

离散数学期中试卷

一、选择题 (共 15 题, 每题 2 分)

C 1、下面命题公式 () 不是重言式。

$$\neg q \vee p \vee q$$

A. $q \rightarrow (p \vee q)$

B. $(p \wedge q) \rightarrow p$ \checkmark $\neg p \vee \neg q \vee p$ \checkmark

C. $\neg (p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \vee q)$

D. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \vee q)$ \checkmark

D 2、命题“没有不犯错误的人”符号化为 ()。设 $M(x)$: x 是人, $P(x)$: x 犯错误。

A. $\forall x(M(x) \wedge P(x))$ \times

B. $\neg (\exists x(M(x) \rightarrow \neg P(x)))$

C. $\neg (\exists x(M(x) \wedge P(x)))$

D. $\neg (\exists x(M(x) \wedge \neg P(x)))$

$$\neg \exists x (M(x) \wedge \neg P(x))$$

B 3、闭式谓词公式中的 x 是 ()

A. 自由变元

B. 约束变元

C. 既是自由变元又是约束变元

D. 既不是自由变元又不是约束变元。

C 4、判断下列哪一项不是命题。()

A. 北京是中华人民共和国的首都。

B. 陕西师大是一座工厂。

C. 你喜欢唱歌吗?

D. 若 $7+8>18$, 则三角形有 4 条边。

D 5、设全体域 D 是 正整数集合, 确定下列命题哪项为真值: ()

A. $\forall x \exists y(xy = y)$

B. $\exists x \forall y(x + y = y)$ \times

C. $\exists x \forall y(x + y = x)$ \times

D. $\forall x \exists y(y = 2x)$

A 6、设谓词 $P(x)$: x 是奇数, $Q(x)$: x 是偶数, 谓词公式 $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ 在哪个个体域中为真? ()

A. 自然数

B. 实数

C. 复数

D. 以上均成立

7. 永真式的否定是 (C) .

- A. 永真式
- B. 永假式
- C. 可满足式
- D. 以上皆错

$$p \wedge \neg q$$

$$\neg(\neg p \vee q)$$

$$\neg p \vee (\neg q \vee \neg p) : \neg p \vee \neg q.$$

8. 设命题公式 $G = \neg(p \rightarrow q)$, $H = p \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$, 则 G 与 H 的关系是 (A)

A. $G \Rightarrow H$

$$\neg(\neg p \vee q)$$

$$\neg p \vee (q \rightarrow \neg p)$$

B. $H \Rightarrow G$

$$p \wedge \neg q.$$

$$\neg p \vee (\neg q \vee \neg p).$$

C. $G = H$

D. 以上都不是

$$\neg q \vee \neg p.$$

$$\neg p \vee \neg p \vee q$$

$$\neg p \vee (p \rightarrow q).$$

$$p \vee (p \rightarrow q)$$

$$p \vee \neg p \vee q$$

9. 下列命题公式等值的是 (C)

- A. $\neg p \wedge \neg q, p \vee q$ X.
- B. $p \rightarrow (p \rightarrow q), \neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$ X.
- C. $q \rightarrow (p \vee q), \neg q \vee p \vee q$
- D. $\neg p \vee (p \wedge q), q$ X.

$$(\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee q) : \neg p \vee q. \quad \neg q \vee$$

10. 设 $L(x)$: x 是演员, $J(x)$: x 是老师, $A(x, y)$: x 佩服 y . 那么命题“所有演员都佩服某些老师”符号化为 (B)

- A. $\forall x L(x) \rightarrow A(x, y)$
- B. $\forall x (L(x) \rightarrow \exists y (J(y) \wedge A(x, y)))$
- C. $\forall x \exists y (L(x) \wedge J(y) \wedge A(x, y))$
- D. $\forall x \exists y (L(x) \wedge J(y) \rightarrow A(x, y))$

$$\forall x Lx.$$

13. 下面给出的一阶逻辑等价式中, (A) 是错的.

A. $\forall x (A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \forall x A(x) \vee \forall x B(x)$ 错

B. $A \rightarrow \forall x B(x) \Leftrightarrow \forall x (A \rightarrow B(x))$ 对

C. $\exists x (A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$

D. $\neg \forall x (A(x)) \Leftrightarrow \exists x (\neg A(x))$

14. 设 p : 小李努力学习, q : 小李取得好成绩, 命题“除非小李努力学习, 否则他不能取得好成绩”的符号化形式为 (C)

- A. $p \rightarrow q$
- B. $q \rightarrow p$
- C. $\neg q \rightarrow \neg p$
- D. $\neg p \rightarrow q$

$$\neg p \rightarrow$$

$$\neg p \rightarrow \neg q.$$

$$\neg p \rightarrow \neg q.$$

$$p \vee \neg q.$$

15. 令 p : 今天下雪了, q : 路滑, 则命题“虽然今天下雪了, 但是路不滑”可符号化为()

