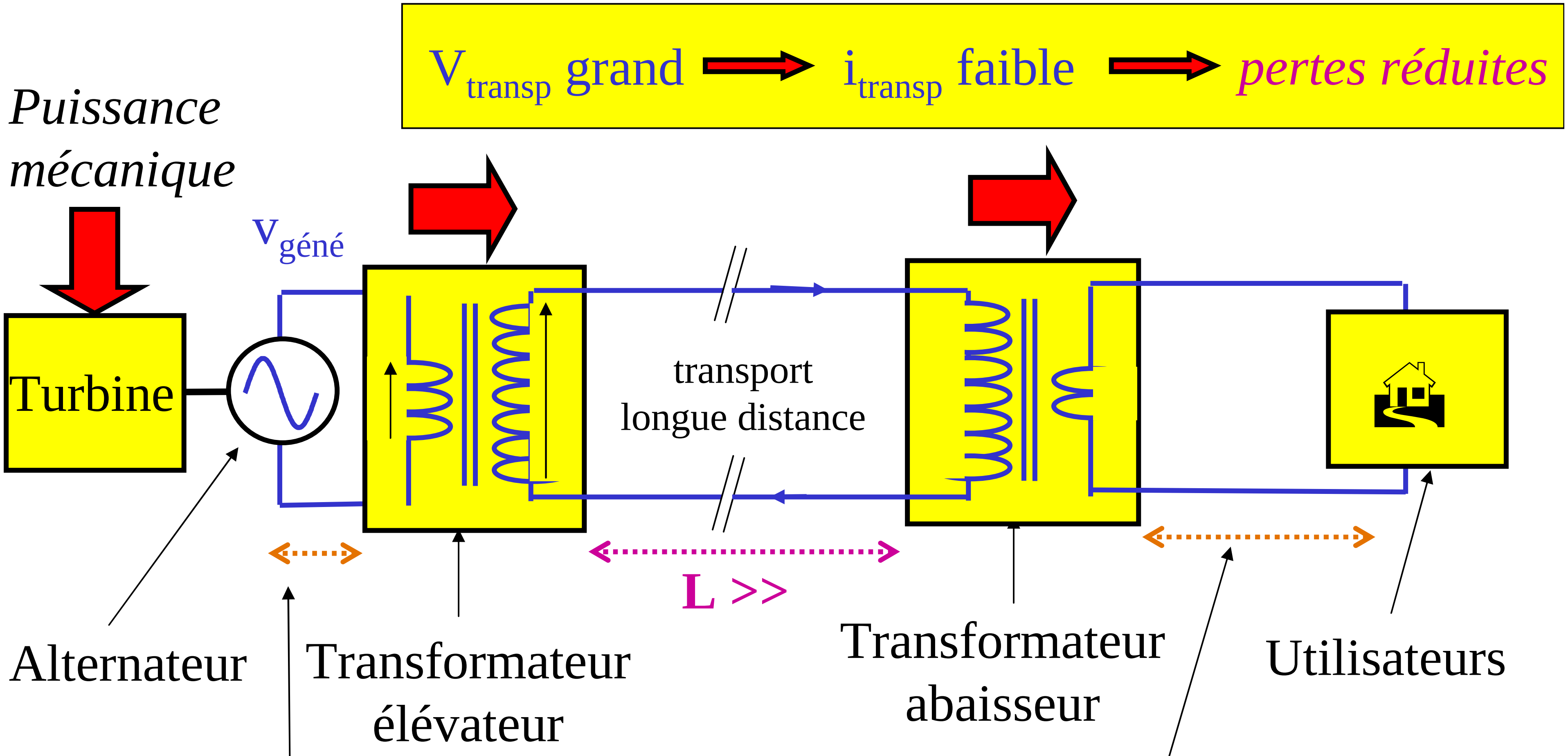
Systèmes triphasés

Etude en régime équilibré

Historique

Le « courant alternatif »

Réseaux alternatifs monophasés à partir de1890 (puis diphasés)



distances sous faibles tensions très réduites

Historique

Le « courant alternatif »

Les réseaux alternatifs triphasés s'imposent ultérieurement puis s'interconnectent en de vastes réseaux.

Fréquence électrique de 50 Hz (Europe) ou de 60 Hz (U.S.A.)

