

# 實驗物理學（三）

## 實驗記錄

### 都卜勒效應 線性與圓周運動

Group 7

洪 瑜 B125090009

黃巧涵 B122030003

邱暄詞 B102030018

梁智涵 B122030032

2025/11/21

# 1 前言

由於本周有詢問齒輪賣家對於我們模型的評估與報價，價錢超出預算，決定在本周課程詢問老師是否有必要購買，尚未開始進行模型的製作與測量；因此本次重點著重在對於先前線性與圓周的都卜勒效應的實驗內容進行總整理。

## 2 實驗簡介

### 2.1 實驗原理

本實驗將透過聲源繞源、觀察者在外側的裝置測量都卜勒效應在圓周運動下的響應。  
基本假設：

- 聲源在半徑為 $R$ 的圓上做等速圓周運動
- 角速度 $=\omega$
- 聲速 $=v$
- 觀察者距離圓心外 $D(m)$

可得到

1. 聲源瞬間位置：

$$\vec{r}_s(t) = (R \cos \omega t, R \sin \omega t) \quad (1)$$

2. 觀察者位置：

$$\vec{r}_o = (D, 0) \quad (2)$$

造成都卜勒效應的來源即為相對速度在觀察者與聲源連線方向的投影。

#### 2.1.1 都卜勒效應

$$f(t) = f_0 \frac{v}{v - v_r(t)} \quad (3)$$

其中 $v_r(t)$ 為聲源朝向觀察者的徑向速度成分（正為靠近觀察者）；而徑向速度為：

$$v_r(t) = -v \sin \omega t \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + D^2 - 2RD \cos \omega t}} \quad (4)$$