- A. $p \rightarrow \neg q$
 B. $p \vee \neg q$ ✗
 C. $p \wedge q$ ✗
 D. $p \wedge \neg q$

$$\neg p \vee \neg q$$

$$\neg(\neg p \vee \neg q) \wedge r$$

$$\neg p \wedge \neg r$$

$$\neg p \vee p \vee$$

二. 填空题 (共 15 空, 每空 2 分)

1. 公式 $A: \neg(p \rightarrow r) \wedge r$ 的类型为: 析取式, 公式 $p \rightarrow (p \vee q \vee r)$ 的类型为: 永真式. 公式 $(\neg p \vee q) \rightarrow r$ $\rightarrow ((p \wedge q) \vee r)$ 的类型为: 可满足.

$$p \wedge q \rightarrow r$$

$$p \wedge q$$

$$\neg(\neg(\neg p \vee q) \vee r) \vee$$

2. 以下说法: “若 2 和 3 都是素数, 则 6 是奇数. 2 是素数, 3 也是素数. 所以, 5 或 6 是奇数.” 推理是否正确: 正确

3. 公式: $\neg(\neg(p \rightarrow q)) \vee (\neg q \rightarrow \neg p)$ 的主合取范式为: M_2 .

4. 下列语句中:

- (1) 8 能被 4 整除。
 (2) 今天温度高吗?
 (3) 今天天气真好呀!
 (4) 6 是整数当且仅当四边形有 4 条边。
 (5) 地球是行星。
 (6) 小王是学生, 但小李是工人。
 (7) 除非下雨, 否则他不会去。
 (8) 如果他不来, 那么会议就不能准时开始。

(1) 1, 4, 5, 6, 8 是命题, (2) 1, 3 不是命题, (1) 1, 5 是简单命题, 1, 4, 6, 7, 8 是复合命题.

5. 谓词公式: $\forall x(P(x) \vee \exists yR(y)) \rightarrow Q(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是: $P(x) \vee \exists yR(y)$.

6. 令 $R(x)$: x 是实数, $Q(x)$: x 是有理数. 则命题“并非每个实数都是有理数”的符号化表示为: $\neg \forall x(R(x) \rightarrow Q(x))$.

7. 公式 $(p \wedge r) \vee (s \wedge r) \vee \neg p$ 的主合取范式为: $M_4 \wedge M_6$.

8. 设 p : 它占据空间, q : 它有质量, r : 它不断运动, s : 它叫做物质. 命题“占据空间的, 有质量的而且不断运动的叫做物质”的符号化为: $(p \wedge q \wedge r) \leftrightarrow s$.

9. 设 p : 我生病, q : 我去上课, 命题“我虽然生病但我还是去上课”符号化为:

$$p \wedge q$$

$$p \wedge q$$

$$P(x) \wedge Q(y) \rightarrow R(x, y).$$

10. 设 $P(x)$: x 是大象, $Q(x)$: x 是老鼠, $R(x, y)$: x 比 y 重, 则命题“大象比老鼠重”的符号化为: $P(x) \wedge Q(y) \rightarrow R(x, y)$.

$$\forall x P(x)$$

三. 证明题 (共 20 分)

$$(1) \exists x(A(x) \rightarrow B(x)) \Leftrightarrow \forall x A(x) \rightarrow \exists x B(x)$$

$$(2) (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r) \Leftrightarrow r \wedge (p \vee q)$$

(3) 如果他是计算机系本科生或者是计算机系研究生, 那么他一定学过 DELPHI 语言而且学过 C++ 语言。只要他学过 DELPHI 语言或者 C++ 语言, 那么他就会编程序。因此如果他是计算机系本科生, 那么他就会编程序。请用命题逻辑推理方法, 证明该推理的有效结论。

(4) 在自然推理系统中, 构造下列推理的证明:

前提: $\forall x(F(x) \rightarrow \forall y(G(y) \wedge H(x)))$, $\exists x F(x)$

结论: $\exists x(F(x) \wedge G(x) \wedge H(x))$

00)

四. (5+5, 共 10 分)

(1) 求命题公式 $(p \vee (q \wedge r)) \rightarrow (p \vee q \vee r) \leftrightarrow r$ 的主析取范式, 并求成真赋值

(2) 求前束范式 $(\exists x F(x, y) \rightarrow \forall y G(x, y, z)) \rightarrow \exists z H(z)$

五. 推理证明题 (10 分)

$$(1) (p \rightarrow (q \rightarrow s)) \wedge (\neg r \vee p) \wedge q \Rightarrow r \rightarrow s$$

(2) 在自然推理系统 P 中, 用归谬法证明下列推理

前提: $p \rightarrow (q \rightarrow r)$, $p \wedge q$

结论: $r \vee s$