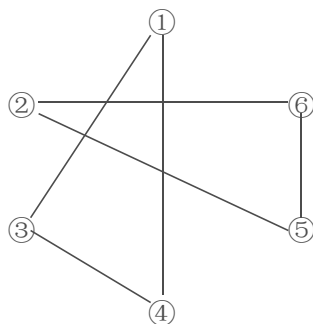


逻辑导论

参考答案与评分标准

一、填空题。(共 16 分)

1. (3 分; 每多连或少连一条线扣 1 分, 最低得 0 分)



【注】即①③④彼此相连; ②⑤⑥彼此相连。

2. (2 分)

求证: 若 $A \wedge B$ 是重言式, 则 A 、 B 都是重言式。(或)

设 $A \wedge B$ 是重言式, 证明: A 、 B 都是重言式。

【注】逆命题、逆否命题、“当且仅当”均不可。

3. (3 分; 每小题 1 分, 第 (3) 小题每空 0.5 分)

(1) SAP (或) 所有的 S 都是非 P

【注】 $\text{SA}\neg P$ 不可。小写 a 不可。

(2) 特称否定 (或) SOP (或) 有的 S 不是 P

(3) 矛盾; 差等

【注】调换顺序不可。错别字不可。

4. (3 分; 每小题 1 分, 须全部正确方可得 1 分)

	PIM	SEP	MEP
(1)	$\frac{\text{MAS}}{\text{SIP}}$	(2) $\frac{\text{MAS}}{\text{PEM}}$	(3) $\frac{\text{SAM}}{\text{SEP}}$

5. (2 分; 每多选或少选一项扣 1 分, 最低得 0 分)

AD

6. (3 分; 每多选或少选一项扣 1 分, 最低得 0 分)

CDE

二、解答题。写出必要的解答或推理过程。（共 16 分）

7. （4 分）

【解】假设 $p \leftrightarrow q$ 为假，则 p 和 q 一真一假，所以 $p \rightarrow q$ 和 $q \rightarrow p$ 一真一假，与 $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$ 矛盾。所以假设错误， $p \leftrightarrow q$ 只能为真。

【评分标准】推导过程 3 分，结论 1 分。若结论不正确，但解答过程中有可取因素，应适当给分。解法不唯一。

8. （6 分）

【解】

若 $p = q = 0$ ，由①是重言式知 $(0 \triangle 0) \triangle (0 \triangle 0) = 1$ 。若 $0 \triangle 0 = 0$ ，则 $(0 \triangle 0) \triangle (0 \triangle 0) = 0 \triangle 0 = 0$ ，矛盾。所以 $0 \triangle 0 = 1$ 。（1.5 分）

由②是重言式，知 $p = 0$ 时有， $\neg((p \triangle p) \triangle \neg(p \triangle p)) = \neg((0 \triangle 0) \triangle \neg(0 \triangle 0)) = \neg(1 \triangle 0) = 1$ ，所以 $1 \triangle 0 = 0$ 。（1.5 分）

假设 $0 \triangle 1 = 1$ ，当 $p = 0, q = 1$ 时， $(p \triangle q) \triangle (q \triangle p) = (0 \triangle 1) \triangle (1 \triangle 0) = (0 \triangle 1) \triangle 0 = 1 \triangle 0 = 0$ ，与①是重言式矛盾，所以 $0 \triangle 1 = 0$ 。（1.5 分）

当 $p = 0, q = 0$ 时， $(p \triangle q) \triangle (q \triangle p) = (0 \triangle 0) \triangle (0 \triangle 0) = 1 \triangle 1 = 1$ ，所以 $1 \triangle 1 = 1$ 。（1.5 分）

