北京大学信息学院期末试题

2013 -2014 学年第一学期

考试科目：<u>高等数学B(上)</u>　　考试时间：<u>2013 年 12 月 30 日</u>

姓　名:______________________　学　号: ________________________

本试题共 8 道大题，满分 100 分

一 求极限(12分).

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{e^x+e^y}{\cos x+\sin y}$　　2. $\lim\limits_{n\to\infty} n^3 \ln(1+\dfrac{1}{n})(1-\cos\dfrac{1}{n})$.　　3. $\lim\limits_{x\to 0+0} (\sin x)^{\tan x}$.

二 求积分(共18分).

1. $\displaystyle\int_0^1 \ln(1+\sqrt{x})dx$.　　2. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x-\cos^3 x}dx$.　　3. $\displaystyle\int \frac{x}{x^4+2x^2+2}dx$.

三 (共8分)一段曲线的极坐标方程为 $r=2(1+\cos\theta)$, $0\le\theta\le\pi$, 求它的弧长.

四 求偏导数或微分(10分).

1. $z=x+(y^2-1)\arcsin\sqrt{\frac{y}{x}}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}\Big|_{(1,1)}$.

2. $z=\sqrt{xy+\frac{x}{y}}$, 求 $dz\Big|_{(2,1)}$.

五 (18分) 1. 求点 $P(3,-1,2)$ 到直线 $\begin{cases} x+y-z+1=0 \\ 2x-y+z-4=0 \end{cases}$ 的距离.

2. 设一平面经过原点及 $(6,-3,2)$, 且与平面 $4x-y+2z=8$ 垂直, 求该平面的方程。

六 (共12分)设 $f(x)=\ln(x^2+1)$, 求 $f(x)$ 在 $x=0$ 点的带 Peano 余项的泰勒公式，并求 $f^{(n)}(0)$.

七 (共12分) 定义 $\mathbb{R}^2$ 上的函数: $f(x,y)=\begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$. 讨论函数 $f(x,y)$ 在原点处的连续性和可微性, 以及原点处方向导数的存在性.

八 (10分) 设 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上连续,且 $\int_0^\pi f(x)dx=0$, $\int_0^\pi f(x)\cos x dx=0$. 证明在 $(0,\pi)$ 内存在两点 c_1,c_2, 使得 $f(c_1)=f(c_2)=0$.