

课程名称：高等数学 (D)

2010 -2011 学年第(1) 学期期末 试卷

本试卷共 九 道大题，满分 100 分

答案请写在答题本上，试卷上答题无效。考试结束后请将试卷、答题本一起交给监考老师。

一、 判断题（给出简单解释，每题 3 分，共 5 题）

1. 对于多元函数，可导必可微，可微必可导。
2. 所有的初等函数在其定义域的任意子集上都是可求定积分的。
3. 若函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处偏导数都为 0，则函数在该点处必取得极值。
4. 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导，则函数在 $[a, b]$ 上有最大值与最小值。
5. 若区间 $[c, d] \subseteq [a, b]$ ，则必有 $\int_a^b |f(x)| dx \geq \int_c^d |f(x)| dx$ 。

二、 选择题（不需要写过程，每题 3 分,共 5 题）

1. 当 $x \rightarrow 0^+$ 时，与 \sqrt{x} 等价无穷小的是

(A) $1 - e^{\sqrt{x}}$ (B) $\ln(1 + \sqrt{x})$ (C) $\sqrt{1 + \sqrt{x}} - 1$ (D) $1 - \cos \sqrt{x}$

2. 设 $I_1 = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$, $I_2 = \iint_D (x^2 + y^2) d\sigma$, $I_3 = \iint_D (x^2 + y^2)^2 d\sigma$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 则

(A) $I_3 > I_2 > I_1$ (B) $I_3 > I_1 > I_2$ (C) $I_2 > I_1 > I_3$ (D) $I_1 > I_2 > I_3$

3. 设 $f(x)$ 为不恒等于零的奇函数，且 $f'(0)$ 存在，则函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$)

(A) 在 $x=0$ 处左极限不存在 (B) 有跳跃间断点 $x=0$

(C) 在 $x=0$ 处右极限不存在 (D) 有可去间断点 $x=0$

4. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续，则 $d\left[\int f(x)dx\right]$ 等于().

(A) $f(x)$. (B) $f(x)dx$. (C) $f(x) + C$. (D) $f'(x)dx$.

5. 设 $I = \frac{d}{dx} \int f(x)dx + \frac{d}{dx} \int_3^4 f(x)dx + \int f'(x)dx$ 存在，则 $I = ()$.

(A) 0. (B) $f(x)$. (C) $2f(x)$. (D) $2f(x) + C$.

三、填空题 ((不需要写过程, 每题 3 分,共 5 题))

1. 设 $a > 0$, $f(x) = g(x) = \begin{cases} a, & \text{若 } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 而 D 表示全平面, 则 $I = \iint_D f(x)g(y-x)dxdy =$ _____

2. 设 $f(x) = \sqrt{x}$, 在 $[1, 4]$ 上使 Lagrange(拉格朗日)中值定理成立的 $\xi =$ _____.

3. 二元函数 $z = \arcsin(2 - x^2 - y^2) + \ln(x - y^2)$ 的定义域为: _____

4. 函数 $f(x, y) = 2(x - y) + x^2 - y^2$ 的驻点为: _____

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \cos(x-1)}{1 - \sin(\pi x/2)} =$ _____

四、计算下列不定积分 (每题 4 分, 共 20 分)

1. $\int (x - \cos^3 x) dx =$

2. $\int \frac{x dx}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}} =$

3. $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2+1}} dx =$

4. $\int \frac{3x+2\sin x}{1+\cos x} dx$

5. $\int e^{-\sin x} \frac{x \cos^3 x - \sin x}{\cos^2 x} dx =$

五、求抛物线 $y^2 = 2px$ 及其在点 $(\frac{p}{2}, p)$ 处的法线所围成的图形的面积。(8 分)

六、若 $\int_0^x f(t)dt = 3x^3$, 求 $\int_1^e \frac{1}{x} f(\ln x) dx$ 。(6 分)

七、试证明: $\frac{1}{40} < \int_{10}^{20} \frac{x^2}{x^4 + x + 1} dx < \frac{1}{20}$ 。(6 分)

八、求函数 $z = f(xy^2, x^2y)$ 的 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ (其中具有 f 二阶连续偏导数)。(8 分)

九、求函数 $u = xyz$ 在附加条件 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{a}$ ($x > 0, y > 0, z > 0, a > 0$) 下的极值。(7 分)