自反性、对称性、反对称性、传递性, 并说明理由。

三、(8分) 设 A, B 都是非空集合, 设 $f: A \rightarrow B$ 是任意函数, 定义函数 $g: B \rightarrow P(A)$, $g(b) = \{ a \mid a \in A \text{ 且 } f(a) = b \}$ 。试回答下列问题 (“条件” 均指 “充要条件”):

(1) 在什么条件下, g 是单射? 为什么?

(2) 在什么条件下, g 是满射? 为什么?

(3) 在什么条件下, $g \circ f: A \rightarrow P(A)$ 是单射? 为什么?

(4) 在什么条件下, $g \circ f: A \rightarrow P(A)$ 的值域 $\text{ran } g \circ f$ 是 A 上的划分? 为什么?

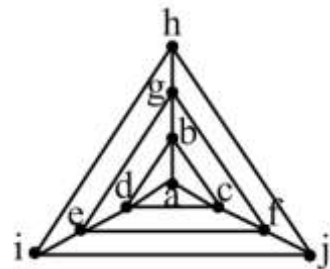
四、(8 分) 设 \mathbf{R} 是实数集, \mathbf{N} 是自然数集, 试构造双射 $f: (\mathbf{R} \times \mathbf{N}) \rightarrow (\mathbf{R} - \mathbf{N})$ 。

(1) 简单说明构造的思路 (可以利用已知的双射);

(2) 给出 f 的严格定义 (可以利用已知的双射)。

五、(10 分) 对于右边的图, 试回答下列问题:

(1) 它的点连通度和边连通度各是多少? 为什么?

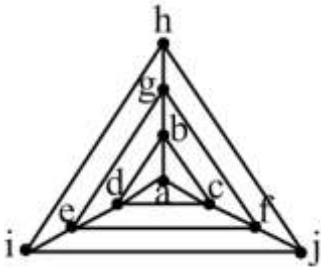


(2) 它的点色数和边色数各是多少? 为什么?

(3) 它的补图是哈密顿图吗? 为什么?

六、(6分) 对于右图，试回答下列问题：

(1) 它是自对偶图吗？为什么？



(2) 它是外平面图吗？为什么？

(3) 它的补图是平面图吗？为什么？

七、(10分) 对于右图，试回答下列问题：

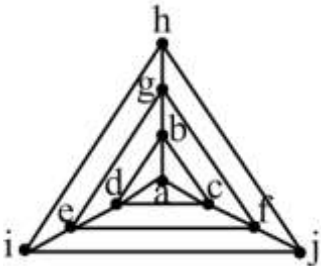
(1) 写出一个最大匹配；

(2) 写出一个最大独立集；

(3) 写出一个最小点覆盖；

(4) 写出一个最小支配集；

(5) 写出一条极大路径。



八、(10 分) 证明：若二部图 $G=\langle A,B; E \rangle$ 是树且 $|A| < |B|$ ，则 B 中含有树叶。