可見在 $\sin$ 那項後還有一個因為幾何效應造成靠近與遠離觀察者時的速度比例變成非線性，所以在靠近觀察者那段訊號會變得較為尖銳，如圖1：

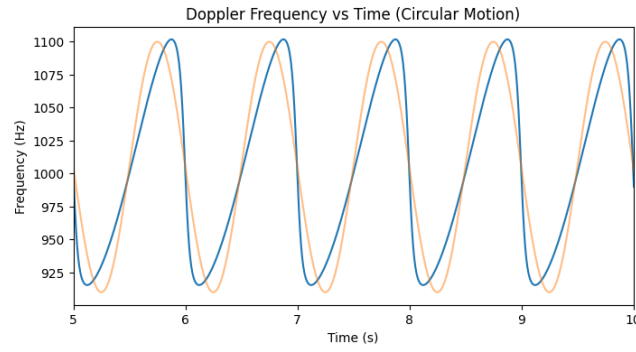


Figure 1: 藍線為理論波形，橘線為一般 $\sin$ 波；由此可見理論波形會相對更尖銳

但倘若觀察者距離聲源很遠（ $D \gg R$ ），幾何效應幾乎沒有：

$$v_r \approx v \sin(\omega t) \quad (5)$$

$$f(t) \approx f_0 \left(1 + \frac{v_0}{v} \sin \omega t\right) \quad (6)$$

為正弦波，如圖2：

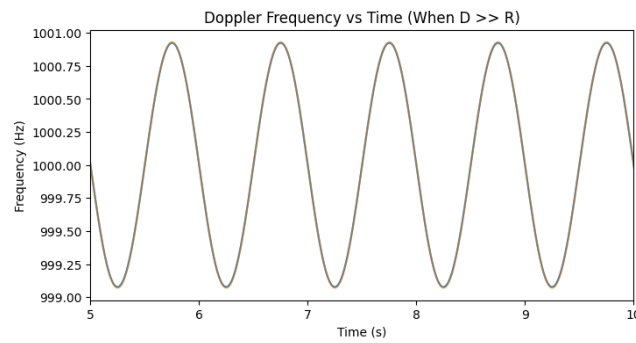


Figure 2: 藍線為理論波形，橘線為一般 $\sin$ 波；由此可見理論波形近乎為一正弦波

## 2.2 實驗材料

### 2.2.1 線性都卜勒運動

#### 滑車實驗

1. 滑軌
  - (a) 平滑木板
  - (b) 定滑輪
2. 滑車
  - (a) 萬象輪
  - (b) 塑膠盒
  - (c) 棉繩

#### 自由落體實驗

1. 防撞包裝紙
2. 捲尺

### 2.2.2 圓周都卜勒運動

#### 人工圓周甩動

1. 手機繩
2. 捲尺
3. 節拍器

#### 齒輪圓周運動

1. 齒輪組

### 3 實驗步驟

#### 3.1 線性都卜勒運動

##### 3.1.1 滑車實驗

裝置架設(如figure.3)：

確認聲源放置於固定位置，開啓phyphox測量頻率 $f$ 以及速度 $v$ ，並將手機固定於滑車上作為觀察者，將滑車放置在滑軌較高測，使滑車從靜止狀態開始滑動。重複測量5-10次，並求出平均之 $f$  &  $v$ 數值。

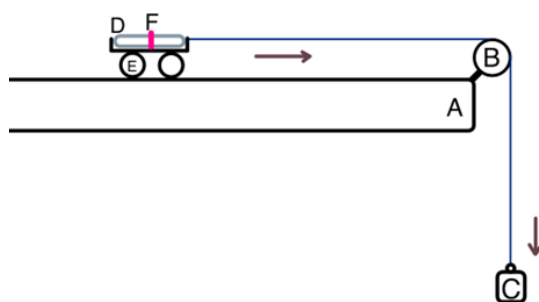


Figure 3: 滑車實驗示意圖

##### 3.1.2 自由落體實驗

將滑車、重物與接收訊號用的手機固定，並從約200cm處投下使其做自由落體運動，再由另一人接住。因已知重力加速度的數值，方便運算，也能確定觀測者的速度隨時間增加，因此理論上頻率變化也應該呈現線性變化，即速度越大，增減的頻率越大。

#### 3.2 圓周都卜勒運動

##### 3.2.1 人工圓周甩動

將作為聲源的手機(即figure.4中的紫色方塊)固定於旋臂或是繩子上，後以預設的某一點為圓心，人工甩動手機繩使聲源進行圓周運動。接收器放置於B點。figure.4中的藍色軌跡代表聲源接近觀察者，粉色軌跡代表聲源遠離觀察者。

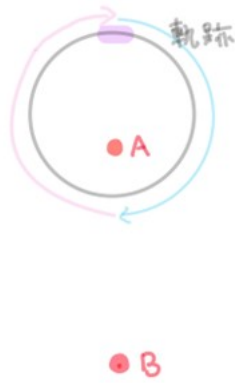


Figure 4: 圓周甩動示意圖

### 3.2.2 齒輪圓周運動

利用網站Tinkercad繪製所需之齒輪並向廠商訂製。目前製圖如figure.5所示。

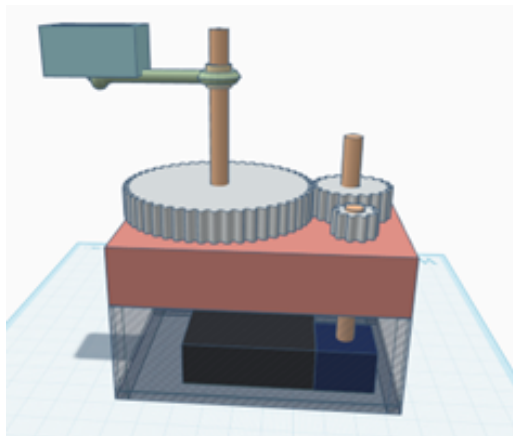


Figure 5: 齒輪繪製圖

## 4 實驗過程紀錄

### 4.1 線性都卜勒

#### 4.1.1 滑車實驗

初期測試中，我們發現量測結果與聲源頻率、環境噪音以及滑車運動的穩定度等等都有明顯相關。原本預期使用高頻能避開人聲與低頻環境噪音，但發現接收器對高頻的靈敏度不足，且高頻在空氣中又衰減較快，使得8000–20000Hz幾乎完全被環境音覆蓋，無法取得有效訊號。

