

2008 年期中考题:

- 一、用真值表证明德*摩根律 (证明其中一条即可)。
- 二、设 A, B, C 是集合, 试问在什么条件下 $(A-B)-C=A-(B-C)$? 给出证明。
- 三、设 $A=\{a, b, c\}$, 问 A 上有多少种不同的: 二元关系? 自反关系? 对称关系? 传递关系? 等价关系? 偏序关系? 良序关系?
- 四、用花括号和空集来表示 1×2 (注意 \times 表示集合的叉乘)。
- 五、设 R 是实数集, Q 是有理数集, 试构造出 $R-Q$ 与 R 之间的双射。
 1. 简单叙述构造的思路;
 2. 给出双射 $f: R-Q \rightarrow R$ 或 $f: R \rightarrow R-Q$ 的严格定义。

2008 年期末考题:

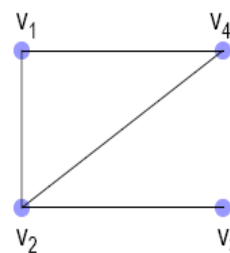
一、在有向图中, 如果存在从顶点 u 到顶点 v 的有向通路, 则说 u 可达 v ; 如果顶点 u 和顶点 v 互相可达, 则说 u 双向可达 v 。回答下列问题:

1. 顶点集上的可达关系是不是等价关系? 为什么?
2. 顶点集上的双向可达关系是不是等价关系? 为什么?
3. 对于上述两个关系, 如果是等价关系, 其等价类的导出子图称为什么?

二、一棵树有 13 个顶点, 除了 3 个 2 度顶点和若干个树叶之外, 其余顶点都是 5 度。

1. 求出 5 度顶点的个数 (写出计算过程);
2. 画出所有互不同构的这种树。

三、计算出右图中 v_1 到 v_4 长度为 4 的通路数 (要写出计算过程的主要步骤), 并写出一个最小支配集、一个最大团、一个最小边覆盖、一个最大匹配。



四、如果一个图中所有顶点度数都为 k , 则称为 k 正则图。8 阶 3 正则简单图一定是平面图吗? 一定不是平面图吗? 为什么?

五、证明: 如果正则简单图 G 和补图 \bar{G} 都是连通图, 则 G 和 \bar{G} 中至少有一个是欧拉图。

六、证明: 如果 n 阶 ($n \geq 3$) 简单图 G 中, 对于任何 $1 \leq j < n/2$, G 中度数不超过 j 的顶点个数都小于 j , 则 G 一定是哈密顿图。

2007 年期中考题

- 一、设 A, B 为集合, $P(A)$ 为 A 的幂集, 证明: $P(A) \subseteq P(B)$ 当且仅当 $A \subseteq B$ 。
- 二、设 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, R 是 A 上的二元关系且 $R=\{<1, 2>, <2, 3>, <3, 2>, <3, 4>\}$ 。
 - (1) 给出 R 的矩阵表示, 画出 R 的关系图;
 - (2) 判断 R 具有哪些关系性质(自反, 反自反, 对称, 反对称, 传递);
 - (3) 求出 R 的自反闭包 $r(R)$, 对称闭包 $s(R)$, 传递闭包 $t(R)$ 。(用关系图表示)
- 三、设 X, Y, Z 是任意集合, 构造下列集合对之间的双射, 并给出是双射的证明。
 - (1) $Z^{(X \times Y)}$ 与 $(Z^X)^Y$;
 - (2) $P(X \cup Y)$ 与 $P(X) \times P(Y)$ 。(假设 $X \cap Y = \emptyset$)
- 四、已知对每个自然数 n , 都存在唯一后继 $n^+ = n \cup \{n\}$ 。证明: 对于每个非零自然数 n , 都存在唯一前驱 n^- , 满足 $n = (n^-)^+$ 。
- 五、设 $f: A \rightarrow B$ 是单射, $g: B \rightarrow A$ 是单射, 证明: 存在集合 C, D, E, F , 使得 $A = C \cup D$, $C \cap D = \emptyset$, $B = E \cup F$, $E \cap F = \emptyset$, 并且 $f(C) = E$, $g(F) = D$ 。

2007 年期末考题

一、化简自然数的集合表达式（注意所有运算都是集合运算）： $\cup\cup(2\times 3)$.

二、证明集合之间的等势关系是等价关系.

三、每个奇数阶竞赛图都可既是有向欧拉图又是有向哈密顿图吗？为什么？

四、完全图 K_4 在对边进行标定的情况下有多少棵不同的生成树？为什么？画出两棵不同构的生成树，并写出其中一棵对应的基本回路系统和基本割集系统.

五、计算出右图中 v_2 到 v_2 长度为 5 的回路数，并计算出全体极小支配集和全体极小点覆盖集（要写出计算过程的主要步骤）.

六、求彼得森图的点色数、边色数、点连通度、边连通度，并说明理由.

七、证明简单平面图中至少有一个顶点的度数不超过 5.

八、证明：在 8×8 的国际象棋棋盘的一条主对角线上移去两端 1×1 的方格后，所得棋盘不能用 1×2 的长方形恰好填满。