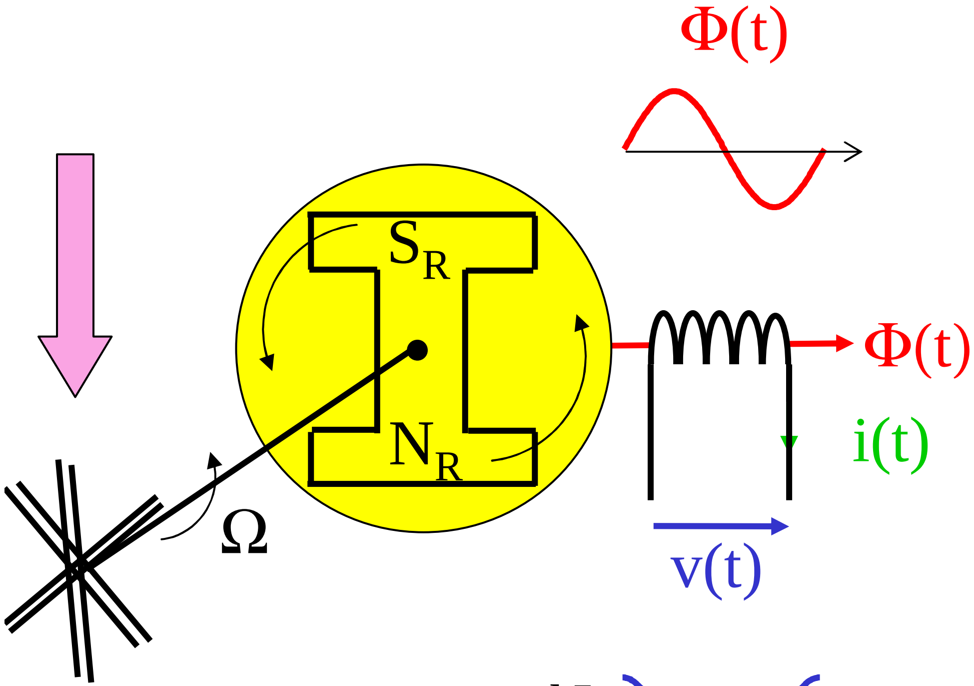
☞ Avantages du triphasé sur le monophasé :

- ✓ production de l'énergie : alternateurs triphasés performants (rendement)
- ✓ transport de l'électricité : moitié moins de pertes qu'un réseau monophasé
- ✓ utilisation : les moteurs alternatifs triphasés sont simples et économiques

Historique

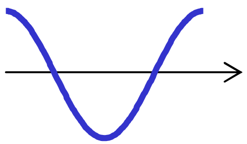
Choix triphasé / monophasé suite

✓ *alternateur monophasé : couple résistant pulsatoire*



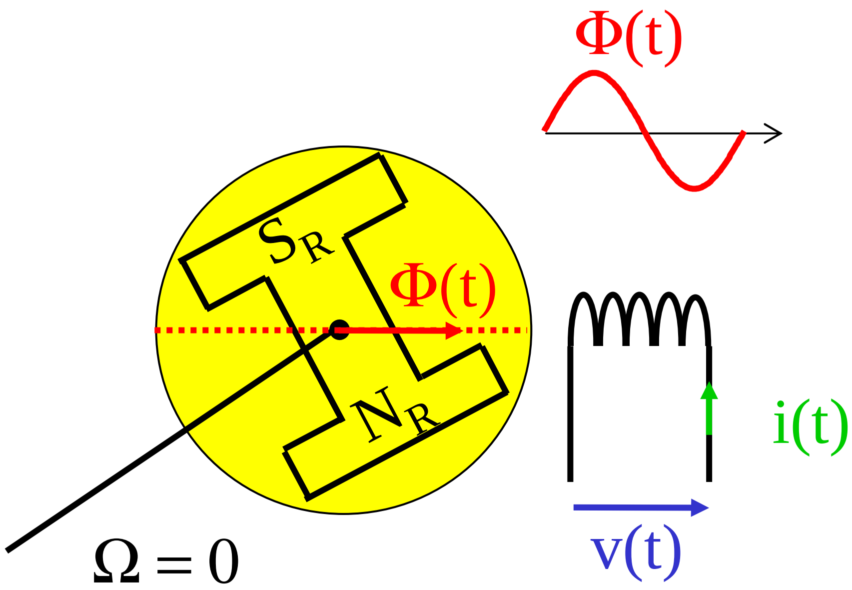
couple pulsatoire

$$v(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

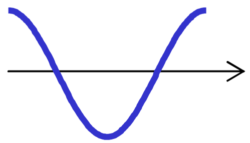


p(t) = v(t) i(t)
passe cycliquement par 0

✓ *moteur monophasé : impossibilité de démarrer !!!*



$$v(t) = \frac{d\Phi}{dt}$$



Couple électromagnétique à valeur moyenne nulle

Préliminaire

Systèmes q-phasés

Ensemble de **q** grandeurs sinusoïdales (tensions, courants, induction…)

