

# 逻辑导论

## 答卷须知

1. 本卷卷面满分 100 分，答题时限 180 分钟。
2. 请在答题纸的规定区域内作答。在试卷、草稿纸上或答题纸密封区域内作答无效。
3. 考试结束后，请将答题纸、试卷和草稿纸一并上交。

## 约定

为简明起见，本卷中的谓词逻辑公式  $P(t_1, \dots, t_n)$  均简写为  $Pt_1 \dots t_n$ 。考生可自行选择简写或不简写。

## 一、填空题。（第 3 小题 2 分，其余每小题 3 分，共 20 分）

1. 构造符合要求的命题逻辑公式。

(1) 仅考虑真值条件，用一个公式表达“除非  $p$ ，否则  $q$ ”：\_\_\_\_\_。

(2) 用“ $\neg$ ”和“ $\wedge$ ”定义“ $\rightarrow$ ”： $p \rightarrow q$  定义为\_\_\_\_\_。

(3) 用“德-摩根律”变形： $p \wedge q$  等值于\_\_\_\_\_。

2. 对以下 8 个符号进行重新排列组合，形成重言式。给出 3 种可能的答案（每个重言式须全部用上 8 个符号）。

$p \quad p \quad q \quad \neg \quad \rightarrow \quad \rightarrow \quad ( \quad )$

(1) \_\_\_\_\_；(2) \_\_\_\_\_；(3) \_\_\_\_\_。

3. 现引进一个新的二元真值联结词“ $\Delta$ ”，已知它能使以下公式成为重言式：①  $\neg((p \Delta p) \Delta (p \Delta p))$ ；②  $(p \Delta \neg p) \Delta (p \Delta p)$ 。根据以上条件，推断  $\Delta$  的真值表：

$p$	$q$	$p \Delta q$
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

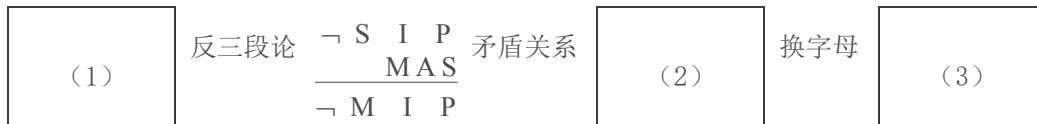
4. 指明以下形式的三段论分别违反了哪条三段论的一般规则：

(1) III 式三段论违反了：\_\_\_\_\_；

(2) 6 个词项都周延的三段论违反了：\_\_\_\_\_；

(3) “所有的自然数都是有理数，所有的自然数都是整数；所以，所有的整数都是有理数”违反了：\_\_\_\_\_。

5. 以下为将一个标准形式的非第一格三段论化归为第一格的流程图。根据提示将化归步骤补充完整。



6. 考虑如下推演关系： $\exists x Px \wedge \exists x Qx \vdash$  。现欲在方框中填入一个公式，使得该推演关系成立。以下公式中可填入方框中的有\_\_\_\_\_（填写所有满足题意的公式的字母代号）。

A.  $Px$

B.  $Pa \wedge Qb$

C.  $\exists y Py \wedge \exists z Qz$

D.  $\exists x (Px \wedge Qx)$

E.  $\neg(\exists x Qx \rightarrow \forall x \neg Px)$

F.  $\neg \exists x (Px \wedge \neg Px)$

7. 设  $D$  为个体域。根据以下一阶公式叙述的条件，将  $a, b, c$  三个元素填入图中正确位置。

①  $\forall x(x=a \vee x=b \vee x=c) \wedge (\neg a=b \wedge \neg b=c \wedge \neg a=c)$ ;

②  $Pa$ ;

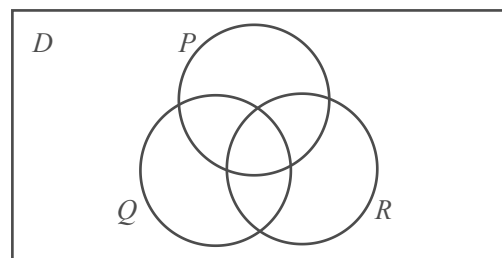
③  $\forall x(Qx \rightarrow x=c)$ ;

④  $\exists x(Px \wedge Qx)$ ;

⑤  $\forall x \neg (Px \wedge Qx \wedge Rx)$ ;

⑥  $\forall x(Rx \rightarrow Qx)$ ;

⑦  $\exists x(Px \vee Qx \vee Rx \rightarrow Rx)$ 。



## 二、解答与证明。(共 20 分)

8. (5 分) 公式  $p \rightarrow (q \wedge r)$ ,  $q \leftrightarrow (p \rightarrow \neg r)$  和  $(q \vee r) \rightarrow p$  能否同时为真? 如果能, 求出同时为真时命题变元的取值; 如果不能, 请给出证明。

9. (10 分) 设个体域为全域, 用一阶公式(可含等词)翻译下列句子:

(1) 没有两片相同的树叶。

(2) 每个人都有父母, 但并非每个人都是父母。

(3) 如果一位男生喜欢一位女生, 那么这位男生不喜欢别的女生。

(4) 0 和 1 是仅有的比 2 小的两个自然数。(要求使用二元谓词“ $<$ ”。“ $x$  小于  $y$ ”可直接写作“ $x < y$ ”。)

