装
订
线
内

不
要
答
题

北京大学信息科学技术学院考试试卷

考试科目：<u>电磁学</u> 姓名：________ 学号：________

考试时间：<u>2011</u> 年 <u>6</u> 月 <u>23</u> 日 任课教师：________

题 号	一	二	三	四	五	六	总分
分 数							
阅卷人							

北京大学考场纪律

1、考生进入考场后，按照监考老师安排隔位就座，将学生证放在桌面上。无学生证者不能参加考试；迟到超过 15 分钟不得入场。在考试开始 30 分钟后方可交卷出场。

2、除必要的文具和主考教师允许的工具书、参考书、计算器以外，其它所有物品（包括空白纸张、手机、或有存储、编程、查询功能的电子用品等）不得带入座位，已经带入考场的必须放在监考人员指定的位置。

3、考试使用的试题、答卷、草稿纸由监考人员统一发放，考试结束时收回，一律不准带出考场。若有试题印制问题请向监考教师提出，不得向其他考生询问。提前答完试卷，应举手示意请监考人员收卷后方可离开；交卷后不得在考场内逗留或在附近高声交谈。未交卷擅自离开考场，不得重新进入考场答卷。考试结束时间到，考生立即停止答卷，在座位上等待监考人员收卷清点后，方可离场。

4、考生要严格遵守考场规则，在规定时间内独立完成答卷。不准交头接耳，不准偷看、夹带、抄袭或者有意让他人抄袭答题内容，不准接传答案或者试卷等。凡有违纪作弊者，一经发现，当场取消其考试资格，并根据《北京大学本科考试工作与学术规范条例》及相关规定严肃处理。

5、考生须确认自己填写的个人信息真实、准确，并承担信息填写错误带来的一切责任与后果。

学校倡议所有考生以北京大学学生的荣誉与诚信答卷，共同维护北京大学的学术声誉。

以下为试题和答题纸，共 8 页。

得分

一、（30 分）

1.（10 分）请写出以下定律或概念的数学表达式：

（1）毕奥-萨伐尔定律： $d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$

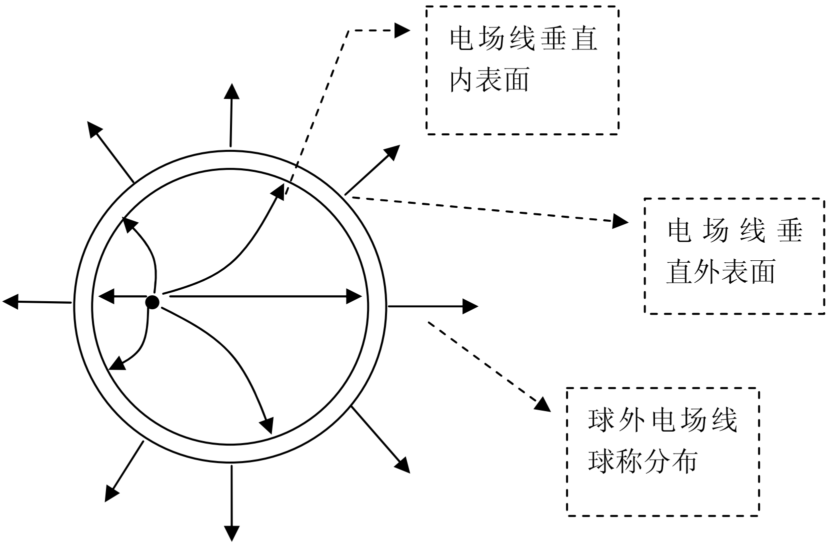
（2）安培力公式：$d\vec{F}=Id\vec{l}\times\vec{B}$

（3）由电势计算电场强度的公式：$\vec{E}=-\nabla U$

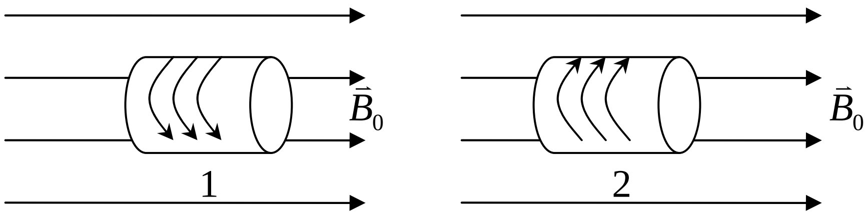
（4）传导电流密度与载流子漂移速度间的关系式：$\vec{j}=nq\vec{v}$

（5)分别写出电感 L、电容 C 的复阻抗的 e 指数形式：$\omega Le^{j\frac{\pi}{2}}$；$\frac{1}{\omega C}e^{-j\frac{\pi}{2}}$

2.（6 分)如下图所示，原本不带电的空心金属球壳内偏离球心的一个位置放置一个点电荷，该点电荷为正电荷，在图上画出电场线的示意图。（要求：电场线的关键特征画得要明显，可使用文字注释说明其关键特征。）



