
Chapitre XIII

LOGISTIQUE ET TRANSPORT

La compétitivité d'une entreprise résulte de la conjonction de nombreux facteurs. Les nouvelles formes de concurrence (voir [page 67](#)), en particulier la chronocompétition, et la mondialisation des marchés ont conduit à porter une attention particulière à la distribution physique des marchandises et aux approvisionnements. Le problème du transport sera abordé à la [section II, page 904](#), sous l'angle de l'optimisation des tournées ou de l'affectation de prestations de transport à des véhicules. Il s'agit là de définir des gammes de transport dans le cadre d'une prise de décisions tactiques, si l'on est en présence de problèmes récurrents relativement stables, ou opérationnels, s'il faut apporter des réponses à des problèmes ponctuels. Cette vision reste locale et repose sur l'hypothèse d'une relative indépendance du problème de transport posé, supposé pertinent, avec les autres problèmes que l'on doit résoudre pour apporter au client final le niveau de satisfaction requis. À l'évidence, l'acheminement de marchandises fait intervenir non seulement le transport, mais aussi le réseau d'entrepôts par lequel transitent les marchandises, la configuration et les règles de gestion de ces entrepôts, la longueur des séries mises en production, les délais d'obtention requis par les clients¹, qui impliquent une fréquence plus ou moins forte des tournées, laquelle influe sur les caractéristiques des moyens de transport mobilisés, etc. L'approche logistique que l'on présentera à la [section I](#) met en évidence cette interdépendance des problèmes. Celle-ci doit être prise en compte avant tout au niveau de la réflexion stratégique car une fois configurés le réseau physique de distribution et les moyens de transport mobilisés, les degrés de liberté sont moindres et les contraintes pesant sur chaque sous-système finissent par rendre les problèmes posés relativement indépendants.

Table des
matières

Index
thématique

SECTION I LA LOGISTIQUE

Nous commencerons par définir la logistique (§ I-1), dont le périmètre varie selon les auteurs. Ceci nous conduira à présenter la chaîne logistique (§ I-2, [page 895](#)). On examinera enfin au § I-3, [page 899](#), l'organisation physique du réseau de distribution.

1. Voir définition à la [page 629](#).

I-1 Définition du périmètre de la logistique

Progressivement adoptée par les entreprises occidentales à partir des années soixante, la logistique est d'origine militaire¹ et a conquis ses titres de noblesse au cours de la seconde guerre mondiale en mettant au point des principes dont l'application a été l'un des facteurs du succès des armées alliées. Il s'agissait alors fondamentalement de promouvoir des processus garantissant que les ressources nécessaires à une action militaire soient disponibles au bon moment, avec toutes les caractéristiques quantitatives et qualitatives requises, pour le coût le plus faible possible. Si l'acheminement - et tout ce qui le facilite - était l'aspect le plus visible, il ne pouvait suffire car l'ampleur des besoins et la réactivité requise par certaines actions militaires d'envergure impliquaient un stockage rationnel de ressources en équipements et en hommes, en des points judicieusement choisis, et, en cascade, des actions d'approvisionnement pouvant déboucher sur des spécifications en production, voire aller plus loin encore...

On est donc en présence d'une vision «processus» qui implique, dans sa transposition au management des entreprises, de bien en définir le périmètre. En effet, la vision systémique du fonctionnement d'une entreprise conduit à l'analyser comme un réseau de processus et la logistique, comme une chaîne à optimiser. La tentation est grande pour les spécialistes d'un processus de profiter de l'enchaînement des processus pour tirer à eux progressivement tout le management d'une organisation; les exemples de ces tentations de subordination sont variés.

Selon les perspectives retenues, on inclura ou non dans la logistique la planification et l'ordonnancement de la production, la gestion des systèmes d'information, la prévision de la demande et une bonne partie du contrôle de gestion et même une partie de la gestion commerciale. L'objectif étant de satisfaire le client, certains vont plus loin et y rattachent des préoccupations de conception des biens et services, le marketing ainsi que tout ce qui est lié à l'usage des produits durant leur durée de vie (fiabilité, maintenabilité, services après-vente...). Cela étant, le plus souvent, il ne s'agit pas toujours de tendances «impérialistes», mais de la conséquence d'une approche systémique visant à mieux coordonner dans l'intérêt général, sans chercher à prendre le contrôle des différentes spécialités². Dans la pratique, la place de la logistique n'est pas évidente: le rôle d'intégration et d'interface ne se joue pas sans une coopération qui implique une certaine perte d'autonomie des directions fonctionnelles et une position de tutelle hiérarchique a toutes les chances de poser de redoutables problèmes de légitimité. Examinons

Table des
matièresIndex
thématique

1. Les premiers écrits «modernes» sur la logistique remonteraient au XIX^e siècle (voir la préface de l'ouvrage de Tixier, Mathé & Colin (1996, [421]), ainsi que les chapitres II et III de cet ouvrage). Aux États-Unis, la transposition aux entreprises de l'approche logistique s'est accompagnée d'un léger changement d'appellation; on parle désormais de *business logistics*. Voir également le chapitre II de Pimor (2001, [337]). On peut enfin donner la définition actuelle de la logistique pour l'OTAN (1997, [322]): «Planification et exécution de déplacements des forces armées et de leur maintenance. Dans son acception la plus étendue, ce terme englobe les activités militaires qui traite des points suivants: (a) étude, mise au point, acquisition, conservation, transport, distribution, maintenance, évacuation et réforme des matériels; (b) transport de personnel; (c) acquisition ou construction, entretien, mise en œuvre et déclassement d'installation; (d) acquisition ou prestation de services; (e) soutien aux services médicaux ou sanitaires».».

2. C'est notamment le point de vue de Tixier, Mathé & Colin (1996, [421]) qui écrivent «La véritable démarche logistique ne correspond pas à une fonction. Elle n'a pas à recevoir de support visible. Elle devrait être présente dans les réflexes de tous les responsables de l'entreprise». Ils ajoutent cependant «il est souvent utile de rappeler sa présence... le responsable logistique peut donc considérer que son rôle consiste à rappeler à tous que penser logistique n'est pas propre à sa fonction, mais n'ayant pas d'autorité sur les autres directeurs, cela ne pourra se faire que par persuasion».

le point de vue de quelques spécialistes, avant de présenter le point de vue officiel d'organisations professionnelles ou normatives.

Pour Porter, la logistique est une fonction de création de valeur dans la chaîne de valeur (présentée à la [page 961](#)), mais son périmètre reste interne à l'entreprise et la partie approvisionnement est intégrée comme une fonction de support. La vision de Porter de la logistique diffère donc de celle actuellement retenue par les logisticiens, parce qu'elle n'intègre pas explicitement l'amont et l'aval dans la chaîne de valeur et en raison d'une différence d'appréciation sur ce qui contribue directement à la création de valeur.

Pour Tixier, Mathé & Colin (1996, [\[421\]](#), p. 33), «la fonction logistique dans l'entreprise est d'assurer au moindre coût la coordination de l'offre et de la demande, aux plans stratégique et tactique, ainsi que l'entretien à long terme de la qualité des rapports fournisseurs-clients qui la concernent». Ils définissent (1996, [\[421\]](#), p. 5) plus simplement la logistique comme «le processus par lequel l'entreprise gère l'ensemble de ses échanges d'informations et des éléments physiques qui en résultent avec son amont et son aval» et ajoutent «on reconnaît à la logistique un rôle d'**interface**, alors que la gestion des interfaces est devenue un aspect économique stratégique majeur, et parce que l'on sait que le logisticien possède une des clés des enjeux financiers des stocks». Ce rôle d'interface, souligné aussi par Gratacap et Médan (2001, [\[209\]](#)), pose un problème de positionnement, dans l'organisation de l'entreprise, la question étant de savoir, comme indiqué plus haut, si une direction de la logistique doit jouer un rôle hiérarchique ou un rôle de coordination dans une optique de logistique répartie (Colin & Paché, 1988, [\[103\]](#)).

Pour Ballou (1999, [\[33\]](#)), l'un des grands spécialistes nord-américains du domaine, «la mission de la logistique est de fournir des biens et services aux consommateurs au bon endroit, au bon moment et dans les conditions souhaitées, tout en assurant la plus grande contribution à l'entreprise». Il exclut explicitement de la logistique des préoccupations de pilotage de la production et souligne que la logistique crée de la valeur en jouant fondamentalement sur la date de mise à disposition et sur la localisation des biens ou services vendus.

Examinons maintenant la définition donnée en France par l'AFNOR, organisme de normalisation (§ [I-1.2](#)), puis celles proposées par quelques associations professionnelles (§ [I-1.2](#), [page 895](#)).

I-1.1 Définition de la logistique par l'AFNOR

La norme AFNOR NF X 50-600 (1999, [\[7\]](#)) définit la **logistique** comme la «planification, exécution et maîtrise:

- des mouvements et des mises en place des personnes ou des biens et
- des activités de soutien liées à ces mouvements et à ces mises en place,

au sein même d'un système organisé pour atteindre des objectifs spécifiques». Elle poursuit par une définition de la **fonction logistique** qui a «pour finalité la satisfaction des besoins exprimés ou latents aux meilleures conditions économiques et pour un niveau de service déterminé». La **satisfaction du besoin** étant définie «comme la mise à disposition du produit (biens ou services) et le maintien dans le temps de la disponibilité de ces fonctions».

La **démarche logistique** «a pour objectif, en assurant une bonne gestion des opérations logistiques et de leurs interfaces, de permettre à l'entreprise d'atteindre ses objectifs généraux et sectoriels, tout particulièrement ceux relatifs au service au client... La démarche logistique

est globale, elle s'applique à l'ensemble de la chaîne logistique. Elle s'inscrit dans la stratégie de l'entreprise. Elle permet au travers d'une gestion rigoureuse des interfaces de transformer une succession d'opérations en un processus global intégré. Cette démarche s'applique en outre à l'activité de l'entreprise qu'elle s'exerce sous forme continue (fabrication et commercialisation de biens, activités liées au transport de biens ou de personnes) ou sous forme de projet (travaux publics, projets militaires, etc.)».

Pour mieux cerner le périmètre retenu pour la logistique par les experts ayant établi cette norme, on peut lister les sept grandes étapes assignées au processus logistique et les fonctions retenues.

Les sept grandes étapes sont les suivantes, avec les orientations contenues dans cette norme pour définir ces étapes :

- *identifier* les besoins du marché en matière de qualité de service et *déterminer* les objectifs en matière de qualité de service ;
- *concevoir* le système logistique et l'organisation de la chaîne des flux ; définir les caractéristiques logistiques du produit (besoins et contraintes), celles du système après-vente ;
- *développer* le système logistique, l'organisation, les procédures et les systèmes d'informations logistiques, le système de service après-vente, les emballages et *garantir* la disponibilité des ressources opérationnelles ;
- *produire*, c'est-à-dire mettre en œuvre les procédures et systèmes industriels, planifier et programmer les besoins en matières et services, approvisionner ;
- *vendre*, c'est-à-dire mettre en œuvre les procédures et systèmes de distribution, stocker, conditionner, expédier, transporter et installer les produits ; contrôler l'exécution des opérations de transport et distribution ; gérer les retours ;
- *soutenir*, c'est-à-dire mettre en œuvre les procédures et les systèmes de maintenance¹, la réparation et la distribution des pièces ; acquérir, stocker, conditionner, expédier, transporter et livrer les pièces ; entretenir et réparer les produits ; récupérer et recycler les produits ;
- *contrôler* les performances du système logistique : exploiter les résultats, les comparer aux objectifs, apporter les corrections, anticiper...

Table des
matièresIndex
thématique

Cette description montre à l'évidence que la logistique intègre toutes les préoccupations développées dans cet ouvrage et interfère avec presque toutes les grandes fonctions de l'entreprise. Par ailleurs, la vision retenue n'est pas seulement transversale, mais est aussi conçue dans une perspective d'accompagnement des produits sur leur cycle de vie². Il faut ajouter que le fascicule documentaire de l'AFNOR FD X 50-604 (2002, [9]) décrit en détail le processus logistique à partir des activités et des interfaces qui le composent ; il constitue un document de référence incontournable pour toute réflexion stratégique de mise en place d'une démarche logistique en entreprise.

Le fascicule documentaire de l'AFNOR FD X 50-602 (1997, [8]) reprend les résultats d'une grande enquête européenne sur les activités logistiques et définit de

1. L'intégration de la maintenance dans les préoccupations de logistique est bien décrite dans les chapitres X et XI de l'ouvrage de Pimor (2001, [337]).

2. Voir la discussion de ce concept au chapitre II, § II-2.1, page 118 et au chapitre IV, § I-2.1.2, page 263.

manière détaillée une liste de 23 profils professionnels en logistique et de 96 agrégats d'activités logistique (regroupés en 21 agrégats), avec une explicitation de la relation entre profil professionnel et agrégat d'activités. Le profil professionnel ne correspond pas nécessairement à un métier car la taille de l'entreprise peut faire qu'il n'est pas possible d'occuper la personne à temps plein, auquel cas il y a fusion de profils pour définir un poste. Enfin, ce fascicule identifie 11 profils professionnels de cadres, dirigeants et responsables opérationnels ayant un contenu d'activités logistiques.

I-1.2 Définition de la logistique par les organismes professionnels

Pour l'ASLOG, Association Française pour la Logistique¹, «la logistique est l'ensemble des activités ayant pour but la mise en place, au meilleur coût, d'une quantité de produits, à l'endroit et au moment où une demande existe. La logistique concerne donc toutes les opérations déterminant le mouvement des produits, telles que la localisation des usines et entrepôts, approvisionnements, gestion physique des encours de fabrication, emballage, stockage et gestion des stocks, manutention et préparation des commandes, transports et tournées de livraison»². L'ASLOG propose un référentiel d'audit logistique conçu dans le but d'améliorer les performances des entreprises. L'organisation de ce référentiel, après un volet d'évaluation global, passe en revue la logistique dans la conception, dans l'approvisionnement et la production, dans la commercialisation et dans l'après-vente. La perspective globale est assez proche de celle retenue par l'AFNOR.

Le *Council of Logistic Management* (CLM) définit la logistique comme «la partie du processus de la *supply chain* qui planifie, met en œuvre et contrôle l'efficacité et le bon fonctionnement des flux et stockage de produits, et des informations qui leur sont liées depuis le point d'origine du produit jusqu'à son point de consommation, en vue d'une satisfaction complète et maîtrisée des besoins du client» (cité par Gratacap & Médan (2001, [209])).

