

09 信科力学期中（2009/11/14）100 分钟

一、已知一个质点在极坐标内运动， $\ddot{\rho} = a, \dot{\varphi} = \omega_0$ ， $a$  和  $\omega_0$  为常量。

$t=0$  时刻  $\rho = \rho_0, \dot{\rho} = v_0, \varphi = 0$ .

(1) 求该质点的运动轨迹；

(2) 求  $t$  时刻质点的速度和加速度。

二、一质点以  $\vec{v}_0$ ，与水平面成  $\theta_0 (\theta_0 > \frac{\pi}{4})$  角作斜抛运动。忽略空气阻力，求：

(1)  $t=0$  质点的切向加速度；

(2) 质点速度与  $\vec{v}_0$  垂直的时刻  $t$ ，以及那一点的曲率半径。

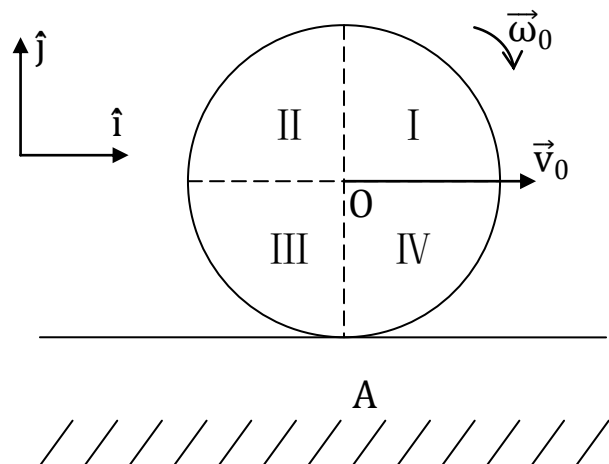
三、一个轮子在地面又滚又滑地运动，角速度为  $\vec{\omega}_0 = \omega_0 \hat{k}$ ，其圆心  $O$  的速度为  $\vec{v}_0 = v_0 \hat{i}$ ， $v_0 = 0.7R\omega_0$ ， $\omega_0$  为常量，如图：

对任意时间  $t$ ，求：

(1) 接触点  $A$  的速度、加速度，以及方向（ $A$  是轮上一点）；

(2) 这个轮子的瞬时转动中心  $O'$  在哪里？在图上标出并注明距  $O$  点的位置；

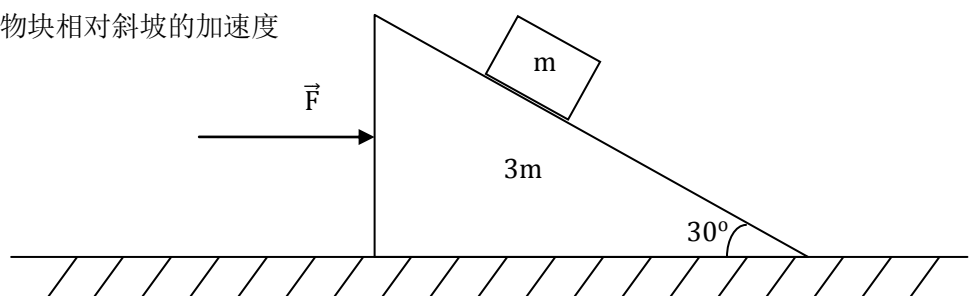
(3) 轮上哪些点的速度大小等于  $v_0$ ？轮子被人为地分成四个部分（如图）它们分别在哪个部分？指出它们所在的部分与它们距地面的高度。



四、一个与地面成  $30^\circ$  角的斜坡质量为  $3m$ ，在上面放置一个质量为  $m$  的小物块。忽略物体与物体以及地面之间的摩擦力，初始时斜坡与物块均静止。此时给予斜坡一个向右的力  $\vec{F}$ （如图），求：

(1)  $F$  的大小为多少时小物块与斜坡相对静止；

(2)  $F = 2\sqrt{3}mg$  时，小物块相对斜坡的加速度大小与方向。



五、一个大圆环绕竖直直径方向以 $\vec{\omega}_0$  转动,  $|\vec{\omega}_0| = \omega_0$  , 质量为  $m$  的小环 A 套在大环上 (如

图), 忽略一切摩擦,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{2R}}$  , 求:

(1) 某时刻 OA 与竖直方向呈 $\theta$ 角, 求大圆环对 A 的作用力 (用 $m, R, \theta, \dot{\theta}, g$  来表示);

(2) 设初始时 A 在底端, 速度大小为 $v_0$  。求最小的 $v_0$  使 A 能达到 O 所在的高度 (用  $R, m, g$  表示)。

(提示: 对于任意的关于时间的函数

$$x=x(t), \quad \ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{d\dot{x}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx})$$