10. (5 分) 用树形图方法验证一阶公式  $\forall x(Px \wedge Qx) \leftrightarrow (\forall x Px \wedge \forall x Qx)$  是有效式。

## 三、推理应用题。(共 20 分)

11. (8 分) 现有如下一段旨在劝人们不要买保险的推理:

如果我们买保险( $A$ ), 那么我们或者出险( $B$ )或者不出险。如果我们出险, 那么我们很沮丧( $C$ )。如果我们不出险, 那么我们白花钱( $D$ )。如果我们白花钱, 那么我们很沮丧。所以, 如果我们买保险, 那么我们很沮丧。

(1) 将以上推理用命题逻辑语言符号化。

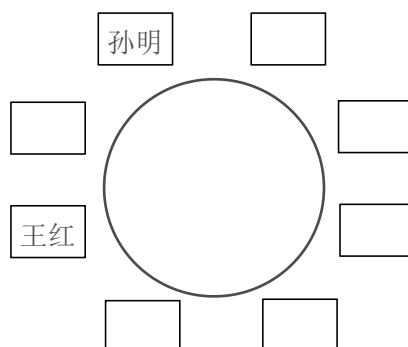
(2) 构造  $P^n$  形式推演证明该推理的形式是正确的。

(3) 模仿上述推理, 运用类似的推理形式, 构造一段同样合乎常识的推理来论证“如果我们买保险, 那么我们很安心”(用文字叙述)。

12. (6 分) 8 位同学围坐在一张圆桌周围聚餐。8 位同学的姓名恰好形成下表所示的关系:

姓 名 \ 姓	孙	张	李	王
明	孙明	张明	李明	王明
红	孙红	张红	李红	王红

已知: (1) 任意相邻两人的姓名中总有一个共同的字。(2) 任意连续相邻的三人的姓名中没有三人共用的字。(3) 一位张姓同学的右手侧紧邻一位李姓同学。(4) 李红和孙红不相邻。(5) 孙明和王红的位置如图所示。推断其余所有人的座位, 将名字填入对应位置的方框中。



13. (6分) 运用逻辑学知识, 指出以下推理中的谬误。

(1) 如果 X 公司不能在月底前筹集到 300 万元资金, 那么 X 公司将会破产。现在知道, X 公司在月底前筹集到了 400 万元资金, 所以, X 公司不会破产。

(2) 中国的大学分布于全国各地。北京大学是中国的大学。所以, 北京大学分布于全国各地。

(3) 某“高智商”俱乐部规定: ①在智商测试中得到 150 以上分数的人有资格加入本俱乐部; ②在智力运动会中获得奖牌的人有资格加入本俱乐部; ③只有以上人士有资格加入本俱乐部。小王有资格加入该俱乐部。所以, 小王在智商测试中得到 150 以上分数并且在智力运动会中获得过奖牌。

#### 四、形式推演。(共 20 分)

14. (5分) 仅用  $P^N$  初始规则, 证明:  $((A \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow A$  是  $P^N$  定理。

15. (8分) 仅用  $Q^N$  初始规则, 证明:  $\forall x \neg (Px \wedge \forall y Qy) \rightarrow \forall x \exists y (Px \rightarrow \neg Qy)$  是  $Q^N$  定理。

16. (7分) 在  $Q^N$  中推演:  $\forall x \forall y \forall z (Rxy \wedge Ryz \rightarrow Rxz), \forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryx), \exists y \forall x Rxy \vdash \forall x Rxx$ 。

#### 五、分析与探究。(共 20 分)

(第 17 至 19 小题共同基于以下题干)

现有如下用自然语言表述的三段论式推理:

前提 1: 所有的青年人都应心怀理想。

前提 2: 有些大学生是青年人。

结论: 有些大学生应心怀理想。

17. (2分) 该三段论属于第\_\_\_\_\_格\_\_\_\_\_式, 用字母表示为  $\frac{\square \square \square}{\square \square \square}$ 。

18. (3分) 用三个一阶公式翻译该推理的前提和结论:

(1) 前提 1: \_\_\_\_\_; (2) 前提 2: \_\_\_\_\_; (3) 结论: \_\_\_\_\_。

19. (4分) 构造  $Q^N$  形式推演, 证明该推理是  $Q^N$  中正确的推理。

(第 20 至 22 小题共同基于以下题干)

现将上述推理的前提 2 改为全称命题前提 2', 形成以下推理:

前提 1: 所有的青年人都应心怀理想。

前提 2': 所有的大学生都是青年人。

结论: 有些大学生应心怀理想。

20. (2分) 这种格式的三段论称为“差等式”(或“弱式”), 因为: \_\_\_\_\_; 请再举

出一个与上述推理格式不同的差等式的例子:  $\frac{\square \square \square}{\square \square \square}$ 。

21. (3分) 基于主项存在假设, 用带存在含义的文恩图验证该推理是有效的。

22. (6分)

(1) 用一个一阶蕴含式翻译该推理: \_\_\_\_\_。

(2) 证明该蕴含式不是普遍有效的。