【评分标准】每行推理过程 1 分，结论 0.5 分。

9. （6 分）

【解】

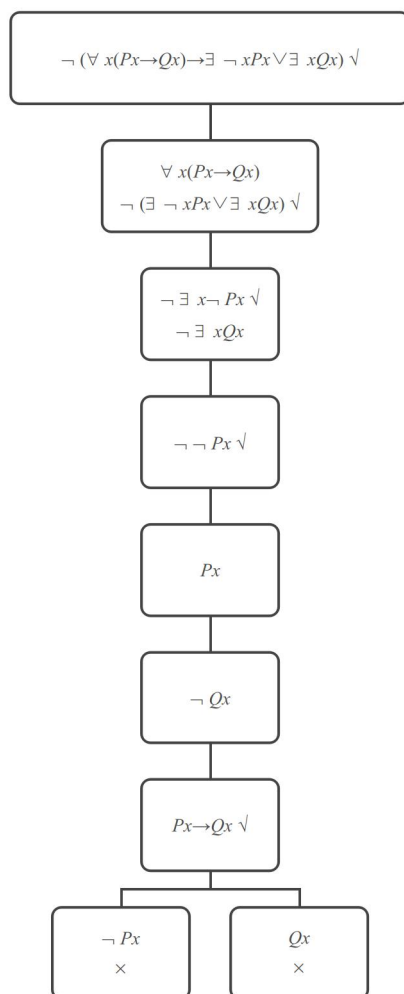
若结论为 SAP，则小项在小前提中周延。结论肯定，两前提肯定。小前提必为全称肯定，小项是小前提的主项。中项至少周延一次，故只能在大前提中周延。大前提必为全称肯定，中项是大前提的主项。满足以上条件的格式只有 AAA-1。而 AAA-1 符合所有一般规则（是有效的）。所以，结论为 SAP 的有效三段论格式是且只能是 AAA-1。

【评分标准】推理过程 5 分，结论 1 分。若结论不正确，但解答过程中有可取因素，应适当给分。解法不唯一。

三、证明题。（共 16 分）

10. （8 分）

【证明】



所有的枝都封闭，所以原公式的否定不可满足，原公式是有效的。

【评分标准】

各分枝、节点正确 5 分，判断枝的封闭与否 1 分，✓ 标记规范 1 分，得出合乎逻辑的结论 1 分。

以错误的公式作为根节点画树，树形图正确且结论配套的可酌情给分，但不超过 4 分。若结论不配套，最高得 3 分。

11. （8 分）

【证明】

（1）可满足。取个体域为自然数集， R 为小于等于关系。则 $\forall x\exists y\neg Rxy$ 表示对任意自然数 x ，总存在自然数 y ， x 不小于等于 y （即 $x > y$ ）。但 $x=0$ 时没有这样的 y ，故此解释中前件 $\forall x\exists y\neg Rxy$ 为假，所以原公式为真，因而是可满足的。

（2）不有效。取个体域为自然数集， R 为大于等于关系。则 $\forall x\exists y\neg Rxy$ 表示对任意自然数 x ，总存在自然数 y ， x 不大于等于 y （即 $x < y$ ）。这是真的。而 $\exists y\forall x\neg Rxy$ 表示存在一个自然数 y ， y 不大于等于任意的自然数 x （即 y 小于任意 x ），这是假的（因为“任意的 x ”可以等于 y ）。所以此解释中前件真后件假，原公式为假，因而不是有效的。

【评分标准】每项 4 分。指明个体域 1 分， R 解释正确 1 分，阐明公式真值 1 分，得出可满足或不有效的结论 1 分。

四、分析与探究。(每小题 8 分, 共 16 分)

12. (8 分)

【答】

(1) (3 分)

	三段论推理	格	式
三段论 1	有的矩形是正方形。 <u>所有矩形都是平行四边形。</u> 有的平行四边形是正方形。	3	IAI
三段论 2	所有平行四边形都不是梯形。 <u>有的平行四边形是正方形。</u> 有的正方形不是梯形。	3	EIO

	三段论推理	格	式
三段论 1	所有矩形都是平行四边形。 <u>有的矩形是正方形。</u> 有的正方形是平行四边形。	3	AII
三段论 2	所有平行四边形都不是梯形。 <u>有的正方形是平行四边形。</u> 有的正方形不是梯形。	1	EIO

	三段论推理	格	式
三段论 1	所有平行四边形都不是梯形。 <u>所有矩形都是平行四边形。</u> 所有矩形都不是梯形。	1	EAE
三段论 2	所有矩形都不是梯形。 <u>有的矩形是正方形。</u> 有的正方形不是梯形。	3	EIO

	三段论推理	格	式
三段论 1	所有矩形都是平行四边形。 <u>所有平行四边形都不是梯形。</u> 所有梯形都不是矩形。	4	AEE
三段论 2	所有梯形都不是矩形。 <u>有的矩形是正方形。</u> 有的正方形不是梯形。	4	EIO