I-2 La chaîne logistique

La **chaîne logistique** (*supply chain*³), concept popularisé au milieu des années quatre-vingt-dix, regroupe un certain nombre de principes connus⁴. Considéré par certains, essentiellement comme un argument de vente de consultants, ce concept a pour principal intérêt de forcer à une vision «processus», l'analyse et la résolution de problèmes interdépendants, le plus souvent traités de manière indépendante à la fois pour des raisons organisationnelles (périmètre de responsabilité lié aux services) et intellectuelles (réduction cartésienne de la complexité), par ailleurs liées.

1. ASLOG, 119 rue Cardinet, 75017 Paris, aslog@wanadoo.fr. Cette association est membre de l'*European Logistics Association* (ELA) dont le site est: <http://www.elalog.org> et qui délivre trois niveaux de certification (*EMLog* - *European Master Logistician*, *ESLog* - *European Senior Logistician*, *EJLog* - *European Junior Logistician*).

2. Cette définition, reprise dans l'ouvrage de Tixier, Mathé & Colin (1996, [421]) ne se retrouve plus dans les documents diffusés par l'ASLOG, notamment dans le glossaire proposée sur son site Internet.

3. Cette traduction est celle retenue par l'AFNOR, mais aussi par l'ASLOG qui précise (2002, [22]): «*Supply Chain* ne peut être littéralement traduit en français. Une équivalence possible est chaîne logistique, une autre est démarche logistique globale, une troisième peut être chaîne étendue d'approvisionnements. Il n'y a pas de traduction exacte, en raison du fait qu'en anglais, *to supply* veut à la fois dire approvisionner et fournir, c'est-à-dire deux notions antagonistes».

4. La définition qu'en donne la norme AFNOR (1999, [7]) est des plus générales («suite d'événements, pouvant inclure des transformations, des mouvements ou des mises en place, et apportant une valeur ajoutée») et ne mentionne pas explicitement le client autrement que par le concept de valeur ajoutée qui n'a de sens que par rapport à ce client.

- Il reprend tout d'abord l'idée que la satisfaction d'un client est le résultat de la mise en œuvre d'une succession de processus¹, qu'il s'agit de prendre en considération dans une approche systémique, sans trop se préoccuper du périmètre juridique de l'entreprise, en remontant, si nécessaire, jusqu'à l'approvisionnement des matières premières. Dans cette optique «client - fournisseur», il convient, d'une part, de souligner que les flux physiques qui traversent la chaîne logistique se transforment progressivement pour devenir des produits finis vendus au client final et, d'autre part, de ne pas oublier que le flux n'est pas à sens unique, mais qu'il y a des flux de retour (invendus, retour pour non conformité...). Cette analyse des processus s'appuie sur des séquences élémentaires d'enchaînement de processus «approvisionnement - production - livraison», des processus de «retour» (trop souvent négligés).
- Il reprend ensuite une idée développée par les cybernéticiens² de séparation entre un système opérant et un système de conduite³ conduisant à une vision systémique du système productif. Ici, le système de conduite se traduit concrètement par un ensemble de processus de «pilotage» assurant des fonctions de prévision, d'organisation, de décision et de contrôle, ce qui implique la disponibilité des informations requises pour le bon exercice du pilotage dans laquelle ce sont des flux d'information qui pilotent les flux physiques.
- Dans cette optique, la performance de la chaîne logistique est liée autant à une bonne réactivité physique, qu'à une bonne réactivité informationnelle et il est indispensable d'avoir une vision d'ensemble ne dissociant pas le physique de l'informationnel (au sens large).
- Accessoirement, il reprend une vieille idée développée au XIX^e siècle par les économistes de la dualité des flux physiques et des flux financiers qui sont liés et de sens inverse.
- Enfin, il s'appuie sur l'idée d'une recherche de solutions à un problème posé dans sa complexité et sa globalité. En effet, la juxtaposition d'optima locaux ne peut produire d'optimum global que pour une formulation cohérente de ces problèmes locaux dans laquelle la solution de certains problèmes est une contrainte d'autres problèmes. Ceci a peu de chances de se produire sans un pilotage d'ensemble de ces problèmes locaux, s'appuyant sur un système de rétro-actions⁴, ce qui correspond à une gestion des interfaces, comme indiqué en § I-1.

Table des
matièresIndex
thématique

Le schéma de principe de la chaîne logistique est donné à la [figure 218](#) qui reprend la [figure 2 de la page 43](#).

Les grands groupes de consultants et les grands producteurs d'ERP⁵ ont défini des instrumentations d'analyse et de mise en place de chaîne logistique. On examinera rapidement les principes retenus par le modèle **SCOR** du **Supply-Chain Council**⁶ (SCC), qui résulte d'un effort de mise en commun par un très

1. Voir le § I-3, page 67 du chapitre I et le § I-2.3, page 160 du chapitre III.

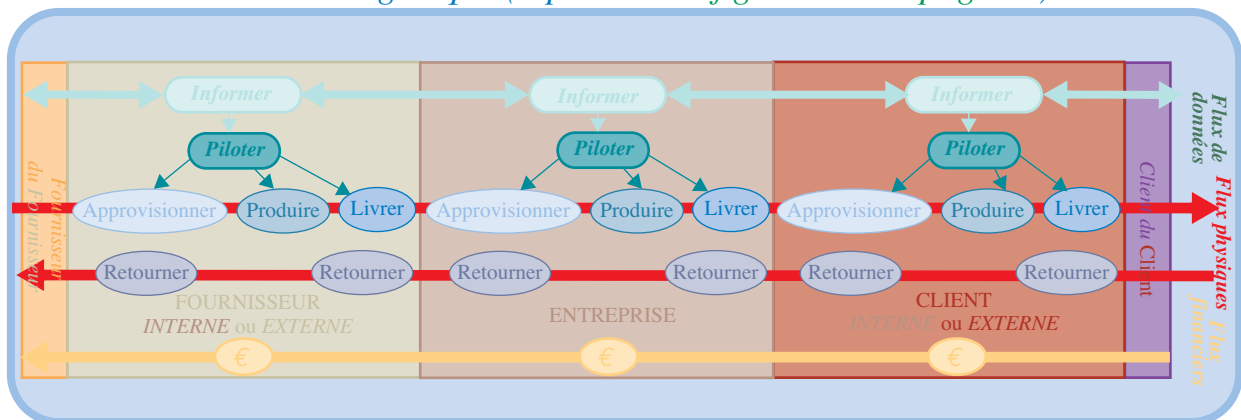
2. Cette vision avait été popularisée avec la chaîne de valeur de Porter (voir [page 961](#)), mais celle-ci n'exploite pas l'idée de propagation, en s'arrêtant aux frontières de l'entreprise étudiée.

3. Voir le § I-2.2, page 155 et la [figure 34, page 157](#) du chapitre III.

4. Voir notamment la contribution de Paché & Colin dans l'ouvrage collectif coordonné par Fabbe-Costes, Colin & Paché (2000, [142]).

5. Voir la [section III, page 957](#), du [chapitre XIV](#).

FIGURE 218
La chaîne logistique (reprise de la figure 2 de la page 43)



grand nombre d'entreprises, dans le cadre d'une organisation à but non lucratif. Ce modèle, qui n'entend pas prendre en compte les activités non logistiques, s'appuie de manière explicite sur les concepts bien connus de *reengineering*¹ qui analyse l'existant et propose une solution-cible, du *benchmarking* qui compare la performance d'entreprises similaires, et de la recherche objective des meilleures pratiques² à partir de mesures de performance, dans un cadre «transfonctionnel».

La modélisation de SCOR se fonde sur une description hiérarchique des processus sur quatre niveaux, suivant en cela une démarche classique dans l'analyse formelle des processus (voir [page 160](#)) et dans certains logiciels de simulation (voir [page 152](#)).

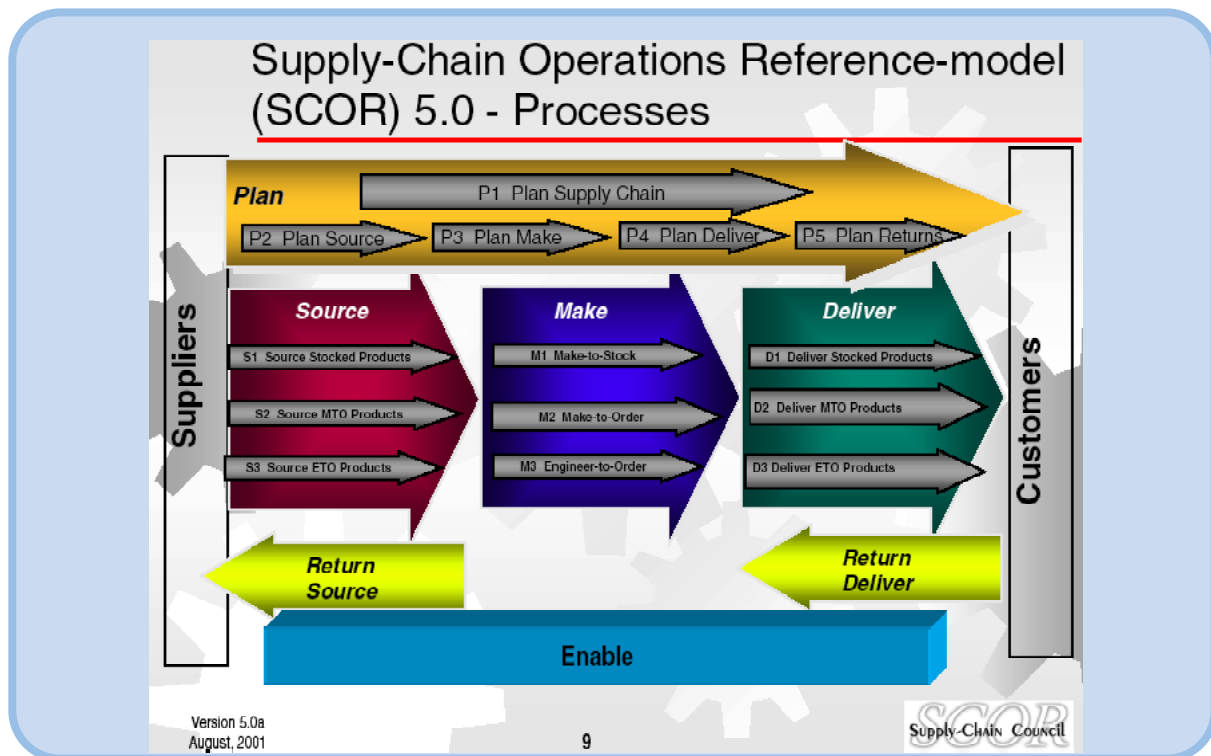
- Le niveau 1 est celui du processus d'ensemble qui propose une architecture générale en six macro-processus de base : processus de pilotage, processus d'approvisionnement, processus de production, processus de livraison, processus de retour des produits et processus de support de la chaîne logistique.
- Le niveau 2 de cette modélisation propose 29 processus génériques de base ; une cartographie des relations entre ces processus est proposée. On reviendra ci-après sur ces processus. Une description simplifiée du niveau 2 de ce modèle est fournie à la [figure 219 de la page 898](#).
- Les processus de niveau 3 correspondent à une décomposition de processus du niveau 2 ; une cartographie des relations entre ces processus de niveau 3 est également proposée.
- Les processus de niveau 4, qui correspondent à une décomposition de processus du niveau 3, sont évoqués, mais non traités car ils correspondent aux processus réels d'une entreprise ; ils sont donc contingents et non génériques.

6. *Note de la page précédente.* La version 5.0 du modèle *Supply-Chain Operations Reference-model* (SCOR) est la dernière révision majeure disponible au début de l'année 2003, depuis l'introduction de ce modèle en 1996 par le *Supply-Chain Council*, lors de sa création. Cette révision a permis de mieux spécifier les flux de retour allant des clients vers leurs fournisseurs et d'introduire le eCommerce, les améliorations de la prochaine version, prévue pour 2003, porteront principalement sur les indicateurs. Le *Supply-Chain Council* (www.supply-chain.org) est une organisation sans but lucratif qui regroupe plus de 700 entreprises et organisations, aux deux tiers nord-américaines et comporte un tiers de consultants et établissements universitaires.

1. Voir le § I-3.2.2, [page 72](#) du [chapitre I](#).

2. On retrouve ici l'idée le catalogue des meilleurs processus, proposé par les ERP (voir [page 968](#)).

FIGURE 219
L'architecture du modèle SCOR (version 5)



Dans cette modélisation, chaque processus fait l'objet d'une fiche signalétique qui éclaire l'esprit dans lequel cette modélisation a été conçue et doit être utilisée; elle constitue un reflet intéressant de la vision de l'état de l'art par les praticiens et de leurs préoccupations. Chaque fiche utilise une liste commune d'attributs de performance à renseigner (si cela est pertinent et possible), ainsi que les indicateurs à prendre en considération pour évaluer la performance atteinte pour chaque attribut, la cohérence de ces indicateurs dans l'approche hiérarchique devant être assurée. Sur les cinq attributs de performance retenus, trois sont orientés «client» et deux sont orientés «efficacité»; ils portent sur la fiabilité, la réactivité, la flexibilité, les coûts et les actifs mobilisés (vision physique de la performance). Cette fiche signalétique se poursuit par une liste des meilleures pratiques repérées pour le processus étudié, avec leurs caractéristiques, tout ceci restant à un niveau générique.

Il est intéressant de lister les processus de niveau 2 pour mieux comprendre le périmètre exact du modèle SCOR:

- cinq modules de pilotage (niveau tactique et opérationnel): pilotage des approvisionnements, pilotage de la production, pilotage des livraisons, pilotage des retours et pilotage général;
- neuf modules de description de processus obtenus par croisement d'une typologie de production (production pour stock, assemblage à la commande, fabrication à la commande¹) et des trois phases (approvisionner, produire et livrer); bien évidemment, seuls certains de ces processus seront pertinents;

1. Voir définitions au § I-2.1.1, page 48 du chapitre I.

- six modules de description des retours obtenus par croisement du type d'entité concernée (client ou fournisseur) et des types de retour (produit défectueux, surplus, pièces de maintenance);
- neuf modules de processus de support (*enable processes*):
 - établissement et management des principes de management pertinents et cohérents pour l'ensemble de la chaîne logistique, et des règles de gestion qui en découlent,
 - management de la mesure et de l'amélioration de la performance globale de la chaîne logistique, portant sur les coûts, la fiabilité de la distribution, les temps de réponse, la réactivité et les actifs mobilisés,
 - gestion des informations agrégées et détaillées utilisées par la chaîne logistique,
 - management intégré des stocks (matières premières et composants achetés, encours, produits finis) de la chaîne logistique (niveau stratégique, tactique et opérationnel),
 - management de la capacité productive de la chaîne logistique (acquisition, maintenance, externalisation),
 - management des transports,
 - management de la configuration de la chaîne logistique, en cohérence avec le portefeuille de produits et son évolution liée à leurs cycles de vie,
 - management des réglementations (respect des contraintes légales et réglementaires jouant sur l'ensemble de la chaîne logistique),
 - management stratégique de la cohérence de la chaîne logistique avec la stratégie globale de l'entreprise.