改用較低頻率後，雖然能穩定接收訊號，但低頻訊號易受周遭噪音干擾而不容易被單獨辨識。為了減少干擾，我們改到較安靜的空教室測量，才讓低頻的訊號品質有明顯提升。

後續資料顯示，在300–500 Hz的測試中，頻率變化依然沒有很明顯。無論是接近或遠離，都只有零星的升高或下降，而且整體趨勢很容易被滑輪摩擦聲、反射音以及滑車剛起步時的瞬間加速度等噪音所掩蓋。後續為使變化更清楚，將頻率提升至1000–1500 Hz後，遠離時的頻率下降能穩定看到，接近時的上升也逐漸變得明顯，方向性與都卜勒效應一致。然而再提升至2000 Hz後，圖形又開始變得零散。推測是因為滑車的速度仍不足以使頻率偏移產生明顯變化，最後又落入噪音範圍內而被掩蓋。

整體而言，以我們目前的實驗裝置與環境條件來說，1000–1500 Hz是這個實驗中最適合的頻率範圍。然而從實際結果來看，數據仍然不夠穩定。主因在於滑車的速度變化偏小且偏慢，使得都卜勒效應本身的頻率偏移量有限，只要受到一些噪音或微小干擾，整段波形就很容易被蓋掉或變形。也因為線性拉動在有限距離內無法產生足夠大的速度差，這種測量方式在精度上始終受到限制，所以後續只能改變量測方式，尋找更能放大速度變化的做法。

#### 4.1.2 自由落體實驗

當觀察者遠離聲源時，不論是1000、1500還是2000 Hz，趨勢線的斜率都呈現負值（即頻率隨時間下降），代表在接收聲音的瞬間，由於觀察者與聲源間的相對速度不斷增加，頻率自然就會降低，這部分和都卜勒效應的理論預期完全符合。反之，在觀察者接近聲源的情況下，三組頻率的斜率則都變成正值。因為自由落體的過程本身就是往聲源靠近，所以速度越大、接收到的頻率就越高。

實驗依然還是存在一些限制。由於自由落體的時間非常短，手機能夠擷取的取樣點有限，因此只要出現少量離群點，就會把擬合線拉偏，這也是為什麼三次實驗的斜率會差得有點多。另外，我們也無法精準掌握真正的下落起始時間，所以在挑選用來擬合的時間區段時難免會有誤差，而這也會直接影響斜率的穩定度。即便如此，頻率變化的方向性仍然相當清楚，而且遠離聲源時的下降通常會比接近時更線性。