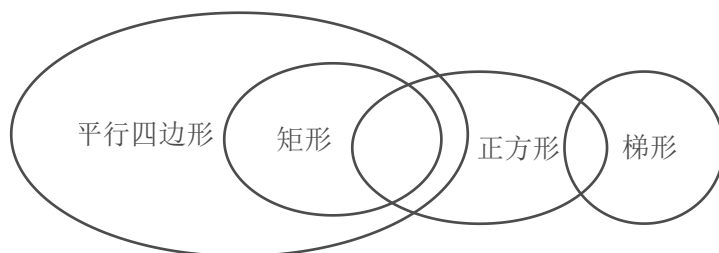
【评分标准】

1. 在以上 4 种答案中任选一种。每空 0.5 分。
2. 若三段论不正确, 则格与式的判断不得分。
3. 不构成标准形式的三段论, 三段论、格、式均不得分。

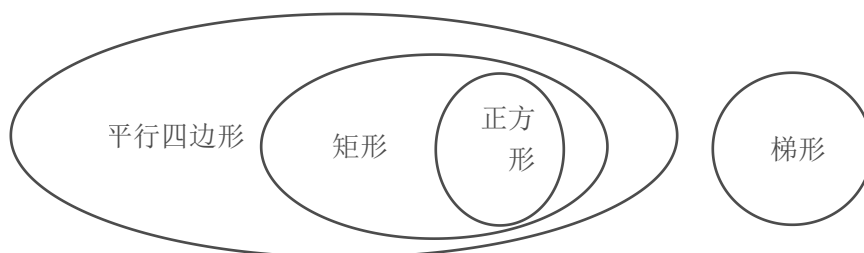
(2) (2 分) 4。

(3) (3 分)

可按逻辑可能性作图如下：

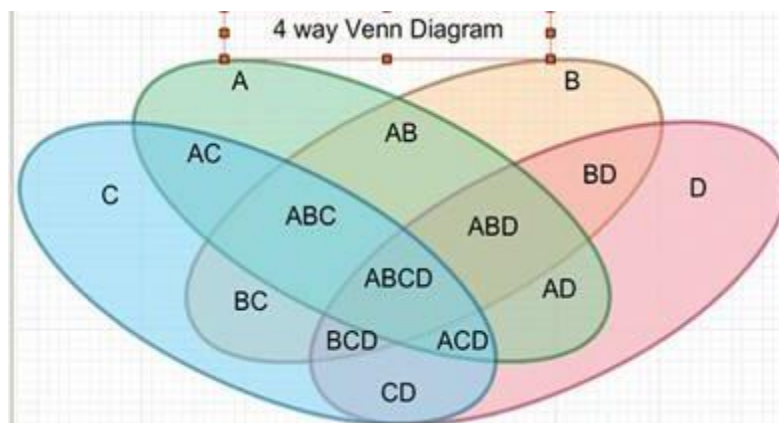


或按几何实际情形作图如下：



【评分标准】

1. 每正确图示一个前提得 1 分。
2. 将上述两图不当混合，导致四个集合的关系既不涵盖所有逻辑可能性，又不符合几何事实的，追加扣 0.5 分（最低得 0 分）。
3. 用文恩图作答，完全正确的也可得满分。但若用四集合文恩图，应注意画法。



13. (8 分)

【答】

(1) (4 分；每个公式 1 分)

- ①前提 1: $\exists x(Jx \wedge Zx)$
- ②前提 2: $\forall x(Px \rightarrow \neg Tx)$
- ③前提 3: $\forall x(Jx \rightarrow Px)$
- ④结 论: $\exists x(Zx \wedge \neg Tx)$

(2) (4 分) 证明:

(1) $\exists x(Jx \wedge Zx)$	前提	} 0.4 分
(2) $\forall x(Px \rightarrow \neg Tx)$	前提	
(3) $\forall x(Jx \rightarrow Px)$	前提	
(4) $J\alpha \wedge Z\alpha$	(1) $\exists-$	0.4 分
(5) $J\alpha \rightarrow P\alpha$	(3) $\forall-$	0.4 分
(6) $J\alpha$	(4) $\wedge-$	0.4 分
(7) $P\alpha$	(5) (6) $\rightarrow-$	0.4 分
(8) $P\alpha \rightarrow \neg T\alpha$	(2) $\forall-$	0.4 分
(9) $\neg T\alpha$	(8) (7) $\rightarrow-$	0.4 分
(10) $Z\alpha$	(4) $\wedge-$	0.4 分
(11) $Z\alpha \wedge \neg T\alpha$	(10) (9) $\wedge-$	0.4 分
(12) $\exists x(Zx \wedge \neg Tx)$	(11) $\exists+$	0.4 分