Table des matières

I-3 L'organisation physique du réseau de distribution

Index thématique

Une définition pertinente de l'architecture physique du réseau de distribution s'effectue en prenant en compte de nombreux critères :

- volume, valeur et variété des articles, péremption possible de ces articles;
- impact des conditionnements retenus sur les moyens de transport utilisés et l'organisation physique des points de stockage;
- nombre, localisation et volatilité des points de livraison;
- niveau de service requis en matière de délai (moyenne et dispersion), de fiabilité des livraisons (destinataire, quantité requise...), de réactivité aux aléas, de traçabilité; le problème posé est également un problème de stratégie commerciale qui conditionne la politique de distribution d'un portefeuille de produits, mais nous n'aborderons pas ces questions ici¹, considérant qu'elles se situent en amont et interagissent avec les politiques d'approvisionnement des clients, en particulier lorsque ceux-ci relèvent de la grande distribution (gestion des assortiments, des réapprovisionnements, des promotions...), dans le cadre d'une collaboration volontaire ou imposée; cette analyse ne peut faire l'économie, dans la comparaison performances/coûts des alternatives, d'une simulation concrète minimale du fonctionnement des circuits logistiques;
- importance relative des coûts de transport, d'entreposage et d'immobilisation dans le coût de revient total et par rapport à la concurrence.

1. Sur ces problèmes, voir, par exemple, Filser (1989, [148]) et Benoun & Héliès-Hassid (1995, [45]).

La Direction Générale d'une entreprise peut décider de sous-traiter tout ou partie de sa distribution et, dans ce cas, se pose la question de savoir à qui confier la délivrance de ces prestations (§ I-3.1). S'il est décidé que tout ou partie de ces prestations est à exécuter en interne, se pose alors le problème de l'architecture du réseau de distribution (§ I-3.2, page 900).

I-3.1 La sous-traitance de la distribution

La décision d'externaliser ou non les activités de distribution est une décision stratégique majeure dans un environnement concurrentiel où la satisfaction du client au moindre coût est un impératif. Une organisation des transports qui conduit à un acheminement fréquent de camions incomplètement remplis ou vides (le retour à vide est appelé **transport haut-le-pied**) peut conduire à un surcoût fatal pour l'entreprise. De la même façon, des immobilisations importantes dans les entrepôts ou une utilisation trop discontinue de ses ressources en hommes et équipements renchérisent la distribution.

Ces **transporteurs publics** (au sens où leurs prestations sont offertes à tous, par opposition aux **transporteurs privés** qui n'interviennent que pour leurs propres entreprises) peuvent offrir des prestations additionnelles intéressantes : traçabilité de colis en temps réel, mise à disposition de leur expérience en matière douanière dans le cas de transports internationaux, conseils sur le conditionnement et le marquage, pour ne citer que les plus connues. Le transporteur public ne connaît d'économie d'échelle que s'il arrive à bien utiliser ses moyens sur l'ensemble de ses clients. Si tel n'est pas le cas, certaines de ses prestations doivent être facturées plus cher pour tenir compte des retours à vide, ce qui peut poser un problème là où la concurrence par les prix est vive. Deux autres solutions sont envisageables. Certaines prestations peuvent être différées si cela améliore le remplissage des camions, mais cela n'est pas toujours possible si la concurrence par les délais est souvent vive. Reste enfin la possibilité de compléter la charge des camions par du fret confié par d'autres transporteurs, ce qui peut allonger la tournée, ou, symétriquement, de sous-traiter le transport de prestations qui ne peuvent être exécutées dans des conditions de coûts et de délais acceptables.

L'entreprise qui choisit de sous-traiter du transport est appelée donneur d'ordre ou **chargeur**. Elle peut décider de faire appel à un **commissionnaire** qui lui sert d'intermédiaire avec les transporteurs privés. Lorsque la vente se fait directement au consommateur final (ce que l'on appelle encore le **B2C**, pour **Business to Consumer**, par opposition au **B2B**, pour **Business to Business**), le transport final est nécessairement sous-traité. Une bonne présentation du marché des transports, des acteurs et des pratiques contractuelles peut être trouvée dans l'ouvrage de Pimor (2001, [337], chapitre VI).

Au niveau stratégique, plusieurs décisions sont à prendre : niveau de sous-traitance souhaité et avec quel type de prestataires ; pour la partie conservée, définition de l'architecture de réseau utiliser.

I-3.2 Architecture du réseau de distribution

Le client à livrer est celui qui passe commande et paye la marchandise. Pour des produits finis, il ne s'agit normalement pas du client final, la VPC et certaines formes de eCommerce¹ constituant une exception ; pour les autres produits, il

s'agit presque toujours d'une entreprise. A priori, deux types d'acheminement, non exclusifs, sont possibles: l'acheminement direct de l'entreprise au client qui se justifie économiquement pour les clients importants et l'acheminement indirect. L'acheminement indirect qui peut être confié à un prestataire (entreprises de messagerie), en particulier lorsque le client est un client final occasionnel (eCommerce, par exemple), mais pas seulement dans ce cas, implique le transit par un ou deux entrepôts ou plates-formes, voire plus, lorsque la distribution est à l'échelle planétaire.

I-3.2.1 Entrepôt ou plate-forme

Un **entrepôt** a pour vocation de stocker pendant un certain temps de la marchandise, tandis que la **plate-forme** est un lieu dans lequel des marchandises qui arrivent sont immédiatement transbordées, après tri, sur d'autres moyens de transport (on parle encore d'**entrepôt de transit**). Lorsque la marchandise reste dans son emballage sans fractionnement et ne fait donc que transiter en l'état, on parle de **cross-docking**. Ceci implique non seulement une excellente coordination des arrivées et des départs, mais aussi un marquage précis des lots et parfois même un encyclage précis (voir [page 509](#)), la désorganisation engendrée par un mauvais marquage ou une mauvaise synchronisation provoquant rapidement la paralysie de la plate-forme. Cette organisation en plates-formes se retrouve dans la messagerie (colis de moins de 300 kg en France). Les hubs jouent, pour le transport aérien, un rôle similaire à celui des plates-formes pour le transport terrestre; on peut ajouter qu'il concerne également le transport des personnes.

L'arrivée de petits colis en vrac ne permet pas de transbordement immédiat et implique habituellement des opérations de tri manuelles ou automatisées qui font que la synchronisation entre les départs et les arrivées n'est plus possible. On enlève périodiquement ce qui a été trié pour un ensemble de destinations pour charger un véhicule devant effectuer une tournée programmée. L'ancêtre de ce type d'organisation est l'organisation postale. L'**allotement** est la préparation d'une commande pour son destinataire final par un regroupement des articles demandés, dans les quantités requises, ce prélèvement s'appelant **piquage** (ou *picking*).

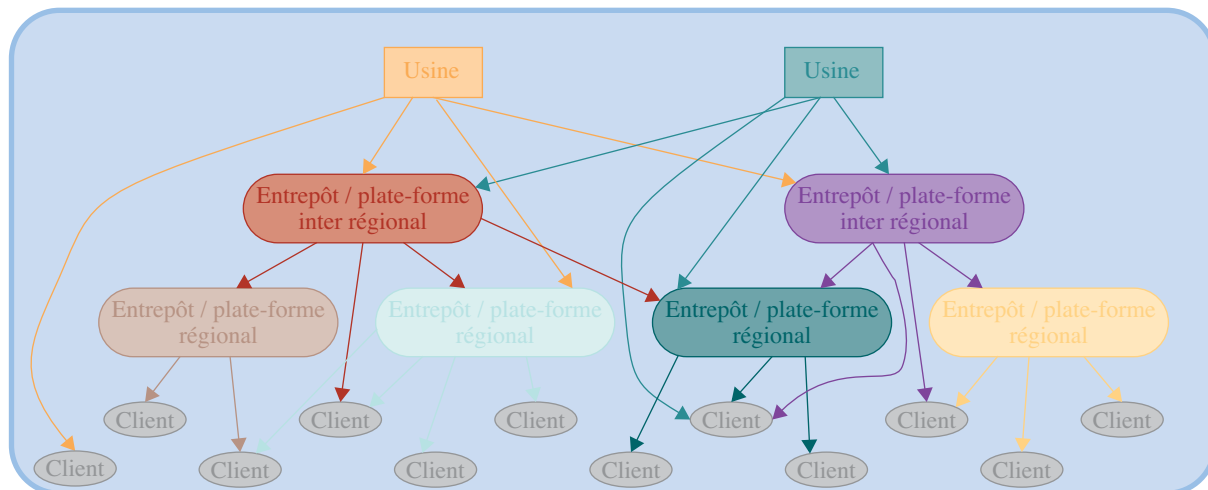
Le passage successif de marchandises par deux entrepôts (ou plates-formes) s'utilise dans une approche de stocks multi-échelons (voir [page 627](#)), où les entrepôts en relation avec les vendeurs finals ne s'approvisionnent pas directement auprès d'une usine – plusieurs usines pouvant fabriquer les mêmes références – mais auprès d'un autre entrepôt (ou plate-forme) jouant un rôle d'intermédiaire sur tout ou partie des références et pour un ensemble d'entrepôts (ou plates-formes). Dans ce schéma, un entrepôt (ou plate-forme) de rang 2, gestionnaire d'un ensemble de références destinées à des vendeurs finals, peut s'approvisionner auprès de plusieurs entrepôts (ou plates-formes) de rang 1 pour des sous-ensembles (habituellement) disjoints de ces références. Cet entrepôt (ou plate-forme) de rang 2 peut lui-même jouer le rôle d'entrepôt (ou plate-forme) de rang 1 pour un autre ensemble de références et servir lui-même tous les points de vente qui lui sont rattachés. Cette conception de réseau se fonde normalement sur un

1. Les implications du eCommerce sur la logistique sont bien décrites dans l'ouvrage de Bauer et *al.* (2001, [\[39\]](#)), lequel comporte une bibliographie détaillée.

arbitrage entre des coûts de transport entre les différents nœuds du réseau, des coûts d'immobilisation des marchandises, des coûts de détention des entrepôts et des coûts de défaillance du système d'approvisionnement devant faire face à un niveau de service donné. L'entrepôt de rang 2, ou celui de rang 1 en cas de stock mono-échelon, peut être un grossiste et ne pas être sous le contrôle du fabricant. La figure 220 illustre les différents circuits de flux possible d'un réseau de distribution à deux étages.

FIGURE 220

Exemple de circuits de flux possibles dans un réseau de distribution à deux étages
(les différents flux arrivant à un même nœud ne portent normalement pas sur les mêmes références)



I-3.2.2 Localisation des entrepôts

Le problème de la localisation des entrepôts ou plates-formes, leur nombre et leurs caractéristiques (capacité, références affectées...) est un problème redoutable. Si l'on décide de desservir un ensemble prédéterminé de points de livraison (ou d'enlèvement) par un entrepôt unique, on peut commencer par essayer de déterminer une localisation pertinente en recherchant le barycentre de cet ensemble de points, la pondération associée à chaque point étant proportionnelle au volume moyen annuel de livraisons (ou d'enlèvements). Cette première indication est à utiliser avec précaution pour plusieurs raisons :

- les distances réelles ne sont pas euclidiennes, la topographie et les caractéristiques du réseau routier jouent un rôle important,
- la localisation finale doit tenir compte de la qualité de l'accès au réseau routier et du bassin d'emploi dans lequel le personnel devra être recruté,
- le coût du transport n'est pas proportionnel à la distance et au volume à acheminer : une analyse plus fine s'appuyant sur une simulation de tournées et une explicitation des charges variables et fixes s'impose avant le choix définitif ; on peut lister quelques sites candidats proches du barycentre, expliciter de manière réaliste le coût de fonctionnement de ce centre et les coûts des tournées, puis choisir ;
- ce travail préliminaire repose sur des hypothèses implicites d'une certaine pérennité des prestations à fournir qui peut s'avérer risquée et amener à préférer une localisation différente.

Cette démarche est utilisable pour déterminer, dans un ensemble de régions disjointes, la localisation de l'entrepôt qui desservira chacune des régions. Il peut

être décidé de n'avoir que des liaisons directes avec chacun de ces entrepôts ou de travailler dans une structuration multi-échelons. Dans ce dernier cas, il faut déterminer la localisation et le nombre d'entrepôts inter-régionaux. Après avoir défini un ensemble de sites d'entrepôts régionaux possibles, on peut s'appuyer sur la démarche décrite au § I-2.2.2, page 552, du chapitre VIII, dont les extensions par introduction de fonctions de coût non linéaire (décrite au § II-2.3, page 1141, du chapitre XVI) permettent de définir des variantes de capacité de ces sites. Implicitement dans cette démarche on suppose que les coûts d'acheminement des usines aux entrepôts (ou plates-formes) inter-régionaux sont à peu près indépendants des localisations retenues. Cette hypothèse peut s'avérer très contestable et impliquer la prise en compte explicite de ces coûts d'acheminement vers ces dépôts interrégionaux, qui nécessite une adaptation mineure du problème d'optimisation à résoudre, si l'on fait appel à la démarche des modelleurs décrite à la page 1134.

I-3.2.3 Organisation physique des entrepôts ou plates-formes

Le dimensionnement d'un entrepôt est lié aux caractéristiques des références qu'il doit accueillir, mais il dépend aussi de deux séries de facteurs :

- Tout ou partie des marchandises qui passent par le site peut avoir pour vocation de séjourner un certain temps ou ne faire qu'un passage fugitif (cross docking). Ce choix stratégique a des incidences évidentes sur l'importance des zones de stockage nécessaires et sur la configuration des quais de chargement/déchargement.
- La fréquence des tournées d'approvisionnement et d'enlèvement ainsi que l'importance des charges véhiculées influent nécessairement sur les quais de chargement/déchargement et sur l'importance des zones de stockage nécessaires.

Il convient de ne pas oublier de poser le problème dans sa globalité et de tenir compte du fait que certains coûts du sous-système «transport» varient en sens inverse de certains coûts du sous-système «entrepôt». Des optimisations locales basées sur des contraintes imposées par l'un des sous-systèmes sur l'autre peuvent donc conduire à un ensemble de décisions globalement inefficaces. Les principales décisions à prendre dans la configuration d'un entrepôt ou d'une plate-forme, une fois définies les caractéristiques des références qui doivent y transiter, portent sur les moyens de stockage, ceux de manutention et l'organisation des flux dans l'entrepôt, liée à l'attribution d'emplacements fixes ou changeant au stockage de chacune des références.