整體來說，我們的自由落體實驗成功呈現了都卜勒效應最核心的現象：接近時頻率變高、遠離時頻率變低。

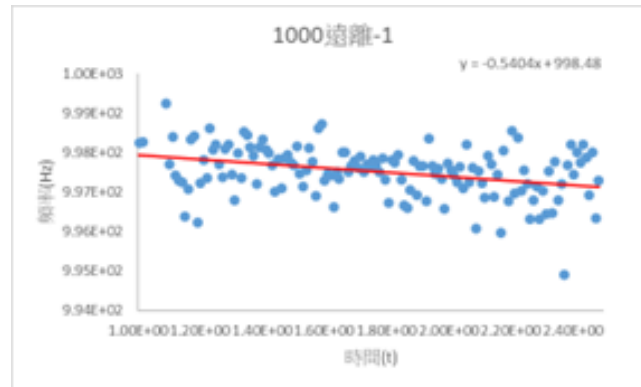


Figure 6: 1000Hz，觀察者遠離聲源

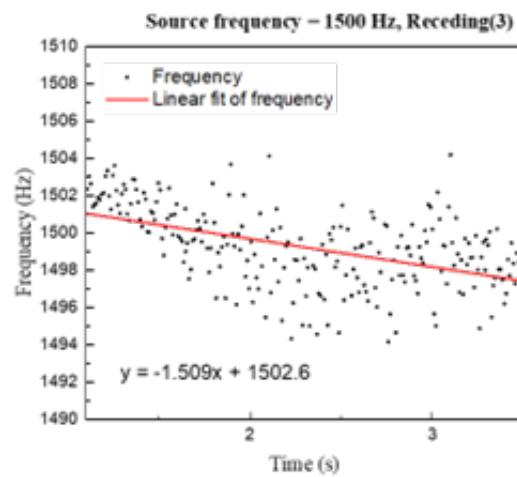


Figure 7: 1500Hz，觀察者遠離聲源

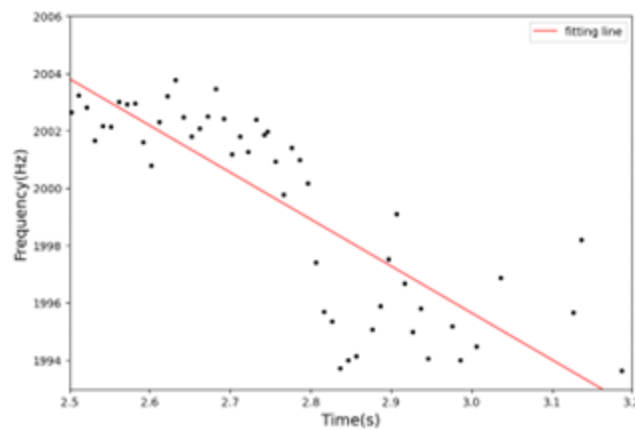


Figure 8: 2000Hz，觀察者遠離聲源

## 4.2 圓周都卜勒

### 4.2.1 人工圓周甩動

在比較40拍與120拍的結果時，可以看到高轉速的曲線上下起伏會更大(代表頻率偏移幅度變更明顯)。也就是說，聲源越靠近接收器，頻率也就越高(反之，越遠離時頻率就越低)。雖然人工甩動很難做到真正的勻速，但整體趨勢還是顯示的挺清楚的。而另外一個影響結果的關鍵則是時間間距。一開始我們使用10毫秒量測，會使得結果呈現出的波峰波谷是不見的(平滑後更是會整段削平)，導致看不出規律。但當我們縮小至5毫秒後，則會留下波風波谷(雖然還是會少掉一些尖端部分)，整體波形比起10毫秒量測出的東西完整許多，也比較能拿來和理論波形比對。至於實驗中出現的波動，主要來自人工甩動的速度不穩定等。尤其在高轉速下，每一次甩動的小幅晃動都會立刻反映在頻率上，使得120拍的曲線比40拍更亂一些。但將時間間距縮短後，這些瞬間跳動也較為更明顯，所以波形看起來也會比原本的更鋸齒。但即便如此，兩種速度平均的偏移幅度差異仍然還是能看出來。整體來說，人工圓周甩動的結果證明當轉速拉到足夠高時，實驗確實能呈現都卜勒效應的核心現象。不過，頻率會隨著聲源的靠近與遠離而上下擺動。而且速度越快，這個擺動的幅度也就越大。

