

北京大学信息科学技术学院期中试卷

考试科目： 集合论与图论 姓名： 学号：

考试时间： 2017 年 11 月 16 日 任课教师：

题号	一	二	三	四	五				总分
分数									
阅卷人									

北京大学考场纪律

1、考生进入考场后，按照监考老师安排隔位就座，将学生证放在桌面上。无学生证者不能参加考试；迟到超过 15 分钟不得入场。在考试开始 30 分钟后方可交卷出场。

2、除必要的文具和主考教师允许的工具书、参考书、计算器以外，其它所有物品（包括空白纸张、手机、或有存储、编程、查询功能的电子用品等）不得带入座位，已经带入考场的必须放在监考人员指定的位置。

3、考试使用的试题、答卷、草稿纸由监考人员统一发放，考试结束时收回，一律不准带出考场。若有试题印制问题请向监考教师提出，不得向其他考生询问。提前答完试卷，应举手示意请监考人员收卷后方可离开；交卷后不得在考场内逗留或在附近高声交谈。未交卷擅自离开考场，不得重新进入考场答卷。考试结束时间到，考生立即停止答卷，在座位上等待监考人员收卷清点后，方可离场。

4、考生要严格遵守考场规则，在规定时间内独立完成答卷。不准交头接耳，不准偷看、夹带、抄袭或者有意让他人抄袭答题内容，不准接传答案或者试卷等。凡有违纪作弊者，一经发现，当场取消其考试资格，并根据《北京大学本科考试工作与学术规范条例》及相关规定严肃处理。

5、考生须确认自己填写的个人信息真实、准确，并承担信息填写错误带来的一切责任与后果。

学校倡议所有考生以北京大学学生的荣誉与诚信答卷，共同维护北京大学的学术声誉。

以下为试题和答题纸，共 5 大题。

装订线内

不要答题

得分

一、(20 分) 对于任意集合 A 和 B,

(1) 证明: $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$; (14 分)

(2) 举例说明 $P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$. (6 分)

得分

二、（20 分）设 R, S 是 A 上的等价关系且 $R \circ S = S \circ R$ ，证明：
 $R \circ S$ 是 A 上的等价关系.

得分

三、(20 分) 试回答下列问题，并说明理由.

(1) 集合 $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3\}$, 求 A 到 B 的所有偏函数、全函数分别有多少个? (8 分)

(2) 把所有偏函数 $f:A\rightarrow B$ 通过 $f:\text{dom}(f)\rightarrow B$ 转换成全函数，问这些全函数中包含多少个单射函数? 多少个满射函数? 和多少个双射函数? (12 分)

得分

四、(20 分) 用数学归纳法证明:

任意一个自然数的真子集都和某一个自然数等势。

得分

五、(20 分) 设 N 是自然数集，试比较以下四个集合的基数大小，并给出证明. (1) $N \times N$ (2) $P(N)$ (3) $N \rightarrow 2$ (4) $2 \rightarrow N$