En fonction de l'encombrement, de la fragilité, du coût et de la demande, les marchandises sont stockées soit en vrac dans des casiers, soit dans des cartons, bacs ou conteneurs rangés sur des rayons ou sur des palettes. La gestion des contenants (bacs, conteneurs, palette) pose des problèmes multiples (standardisation, entreposage des vides, gestion des retours...) qu'il ne faut pas sous-estimer. On distingue cinq modes de stockage (Pimor, 2001, [337], p. 151 et sq.) : le **stockage statique** (rayonnage fixe destiné à accueillir des palettes ou des cartons), le **stockage mobile** qui se déplace et permet une optimisation de la place (on retrouve ce système dans certaines pharmacies), le **stockage rotatif** vertical ou horizontal qui est constitué d'un ensemble de balancelles contenant des casiers et fixées sur une chaîne sans fin, le **stockage dynamique**, réalisé de différentes manières et qui se

fonde sur une logique de file d'attente à capacité limitée (les marchandises sont prélevées en tête de file, jusqu'à libérer une place, les nouvelles marchandises arrivant dans la file en queue de file) et les **transtockeurs** ou **magasins automatisés**, gérés informatiquement.

L'espace alloué à chaque article peut être fixé et rester le même pendant une longue période, ce qui facilite la manutention, mais augmente l'espace requis, le dimensionnement alloué à chaque article étant calculé sur le stock maximum. L'allocation peut être dynamique, ce qui complique la gestion physique des stocks, mais limite l'espace nécessaire.

La manutention s'effectue le plus souvent à l'aide de **chariots élévateurs**, qui nécessitent un contrepoids, et les **transpalettes** (mobilité verticale limitée) et **gerbeurs** (mobilité verticale importante, permettant de placer ou retirer une palette au-dessus d'une pile de palettes ou dans une alvéole en hauteur) qui ne nécessitent pas de contrepoids. Dans la « grande industrie », on trouve des systèmes de **convoyeurs** (du type de ceux qui acheminent les bagages dans les aéroports), souvent pour acheminer des marchandises à trier, et des systèmes de **chariots filoguidés**. Ces derniers sont gérés informatiquement, souvent conjointement avec des transtockers, et suivent le chemin de câbles enterrés dans le sol ; les problèmes posés sont analogues à ceux rencontrés dans le chemin de fer : localisation d'un chariot généralement basée sur sa présence sur une portion de ligne (canton), commande de l'avancement des chariots suivant des règles empêchant qu'ils ne puissent se télescoper, choix du chariot devant effectuer une prestation (la règle « prendre le chariot libre le plus proche » ne donnant pas nécessairement les meilleurs résultats).

Table des
matières

SECTION II LA DÉFINITION DE GAMMES DE TRANSPORT

La définition de la production de biens et de services proposée au **chapitre I** (page 41) ne fait pas de distinction entre des opérations de transformation et celles de transport. Le concept de gamme s'applique donc aussi aux opérations de transport mobilisant des moyens de transport et des opérateurs les utilisant. Cette vision globale est conforme à la vision processus défendue dans l'approche de la chaîne logistique. Elle permet d'intégrer le transport dans une vision d'ensemble, ce qui est particulièrement important lorsque celui-ci peut s'effectuer de manière alternative à plusieurs endroits dans la production d'un produit fini. Deux exemples permettent d'illustrer cette remarque.

- Les équipementiers de l'industrie automobile travaillent dans le cadre d'approvisionnements synchrones (voir pages 509 et 599) qui les conduisent à envisager de s'intégrer dans un **Site Avancé Fournisseur** où d'ultimes opérations productives sont effectuées (généralement liées à une différenciation retardée) ou de créer un **Magasin Avancé Fournisseur**. Les gammes alternatives associées à ces deux solutions, qui conduisent au même résultat final pour le client, se différencient par un déplacement de l'opération de transport dans la gamme globale, qui a une incidence sur l'opération de transport (un produit semi-fini n'impliquant pas les mêmes contraintes qu'un produit fini).

Index
thématique

- Le second exemple concerne certaines entreprises de réseau «au sens strict». Nous avons vu au § I-2.3.2.4, page 66, du chapitre I qu'elles se caractérisaient par une certaine marge de manœuvre dans la localisation de certains traitements. Par exemple, le courrier envoyé par un bureau de poste à son centre de tri peut avoir fait l'objet d'un tri préalable plus ou moins poussé, ce qui a une incidence non seulement sur les horaires d'enlèvement, mais aussi sur les volumes à acheminer, la ségrégation du courrier devant être conservée dans le transport. Là encore, une réflexion stratégique de réorganisation doit s'appuyer sur l'étude de gammes alternatives globales intégrant des opérations de transport.

La distinction entre une formalisation mono-période et une formalisation multi-périodes des processus de production retenue au chapitre VIII pourrait être utilisée ici, d'autant que certains modèles présentés ici se rattachent à des modèles présentés dans ce chapitre VIII. S'agissant d'une introduction à cette classe de problèmes, on n'abordera que quelques problèmes mono-période, celui de l'organisation des tournées (§ II-1) et celui de l'affectation de prestations de transport à des véhicules (§ II-2, page 921).

II-1 Détermination des tournées

Une bonne organisation de tournées d'acheminement de produits finis ou d'enlèvement de matières premières ou de produits est souvent un enjeu majeur en termes de coûts et de délais. Les tournées d'enlèvement de matières premières se rencontrent dans l'industrie agro-alimentaire (enlèvement de produits fermiers). Les tournées d'enlèvement de produits sont plus rares car, en règle générale, leur acheminement est à la charge du fournisseur, pour lequel il s'agit d'un problème de distribution. Cela étant, dans la grande distribution où la fonction achat est souvent centralisée, se pose la question de savoir si c'est le fournisseur qui doit livrer chacun de ces points de vente, si c'est un prestataire qui prend en charge ce problème ou si c'est l'acheteur qui se fait livrer dans des dépôts régionaux, auquel cas les tournées d'approvisionnement des points de vente sont à sa charge. Un panachage de ces solutions peut être judicieux ; par exemple, si la solution de principe est la dernière des trois évoquées, rien n'empêche d'utiliser la première pour des articles chers, encombrants et peu demandés.

Une tournée se définit par la visite unique de tous les points de livraison ou d'enlèvement d'un ensemble de points à visiter, le problème étant de déterminer l'ordre de passage de ces visites et, éventuellement, de tenir compte de certaines contraintes. Ce problème se pose a priori pour l'organisation de tournées régulières (collecte de lait, approvisionnement de supérettes...), mais, les moyens de traitement dont on dispose et la disponibilité commerciale de distanciers précis font que, de nos jours, l'usage d'un système interactif d'aide à la décision (SIAD) est possible pour traiter quotidiennement des problèmes spécifiques et donc de mieux gérer, par exemple, l'organisation de tournées de réparateurs ou de spécialistes de la maintenance, dont la liste de clients varie d'un jour à l'autre. Ce problème, sous sa forme la plus simple, a déjà été traité au § I-2.1, page 390, du chapitre V¹.

On commencera par formaliser le problème de base du voyageur de commerce, en faisant appel à la programmation linéaire (§ II-1.1). On compliquera ensuite ce

modèle pour introduire le cas de tournées multiples (§ II-1.2, page 911) pour lesquelles peuvent se poser des contraintes de capacité et de fenêtres de temps, avant d'aborder le cas particulier des tournées filaires devenu important dans le cadre de la chrono-compétition (§ II-1.3, page 918).

II-1.1 Le problème «original» du voyageur de commerce

Le problème du voyageur de commerce est celui de la définition d'une tournée dans n villes différentes, en ne passant qu'une seule fois dans chacune de ces villes, avant de revenir dans la ville de départ. Très souvent, cette tournée est à effectuer au cours d'une journée et le lendemain, le problème se pose pour un ensemble différent de villes; au bout de plusieurs jours, par exemple cinq jours ouvrables, on revient sur le problème initialement posé, ce qui revient à définir un cycle de tournées qui se répète tous les cinq jours. On verra à la page 911 comment déterminer une partition optimale des villes à visiter dans un cycle de tournées.

Le problème posé est celui de la définition d'une gamme optimale de transport caractérisée par la sélection d'une liste de n couples «ville d'origine i – ville de destination j » choisis dans un vaste ensemble de couples possibles¹, chaque ville devant être retenue une fois et une seule comme ville de départ et une fois et une seule comme ville d'arrivée. On examinera ici des formalisations en univers certain; l'approche stochastique de ce problème (temps de transport définis par des distributions de probabilité) a été présentée au § I-2.2.3, page 402, du chapitre V et illustrée par un exemple numérique.

II-1.1.1 Formulations possibles de ce problème

Une formulation de ce problème est possible par la programmation linéaire en nombres entiers où la variable binaire x_{ij} vaut 1 si l'on part de la ville i pour se rendre dans la ville j et 0, dans le cas contraire. Pour obtenir une tournée, il faudra :

- partir une fois et une seule de la ville i , ce qui implique (en application de la règle 2 de la page 1139):

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \text{relation 346}$$

- arriver une fois et une seule dans la ville j , ce qui implique:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \text{ pour } j \geq 0 \quad \text{relation 347}$$

1. *Note de la page précédente.* Par rapport à la typologie introduite au chapitre VIII des problèmes susceptibles d'être traités par la programmation linéaire, on est en présence d'un problème de productions liées de prestations de service faisant appel à des gammes alternatives, dans un cadre mono-période, comme nous l'avons précisé au § I-3.2, page 561. Souvent dans cette classe de problèmes, introduite au § I-2.1.4, page 544, du chapitre VIII, l'ensemble de ces gammes alternatives est supposé connu, le problème posé étant celui de la sélection d'un sous-ensemble de ces gammes minimisant un coût de production. L'explicitation de ces gammes alternatives peut s'avérer un problème rapidement insoluble pour des raisons de combinatoire faisant intervenir des contraintes de temps et / ou d'espace. Il s'agit ici de définir directement des gammes à utiliser, sans passer par leur explicitation systématique préalable.

1. Cette liste peut atteindre $n(n-1)$ couples «origine – destination», puisque pour chacune des n villes i , on a un maximum $(n-1)$ villes j de destination. Dans la suite, on raisonnera en s'appuyant sur cette liste maximale, ce qui ne restreint pas le raisonnement. Dans la pratique, on a intérêt à travailler sur une liste réduite en éliminant les liaisons les plus pénalisantes (en ne retenant, par exemple, pour chaque ville, que les $n/2$ villes les plus proches).

Le nombre de tournées possibles est élevé, puisqu'il y en a $(n-1)!$, si aucun couple «origine – destination» n'est, a priori, exclu. L'introduction d'un critère permet de juger l'intérêt de ces solutions alternatives. Les critères habituellement retenus sont ceux de minimisation du coût global de la tournée ou de la durée totale de la tournée ou de la distance totale parcourue. Si l'on note c_{ij} le coût (ou le temps ou la distance) du transport de i vers j , le critère à optimiser est :

$$\text{Min} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \right] \quad \text{relation 348}$$

Il n'est pas possible de quitter une ville pour se rendre dans cette même ville. Le respect de cette interdiction peut être obtenu soit en interdisant à i et j de prendre la même valeur dans le «développement» de la double sommation de la relation 348 ($j \neq i$, ce qui conduit, en réalité, à ne créer que $n^2 - n$ variables x_{ij}), soit en posant $c_{ij} = \infty$ ¹, ce qui, dans le processus d'optimisation, rend sans intérêt le retour immédiat dans la ville d'où l'on vient. C'est cette seconde solution qui était implicitement retenue dans les relations 346 à 348.

En cas de *matrice symétrique* des distances ($c_{ij} = c_{ji}$), le problème peut être résolu numériquement plus rapidement en utilisant x_{ij} à la place de x_{ji} , pour $j > i$, ce qui divise par 2 le nombre de variables (x_{ij} n'existe que pour $j < i$) et confère à x_{ij} la signification de «la relation entre i et j est utilisée (peu importe qu'elle soit de type i vers j ou j vers i)»; les relations 346 et 347 peuvent alors être remplacées par les contraintes de la relation 349 qui stipulent que toute ville nécessairement reliée à deux autres villes²:

$$\sum_{i>1} x_{i1} = 2 ; \sum_{j<k} x_{kj} + \sum_{i>k} x_{ik} = 2, \text{ pour } k = 2, \dots, n-1 \text{ et } \sum_{j<n} x_{nj} = 2 \quad \text{relation 349}$$

La résolution de ce problème peut s'effectuer en faisant appel à des algorithmes spécifiques, comme l'algorithme de Little (voir le § I-2.1, page 390, du chapitre V), qui permettent de résoudre aisément des problèmes de tournées portant sur quelques dizaines de villes. La contrepartie est alors l'impossibilité de modifier le problème posé pour le rendre plus réaliste (par l'introduction de contraintes de capacité, de durée, etc.), ce qui n'est pas le cas si l'on utilise les algorithmes généraux des logiciels d'optimisation.

Cependant l'usage de tels logiciels, que l'on privilégie ici, pose un problème pratique redoutable dans la mesure où cette formulation n'empêche pas la création de plusieurs tournées partielles au lieu d'une tournée unique globale. Appuyons-nous sur un exemple pour faire comprendre ce qui peut se passer: si l'on cherche à définir une tournée entre les 6 villes $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ et ζ , il est évident qu'une solution constituée des deux tournées partielles $\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \rightarrow \alpha$ et $\delta \rightarrow \varepsilon \rightarrow \zeta \rightarrow \delta$ respecte les contraintes définies par les relations 346 et 347, puisque chaque ville ne sera

1. D'un point de vue opérationnel, n'importe quelle valeur supérieure aux valeurs prises par les c_{ij} suffit pour empêcher de «rester sur place».

2. On passe implicitement d'une notion d'arc orienté à une notion d'arc non orienté. Il s'ensuit que les variables de commande x_{ij} , qui étaient précédemment au nombre de $n(n-1)$, pouvaient se décrire par un tableau carré (dont la diagonale «nord-ouest – sud-est» est neutralisée). Dans cette seconde formulation, elles se décrivent par une matrice triangulaire inférieure et sont au nombre de $n(n-1)/2$; la première contrainte de la relation 349 utilise les variables de la première colonne de cette matrice triangulaire, tandis que la suivante utilise les variables de la colonne k et celles de la ligne k .

qu'une seule fois ville d'origine et une seule fois ville de destination¹. Pour empêcher la création de telles tournées partielles, trois solutions sont envisageables.

