信息科学技术学院电磁学期中试题 (2009年4月15日)

（<u>注意：请在答题纸上答卷，并写上姓名、学号</u>）

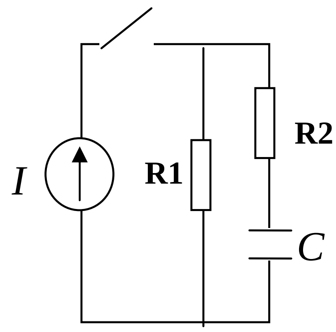
1. （15 分）有一个半径为 R 的均匀带电球，电荷体密度是 ρ, 球外有点电荷 q，距离球心 s，求带电球整体所受的静电力。

2. （15 分）已知在柱坐标系中，电荷分布的体密度可以表示为：$\dfrac{b}{[1+(\frac{\rho}{a})^2]^2}$, 其中 ρ 表示极径, 求空间电势分布。

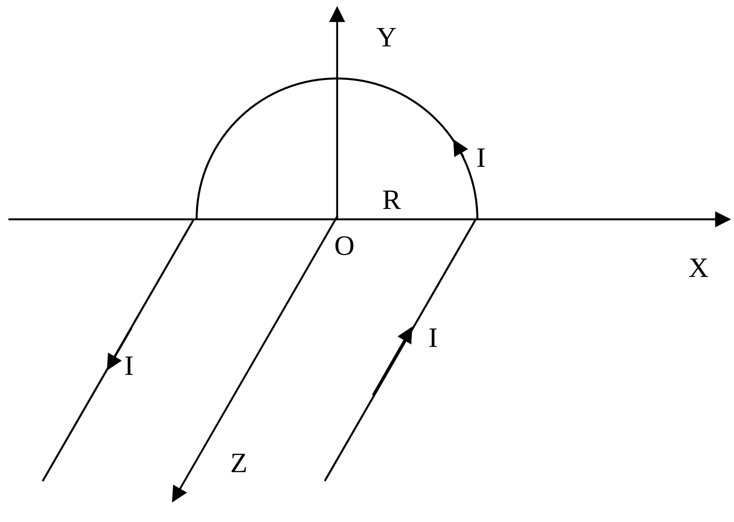
3. （10 分）有一个球形导体壳，带电量为零，现在壳内放入两个点电荷，电量分布是 q 和 −q（其位置任意，但不会和壳内面接触），请画出电场线的示意图，并简要说明分析过程。

4. （15 分）已知两个金属薄球壳，半径分别是 a，b 且 a<b，两球同心放置。两个球壳之间充满了一种特殊导电材料，这种材料的电导率随其中的电场强度的大小而变化：σ＝KE，K 是常数。现设法将内外球壳分别接到电源的正负极，测得两球壳之间电压为 V，通过的电流为 I ，求常数 K。（已知金属薄球壳的电阻很小，可以忽略不计）

5. （15 分）如图是一个恒定电流源 I 构成的电路，设开关闭合时刻为 0，求其后时间内电容上的电压和电流。



6. （15 分）如图所示的无限长导线弯成如图所示的形状，通有稳恒电流 I，方向如图所示，其中半圆形导线半径 R，在 OXY 平面内，且圆心在 O 点，另外两个半无限长直导线在 OXZ 面内，且与 Z 轴平行。求 O 点的磁感应强度。



7 （15 分）有一个无限大载流板厚度 d，体内有均匀的电流密度 j，电流方向平行于板的表面，求磁感应强度的分布。

1. 分析：由牛顿第三定律知带电球整体所受的静电力与点电荷q所受的静电力大小相等，方向相反。

带电球在点q处的电场强度为E，则

$$4\pi s^2 \cdot E = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho / \varepsilon_0$$

$$E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 s^2}$$

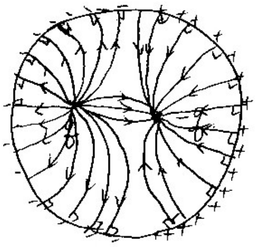
$$\therefore F_q = q\cdot E = \frac{q\rho \cdot R^3}{3\varepsilon_0 s^2}$$

$$\therefore \vec{F}_{球} = -\vec{F}_q = \frac{q\rho\cdot R^3}{3\varepsilon_0 s^2}\hat{r}$$

$\hat{r}$为点电荷q和球心连线的单位矢量，由点电荷q指向球心

2. 参照作业题2.13

3. 分析：q和-q放入球形导体壳中，分别在其对应位置感应出电性相反的电荷。又知电场线始于正电荷，终止于负电荷，又因为导体球壳是等势体，所以在球壳内部电场线垂直于表面，球壳外，根据高斯定理可知电场为0，所以示意图如下：