### 4.2.2 齒輪圓周運動

此部份仍在建設中，將於與老師討論後進行後續規劃與實驗。

## 5 實驗結果分析

### 5.1 線性都卜勒

#### 5.1.1 滑車實驗

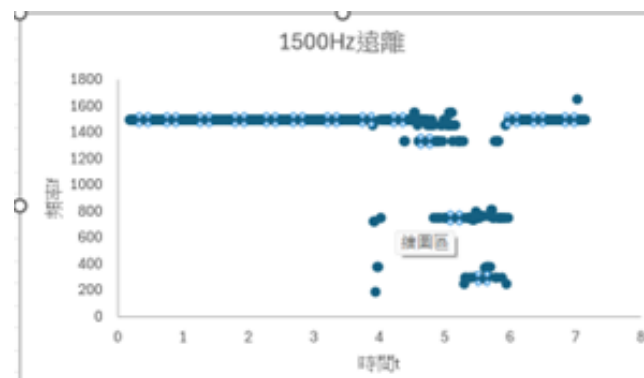


Figure 9: 1500Hz 遠離

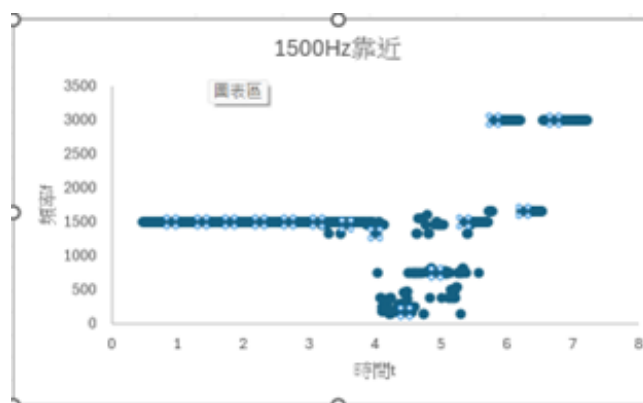


Figure 10: 1500Hz 靠近

在1500Hz的頻率下，我們於遠離與接近兩次實驗都有觀測到預期之中的頻率降低與升高，符合對都卜勒效應的預期。

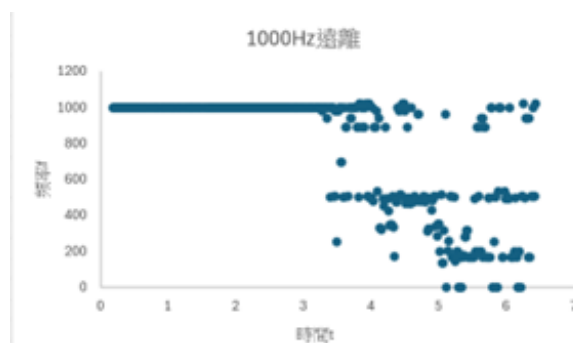


Figure 11: 1000Hz 遠離

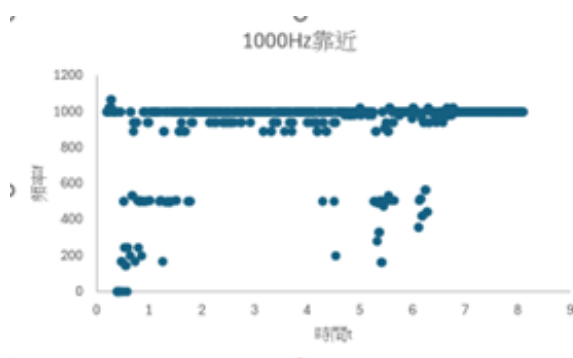


Figure 12: 1000Hz 靠近

遠離的部分可以明顯觀察到在第四秒後，有明顯的頻率變小產生，符合我們的預期。然而接近的部分，卻反而沒有明顯的頻率變大的情形。

都卜勒公式： $V_o$ 為觀測速度、 $V$ 為聲源速度（不變）、 $f$ 為原始頻率、 $f'$ 為所測頻率。

我們實驗是利用物體重力帶動滑車行動，所以預期測量時間越大，滑車速度越快；理論而言，應該在時間較大的情況下看到觀測頻率變小，而我們幾乎沒觀察到此現象，甚至得到與理論相反的頻率變大的現象。

### 5.1.2 自由落體實驗

當觀察者遠離聲源時，不論是1000、1500還是2000 $Hz$ ，趨勢線的斜率都呈現負值（也就是頻率會隨時間下降）。這代表在接收聲音的瞬間，由於觀察者與聲源之間的相對速度不斷增加，頻率自然就會降低，這部分和都卜勒效應的理論預期完全符合。反之，在觀察者接近聲源的情況下，三組頻率的斜率則都變成正值。因為自由落體的過程本身就是往聲源靠近，所以速度越大、接收到的頻率就越高。

不過，這個實驗依然還是存在一些限制。由於自由落體的時間非常短，手機能夠擷取的取樣點也有限，因此只要出現少量離群點，就會把擬合線拉偏，這也是為什麼三次實驗的斜率會差得有點多。另外，我們也無法非常精準地掌握真正開始下落的時間，所以在挑選用來擬合的時間區段時難免會有誤差，而這也會直接影響斜率的穩定度。但即便如此，頻率變化的方向性仍然相當清楚，而且遠離聲源時的下降通常會比接近時更線性。