La *première solution*, qui est la seule permettant de tirer parti de la symétrie de la matrice des distances (ou des coûts), consiste à ajouter de nouvelles contraintes pour empêcher la formation d'une tournée partielle; par exemple, pour empêcher la formation de la tournée $\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \rightarrow \alpha$, il suffit d'ajouter la contrainte $x_{\alpha\beta} + x_{\beta\gamma} + x_{\gamma\alpha} < 3$. L'inconvénient de la généralisation de cette solution est qu'il faut a priori²

introduire $\sum_{k=2}^{n-1} C_n^k$ contraintes et que l'explicitation de ces contraintes additionnelles est fastidieuse et pénalisante en temps de calcul. Une solution opérationnelle alternative à cette généralisation, facile d'implémentation avec les modeleurs (voir [page 1134](#)), consiste :

- Étape 1 : à partir du problème initial défini par les relations 346 à 348 (ou la [relation 349](#), en cas d'utilisation de la symétrie de la matrice des c_{ij});
- Étape 2 : à résoudre le problème posé puis à examiner la solution trouvée pour détecter la création de tournées partielles;
- Étape 3 : en cas de non-crédation de tournées partielles, la solution trouvée est retenue et le processus de résolution est achevé;
- Étape 4 : à ajouter au problème une (ou plusieurs) nouvelle(s) contrainte(s) pour empêcher la création de la (ou de plusieurs des) tournée(s) partielle(s) trouvée(s) au cours de l'étape précédente puis à revenir à l'étape 2.

La *deuxième solution* est plus simple, en ce sens qu'elle n'implique pas l'utilisation d'une démarche itérative dans la formulation du problème pour arriver à la solution. En contrepartie, elle ne permet aucune extension à ce modèle. Elle se caractérise par l'introduction de la variable θ_i qui s'interprète comme le *rang* de la ville i dans la tournée. Si l'on définit arbitrairement la ville départ comme étant la ville 1, la dernière ville à placer aura le rang n (et donc la plus grande différence possible entre deux rangs est $n-1$); dans ces conditions :

- si la tournée implique de partir de i pour se rendre en j (c'est-à-dire si $x_{ij} = 1$), alors $\theta_i < \theta_j$, ce qui s'écrit encore $\theta_i - \theta_j < 0$;
- si la tournée implique de partir de i pour se rendre dans une ville différente de j (c'est-à-dire si $x_{ij} = 0$), alors on peut avoir aussi bien $\theta_i < \theta_j$ que $\theta_i > \theta_j$, ce qui peut s'écrire $\theta_i - \theta_j < n$, puisque la différence maximale de rang entre les villes restant à placer est égale à $n-1$;

ces deux contraintes se résument facilement³ par la [relation 350](#) dont le second membre est nul si $x_{ij} = 1$ et égal à n , si $x_{ij} = 0$:

1. Par contre, cette solution sera interdite avec la prise en compte de la symétrie par la [relation 349](#), le transport entre α et γ n'étant possible qu'une seule fois. L'utilisation de la symétrie évite donc, par construction, la création des circuits consistant à revenir immédiatement dans la ville que l'on vient de quitter. Par contre cette formulation n'empêche pas l'obtention des tournées partielles mettant en jeu 3 étapes ou plus (par exemple $\alpha \rightarrow \delta \rightarrow \gamma \rightarrow \beta \rightarrow \alpha$).

2. En effet, il faut donc $C_6^2 = 15$ contraintes pour empêcher toute tournée partielle portant sur 2 villes, $C_6^3 = 20$ contraintes pour empêcher toute tournée partielle portant sur 3 villes..., d'où dans notre exemple ($\sum_{k=2}^6 C_7^k = 15 + 20 + 15 + 6 = 56$) 56 contraintes additionnelles.

$$\theta_i - \theta_j < n(1 - x_{ij}), \text{ pour } i \geq 1, j > 1 \text{ et } j \neq i$$

relation 350

On peut noter que cette relation n'est pas appliquée au dernier transport fermant la boucle ($j = 1$) car son application aux étapes d'une boucle implique nécessairement que l'une des paires de deux villes successives de cette boucle conduise à avoir une valeur positive du membre gauche et une valeur nulle du membre droit, ce qui est interdit dans cette relation.

La *troisième solution* est une variante de la solution précédente (basée sur l'idée que toute transformation monotone croissante des θ_i aboutit aux mêmes résultats) permettant certaines extensions du modèle. Elle utilise les temps de transport t_{ij} ¹; dans ce cas, les variables θ_i correspondent aux heures d'arrivées dans les villes i (on pose $\theta_1 = 0$). Avec une date d'arrivée θ_i et un temps de séjour obligatoire (lié à un travail de transbordement, par exemple, mais qui peut être nul) κ_i à l'étape i , la date de départ de i est $[\theta_i + \kappa_i]$. Dans ces conditions :

- si la tournée implique de partir de i pour se rendre en j (c'est-à-dire si $x_{ij} = 1$), alors la date d'arrivée en j ne peut être inférieure au cumul de la date d'arrivée en i , augmentée du temps de séjour obligatoire en i et du temps de transport entre i et j : $\theta_j \geq [\theta_i + \kappa_i + t_{ij}]$,
- si l'on ne se rend pas en j en partant de i , il n'y a pas de relation entre θ_i et θ_j (la date θ_i pouvant être aussi bien antérieure que postérieure à la date θ_j).

Ces deux cas de figure peuvent se décrire par la relation 351², qui comporte une constante R arbitrairement élevée et possède une structure similaire à celle de la relation 350³:

$$\theta_1 = 0 \text{ et } [\theta_i + \kappa_i + t_{ij}] - \theta_j \leq R(1 - x_{ij}), \text{ pour } i \geq 1, j > 1 \text{ et } j \neq i \quad \text{relation 351}$$

Dans la deuxième solution, le rang de la dernière ville ne pouvait être qu'égal à n et, par voie de conséquence, celui de la première ville placée ne pouvait qu'être égal à 2. Dans cette troisième solution, il ne peut y avoir de création de tournées partielles, mais, sans contrainte additionnelle, rien n'interdit à un θ_j d'être supérieur à la date de départ de l'étape précédente i augmenté du temps de transport entre i et j . Pour forcer l'égalité, il faut contraindre :

- toutes les heures d'arrivée θ_i , et par voie de conséquence celle de la dernière étape, à être inférieures ou égales au temps de transport total

$$\left[\sum_{i'=1}^n \left\{ \kappa_{i'} + \sum_{j=1}^n t_{i'j} x_{i'j} \right\} \right], \text{ diminué du temps de transport entre la ville } i \text{ et la ville } 1, \text{ tête de tournée;}$$

3. Note de la page précédente. il s'agit là d'une application de la contrainte C_3 du tableau 351, page 1138 : la relation 350 peut en effet s'écrire $z \leq n\delta$, avec $\delta = 1 - x_{ij}$ et $z = \theta_i - \theta_j - 1$ (les θ_i étant discrets); $\delta = 0 \Rightarrow z = 0$ devient ici $x_{ij} = 1 \Rightarrow \theta_i \leq \theta_j - 1$.

1. Les t_{ij} peuvent être les coefficients de la fonction-objectif, si les c_{ij} représentent les temps de transport; si les t_{ij} représentent des distances, cette solution reste utilisable (avec $\kappa_i = 0$), θ_i s'interprétant alors comme le kilométrage parcouru depuis la première ville.

2. On peut remarquer que cette formulation est équivalente à l'utilisation de la contrainte non linéaire (parce que faisant intervenir les produits des variables $x_{ij}\theta_i$ et $x_{ij}\theta_j$) suivante $\{[\theta_i + \kappa_i + t_{ij}] - \theta_j\}x_{ij} \leq 0$.

3. On peut noter que la durée de la tournée s'obtient en ajoutant à la valeur prise par θ_i pour la dernière ville de la tournée, le temps de séjour dans cette ville, augmenté du temps de transport pour revenir à la ville de départ.

- toutes les dates d'arrivée θ_j , et par voie de conséquence celle de la première étape, à être supérieures ou égales au temps de transport entre la ville 1, tête de tournée, et la ville j .

Ces restrictions sont obtenues par la [relation 352](#).

$$\theta_i \leq \left[\sum_{i'=1}^n \left\{ \kappa_{i'} + \sum_{j=1}^n t_{i'j} x_{i'j} \right\} \right] - t_{i1}, \text{ pour } i > 1 \text{ et } \theta_j \geq t_{1j}, \text{ pour } j > 1 \quad \text{relation 352}$$

II-1.1.2 Exemple d'application

Le [tableau 270](#) donne le distancier des 10 principales villes de Lidurie représentées dans la carte de la [figure 160](#), page 554.

TABLEAU 270
Distances c_{ij} entre les principales villes de Lidurie

à de	α ville ($j=1$)	β ville ($j=2$)	γ ville ($j=3$)	δ ville ($j=4$)	ϵ ville ($j=5$)	ζ ville ($j=6$)	η ville ($j=7$)	θ ville ($j=8$)	ι ville ($j=9$)	κ ville ($j=10$)
α ($i=1$)	0	27	61	110	72	206	241	152	276	149
β ($i=2$)	27	0	72	121	61	179	259	130	292	173
γ ($i=3$)	61	72	0	49	131	227	280	200	220	176
δ ($i=4$)	110	121	49	0	180	260	310	246	172	202
ϵ ($i=5$)	72	61	131	180	0	177	235	91	348	172
ζ ($i=6$)	206	179	227	260	177	0	411	112	423	345
η ($i=7$)	241	259	280	310	235	411	0	309	410	110
θ ($i=8$)	152	130	200	246	91	112	309	0	418	261
ι ($i=9$)	276	292	220	172	348	423	410	418	0	304
κ ($i=10$)	149	173	176	202	172	345	110	261	304	0

Étudions l'application des approches de résolution numérique proposées. Avec la première solution (définie en [page 908](#)), si l'on utilise la simplification autorisée en cas de matrice symétrique, le problème posé est :

$Min(z)$, avec $z = 27x_{21} + 61x_{31} + 72x_{32} + 110x_{41} + 121x_{42} + 49x_{43} + 72x_{51} + 61x_{52} + 131x_{53} + 180x_{54} + 206x_{61} + 179x_{62} + 227x_{63} + 260x_{64} + 177x_{65} + 241x_{71} + 259x_{72} + 280x_{73} + 310x_{74} + 235x_{75} + 411x_{76} + 152x_{81} + 130x_{82} + 200x_{83} + 246x_{84} + 91x_{85} + 112x_{86} + 309x_{87} + 276x_{91} + 292x_{92} + 220x_{93} + 172x_{94} + 348x_{95} + 423x_{96} + 410x_{97} + 418x_{98} + 149x_{10,1} + 173x_{10,2} + 176x_{10,3} + 202x_{10,4} + 172x_{10,5} + 345x_{10,6} + 110x_{10,7} + 261x_{10,8} + 304x_{10,9}$

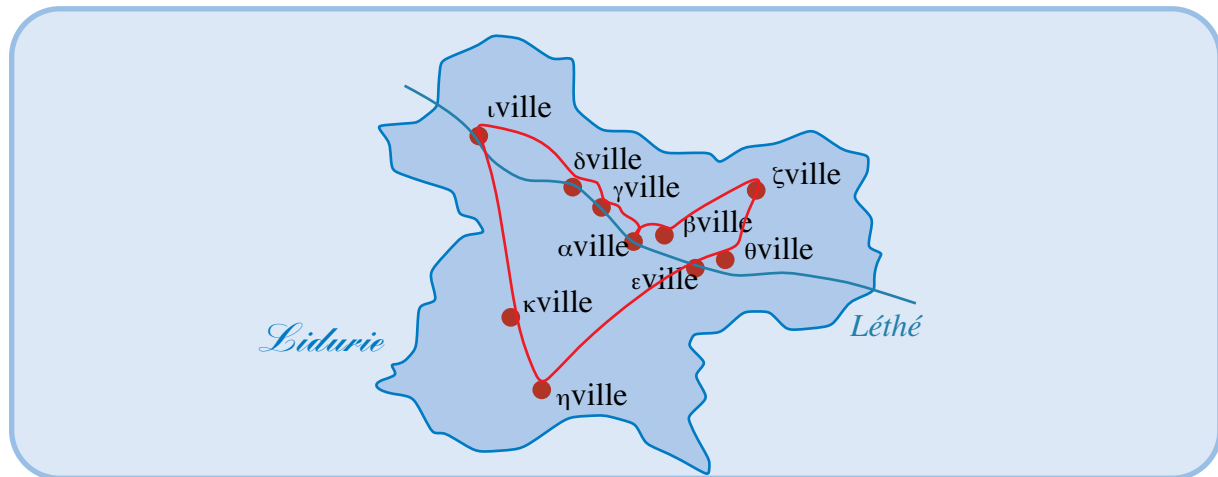
Sous contraintes $\sum_{i=2}^{10} x_{i1} = 2$ et $\sum_{j=1}^{k-1} x_{kj} + \sum_{i=k+1}^{10} x_{ik} = 2$, pour $k = 2, \dots, 9$ et

$\sum_{j=1}^9 x_{1j} = 2$ (application de la [relation 349](#)), ce qui oblige chaque ville k à être

reliée à deux autres villes ; par exemple, pour $k = 3$, on a : $x_{31} + x_{32} + x_{43} + x_{53} + x_{63} + x_{73} + x_{83} + x_{93} + x_{10,3} = 2$.

On obtient alors directement (et donc sans création de circuit dans cet exemple) la tournée illustrée à la [figure 221 de la page 911](#), pour un kilométrage total de 1 340 km (ce qui conduit à une durée de 20,6 heures, à la vitesse moyenne de 65 km / heure, sans compter les arrêts pour transbordement).

FIGURE 221
Tournée unique partant d'Alphaville



L'utilisation de la première solution (voir [page 908](#)) sans tirer parti des possibilités offertes par la symétrie de la matrice de distance oblige à utiliser la fonction-objectif définie par la [relation 348 de la page 907](#) et à remplacer la [relation 349 de la page 907](#) par les relations [346 \(page 906\)](#) et [347 \(page 906\)](#), d'où $10 + 10 = 20$ contraintes. Elle conduit, en l'absence de contraintes supplémentaires, aux tournées suivantes $\alpha \rightarrow \gamma \rightarrow \alpha$, $\beta \rightarrow \varepsilon \rightarrow \beta$, $\delta \rightarrow \iota \rightarrow \delta$, $\zeta \rightarrow \theta \rightarrow \zeta$, $\eta \rightarrow \kappa \rightarrow \eta$. L'introduction des 5 contraintes destinées à empêcher ces circuits partiels permet alors d'aboutir immédiatement à la solution optimale précédemment décrite (problème résolu en 2 étapes et 25 contraintes).

