

集合论与图论期中试题

2016年11月10日 共5大题。

一、设 A, B 是任意集合，试证明： $A - (A - B) = A \cap B$. (20分)

二、设 $A = \{a, b, c, d\}$ 上有二元关系 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, d \rangle\}$ ，试回答下列问题. (20分)

- (1) 给出 R 的关系图和关系矩阵. (5分)
- (2) 判断 R 满足下列哪些关系性质？(在括号内打 $\sqrt{}$ 或 \times) (5分)
自反 () 反自反 () 对称 () 反对称 () 传递 ()
- (3) 求出 R 的自反闭包、对称闭包、传递闭包. (5分)
- (4) 计算出 R 的各次幂. (5分)

三、试回答下列问题，并说明理由. (20分)

- (1) 在 $A = \{a, b, c\}$ 上有多少个不同的二元关系？(4分)
- (2) 其中有多少个二元关系既是偏序关系又是等价关系？(4分)
- (3) 其中有多少个二元关系是偏序关系而不是等价关系？(4分)
- (4) 其中有多少个二元关系是等价关系而不是偏序关系？(4分)
- (5) 其中有多少个二元关系既不是等价关系也不是偏序关系？(4分)

四、是否存在自然数集的无穷真子集是传递集？试给出证明. (20分)

五、设 A, B, C 都是无穷集，试比较以下三个集合的基数大小，并给出证明. (20分)

- (1) $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ (2) $(A \times B) \rightarrow C$ (3) $(A \rightarrow B) \rightarrow C$