4. $j = \sigma E = kE^2$

$I = S\cdot j = 4\pi r^2 \cdot j = 4\pi r^2 \cdot kE^2$

$$\therefore E = \sqrt{\frac{I}{4\pi k r^2}}$$

$$V = \int \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_a^b E\cdot dr = \int_a^b \frac{\sqrt{I}}{\sqrt{4\pi k}}\cdot \frac{1}{r}\,dr = \frac{\sqrt{I}}{\sqrt{4\pi k}}\cdot \ln\frac{b}{a}$$

$$\therefore k = \frac{I \ln^2\frac{b}{a}}{4\pi V^2}$$

5、解：令电容上电压，电流分别为 $u(t)$，$I(t)$，经过 R_1 电流为 I_1

则有 $\begin{cases} Cu(t) = \int_0^t I(t)\,dt & \cdots ① \text{ 电容电荷} \\ I = I_1 + I(t) \Rightarrow I_1(t) = I - I(t) & ② \text{ 电流相等} \\ I_1 R_1 = I(t) R_2 + u(t) & ③ \text{ 并联电压相等} \end{cases}$

将①，②代入③式，~~得~~消去 $u(t)$ 和 I_1，得

$$[I - I(t)]R_1 = I(t)R_2 + \frac{1}{C}\int_0^t I(t)\,dt, \quad \cdots ④$$

对 t 求导，得

$$(R_1+R_2)C\,I'(t) + I(t) = 0$$

得 $I(t) = Ae^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$

④式中令 $t=0$，则可得 $I(0) = \frac{IR_1}{R_1+R_2}$ 故 $A = \frac{IR_1}{R_1+R_2}$

$$I(t) = \frac{IR_1}{R_1+R_2}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

$$u(t) = \int_0^t I(t)\,dt = IR_1\left[1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}\right]$$

解二：①式可写作 $I(t) = C\frac{du(t)}{dt}$

则④式 ~~将~~ 可消去 $I(t)$ 和 I_1，得

$$(R_1+R_2)C\,u'(t) + u(t) = IR_1 \quad \cdots ④$$

得：~~$u(t) \Rightarrow$~~ $\frac{du(t)}{u - IR_1} = \frac{-1}{(R_2+R_1)C}$

得 $\ln(u - IR_1) = \frac{-t}{(R_1+R_2)C} + A \Rightarrow u(t) = IR_1 + Ae^{\frac{-t}{(R_1+R_2)C}}$

$t=0$ 时 $u(0)=0$ 故 $A = -IR_1$

$$\therefore u(t) = IR_1\left[1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}\right]$$

$$I(t) = Cu'(t) = \frac{IR_1}{R_1+R_2}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

6、解：1)求直导线磁场参见课本 P31 例题，

直导线总磁场为 $\vec{B}_1+\vec{B}_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\hat{j}$

也可以将两半无限长直导线理解为一个无限长直导线的磁场。

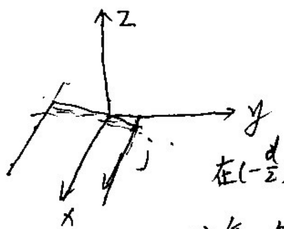
2)半圆环电流磁场为

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{r^3}(\vec{e}_l\times\vec{r})=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{r^2}\hat{k}=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cdot d\theta\ \hat{k}.$$

$$\vec{B}_3=\int_0^{\pi}\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cdot d\theta\ \hat{k}=\frac{\mu_0 I}{4R}\hat{k}.$$

故 $\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\hat{j}+\frac{\mu_0 I}{4R}\hat{k}$.

7、解：建立右手坐标系 x,y,z



令 $\vec{j}$ 正方向为 x 轴正方向，无限大载流板在 XOY 平面内，及 $Z\in(-\frac{d}{2},\frac{d}{2})$ 范围内，

在 $(-\frac{d}{2},\frac{d}{2})$ 内取任一 Z，则 dz 与 XOY 平面内构成一面电流密度为 $dz\cdot j$

对每一个 dZ，

$$\vec{B}=\begin{cases}-\frac{1}{2}\mu_0 dz\cdot j\cdot\hat{y}\ (z\geq Z)\\ \frac{1}{2}\mu_0 dz\cdot j\cdot\hat{y}\ (z\leq Z)\end{cases}.$$

对于 $z>\frac{d}{2}$，有 $\vec{B}=-\frac{d}{2}\mu_0 j\cdot\hat{y}$.

$z<-\frac{d}{2}$，有 $\vec{B}=\frac{d}{2}\mu_0 j\cdot\hat{y}$.

对于 $z\in(-\frac{d}{2},\frac{d}{2})$，有 $\vec{B}=\frac{1}{2}\mu_0 j(\frac{d}{2}-z)\cdot\hat{y}+[-\frac{1}{2}\mu_0 j(z+\frac{d}{2})]\cdot\hat{y}$

$$=-\mu_0 j z\cdot\hat{y}.$$

这个题目也可用安培环路定理，也应分情况讨论