La deuxième solution ([page 908](#)) conduit à la même solution optimale, mais au prix de calculs plus longs puisque le nombre de contraintes passe à $10 + 10 + 9 \times 8 = 72$ et le nombre de variables à $10 \times 9 + 9 = 99$ variables.

Avec la troisième solution ([page 909](#)), si l'on suppose que les c_{ij} correspondent à des distances, les variables θ_i représentent le kilométrage total parcouru jusqu'à la ville i ; il faut remplacer, par rapport à la deuxième solution, les contraintes générées par la [relation 350 de la page 909](#) par celles générées par les relations [351](#) et [352 \(page 910\)](#). Par exemple, l'application de la [relation 351](#) donne, pour $j = 4$, les 9 contraintes suivantes, où R est une valeur supérieure au kilométrage maximal de la tournée, par exemple, $R = 10000$: $\theta_4 + c_{41} - \theta_1 \leq R (1 - x_{41})$; $\theta_4 + c_{42} - \theta_2 \leq R (1 - x_{42})$; $\theta_4 + c_{43} - \theta_3 \leq R (1 - x_{43})$; $\theta_4 + c_{45} - \theta_5 \leq R (1 - x_{45})$; ... ; $\theta_4 + c_{4,10} - \theta_{10} \leq R (1 - x_{4,10})$. La solution obtenue est la même que précédemment.

II-1.2 Le problème des tournées multiples à partir d'une même ville, avec introduction de contraintes de capacité et de fenêtres de temps

Ce problème se rencontre classiquement lorsqu'on organise plusieurs tournées de distribution (ou de ramassage) à partir (ou à destination) d'un même dépôt ou plate-forme. On examinera successivement la formulation du problème sans

contrainte additionnelle (§ II-1.2.1), puis avec contrainte de capacité sur les véhicules (§ II-1.2.2, page 914), avec contrainte sur les heures de passage des tournées (§ II-1.2.3, page 916). On a évoqué au début du § II-1.1, page 906, la possibilité de construire un ensemble de tournées qui se suivent d'un jour sur l'autre et reviennent avec une périodicité fixe (cycle de tournées). Dans cette perspective, les ensembles différents de points à visiter chaque jour étaient fixés à l'avance. On peut utiliser la formulation de ce § II-1.2 pour définir une partition optimale des points à visiter, cette solution excluant qu'un même point puisse être visité plusieurs fois au cours d'un même cycle de tournées.

II-1.2.1 Création de tournées multiples à partir d'une même ville

Ce problème a déjà été abordé au § I-2.2.2, page 402 du chapitre V, dans une formulation qui exclut toute prise en compte ultérieure de contraintes, contrairement à la formulation proposée ici.

Dans une formulation simple, le problème de l'organisation de tournées à partir d'un même dépôt est une variante du problème précédent. Elle consiste à définir q tournées, partant toutes de la même ville (par convention ici, la ville 1), étant entendu toutes les autres villes doivent être visitées une fois et une seule. Pour obtenir ce résultat, il suffit de transformer les contraintes portant sur la ville 1, dans les relations 346 et 347 (page 906), en imposant, pour cette seule ville, d'avoir q villes de destination et d'être elle-même ville de destination en provenance de q autres villes. Les relations 346 et 347 deviennent alors:

- partir q fois de la ville 1 :

$$\sum_{j=2}^n x_{1j} = q \quad \text{relation 353}$$

- partir une fois et une seule de chaque ville i autre que la ville 1 (cette ville 1 restant une destination j possible):

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \text{ pour } i > 1 \text{ et } i \neq j \quad \text{relation 354}$$

- arriver q fois dans la ville 1 :

$$\sum_{i=2}^n x_{i1} = q \quad \text{relation 355}$$

- arriver une fois et une seule dans chaque ville j autre que la ville 1 (cette ville 1 restant une origine i possible):

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \text{ pour } j > 1 \text{ et } j \neq i \quad \text{relation 356}$$

Il est possible de supprimer les relations 353 et 355, c'est-à-dire de *ne pas fixer a priori* le nombre de véhicules utilisés pour déterminer le nombre de véhicules qui minimise le coût de fonctionnement du système étudié (ce nombre étant souvent 1); il convient cependant de les remplacer par la contrainte définie par la relation 357:

$$\sum_{i=1}^n x_{i1} = \sum_{j=1}^n x_{1j} \quad \text{relation 357}$$

qui oblige à avoir autant de véhicules à l'arrivée de la ville 1 qu'au départ de la ville 1. En fait, cette dernière formulation ne présente de réel intérêt que si d'autres contraintes sont introduites (capacité, fenêtre de temps...) et si la fonction de coût utilisée combine un coût variable proportionnel à la distance totale parcourue et une charge fixe correspondant à une quote-part¹ de l'amortissement et de l'entretien des véhicules utilisés ainsi que de charges salariales des conducteurs de ces véhicules (on examinera au § II-2.3, page 1141, du chapitre XVI, comment tenir compte de telles fonctions de coûts non linéaires).

Si la matrice des distances est symétrique, on pourra remplacer les relations 353 et 355 par la relation 358 qui oblige la première ville (tête de tournée) à avoir 2q liaisons avec les autres villes :

$$\sum_{i>1} x_{i1} = 2q \quad \text{relation 358}$$

et les relations 354 et 356 par la relation 359 qui reprend en partie la relation 349 de la page 907 pour obliger chaque ville $k (>1)$ à avoir 2 liaisons avec les autres villes.

$$\sum_{j<k} x_{kj} + \sum_{i>k} x_{ik} = 2, \text{ pour } k = 2, \dots, n-1 \text{ et } \sum_{j<n} x_{nj} = 2 \quad \text{relation 359}$$

Ces contraintes n'empêchent pas la formation de circuit et il faudra analyser la solution obtenue et rajouter au problème de nouvelles contraintes pour empêcher cette formation, dans le cadre du processus itératif décrit à la page 908.

Table des matières

Si l'on décide de ne pas utiliser la simplification qu'autorise la symétrie de la matrice (en particulier pour pouvoir introduire de nouvelles contraintes), les relations 353 à 356 doivent être utilisées conjointement avec la relation 351 de la page 909, destinée à empêcher tout circuit qu'il faut adapter en cas de tournées multiples :

Index thématique

$$\theta_1 = 0 \text{ et } [\theta_i + \kappa_i + t_{ij}] - \theta_j \leq R(1 - \sum_{h=1}^H x_{ijh}), \text{ pour } i \geq 1, j > 1 \text{ et } j \neq i \quad \text{relation 360}$$

Par contre, la relation 352 de la page 910, destinée à interdire les temps morts dans la tournée, n'est plus utilisable (et n'est pas adaptable, faute de connaissance préalable des villes affectées à chaque véhicule), ce qui oblige à recalculer les valeurs des θ_i .

On peut illustrer ce cas de figure en supposant maintenant que trois tournées indépendantes ($q = 3$) sont à organiser à partir d'Alphaville. La fonction-objectif de la page 910 reste valable. Si les simplifications de la symétrie sont utilisées, la contrainte de la page 910 reste valable, mais il faut y ajouter la contrainte suivante : $x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} + x_{61} + x_{71} + x_{81} + x_{91} + x_{10,1} = 6$. On obtient alors la solution illustrée par la figure 222, pour un kilométrage total de 1472 km (les chargements transportés résultent des données du tableau 271 de la page 916 et sont fournis pour permettre d'introduire l'exemple sur la prise en compte des contraintes de capacité).

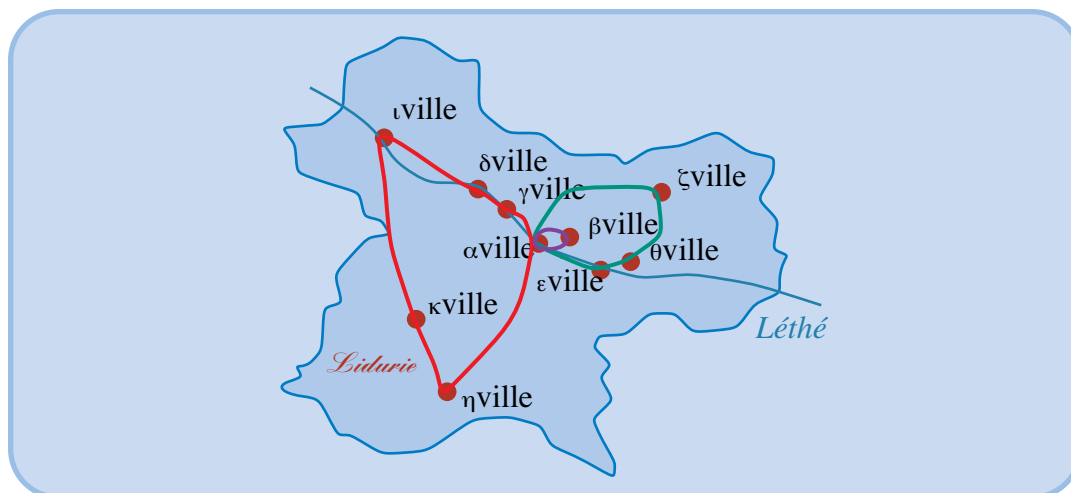
- α -ville $\rightarrow \beta$ -ville $\rightarrow \alpha$ -ville (chargement = 19 tonnes; distance parcourue = 54 km);

1. calculée sur la période implicitement retenue dans le problème posé, pour être compatible avec les coûts variables proportionnels.

- α -ville \rightarrow ε -ville \rightarrow θ -ville \rightarrow ζ -ville \rightarrow α -ville (chargement = 27 tonnes; distance parcourue = 481 km);
- α -ville \rightarrow γ -ville \rightarrow δ -ville \rightarrow ι -ville \rightarrow κ -ville \rightarrow η -ville \rightarrow α -ville (chargement = 31 tonnes; distance parcourue = 937 km).

FIGURE 222

Trois tournées indépendantes partant d'Alphaville



II-1.2.2 Introduction de contraintes de capacité

De nombreux problèmes de tournées imposent le respect d'une contrainte¹ de capacité (exprimée en volume ou en poids) auquel est assujéti le véhicule effectuant une tournée (implicitement, au § II-1.2.1, on a raisonné à capacité infinie). Ce problème n'a de sens que lorsque l'on est en présence de tournées multiples car il est évident que la recherche d'une tournée optimale unique est a priori sans objet si l'on ne dispose pas au départ d'une capacité suffisante.

Dans cette sophistication du problème, les différents véhicules, repérés par l'indice h , se caractérisent par les capacités u_h (celle-ci étant exprimée en volume ou en poids ou en unité d'œuvre) et chaque ville visitée se caractérise par une utilisation de capacité v_i associée au chargement de marchandises toutes en provenance (ou à destination) du dépôt (il n'y a donc pas de transport à effectuer dans la ville du dépôt). Il faut transformer le problème comme suit :

- les variables de commande du problème (x_{ij}) comportent en plus l'indice h ; cette variable binaire x_{ijh} vaut 1 seulement si le camion h part de i pour se rendre en j et vaut 0, dans le cas contraire (ce qui conduit à retenir la liaison

i vers j lorsque $\sum_{h=1}^H x_{ijh} = 1$);

- la fonction-objectif (relation 348, page 907) doit être remplacée par la relation 361 :

1. La généralisation à une prise en compte simultanée de plusieurs contraintes de capacité (volume et poids, par exemple) différentes est immédiate.

$$\text{Min} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \sum_{h=1}^H x_{ijh} \right] \quad \text{relation 361}$$

- les relations 353 à 356 (page 912), qui définissaient les contraintes de q tournées différentes en partance de la ville 1 (tête de tournée), se transforment pour tenir compte du fait qu'il faut :

- partir q fois de la ville 1 (avec $q \leq H$) :

$$\sum_{j=2}^n \sum_{h=1}^H x_{1jh} = q \quad \text{relation 362}$$

- partir une fois et une seule de chaque ville i autre que la ville 1 (cette ville 1 restant une destination j possible) :

$$\sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^H x_{ijh} = 1, \text{ pour } i > 1 \text{ et } i \neq j \quad \text{relation 363}$$

- arriver q fois dans la ville 1 :

$$\sum_{i=2}^n \sum_{h=1}^H x_{i1h} = q \quad \text{relation 364}$$

- arriver une fois et une seule dans chaque ville j autre que la ville 1 (cette ville 1 restant une origine i possible) :

$$\sum_{i=2}^n \sum_{h=1}^H x_{ijh} = 1, \text{ pour } j > 1 \text{ et } j \neq i \quad \text{relation 365}$$

- il faut également s'assurer que le camion h qui part d'une ville k est bien celui qui y est arrivé, ce que force la relation 366 :

$$\sum_{i=1}^n x_{ikh} = \sum_{j=1}^n x_{kjh}, \text{ pour } k = 1 \text{ à } n \text{ et } h = 1 \text{ à } H \quad \text{relation 366}$$

- il faut également s'assurer que la contrainte de capacité de chaque camion sera respectée ; $\sum_{j=1}^n x_{ijh} = 1$ impliquant que le camion h passe par la ville i , il suffit de poser :

$$\sum_{i=2}^n v_i \sum_{j=1}^n x_{ijh} \leq u_h, \text{ pour } h = 1 \text{ à } H \quad \text{relation 367}$$

- enfin, la relation 360 de la page 913, empêchant la création de circuits reste à utiliser :

$$\theta_1 = 0 \text{ et } [\theta_i + \kappa_i + t_{ij}] - \theta_j \leq R(1 - \sum_{h=1}^H x_{ijh}), \text{ pour } i \geq 1, j > 1$$

et $j \neq i$ (relation 360)

Reprenons notre exemple numérique en le complétant par les informations du tableau 271 de la page 916 et en supposant toujours qu'il faille organiser ($q = 3$) tournées quotidiennes indépendantes à partir d'Alphaville, mais cette fois-ci en utilisant trois camions ayant la même capacité, égale à ($u_1 = u_2 = u_3 =$) 30 tonnes, la solution précédemment trouvée ne respecte pas cette contrainte de capacité pour l'une des tournées (la répartition de la charge étant 31, 19 et 27).

