

逻辑导论

答卷须知

- 1. 本卷共 2 页，卷面满分 100 分，答题时限 170 分钟。
- 2. 请在答题纸的规定区域内作答。在试卷、草稿纸或答题纸密封区域内作答无效。
- 3. 考试结束后，请将试卷、答题纸和草稿纸按顺序整理好后上交。

约定

为简明起见，本卷中的谓词逻辑公式 $P(t_1, \dots, t_n)$ 均简写为 $Pt_1 \dots t_n$ 。考生可自行选择简写或不简写。

一、填空题。（共 16 分）

- 1. （3 分）连线题：将下列 6 个公式中彼此逻辑等值的公式用线段连结起来（不等值的不要连，等值的都要连；每多连或少连一条线扣 1 分，最低得 0 分）。

① $\neg p \rightarrow q$

② $p \rightarrow \neg q$

⑥ $q \rightarrow \neg p$


③ $p \vee q$

⑤ $\neg(p \wedge q)$

④ $\neg q \rightarrow p$

- 2. （2 分）一日，小明同学发现学长的逻辑学作业本中有如下一道证明题的解答：

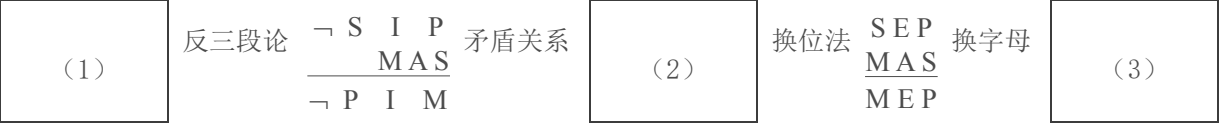
证明：
反证法。假设 A, B 中有一个不为重言式（不妨设 A 不为重言式），则存在一种命题变元的赋值方法使得 A 为假，故该赋值也使得 $A \wedge B$ 为假，故 $A \wedge B$ 不为重言式，与题设条件矛盾。故假设错误，原命题成立。证毕。



旁边的教师批改表明该证明是完全正确的。但这位学长并未将该习题的题目要求抄写到作业本上。试根据该段文字的证明内容和证明方法，推断该证明题的题目要求为：“_____。”

- 3. （3 分）运用词项逻辑知识填空：
（1）SEP 用换质法推出_____；
（2）四种直言命题中，不能运用换位法进行直接推理的是_____命题；
（3）在基于对当方阵的直接推理中，运用下反对关系进行的直接推理也可以通过先用_____关系，再用_____关系来分两步完成。

- 4. （3 分）以下为将一个标准形式的非第一格三段论化归为第一格的流程图。根据提示将化归步骤补充完整：



- 5. （2 分）选出下列公式中所有的有效式：_____（填写公式的字母代号；每多选或少选一项扣 1 分，最低得 0 分）。
A. $\forall x(Px \wedge Qx) \leftrightarrow \forall xPx \wedge \forall xQx$ B. $\forall x(Px \vee Qx) \leftrightarrow \forall xPx \vee \forall xQx$
C. $\exists x(Px \wedge Qx) \leftrightarrow \exists xPx \wedge \exists xQx$ D. $\exists x(Px \vee Qx) \leftrightarrow \exists xPx \vee \exists xQx$
6. （3 分）考虑如下推演关系： $\forall x(Mx \rightarrow Px)$ ， $\forall x(Sx \rightarrow Mx)$ ， $\vdash \exists x(Sx \wedge Px)$ 。欲在方框中填入一个公式，使得该推演关系成立，则以下公式中可填入方框中的有_____（填写所有满足题意的公式的字母代号；每多选或少选一项扣 1 分，最低得 0 分）。
A. $\exists xPx$ B. $\exists xMx$ C. $\exists xSx$ D. $\exists x(Sx \wedge Px)$ E. $\exists x(Sx \wedge \neg Px)$ F. $\exists x(\neg Sx \wedge Px)$

二、解答题。写出必要的解答或推理过程。（共 16 分）

- 7. （4 分）若公式 $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$ 为真，求 $p \leftrightarrow q$ 的真值。
- 8. （6 分）设 Δ 是一个二元真值联结词，并能使以下公式成为重言式：
① $(p \Delta q) \Delta (q \Delta p)$ ；② $\neg((p \Delta p) \Delta \neg(p \Delta p))$ 。