整體來說，這次的自由落體實驗成功呈現了都卜勒效應最核心的現象，接近時頻率變高、遠離時頻率變低。

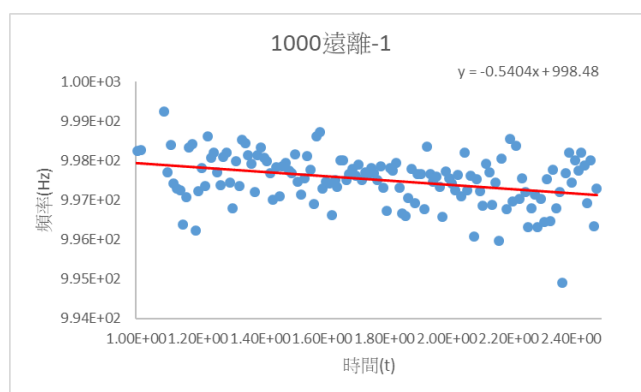


Figure 13: 聲源為1000Hz，接收者遠離聲源

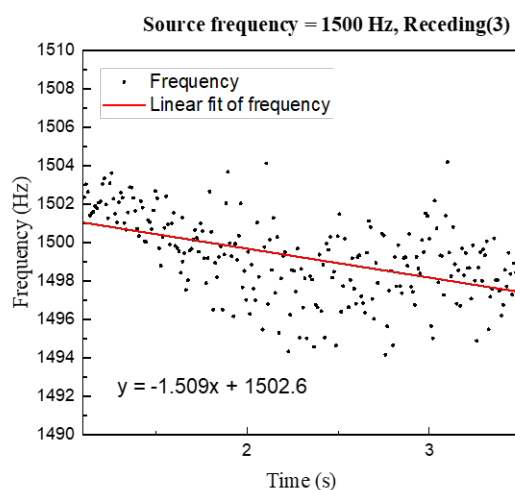


Figure 14: 聲源為1500Hz，接收者遠離聲源

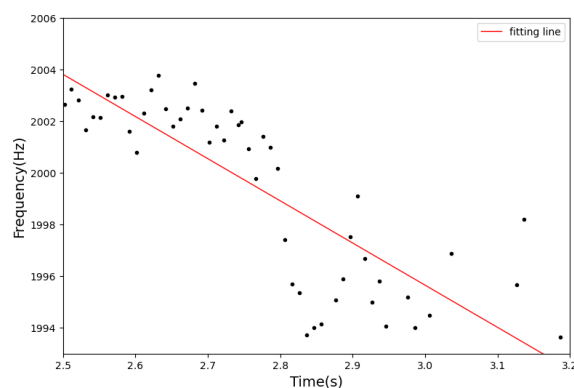


Figure 15: 聲源為2000Hz，接收者遠離聲源

不論聲源是1000Hz、1500Hz還是2000Hz，在圖上看到的趨勢線都呈現負斜率，代表接收頻率會隨時間下降。這是因為自由落體的觀察者持續遠離固定的聲源，隨著相對速度變大，聽到的頻率自然會降低，因此各頻率下的實驗結果都一致地符合都卜勒效應的預期。