【评分标准】

1. 不使用规定的谓词符号的，第 (1) 问中不使用规定符号的公式不得分；第 (2) 问依其证明形式酌情给分。
2. 第 (1) 问中，仅接受合取交换的等值表达形式。考虑主项存在假设而进行的翻译不直接导致扣分。
3. 第 (2) 问中，公式或证明依据书写不规范，扣除该行四分之一得分；公式正确但无证明依据或依据错误，扣除该行一半得分。本小题得分向上取至 0.5 的整数倍。
4. 若前提或结论不正确，与上述证明内容重合的行可得分。

五、应用题。（每小题 8 分，共 16 分）

14. （8 分）

【答案】

- (1) 或者选择停止批判当局，或者选择被剥夺普鲁士国籍
(2) 教师既要尊重学生，又要对学生严格要求（或“教师要把尊重学生和对学生严格要求统一起来”等）
(3) 不能保护好环境（或“要破坏环境”“以牺牲环境为代价”等）
(4) 如果老师不将丽丽的期中成绩告诉丽丽的父母，那么丽丽会在期末考试中及格

【评分标准】

每小题 2 分。答法不唯一，命题间基本逻辑关系正确即可。病句或语句与上下文缺乏连贯性的酌情扣分。

15. （8 分）

【参考答案】

- (1) $\forall x (Px \vee Tx \rightarrow Hxa \wedge Hxb)$ 。主要考查点：两个“和”字的处理。
(2) $\forall x (Px \wedge Hax \rightarrow Cax)$ ，或 $\exists x (Px \wedge Hax) \rightarrow \exists x (Px \wedge Hax \wedge Cax)$ 。主要考查点：“如果有”的处理。
(3) $\exists x (Px \wedge Dx) \rightarrow \exists x \exists y (Px \wedge Py \wedge Dx \wedge Dy \wedge \neg x=y)$ ，或 $\forall x (Px \wedge Dx \rightarrow \exists y (Py \wedge Dy \wedge \neg x=y))$ 等。主要考查点：“如果有，则至少有两个”。
(4) $\forall x \forall y (Px \wedge Py \wedge \neg x=y \rightarrow \exists z (Lz \wedge Rxz \wedge Ryz \wedge \forall w (Lw \wedge Rxw \wedge Ryw \rightarrow w=z)))$ 。主要考查点：“有且仅有一个”。

【评分标准】

每小题 2 分，按以下 5 档评定得分。

0 分：不知所云，没有可取因素；

0.5 分：表示出零星的、片段的逻辑关系；

1 分：表示出句子的一些逻辑关系，主要考查点的处理存在实质性错误或过度简化；或仅仅处理了主要考查点，其他部分缺陷重大。

1.5 分：表示出句子主要的逻辑关系，主要考查点处理基本正确，存在一些缺陷或不当简化；

2 分：翻译准确，书写规范。允许出现不影响理解的小瑕疵（如左右括号不匹配等）。

标注非逻辑符号的语义解释不导致扣分，但评卷时原则上不予参考。

附：常见答案评分建议

题号	答案	评分建议
(1)	$\forall x (Px \vee Tx \rightarrow Rx \wedge Gx)$	1.5
	$\forall x (Px \wedge Tx \rightarrow Hxa \wedge Hxb)$	1
	$\forall x (Px \rightarrow Hx)$	0.5
(2)	$\forall x (Hax \rightarrow Cax)$	1.5
	$\exists x (Px \wedge Hax \rightarrow Cax)$ ， $\exists x (Px \wedge Hax) \rightarrow Cax$ ， $\forall x (Hx \rightarrow Cx)$	0.5
(3)	遗漏 $\neg x=y$	至多 1
(4)	遗漏 $\neg x=y$	至多 1.5
通用	存在量词的辖域内为蕴涵式，或全称量词的辖域内为合取式	至多 1
	开公式	至多 1
	常项处理作谓词，或谓词处理作常项	至多 1

六、形式推演。(共 20 分)

16. (8 分。前 18 行 0.4 分, 最后一行 0.8 分)

证明:

- | | | |
|------|---|------------------------------|
| (1) | $\bigcirc (A \rightarrow B) \rightarrow B$ | 假设 |
| (2) | $\bigcirc A \leftrightarrow B$ | 假设 |
| (3) | $A \rightarrow B$ | (2) $\leftrightarrow -$ |
| (4) | B | (1) (3) $\rightarrow -$ |
| (5) | $(A \leftrightarrow B) \rightarrow B$ | (2) (4) $\rightarrow +$ |
| (6) | $((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow ((A \leftrightarrow B) \rightarrow B)$ | (1) (5) $\rightarrow +$ |
| (7) | $\bigcirc (A \leftrightarrow B) \rightarrow B$ | 假设 |
| (8) | $\bigcirc A \rightarrow B$ | 假设 |
| (9) | $\bigcirc \neg B$ | 假设 |
| (10) | $\bigcirc B$ | 假设 |
| (11) | $\bigcirc \neg A$ | 假设 |
| (12) | A | (11) (10) (9) $\neg -$ |
| (13) | $B \rightarrow A$ | (10) (12) $\rightarrow +$ |
| (14) | $A \leftrightarrow B$ | (8) (13) $\leftrightarrow +$ |
| (15) | B | (7) (14) $\rightarrow -$ |
| (16) | B | (9) (15) (9) $\neg -$ |
| (17) | $(A \rightarrow B) \rightarrow B$ | (8) (16) $\rightarrow +$ |
| (18) | $((A \leftrightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$ | (7) (17) $\rightarrow +$ |
| (19) | $((A \rightarrow B) \rightarrow B) \leftrightarrow ((A \leftrightarrow B) \rightarrow B)$ | (6) (18) $\leftrightarrow +$ |

17. (4 分。(3) (4) 两行各 0.2 分, 其余每行 0.4 分)

证明:

- | | | |
|------|--|-----------------------------|
| (1) | $\bigcirc \forall x (Px \wedge Qx)$ | 假设 |
| (2) | $Px \wedge Qx$ | (1) $\forall -$ |
| (3) | Px | (2) $\wedge -$ |
| (4) | Qx | (2) $\wedge -$ |
| (5) | $\bigcirc Px$ | 假设 |
| (6) | $Px \rightarrow Qx$ | (5) (4) $\rightarrow +$ |
| (7) | $\bigcirc Qx$ | 假设 |
| (8) | $Qx \rightarrow Px$ | (7) (3) $\rightarrow +$ |
| (9) | $Px \leftrightarrow Qx$ | (6) (8) $\leftrightarrow +$ |
| (10) | $\forall x (Px \leftrightarrow Qx)$ | (9) $\forall +$ |
| (11) | $\forall x (Px \wedge Qx) \rightarrow \forall x (Px \leftrightarrow Qx)$ | (1) (10) $\rightarrow +$ |

18. (8 分。每行 0.5 分)

证明:

(1) $\forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryx)$	前提
(2) $\forall x \forall y \forall z (Rxy \wedge Ryz \rightarrow Rxz)$	前提
(3) $\exists x \forall y Rxy$	前提
(4) $\forall y R\alpha y$	(3) $\exists-$
(5) $R\alpha x$	(4) $\forall-$
(6) $\forall y (R\alpha y \rightarrow Ry\alpha)$	(1) $\forall-$
(7) $R\alpha x \rightarrow Rx\alpha$	(6) $\forall-$
(8) $Rx\alpha$	(7) (5) $\rightarrow-$
(9) $\forall y \forall z (Rxy \wedge Ryz \rightarrow Rxz)$	(2) $\forall-$
(10) $\forall z (Rx\alpha \wedge R\alpha z \rightarrow Rxz)$	(9) $\forall-$
(11) $Rx\alpha \wedge R\alpha y \rightarrow Rxy$	(10) $\forall-$
(12) $R\alpha y$	(4) $\forall-$
(13) $Rx\alpha \wedge R\alpha y$	(8) (12) $\wedge+$
(14) Rxy	(11) (13) $\rightarrow-$
(15) $\forall y Rxy$	(14) $\forall+$
(16) $\forall x \forall y Rxy$	(15) $\forall+$

【评分标准】

(1) 按有效行给分。对每种正确的证明方法都应分别核算每行的分数价值, 并在使用同一方法的不同考生间统一。

(2) 一个得分行中, 公式或证明依据书写不规范, 扣除该行四分之一得分; 公式正确但无证明依据或依据错误, 扣除该行一半得分。每小题得分向上取至 0.5 的整数倍。

(3) 用语义学方法证明, 不得分。抄错题目, 与上述参考答案重合的行可得相应分数。