

a) 否, 举反例, 令 $f(x)$ 为 Dirichlet 函数即可

$$f(x) = D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

$D(x)$ 的图像全体有理数 \mathbb{Q} , 不存在最小正周期.

b) 否, 反例, 设 $f: \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1, 2\}$ 满足 $f(0) = 0, f(1) = 1$

$$g: \{0, 1, 2\} \rightarrow \{0, 1\} \text{ 满足 } g(0) = 0, g(1) = 1, g(2) = 0$$

$$\text{则有 } g(f(0)) = 0, g(f(1)) = 1$$

但 f^{-1} 是 $\{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}$ 的映射, $f \neq g$

说明 f 不是满射的映射, 可能导致结论不成立.

c) 是, 若 $\{x_n\}$ 是收敛数列, 则对级数 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$

则对 $\forall \varepsilon > 0, \exists N > 0$, 使 $n > N$ 时有

$$|x_n - x| < \varepsilon$$

即 $n > N$ 时有 $\{x_n\} \subset U(x, \varepsilon)$

意味着在 $U(x, \varepsilon)$ 之外仅有 $\{x_n\}$ 的有限项, 所以结论正确.