TABLEAU 271
Livraisons à effectuer à partir du dépôt d'Alphaville
(= chargement v_i à destination de i)

Ville	β ville ($i = 2$)	γ ville ($i = 3$)	δ ville ($i = 4$)	ε ville ($i = 5$)	ζ ville ($i = 6$)	η ville ($i = 7$)	θ ville ($i = 8$)	ι ville ($i = 9$)	κ ville ($i = 10$)
Livraison (en tonnes)	19	10	7	9	4	6	14	3	5

On obtient alors la solution suivante, pour un kilométrage total de 1 578 (contre 1 472 en l'absence de limitation de capacité des camions):

- α -ville \rightarrow ζ -ville \rightarrow θ -ville \rightarrow ε -ville \rightarrow α -ville (chargement = 27 tonnes, distance parcourue 481 km);
- α -ville \rightarrow δ -ville \rightarrow ι -ville \rightarrow κ -ville \rightarrow η -ville \rightarrow α -ville (chargement = 21, distance parcourue 937 km);
- α -ville \rightarrow γ -ville \rightarrow β -ville \rightarrow α -ville (chargement = 29, distance parcourue 160 km).

Ajoutons enfin qu'il est possible de supprimer les relations 362 (page 915) et 364 (page 915), c'est-à-dire de *ne pas fixer a priori* le nombre de véhicules utilisés pour déterminer le nombre de véhicules qui minimise le coût de fonctionnement du système étudié, en les remplaçant la relation 368 (qui est une adaptation de la relation 357 de la page 912):

$$\sum_{j=2}^n \sum_{h=1}^H x_{1jh} = \sum_{i=2}^n \sum_{h=1}^H x_{i1h} \quad \text{relation 368}$$

Les remarques formulées en page 912 sur l'intérêt de cette formulation restent valables.

II-1.2.3 Introduction des fenêtres de temps

Dans le problème précédent, on n'a tenu aucun compte des heures d'ouverture des dépôts de destination ni de la durée de chaque tournée. La prise en compte de ce dernier élément est facile, puisque θ_i correspond à l'heure d'arrivée dans le dépôt i et $\theta_i + \kappa_i$, à l'heure de fin du temps de séjour obligatoire dans la ville i : il suffit d'empêcher $\theta_i + \kappa_i$ de prendre une valeur supérieure à la durée limite T :

$$\theta_i + \kappa_i < T, \text{ pour } i > 1 \quad \text{relation 369}$$

Cela étant, les contraintes de fenêtre de temps associées à chaque ville rendent le plus souvent cette dernière relation normalement inutile. Elle ne présente d'intérêt réel que lorsque les différents centres visités s'adaptent aux horaires de passage (et non l'inverse).

On peut illustrer cette prise en compte de contrainte en supposant que chaque opération de déchargement dure 30 minutes, que la vitesse moyenne du transport est égale à 65 km/h, ce qui conduit au tableau 272 (qui résulte de la vitesse et des distances fournies par le tableau 270, page 910), et que les camions soient conduits par deux chauffeurs, avec une amplitude maximale de 14 heures (déplacement + chargement et attente). La minimisation du temps de transport est équivalente à la minimisation de la distance totale parcourue.

TABLEAU 272
Temps de transport t_{ij} entre les principales villes de Lidurie
(en minutes – vitesse moyenne de 65 km/h)

à de	α ville ($j = 1$)	β ville ($j = 2$)	γ ville ($j = 3$)	δ ville ($j = 4$)	ϵ ville ($j = 5$)	ζ ville ($j = 6$)	η ville ($j = 7$)	θ ville ($j = 8$)	ι ville ($j = 9$)	κ ville ($j = 10$)
α ville ($i = 1$)	0,00	0,42	0,94	1,69	1,11	3,17	3,71	2,34	4,25	2,29
β ville ($i = 2$)	0,42	0,00	1,11	1,86	0,94	2,75	3,98	2,00	4,49	2,66
γ ville ($i = 3$)	0,94	1,11	0,00	0,75	2,02	3,49	4,31	3,08	3,38	2,71
δ ville ($i = 4$)	1,69	1,86	0,75	0,00	2,77	4,00	4,77	3,78	2,65	3,11
ϵ ville ($i = 5$)	1,11	0,94	2,02	2,77	0,00	2,72	3,62	1,40	5,35	2,65
ζ ville ($i = 6$)	3,17	2,75	3,49	4,00	2,72	0,00	6,32	1,72	6,51	5,31
η ville ($i = 7$)	3,71	3,98	4,31	4,77	3,62	6,32	0,00	4,75	6,31	1,69
θ ville ($i = 8$)	2,34	2,00	3,08	3,78	1,40	1,72	4,75	0,00	6,43	4,02
ι ville ($i = 9$)	4,25	4,49	3,38	2,65	5,35	6,51	6,31	6,43	0,00	4,68
κ ville ($i = 10$)	2,29	2,66	2,71	3,11	2,65	5,31	1,69	4,02	4,68	0,00

Les heures d'arrivées θ_i correspondent à un repérage temporel relatif par rapport au départ du dépôt central. Pour passer à un repérage temporel «absolu», il faut convertir ces informations en tenant compte de l'heure de départ du camion (ou assigner à θ_1 la valeur de l'heure de départ des camions) et des pauses réglementaires du conducteur lorsqu'il est seul à conduire sur de grands parcours¹. Mais dans la définition du problème, il faut tenir compte également des contraintes d'ouverture des destinataires. On supposera ici que ces fenêtres de temps peuvent être exprimées en utilisant le repérage temporel relatif, ce qui est correct si tous les camions partent en même temps du dépôt central et s'il n'y a pas de pauses réglementaires à respecter. Dans une ville i , on supposera qu'il est possible d'effectuer un transbordement entre le camion et le dépôt local sur la fenêtre de temps $[\theta_{\min_i}, \theta_{\max_i}]$, cette fenêtre étant supposée unique². Ces contraintes s'écrivent :

$$\theta_{\min_i} \leq \theta_i \text{ et } \theta_i \leq \theta_{\max_i}, \text{ pour } i > 1 \quad \text{relation 370}$$

Cette relation 370 remplace la relation 352 de la page 910, car il n'y a plus lieu d'imposer que le temps de la tournée soit strictement une somme de temps de transport et de chargement. Par contre, la relation 360 de la page 913 reste nécessaire pour empêcher tout circuit dans la solution trouvée.

$$\theta_1 = 0 \text{ et } [\theta_i + \kappa_i + t_{ij}] - \theta_j \leq R(1 - \sum_{h=1}^H x_{ijh}), \text{ pour } i \geq 1, j > 1 \text{ et } j \neq i \text{ (relation 360)}$$

On peut ajouter enfin que la définition de fenêtre de temps peut être plus complexe et être du type : le camion peut arriver entre 9 heures ($\theta_{\min_{i1}}$) et

1. La prise en compte automatique des contraintes induites par cette réglementation peut s'effectuer assez facilement en transformant le problème pour accroître l'heure d'arrivée θ_i dans la ville i , de la durée de la pause, si celle-ci doit avoir lieu avant l'arrivée dans la ville i et postérieurement au départ de la ville précédente. Dans le cas présent, ces complications dans la représentation du réel seront ignorées.
2. Dans le cas contraire, il suffit de travailler en relaxant les contraintes de fenêtres de temps, puis de vérifier que les contraintes relaxées sont respectées et, seulement dans la négative, d'introduire les contraintes que la solution relaxée viole.

12 heures ($\theta_{\max_{i1}}$) ou entre 14 heures ($\theta_{\min_{i2}}$) et 19 heures ($\theta_{\max_{i2}}$). Dans ce cas, il suffit de s'inspirer de la contrainte C_3 du [tableau 351 de la page 1138](#) et d'introduire la variable binaire δ_i qui vaut 1 si la première contrainte est active et 0 si c'est la seconde qui l'est :

$$\theta_{\min_{i1}} \leq \theta_i + R(1 - \delta_i), \theta_i \leq \theta_{\max_{i1}} + R(1 - \delta_i) \text{ et } \theta_{\min_{i2}} \leq \theta_i + R\delta_i, \theta_i \leq \theta_{\max_{i2}} + R\delta_i$$

pour $i > 1$ *relation 371*

S'il y a plus de 2 fenêtres de temps, il suffit de généraliser la démarche en introduisant une variable binaire par fenêtre de temps j , valant 1 si la contrainte j est active, et d'utiliser la règle 1 de la [page 1139](#), en imposant que la somme de ces variables binaires soit égale à 1.

$$\theta_{\min_{ij}} \leq \theta_i + R(1 - \delta_{ij}), \theta_i \leq \theta_{\max_{ij}} + R(1 - \delta_{ij}) \text{ pour } j > 0 \text{ et } i > 1 \text{ et } \sum_j \delta_{ij} = 1,$$

pour $i > 1$ *relation 372*

Illustrons numériquement la démarche en gardant les contraintes de capacité et en supposant, pour les fenêtres de temps, que les opérations de manutention ne puissent s'opérer dans les sites de ε -ville, κ -ville et η -ville qu'après 14 heures et qu'il n'y ait pas de contraintes particulières pour les autres sites. On obtient alors la solution suivante (qui fournit les mêmes tournées que précédemment, mais avec une attente à ε -ville) :

- α -ville (départ à 6 heures) \rightarrow ζ -ville (arrivée à 9 heures 10 – départ à 9 heures 40) \rightarrow θ -ville (arrivée à 11 heures 24 – départ à 11 heures 54) \rightarrow ε -ville (arrivée à 13 heures 18 – attente jusqu'à 14 heures – départ à 14 heures 30) \rightarrow α -ville (arrivée à 15 heures 36 – chargement de 27 tonnes – distance parcourue de 481 km);
- α -ville (départ à 6 heures) \rightarrow δ -ville (arrivée à 7 heures 42 – départ à 8 heures 12) \rightarrow ι -ville (arrivée à 10 heures 50 – départ à 11 heures 20) \rightarrow κ -ville (arrivée à 16 heures 01 – départ à 16 heures 31) \rightarrow η -ville (arrivée à 18 heures 12 – départ à 18 heures 42) \rightarrow α -ville (arrivée à 22 heures 25 – chargement de 21 tonnes, distance parcourue de 937 km);
- α -ville (départ à 6 heures) \rightarrow γ -ville (arrivée à 7 heures 26 – départ à 7 heures 56) \rightarrow β -ville (arrivée à 9 heures 03 – départ à 9 heures 33) \rightarrow α -ville (arrivée à 9 heures 58 – chargement de 29 tonnes, distance parcourue de 160 km).

II-1.3 Le problème des tournées multiples filaires

II-1.3.1 Formulation

Un certain nombre de problèmes de transport se caractérisent par l'acheminement de marchandises à destination (ou en partance) d'une localisation vers un ensemble de localisations, mais, à la différence du problème de tournées multiples étudié au [§ II-1.2.1, page 912](#), le temps de transport pour se rendre de la dernière localisation desservie par le véhicule, à la localisation initiale n'a aucune incidence sur la performance de la solution. On désigne cette classe de problèmes sous

le nom de **tournées filaires**¹, le qualificatif « multiples » étant ajouté lorsque l'on cherche à déterminer simultanément plusieurs tournées.

Ce cas de figure se rencontre dans des problèmes très contraints par le temps comme celui de l'acheminement postal en provenance de bureaux de postes et à destination du centre de tri auxquels ces bureaux de poste sont rattachés ; en effet, dans ce problème, le retour au bureau de poste initial (ou à tout autre « tête de tournée ») s'effectue en temps masqué. La généralisation du juste-à-temps fait que des problèmes similaires se posent de plus en plus dans la distribution des marchandises. Les caractéristiques suivantes rendent ce problème compliqué :

- le nombre de véhicules nécessaires est à déterminer,
- l'assignation des points de dessertes aux véhicules, un point n'étant desservi que par un véhicule, est à déterminer (un véhicule dessert donc une liste de localisations),
- l'ordre dans lequel un véhicule dessert les localisations qui lui sont affectées est à déterminer ; ceci implique qu'en cas d'acheminement de marchandises à destination d'un centre, la localisation « tête de ligne » est, a priori, inconnue (et qu'en cas d'acheminement de marchandises en partance d'un centre, la dernière localisation desservie est, a priori, inconnue).

La solution de ce problème passe par la création d'une localisation fictive ($i = n+1$) se trouvant à une distance nulle de toutes les localisations ($2 \leq i \leq n$). Cette localisation fictive joue un rôle symétrique de la localisation « tête de tournée filaire » : tous les camions en partent (tout comme tous les camions arrivent à la « destination finale de tournée filaire »). Dans ces conditions, il suffit d'adapter les relations 362 à 365 (page 915), pour tenir compte du fait que la localisation $i = 1$ est la localisation d'arrivée et jamais de départ (d'où la relation 375) et non la ville de départ, ce qui donne :

- partir q fois de la localisation fictive « tête de tournée filaire » ($j = n+1$), à destination d'une autre ville que celle qui est « destination finale de tournée filaire » ($j = 1$) :

$$\sum_{j=2}^n \sum_{h=1}^H x_{n+1,jh} = q \quad \text{relation 373}$$

- partir une fois et une seule de chaque ville i autre que la localisation « destination finale de tournée filaire » ($i = 1$), laquelle reste autorisée comme destination, et la localisation fictive « tête de tournée filaire » ($i = n+1$), laquelle est exclue comme destination :

$$\sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^H x_{ijh} = 1, \text{ pour } 1 < i < n+1 \text{ et } j \neq i \quad \text{relation 374}$$

- arriver q fois dans la localisation « destination finale de tournée filaire » ($i = 1$), la localisation fictive « tête de tournée filaire » ($i = n+1$) étant exclue comme origine possible :

1. Voir Giard, André & Leguluche (1995, [190]), Giard & Triomphe (1996, [199]) et Giard, Triomphe & André (1997, [201]) pour une présentation de cette classe de problèmes et de réalisation de SIAD, s'appuyant sur des modeleurs et solveurs, pour les résoudre.

$$\sum_{i=2}^n \sum_{h=1}^H x_{i1h} = q$$

relation 375

- arriver une fois et une seule dans chaque ville j autre que la localisation «destination finale de tournée filaire» ($j = 1$), laquelle est exclue comme origine possible, et de la localisation fictive «tête de tournée filaire» ($j = n+1$), laquelle reste autorisée comme origine possible:

$$\sum_{i=2}^{n+1} \sum_{h=1}^H x_{ijh} = 1, \text{ pour } 1 < j < n+1 \text{ et } i \neq j$$

relation 376

Ces contraintes ne suffisent pas, il faut les compléter pour obtenir une «formulation minimale» du problème par:

- la contrainte permettant de s'assurer que c'est bien le même camion qui arrive et part d'une même ville (reprise de la relation 366 de la page 915), en éliminant la localisation «destination finale de tournée filaire» ($k = 1$),

$$\sum_{i=1}^n x_{ikh} = \sum_{j=1}^n x_{kjh}, \text{ pour } k = 2 \text{ à } n \text{ et } h = 1 \text{ à } H \text{ (relation 366)}$$

- la contrainte forçant à respecter la capacité de chaque camion (relation 367 de la page 915),

$$\sum_{i=2}^n v_i \sum_{j=1}^n x_{ijh} \leq u_h, \text{ pour } h = 1 \text{ à } H \text{ (relation 367)}$$

- la relation 360 de la page 913 reste nécessaire pour empêcher tout circuit dans la solution trouvée: $\theta_1 = 0$ et $[\theta_i + \kappa_i + t_{ij}] - \theta_j \leq R (1 - \sum_{h=1}^H x_{ijh})$, pour

$$i \geq 1, j > 1 \text{ et } j \neq i.$$

- il faut y ajouter les contraintes de fenêtres de temps, ce qui nécessite l'utilisation de la relation 370 de la page 917: $\theta_{\min_i} \leq \theta_i$ et $\theta_i \leq \theta_{\max_i}$, pour $i > 1$.

