Devoir à Rendre : Statistiques

Omar MHAIMDAT

X -> Température

Y -> Rendement

1. Calculons les variables suivantes :

   a. Moyenne de X :

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{10} Xi}{10} = 145$$

   Moyenne de Y :

$$\mu' = \frac{\sum_{i=1}^{10} Yi}{10} = 67.3$$

   b. La variance empirique pour la température :

$$\mathrm{V(X)} = \sum_{i=1}^{10} \frac{(Xi - \mu)^2}{10 - 1} = 916.667$$

   La variance empirique pour le rendement :

$$\mathrm{V(Y)} = \sum_{i=1}^{10} \frac{(Yi - \mu')^2}{10 - 1} = 214.678$$

   c. L'écart type de X :

$$ET(X) = \sqrt{\mathrm{V(X)}} = 30.276$$

   L'écart type de Y :

$$ET(Y) = \sqrt{\mathrm{V(Y)}} = 14.652$$

   d. Toutes les valeurs de X et Y sont des modes puisqu'aucune valeur ne se répète.

e. Le coefficient de variation de X :

$$\frac{ET(X)}{\mu} = 0.2088$$

Le coefficient de variation de Y :

$$\frac{ET(Y)}{\mu'} = 0.2177$$

f. Le coefficient d'aplatissement de X :

$$KURTOSIS = -1.2$$

Le coefficient d'aplatissement de Y :

$$KURTOSIS = -1.0914$$

g. Le coefficient d'asymétrie de X :

$$\frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^{10} \frac{(Xi-\mu)^3}{ET(X)^3} = 0$$

Le coefficient d'asymétrie de Y :

$$\frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^{10} \frac{(Yi-\mu')^3}{ET(Y)^3} = -0.0316$$

h. La médiane de X :

$$\frac{X\left(\frac{n}{2}\right) + X(\frac{n}{2}+1)}{2} = 145$$

La médiane de Y :

$$\frac{Y\left(\frac{n}{2}\right) + Y(\frac{n}{2}+1)}{2} = 68$$

i. L'intervalle interquartile de X :

On a IQR = Q3-Q1

$$Q1 = \frac{X(3) + X(4)}{2} = 125$$

$$Q3 = \frac{X(7) + X(8)}{2} = 165$$

Donc : IQR = 40

L'intervalle interquartile de Y :

On a :

$$IQR = Q3 - Q1$$

$$Q1 = \frac{Y(3) + Y(4)}{2} = 57.5$$

$$Q3 = \frac{Y(7) + Y(8)}{2} = 76$$

Donc : IQR = 18.5

2. On suppose que les deux variables suivant une loi normale (μ_X, σ_X) et (μ_Y, σ_Y).

- On commence d'abord par X, en testant les hypothèses suivantes :

$$\mathrm{H}_0 : \mu = 150 \text{ et } \mathrm{H}_1 : \mu \neq 150$$

On a :

$$\mathrm{E}(\mathrm{s}^2) = \sigma^2$$

Et :

$$s^2 = \sum_{i=1}^{10} \frac{(Xi - \mu)^2}{10 - 1}$$

Et :

$$s^2 = \frac{\mu - 150}{s/\sqrt{n}} = -0.52234$$

Ainsi : $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.262157$

Donc :

$$-2.262157 < -0.52234 < 2.262157$$

Alors on accepte l'hypothèse.

- Pour Y on refait le même test, en testant les hypothèses suivantes :

$$\mathrm{H}_0 : \mu' = 68 \text{ et } \mathrm{H}_1 : \mu' \neq 68$$

On trouve :

$$s^2 = \frac{\mu' - 68}{s/\sqrt{n}} = -0.15109$$

Donc :

$$-2.262157 < -0.15109 < 2.262157$$

Alors on accepte l'hypothèse

3. Calculons le coefficient de corrélation :

On a :

$$r = \frac{S_{XY}}{\sqrt{S_{XX}.S_{YY}}}$$

Avec :

$$S_{XX} = \sum_{i=1}^{10} (Xi - \bar{X})^2$$

$$S_{YY} = \sum_{i=1}^{10} (Yi - \bar{Y})^2$$

$$S_{XY} = \sum_{i=1}^{10} (Xi - \bar{X})(Yi - \bar{Y})$$

$$r = 0.988$$

4. La régression linéaire :

On sait que :

$$\beta 0 = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{\sum_{i=1}^{10}(Xi - \mu)(Yi - \mu')}{\sum_{i=1}^{10}(Xi - \mu)^2} = 0.483$$

La régression linéaire est :

$$\beta 1 = \mu' - \beta 0 \mu = -2.739$$

Donc :

$$\tilde{Y} = 0.483x - 2.739$$

5. La prévision du rendement en fonction de la température :

Pour T = 200^0 :

$$\tilde{Y} = (0.483 * 200) - 2.739 = 93.861$$

Pour T = 135^0 :

$$\tilde{Y} = (0.483 * 135) - 2.739 = 62.466$$