根据以上条件，求 Δ 的真值表。

- 9. （6 分）运用三段论的一般规则，求所有结论为 SAP 的有效三段论格式。

三、证明题。（每小题 8 分，共 16 分）

- 10. 用树形图方法验证 $\forall x(Px \rightarrow Qx) \rightarrow \exists x\neg Px \vee \exists xQx$ 是有效式。
- 11. 构造恰当的解释，证明：公式 $\forall x\exists y\neg Rxy \rightarrow \exists y\forall x\neg Rxy$ 是可满足的，但不是普遍有效的。

四、分析与探究。（每小题 8 分，共 16 分）

- （第 12 至 13 小题共同基于如下题干）
有时，对于同一推理，既可以用词项逻辑来分析，又可以用谓词逻辑来分析。例如：
推理 D

前提 1：有的矩形是正方形。
前提 2：所有平行四边形都不是梯形。
前提 3：所有矩形都是平行四边形。
结 论：有的正方形不是梯形。

- 12. 用词项逻辑知识分析推理 D ，不难发现它由三个直言命题的前提推出一个直言命题的结论，可拆分成两个有效三段论的复合。

- （1）选择一种方式，将推理 D 拆分成两个标准形式的有效三段论的复合，填写下表：

| | 三段论推理 | 格 | 式 |
|-------|--|---|---|
| 三段论 1 | 大前提：_____ 小前提：_____ 结 论：_____ | | |
| 三段论 2 | 大前提：_____ 小前提：_____ 结 论：有的正方形不是梯形。 | | |

（2）若固定三段论 2 的结论为推理 D 的结论，则可能的拆分方式总共有_____种。（只要三段论 1、三段论 2 的格或式有任何一处不同，即视为不同的拆分方式）

（3）作欧拉图验证推理 D 是词项逻辑中有效的推理。

13. 现用谓词逻辑知识分析推理 D ：

（1）规定四个一元谓词符号的解释如下：

Z ：正方形 J ：矩形 P ：平行四边形 T ：梯形

使用上述谓词符号，用一阶公式翻译推理 D ：

①前提 1：_____

②前提 2：_____

③前提 3：_____

④结 论：_____

（2）基于上题翻译，在 Q^N 中进行形式推演，证明 D 是 Q^N 中正确的推理。

五、应用题。（每小题 8 分，共 16 分）

14. 完形填空：运用命题逻辑知识，仿照例题，在横线上填写恰当的命题，构成语句通顺、文意连贯、逻辑正确的语段。

【例题】按照北京大学的有关规定，除非学生修够学分，否则学生不能毕业。这意味着，如果学生没有修够学分，那么_____。

【答案】学生不能毕业

（1）1845 年，马克思在《前进周刊》中对德国的专制主义进行了尖锐的批判。普鲁士当局既愤怒又惧怕，于是宣布：如果马克思继续批判当局，那么他将被剥夺普鲁士国籍。这意味着，马克思或者选择_____，或者选择_____。

（2）前苏联教育家马卡连柯曾提出著名的教育原则：_____。然而，一些教师在实际工作中并没有很好地践行这一点——他们或者不尊重学生，或者不对学生严格要求。

（3）“绿水青山就是金山银山”的意义在于，它打破了这样一种思维定势：如果要发展好经济，就_____。但事实上，发展好经济与保护好环境完全可以统一起来，同步并举。

（4）丽丽同学期中考试不及格，她十分不安，于是便向老师承诺：_____。然而，她却并没有遵守自己的诺言，因为老师没有将丽丽的期中成绩告诉丽丽的父母，可是丽丽在期末考试中仍不及格。

15. 用一阶公式翻译下列自然语言的句子。要求：①取个体域为全域；②可使用等词；③不标注各种符号的语义解释。

- （1）所有北京大学的学生和清华大学的学生都听说过人民大会堂和国家大剧院。
- （2）如果王小明有宠物，那么他关心它。
- （3）如果有哲学家是空想家，那么不止一位哲学家是空想家。
- （4）过两点有且仅有一条直线。

六、形式推演。（共 20 分）

- 16. （8 分）仅用 P^N 初始规则，证明： $((A \rightarrow B) \rightarrow B) \leftrightarrow ((A \leftrightarrow B) \rightarrow B)$ 是 P^N 定理。
- 17. （4 分）仅用 Q^N 初始规则，证明： $\forall x (Px \wedge Qx) \rightarrow \forall x (Px \leftrightarrow Qx)$ 是 Q^N 定理。
- 18. （8 分）在 Q^N 中推演： $\forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryx), \forall x \forall y \forall z (Rxy \wedge Ryx \rightarrow Rxz), \exists x \forall y Rxy \vdash \forall x \forall y Rxy$ 。