On peut ajouter¹ que si l'on désire déterminer le parc optimal de véhicules, il suffit d'adapter la relation 368 de la page 916 qui devient ici:

$$\sum_{j=2}^n \sum_{h=1}^H x_{n+1,jh} = \sum_{i=2}^n \sum_{h=1}^H x_{i1h}$$

relation 377

Les remarques formulées en page 912 sur l'intérêt de cette formulation restent valables.

II-1.3.2 Exemple numérique

Reprenons l'exemple numérique de nos trois tournées avec contraintes de capacité, sans faire jouer les contraintes de fenêtres de temps. On obtient alors la solution suivante, pour un kilométrage total de 867, contre 1584, dans le cas de tournées non filaires, avec limitation de capacité des camions (cf. page 916) et un départ des camions d' α -ville à 6 heures:

1. Un certain nombre d'extensions de ce modèle peuvent être trouvées dans Giard, André et Le Guluche (1995, [190]). Un SIAD s'appuyant sur cette approche est décrit dans Giard, Triomphe et André (1997, [201]).

- α -ville \rightarrow γ -ville \rightarrow δ -ville \rightarrow ι -ville (chargement = 20 tonnes, distance parcourue 282 km; fin de chargement à ι -ville à 11 heures 50);
- α -ville \rightarrow β -ville \rightarrow κ -ville \rightarrow η -ville (chargement = 30 tonnes, distance parcourue 310 km; fin de chargement à η -ville à 12 heures 16);
- α -ville \rightarrow ε -ville \rightarrow θ -ville \rightarrow ζ -ville (chargement = 27 tonnes, distance parcourue 275 km; fin de chargement à ζ -ville à 11 heures 44).

On peut ajouter que le retour à α -ville, qui s'effectue en temps masqué, conduit à ajouter 723 km aux 867 trouvés, ce qui fait alors 1590, contre 1578 en tournées multiples non filaires, mais dans ce dernier cas, la tournée la plus longue s'achève, après manutention, à 12 heures 16, contre 18 heures 42 dans le cas de tournées non filaires (le trajet de retour à α -ville n'étant pas décompté); ceci illustre bien l'intérêt des tournées filaires pour les entreprises confrontées à la chrono-compétition.

II-2 Affectation de prestations de transport à des véhicules

Certains problèmes de transport se caractérisent par une liste cohérente de prestations de transport à exécuter par un ensemble de véhicules (avion, train, camion ou autocar) ou d'opérateurs (conducteur, pilote, hôtesse, contrôleur, etc.); il s'agit d'affecter ces prestations à des véhicules, en minimisant les dépenses engagées¹. Chaque prestation est caractérisée, du point de vue qui nous intéresse ici, par une exécution effectuée entre une heure h_i de départ d'une origine i et une heure h_j d'arrivée à une destination j , différente de i ; les autres caractéristiques de cette prestation importent peu ici. Chaque prestation est effectuée par un seul véhicule ou un seul opérateur². Au cours d'une période, par exemple la journée, une même ressource élémentaire (véhicule ou opérateur) peut prendre en charge plusieurs prestations, à la double condition que chaque prestation ait comme origine, la destination de la prestation précédente, et que son heure de départ soit postérieure à l'heure d'arrivée de la prestation précédente. Une gamme se définit alors comme une liste *cohérente* de prestations que doit prendre en charge une même ressource élémentaire; une telle gamme est appelée **service**, mais aussi, parfois, **tournée** ou **rotation**. Les problèmes de cohérence³ et de détermination préalable des gammes utilisées sont exogènes au problème traité ici.

II-2.1 Modélisation du problème posé

Le problème posé est celui de l'exécution au moindre coût de toutes les prestations par un ensemble de ressources élémentaires utilisant, chacune, une gamme

1. À la différence des problèmes de tournée traités au § II-1, une même ville peut être visitée plusieurs fois par un même véhicule et les heures d'arrivée et de départ sont prédéterminées. On peut ajouter que ce problème a été introduit au § I-2.1.4, page 544 du chapitre VIII et correspond à une variante de celui analysé au § I-2.1.3, page 540 de ce même chapitre. Par rapport à la typologie introduite dans ce chapitre VIII, relative aux problèmes susceptibles d'être traités par la programmation linéaire, on est en présence d'un problème de productions liées de prestations de service faisant appel à des gammes alternatives, dans un cadre mono-période.

2. En anticipant sur la suite de ce paragraphe, la généralisation de cette modélisation au cas d'un appel simultané à n_i opérateurs pour une même prestation i (par exemple, contrôle des billets dans un train), la relation 378 de la page 922 devient $\sum_{k=1}^K h_{ik} \cdot x_k = n_i$ et la variable x_i devient une variable discrète positive ou nulle qui s'interprète comme le nombre de ressources effectuant simultanément le même ensemble de prestations.

3. D'autres contraintes peuvent s'ajouter à la double condition introduite: intervalle suffisant entre une heure d'arrivée et une heure de départ, etc.

différente, ce qui revient à choisir les gammes à utiliser dans un ensemble de gammes possibles toutes différentes. La modélisation retenue est de type mono-période (voir [page 528](#)), pour un ensemble de ressources défini ; il est évident que de nombreux problèmes de ce type doivent être analysés dans le cadre de plusieurs périodes pour plusieurs raisons : disponibilité des ressources (indisponibilité pour raison de maintenance, congés...), variation de l'offre de prestations en raison de celles de la demande (les vols offerts ne sont pas les mêmes en semaine ou en week-end), possibilité de remplacement de retour « haut le pied » en fin de période par l'exécution d'une prestation au cours de la période suivante, ce qui conduit à une variation, d'un jour sur l'autre, des prestations effectuées par un véhicule ou un opérateur. Cela étant, rien n'empêche, sauf des problèmes de résolution numériques liés à la taille du problème et des problèmes d'explicitation des gammes alternatives, de traiter de tels problèmes sur une période unique constituée d'une succession de plusieurs jours. Techniquement :

- la variable binaire x_k associée à la gamme k vaudra 1 si la gamme k est utilisée et 0, dans le cas contraire ;
- le coefficient h_{ik} vaudra 1 si la gamme k permet d'exécuter la prestation i et 0, dans le cas contraire ;
- chaque ressource élémentaire utilisée ne se verra assignée qu'une seule gamme, ce qui implique que le nombre de ressources élémentaires utilisées est $\sum_k x_k$;
- chaque prestation i doit être exécutée et ne peut l'être que par une seule gamme, ce qui implique la [relation 378](#)¹ :

$$\sum_{k=1}^K h_{ik} x_k = 1 \quad \text{relation 378}$$

Le coût d'utilisation unitaire c_k d'une gamme peut varier d'une gamme à l'autre, en particulier si la localisation d'arrivée de la dernière prestation exécutée est différente de celle de la première prestation, en raison d'un retour **haut le pied**, c'est-à-dire sans fourniture de prestation par la ressource considérée. Il intègre l'ensemble des charges imputables à l'utilisation de la gamme k , en limitant au maximum les coûts indirects non affectés par les décisions à prendre à partir des résultats trouvés. La détermination des gammes est un problème exogène à celui traité ici, similaire à celui de la recherche des gammes de coupe examiné au § I-2.1.3, [page 540](#) du [chapitre VIII](#).

Le problème posé est donc de déterminer les gammes à utiliser et donc l'effectif nécessaire de façon à minimiser le coût (partiel) de fonctionnement du système productif, les coûts unitaires c_k intégrant l'ensemble des charges imputables à l'utilisation de la gamme k (en limitant au maximum les coûts indirects non affectés par les décisions à prendre à partir des résultats trouvés).

$$\text{Min } z, \text{ avec } z = \sum_{k=1}^K c_k x_k \quad \text{relation 379}$$

1. qui s'apparente formellement à la [relation 87](#) de la [page 542](#) du [chapitre VIII](#).

La représentation graphique de ce problème est similaire à celle de la [figure 155, page 541](#), à ceci près que les ressources mobilisées sont repérées par des variables binaires et non des variables entières quelconques positives ou nulles, que les productions de prestations d'une gamme sont liées par des contraintes spatio-temporelles et que le centre productif est le système de transport étudié.

II-2.2 Exemple d'application

La compagnie Lidurienne **EXPRESSOR** est spécialisée dans le transport de colis entre quatre grandes villes du pays¹ : Alphaville, Bêtaville, Gammaville et Deltaville. Les prestations de transport retenues entre les agences de deux villes sont données dans le [tableau 273](#). Une gamme de transport, désignée ici sous le nom de service, se caractérise par le fait que le véhicule concerné effectue soit une seule prestation (le [tableau 273](#) décrit donc à la fois des prestations et des services possibles, ceux qui se réduisent à la fourniture d'une seule prestation) soit plusieurs prestations ([tableau 274 de la page 923](#)).

TABLEAU 273
Transports devant être assurés par EXPRESSOR

n°	Itinéraire	Horaire	n°	Itinéraire	Horaire	n°	Itinéraire	Horaire
1	α ville- β ville	10h-11h	5	β ville- α ville	15h-16h	9	γ ville- β ville	8h-10h30
2	α ville- γ ville	9h15-11h15	6	β ville- γ ville	11h30-14h	10	γ ville- δ ville	16h-17h45
3	α ville- γ ville	12h-14h	7	γ ville- α ville	12h-14h	11	δ ville- α ville	15h-18h45
4	α ville- δ ville	7h45-11h30	8	γ ville- α ville	15h30-17h30	12	δ ville- γ ville	8h15-10h

TABLEAU 274
Services possibles incluant au moins 2 transports

13 [†]	$\alpha(1) \rightarrow \beta(5) \rightarrow \alpha$	19	$\alpha(2) \rightarrow \gamma(10) \rightarrow \delta$	25	$\gamma(9) \rightarrow \beta(6) \rightarrow \gamma$
14	$\alpha(1) \rightarrow \beta(6) \rightarrow \gamma$	20	$\alpha(3) \rightarrow \gamma(10) \rightarrow \delta$	26	$\gamma(9) \rightarrow \beta(6) \rightarrow \gamma(8) \rightarrow \alpha$
15	$\alpha(1) \rightarrow \beta(6) \rightarrow \gamma(8) \rightarrow \alpha$	21	$\alpha(4) \rightarrow \delta(11) \rightarrow \alpha$	27	$\gamma(9) \rightarrow \beta(6) \rightarrow \gamma(10) \rightarrow \delta$
16	$\alpha(1) \rightarrow \beta(6) \rightarrow \gamma(10) \rightarrow \delta$	22	$\beta(6) \rightarrow \gamma(8) \rightarrow \alpha$	28	$\delta(12) \rightarrow \gamma(7) \rightarrow \alpha$
17	$\alpha(2) \rightarrow \gamma(7) \rightarrow \alpha$	23	$\beta(6) \rightarrow \gamma(10) \rightarrow \delta$	29	$\delta(12) \rightarrow \gamma(8) \rightarrow \alpha$
18	$\alpha(2) \rightarrow \gamma(8) \rightarrow \alpha$	24	$\gamma(9) \rightarrow \beta(5) \rightarrow \alpha$		

[†]. Ce tableau se décompose en trois parties séparées par un trait vertical épais. Chaque information fournie sur une ligne se décompose en un numéro de service et une explicitation du transport effectué par la désignation des villes visitées et, entre parenthèses, les numéros de transports élémentaires utilisés (cf. [tableau 273](#)). Cette numérotation des services commence à 13, les 12 premiers services possibles correspondant aux 12 transports élémentaires du [tableau 273](#).

Le problème posé est celui de la détermination optimale des services à retenir, chaque service mobilisant un seul camion et chaque camion n'étant affecté qu'à un seul service. Dans cet exemple, on tiendra compte du fait que la charge fixe quotidienne de mobilisation d'un camion est estimée à 1 000 dollars liduriens et que le véhicule et son équipe doivent nécessairement revenir dans la ville de départ. Lorsque le service ne satisfait pas cette contrainte, un parcours «haut le

1. Vous pouvez consulter la carte simplifiée de la Lidurie à la [page 898](#).

« pied » est nécessaire et coûte 400 dollars liduriens supplémentaires¹. Le problème à résoudre est donc le suivant :

$$\begin{aligned} \text{Min } z, \text{ avec } z = & 1400 \left[\sum_{k=1}^{12} x_k + x_{14} + x_{16} + x_{19} + x_{20} + \sum_{k=22}^{24} x_k + \sum_{k=26}^{29} x_k \right] \\ & + 1000[x_{13} + x_{15} + x_{17} + x_{18} + x_{21} + x_{25}] \end{aligned}$$

Sous contraintes d'exécution des 12 prestations de transport :

$$\begin{aligned} x_1 + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} &= 1 ; x_2 + x_{17} + x_{18} + x_{19} = 1 ; x_3 + x_{20} = 1 ; x_4 + x_{21} = 1 ; \\ x_5 + x_{13} + x_{24} &= 1 ; x_6 + x_{14} + x_{15} + x_{22} + x_{23} + \sum_{k=25}^{27} x_k = 1 ; x_7 + x_{17} + x_{28} = 1 ; \\ x_8 + x_{15} + x_{18} + x_{22} + x_{26} &= 1 ; x_9 + \sum_{k=24}^{26} x_k = 1 ; x_{10} + x_{16} + x_{19} + x_{20} + x_{23} + x_{27} = 1 ; \\ x_{11} + x_{21} &= 1 ; x_{12} + x_{28} + x_{29} = 1 . \end{aligned}$$

Une solution optimale au problème posé consiste à retenir les services 13, 18, 20, 21, 25 et 28. Le coût de fonctionnement minimal correspondant s'élève à 6800 dollars liduriens.

1. Cette valeur est considérée ici comme constante, mais rien n'empêcherait de la moduler en fonction des distances à parcourir et de l'heure du retour.