北京大学信息科学技术学院考试试卷

考试科目:	集合论与图论	姓名:	学号:
考试时间:	2010 年 1 月	14 日 任课教师:	刘田

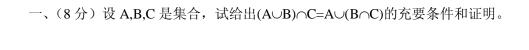
题号	1	 =	四	五	六	七	八	总分
分数								
阅卷人								

考场纪律

- 1. 请持学生证入场考试,并按指定座位就座;除必要的文具和教师指定的用具用书外,其他所有物品包括手机、呼机、MP3、电子词典、书籍、笔记、纸张等严禁带入座位,必须放在指定位置。凡有试题印制问题请向监考教师提出,不得向其他考生询问。
- 2. 认真、诚实、独立并在规定时间内完成答卷,严禁任何形式的违纪作弊行为; 否则,本答卷成绩以 0 分记,并根据《北京大学本科考试工作与学术规范条例》给予纪律处分。
- 3. 提前交卷的考生不要在考场逗留,不要在门口、窗外大声喧哗。考试结束时间到,请停止答卷,在座位等候监考教师收卷并清点完毕,方可离开考场;考题和试卷不得带出考场。

以下为试题和答题纸, 共 6 页。

注意:一共8题,满分70分(期末考试占总成绩70%,卷面得分直接计入总成绩)



二、 $(10 \, f)$ 设 A= $\{1,2,3,4,6,8,9,12\}$,定义 A 上二元关系 $R = \{\langle x,y \rangle \mid x,y \in A \ \ \exists \ y \ \ \ 2x \ \ \text{的倍数} \ \ \}.$ 试判断 R 是否具有自反性、反自反性、对称性、反对称性、传递性,并说明理由。

三、(8分)设 A,B 都是非常	空集合,设 f∶A→B 是任意	函数,定义函数 g: B→P(A),
$g(b) = \{ a \mid a \in A \perp f(a) = b \}.$	试回答下列问题("条件"	均指"充要条件"):

(1) 在什么条件下, g 是单射? 为什么?

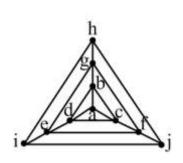
(2) 在什么条件下, g是满射? 为什么?

(3) 在什么条件下, gof: A→P(A)是单射? 为什么?

(4) 在什么条件下, $g \circ f : A \rightarrow P(A)$ 的值域 ran $g \circ f 是 A$ 上的划分?为什么?

- 四、(8 分) 设 R 是实数集, N 是自然数集, 试构造双射 $f:(R\times N)\rightarrow (R-N)$ 。
- (1) 简单说明构造的思路(可以利用已知的双射);
- (2) 给出 f 的严格定义(可以利用已知的双射)。

- 五、(10分)对于右边的图,试回答下列问题:
- (1) 它的点连通度和边连通度各是多少? 为什么?

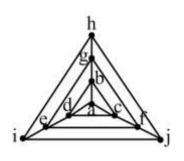


(2) 它的点色数和边色数各是多少? 为什么?

(3) 它的补图是哈密顿图吗? 为什么?

六、(6分)对于右图,试回答下列问题:

(1) 它是自对偶图吗? 为什么?

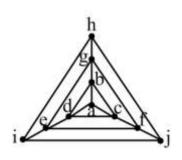


(2) 它是外平面图吗? 为什么?

(3) 它的补图是平面图吗? 为什么?

七、(10分)对于右图,试回答下列问题:

- (1) 写出一个最大匹配;
- (2) 写出一个最大独立集;
- (3) 写出一个最小点覆盖;
- (4) 写出一个最小支配集;
- (5) 写出一条极大路径。



八、(10分)证明: 若二部图 G=<A,B; E>是树且|A|<|B|,则 B 中含有树叶。