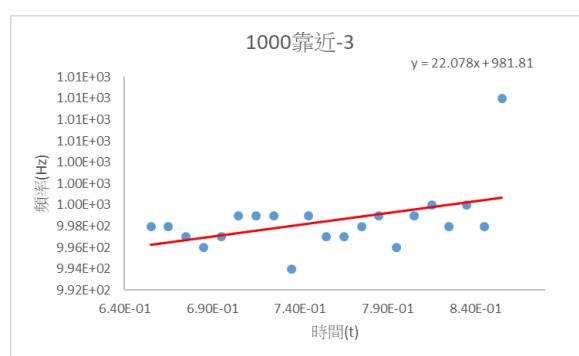


Figure 16: 聲源為1000Hz，接收者靠近聲源

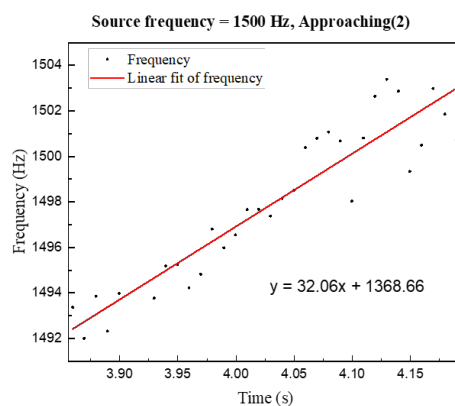


Figure 17: 聲源為1500Hz，接收者靠近聲源

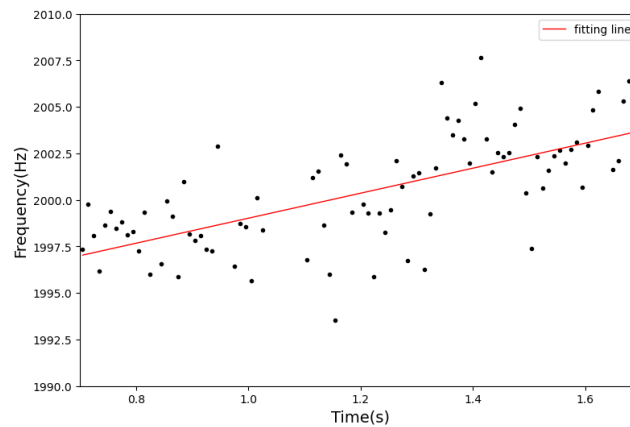


Figure 18: 聲源為200Hz，接收者靠近聲源

不論聲源設定在1000、1500或2000Hz，從接近聲源的圖上都能看到趨勢線呈現正斜率，代表在下落過程中接收到的頻率會逐漸上升。因為我們把聲源放在自由落體的終點附近，觀察者在掉落時其實是在越來越靠近聲源，隨著相對速度增加，聽到的頻率也會變高，這樣的結果完全符合都卜勒效應的理論預期。

### 5.1.3 人工圓周甩動實驗

在比較40拍與120拍的結果時，可以看到高轉速的曲線上下起伏會更大(代表頻率偏移幅度變更明顯)。也就是說，聲源越靠近接收器，頻率也就越高(反之，越遠離時頻率就越低)。雖然人工甩動很難做到真正的勻速，但整體趨勢還是顯示的挺清楚的。

而另外一個影響結果的關鍵則是時間間距。一開始我們使用10毫秒量測，會使得結果呈現出的波峰波谷是不見的(平滑後更是會整段削平)，導致看不出規律。但當我們縮小至5毫秒後，則會留下波風波谷(雖然還是會少掉一些尖端部分)，整體波形比起10毫秒量測出的東西完整許多，也比較能拿來和理論波形比對。

至於實驗中出現的波動，主要來自人工甩動的速度不穩定等。尤其在高轉速下，每一次甩動的小幅晃動都會立刻反映在頻率上，使得120拍的曲線比40拍更亂一些。但將時間間距縮短後，這些瞬間跳動也較為更明顯，所以波形看起來也會比原本的更鋸齒。但即便如此，兩種速度平均的偏移幅度差異仍然還是能看出來。

整體來說，人工圓周甩動的結果證明當轉速拉到足夠高時，實驗確實能呈現都卜勒效應的核心現象。不過，頻率會隨著聲源的靠近與遠離而上下擺動。而且速度越快，這個擺動的幅度也就越大。

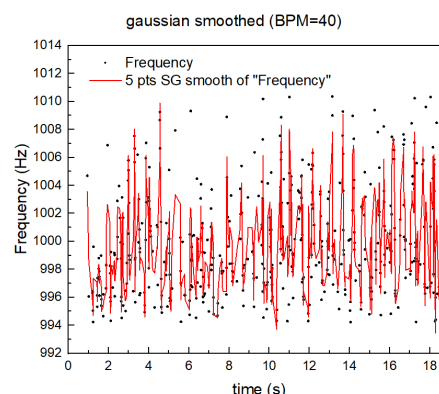
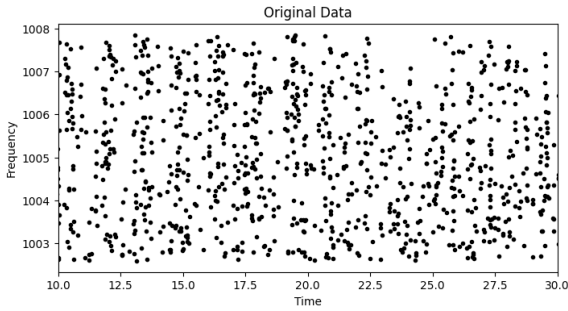
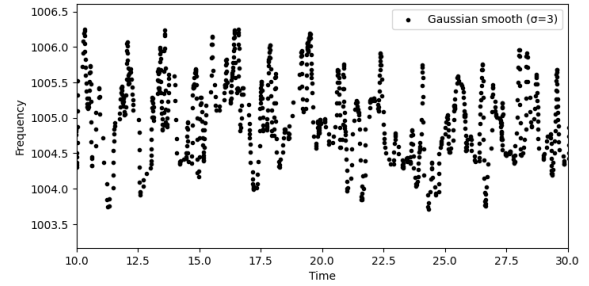
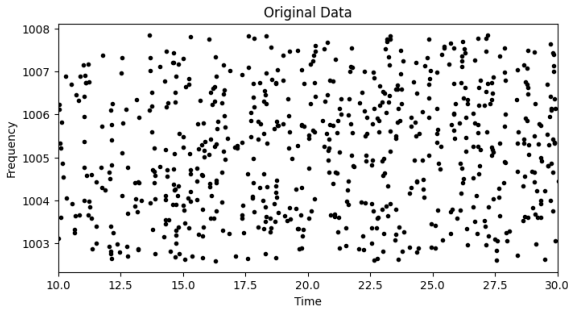