3. (4 分)如下图所示，在外磁场 $\vec{B}_0$ 中有顺磁质的圆棒 1，抗磁质的圆棒 2，请在 1、2 棒的侧面画上磁化电流方向的示意图。



4. （10 分）填空：有电阻 R、电容 C 和电感 L 构成的串联电路，

（1）该电路的固有频率 $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

（2）该电路的时间常数 $\tau = \dfrac{L}{R}$ 或者 $\tau = \dfrac{2L}{R}$

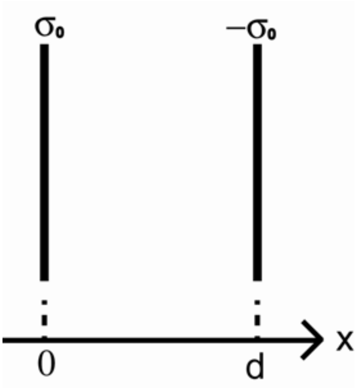
（3） 假设 t=0 时的初条件是电容上有一定电荷量 Q，然后接通电路开关，接通串联的 R 和 L，则 t=0 时电阻上的电压的大小 = ___0____

（4） 假设如上（3）所述，接通开关后，电流方向始终不变，则电路的 R、L、C 必然满足的条件为：$\sqrt{\dfrac{L}{C}}\dfrac{1}{R} \le 0.5$

（5） 如果电路不满足（4）中的条件，则电路中的电流随时间如何变化（文字描述即可）：_阻尼振荡，__________

得分

二、(20 分）如图所示，平行板电容器两极板上的自由电荷面密度分别为σ_0和-σ_0(其中σ_0是常数)，两极板间距为 d，在两个极板之间充满了各向同性线性非均匀电介质，而且电介质的电极化率$\chi_e(x)$为 $\chi_e(x)=\chi_0(1+\alpha x)$ 其中χ_0和α为常数。求(1)电介质两个表面上的极化面电荷密度$\sigma'(0)$和$\sigma'(d)$；(2)电介质内极化体电荷密度的分布$\rho'(x)$。



解：由高斯定理可得 $D=\sigma_0$，$E(x)=\dfrac{D}{\varepsilon_r(x)\varepsilon_0}=\dfrac{\sigma_0}{[1+\chi_e(x)]\varepsilon_0}$，

$P(x)=\chi_e(x)\varepsilon_0 E=\dfrac{\chi_e(x)}{1+\chi_e(x)}\sigma_0$。因此，

$$\sigma^{'}(0)=\vec{P}\cdot\vec{n}=-P(0)=-\frac{\chi_e(0)}{1+\chi_e(0)}\sigma_0=-\frac{\chi_0}{1+\chi_0}\sigma_0,$$

$$\sigma^{'}(d)=\vec{P}\cdot\vec{n}=P(d)=\frac{\chi_e(d)}{1+\chi_e(d)}\sigma_0=\frac{\chi_0(1+\alpha d)}{1+\chi_0(1+\alpha d)}\sigma_0,$$

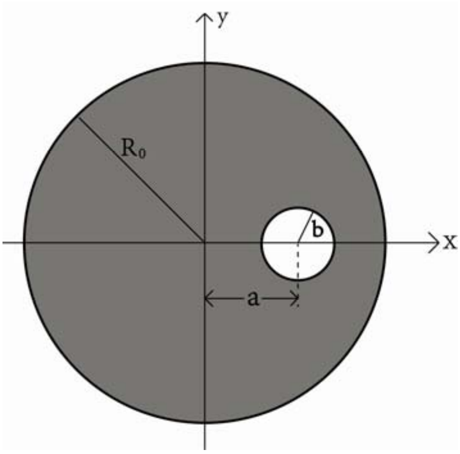
$$\rho^{'}(x)=-\nabla\cdot\vec{P}=-\frac{dP(x)}{dx}=-\frac{d}{dx}[1-\frac{1}{1+\chi_e(x)}]\sigma_0=\sigma_0\frac{d}{dx}\frac{1}{1+\chi_e(x)}=-\sigma_0\frac{\alpha\chi_0}{[1+\chi_0(1+\alpha x)]^2}$$

装订线内

不要答题

得分

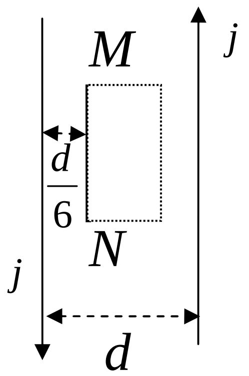
三．（15 分）一半径为 R_0 的无穷长圆柱形导体，其对称轴与 z 轴重合。在此导体中钻出一无穷长圆柱形孔洞，其轴也与 z 轴平行，所形成的截面如图所示。孔洞的中心位于 x=a 处、半径为 b，假设沿+z 方向的直流电流 I_0 在此已钻孔洞的导体上均匀分布，求此孔洞内任一点的磁感应强度矢量。



