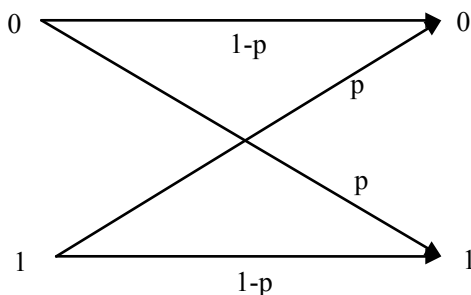


一、二进制对称信道模型如下图所示，设信道输入 $X=0$ 的概率为 $1/2$ ， $X=1$ 的概率为 $1/2$ ，信道错误概率 $p=0.25$ ，信道输出为 Y （每小题 5 分）

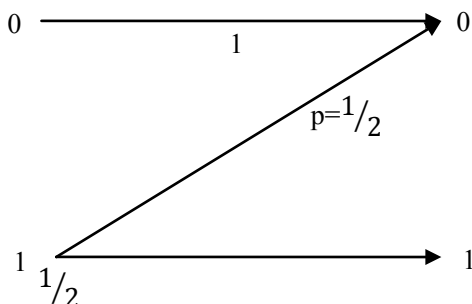


1. 计算 $H(X)$, $H(Y)$, $H(Y|X)$, $H(X,Y)$
2. 计算 $I(X;Y)$ ，分别以 bit 和 nat 单位表示。
3. 序列 $(1,0,1,0)$ 是否属于 X 的典型集？ $(1,1,1,1)$ 是否属于 X 的典型集？序列对 $x^n = 1010$, $y^n = 1110$ 联合典型吗 ($\epsilon = 0.001$)？序列长度 n 足够大时，估计 X 的典型集中元素的个数 $|A_\epsilon^{(n)}|$ ，以及每个元素出现的概率 $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。

二、离散无记忆信源 X 取三个值 $\{0,1,2\}$ ，其概率分别为 $0.5, 0.25$ 和 0.25 。（每小题 4 分）

1. 上述信源被分成长为 N 的源字母组，在长度 N 足够大的情况下采用定长信源编码，码字母表大小为 $D = 4$ ，计算码字长度的下界。
2. 求 X 的香农编码，写出过程和结果？
3. 如果将 $X = 0$ 编码为 10 ， $X = 1$ 编码为 11 ， $X = 2$ 编码为 110 ，该码平均码长是多少？是最优码吗？它是即时的吗？它是唯一可译的吗？它是非奇异的吗？

三、 Z 信道是具有二元输入和输出字母表的信道，如下图所示。 $x=0$ 的概率为 z ， $x=1$ 的概率为 $1-z$ 。



1. 求 Z 信道的容量以及最大化时的输入概率分布。（5 分）

2. 用 C (bit/transmission) 表示信道容量的值, 为实现信道容量采用随机信道编码方案, 编码后序列长度为 n , 对 n 足够大的情况下, 写出估计码本中码字个数的表达式。(3 分)
3. 对于每个输入的 (典型的) n 长序列, 估计所有可能的 (典型的) Y 输出序列的总数 (3 分)
4. 如果传输速率 $R > C$, 两个独立的序列 x^n 与 y^n 却满足联合典型条件的概率是多少? (3 分)

四、高斯信道, $Y = X + Z$, 假设 X 与 Z 服从零均值, 方差分别为 m_x 和 m_z 的互相独立的高斯分布。(每小题 3 分)

1. X 的微分熵 $H(X)$ 可以取负值吗? 是否存在另外一个随机变量 X' , 它与 X 具有相同的方差、不同的概率分布, 且 $H(X') > H(X)$?
2. 写出 $H(Y)$ 的表达式;
3. 对于最高截至频率为 W Hz 的低通限带通信系统, 写出高斯信道下的容量表达式;
4. 如果功率效率 $\eta_P = E_b/N_0 = 0$ dB, 则系统带宽效率为 $\eta_B = \frac{R}{B}$ 在什么范围内是 **可实现的**?

五、已知二元(6, 3)线性分组码的生成矩阵如下: (每小题 4 分)

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1. 写出所有许用码组;
2. 最小汉明距是多少? 可以纠几个错误?
3. 求监督矩阵 H ;
4. 对接收矢量 111010, 000011 进行译码, 写出结果即可。

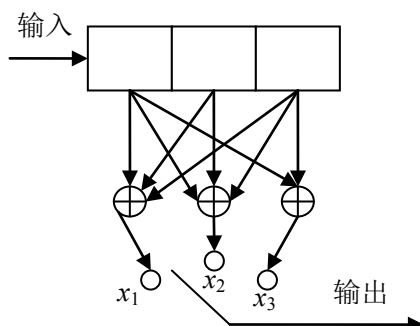
六、已知(7,4)循环码的生成矩阵如下: (每小题 4 分)

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1. 写出该循环码的生成多项式?
2. 写出该循环码的系统码生成矩阵?

3. 计算错误图样为 $D^5 + D$ 时的校正子。
4. $n = 7$, 判断 $g(D) = D^2 + D + 1$ 可否作为循环码的生成多项式, 说明原因。

七 (3, 1, 3) 卷积码编码器结构如下图所示: (每小题 5 分)



1. 画出树状图
2. 计算最小距离
3. 假设接收序列为 $Y=000100010\cdots$, 下图画出了维特比译码的前两步, 请画出第三步译码后的幸存路径。