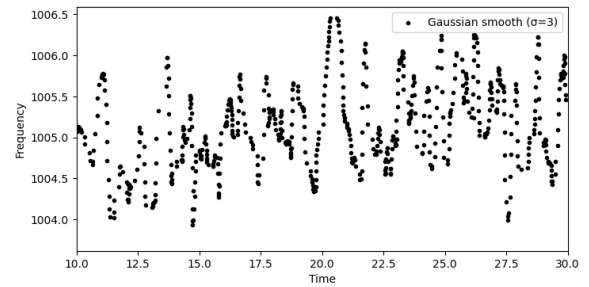
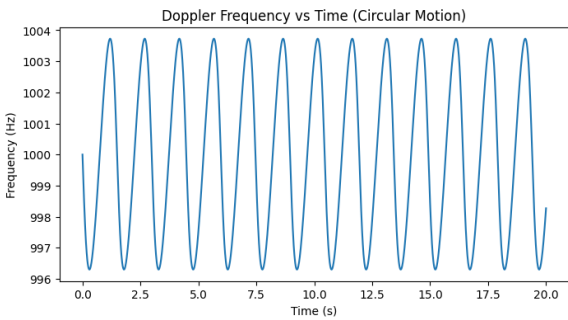
Figure 19: 高斯平滑造成原始數據之峰值被忽略，以120拍、10毫秒之數據為例



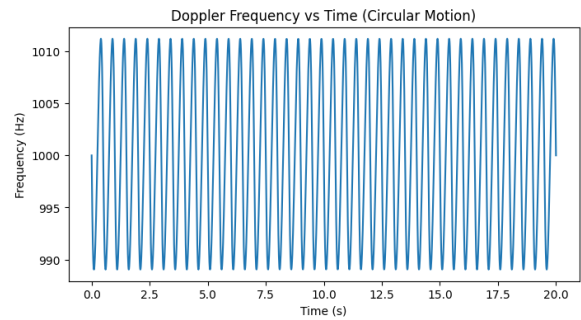
(a) 1000Hz ; 40拍 (原始資料)

(b) 使用Gaussian smoothed,  $\sigma = 3$ 

(a) 1000Hz ; 120拍 (原始資料)

(b) 使用Gaussian smoothed,  $\sigma = 3$ 

(a) 1000Hz ; 40拍之理論波形



(b) 1000Hz ; 120拍之理論波形

都卜勒頻率相關公式如下：

$$f' = \left( \frac{v \pm v_0}{v \mp v_s} \right) f \quad (7)$$

其中，觀察者相對於介質的 $V_0 = 0$ ， $V$ 為聲速， $V_s$ 為發射源相對於介質的移動速度，在此實驗中為轉速。

根據都卜勒效應公式，以及觀察理論波形，我們可以推測，當圓周運動的速率越快(圓周運動的轉速)，以1000Hz為基準，頻率的振幅應越大。

我們將理論波形與實驗數據作圖比較，可以觀察到以下幾個現象：

1. 依然有發生波峰波谷數據點被smooth掉的現象：

觀察圖19前半部分，可以發現，圖形所呈現之波峰波谷明顯有部分缺失資料，即我們進行smooth時，部分數據點被砍掉。但總體而言情況原本取10ms作為間隔時更好。

2. 實驗大致符合理論預測：

若只觀察圖19後半，與圖17比較，可以明顯觀察出，當聲源使用120bpm進行圓周運動時，頻率相對於初始頻率1000Hz的幅度較使用40bpm時，偏移更多，與理論預測相符。