根据对称性可知，孔洞中任一点的磁感应强度矢量与 z 方向无关。因此，研究与 z 轴垂直的任一截面的磁感应强度。设导体中直流电流的密度为 j，采用补偿法，在孔洞中假设有电流密度为 j 的电流沿+z 方向流动，同时有电流密度为 j 的电流沿-z 方向流动。根据对称性和安培环路定理，可知 $B2\pi r=\mu_0 j\pi r^2$，即 $B=\frac{\mu_0 jr}{2}$。因此，沿+z 方向流动的电流在孔洞中心产生的磁感应强度矢量为 $\vec{B}=\frac{\mu_0 j}{2}a\hat{y}$，而沿-z 方向流动的电流在孔洞中心产生的磁感应强度矢量为零，二者相加仍为 $\vec{B}=\frac{\mu_0 j}{2}a\hat{y}$。在孔洞中的任一点的位置矢量为 $\vec{r}=a\hat{x}+\vec{r}_1$，其中 $\vec{r}_1$ 为相对孔洞中心的矢量，则沿+z 方向流动的电流这点产生的磁感应强度矢量为 $\vec{B}=\frac{\mu_0 j}{2}\hat{k}\times\vec{r}$，而沿-z 方向流动的电流这点产生的磁感应强度矢量为 $\vec{B}=-\frac{\mu_0 j}{2}\hat{k}\times\vec{r}_1$，二者相加得 $\vec{B}=\frac{\mu_0 j}{2}\hat{k}\times\vec{r}-\frac{\mu_0 j}{2}\hat{k}\times\vec{r}_1=\frac{\mu_0 j}{2}\hat{k}\times a\hat{x}=\frac{\mu_0 j}{2}a\hat{y}$。可见，在整个孔洞内磁感应强度矢量为一常数。$j=\frac{I_0}{\pi(R_0^2-b^2)}$

得分

四.（15 分）下图为两个互相平行、间距为 d 的无限大电流面的横截面图，电流面密度大小相等方向相反，电流方向如图所示。在两个平面之间有一根长度为 a 的金属棒 MN，该棒与电流面平行且与左侧电流面间距为 d/6。已知面电流密度大小为 j=kt，t 为时间，k 为常数。计算金属棒两端的电势差U_{MN}



解，电流面之间存在均匀磁场，$B=\mu_0 j=\mu_0 kt$，方向为垂直纸面向外。

根据对称性，取如图的虚线方框，根据$\oint_L \vec{E}_v \cdot d\vec{l}=-\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}$，有：

$$2E_v \Delta l=-\mu_0 k\cdot\Delta l\cdot\frac{2d}{3}，\quad E_v=-\frac{\mu_0 kd}{3}，\quad U_{MN}=\frac{\mu_0 kda}{3}$$

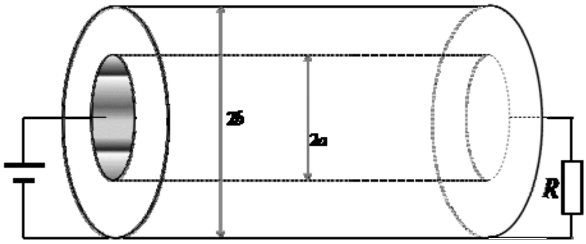
得分

五. （20 分）如图所示，一同轴电缆由半径为a的长直导线和与它共轴的导体薄圆筒构成，圆筒的半径为b。导线与圆筒间充满电容率为ε、磁导率为μ的均匀介质。将电缆的一端接上负载电阻R，另一端加上电池(端电压为 U)。忽略电缆自身的电阻和边缘效应。

（1）求：导线与圆筒之间，距导线中心为r处（$a<r<b$）的电场能量密度表达式；

（2）求：导线与圆筒之间，距导线中心为r处（$a<r<b$）的磁场能量密度表达式。

（3）求： 当导线与圆筒间同一点处的电场能量密度与磁场能量密度相等时的负载电阻R取值。



解:（1）不妨设内导体表面自由电荷密度为σ，根据对称性的电位移为：

$D=\dfrac{a}{r}\sigma$ 则体内的电场为 $E=\dfrac{\sigma a}{\varepsilon r}$， $U=\int_a^b E dr=\dfrac{\sigma a}{\varepsilon}\ln\dfrac{b}{a}$， 则

$E=\dfrac{U}{r\ln\dfrac{b}{a}}$； $w_e=\dfrac{1}{2}ED=\dfrac{\varepsilon U^2}{2r^2\ln^2\dfrac{b}{a}}$

（2）根据对称性 $H=\dfrac{I}{2\pi r}=\dfrac{U}{2\pi rR}$； $w_m=\dfrac{1}{2}BH=\dfrac{\mu U^2}{8\pi^2 r^2 R^2}$

（3） $\dfrac{\varepsilon U^2}{2r^2\ln^2\dfrac{b}{a}}=\dfrac{\mu U^2}{8\pi^2 r^2 R^2}$ => $R=\dfrac{1}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}$