- Même Valeur efficace
- Même fréquence
- Déphasées de $m\dfrac{2\pi}{q}$

q : Ordre du système

m : Paramètre compris entre 0 et q-1

Préliminaire
Systèmes q-phasés

même valeur efficace

même fréquence

$$e_1 = E\sqrt{2}\cos(\omega t + \theta_0)$$

$$e_2 = E\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \theta_0 - m\frac{2\pi}{q}\right)$$

...

déphasage

$$e_{k+1} = E\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \theta_0 - k.m\frac{2\pi}{q}\right)$$

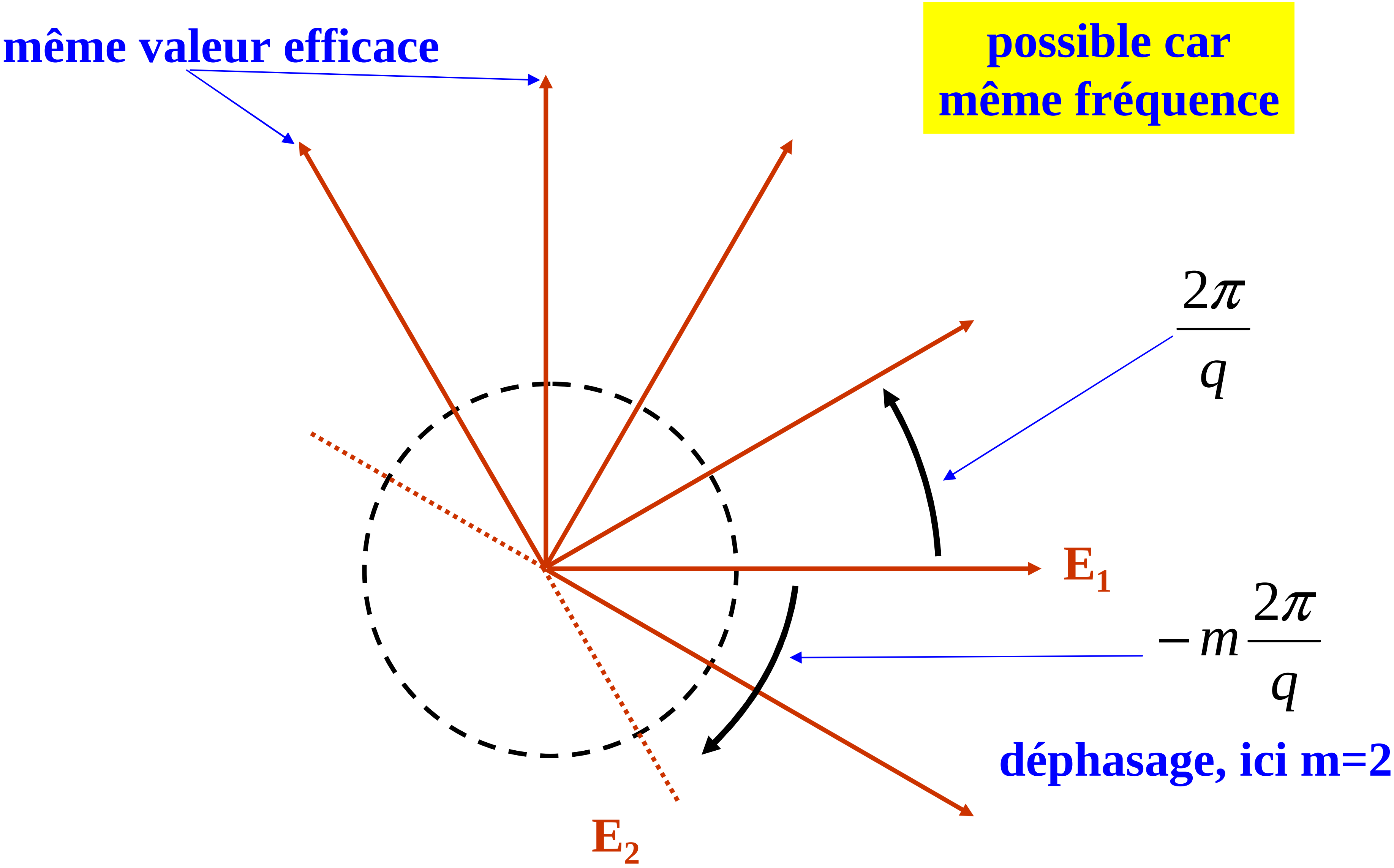
...

q grandeurs sinusoïdales

$$e_q = E\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \theta_0 - (q-1).m\frac{2\pi}{q}\right)$$

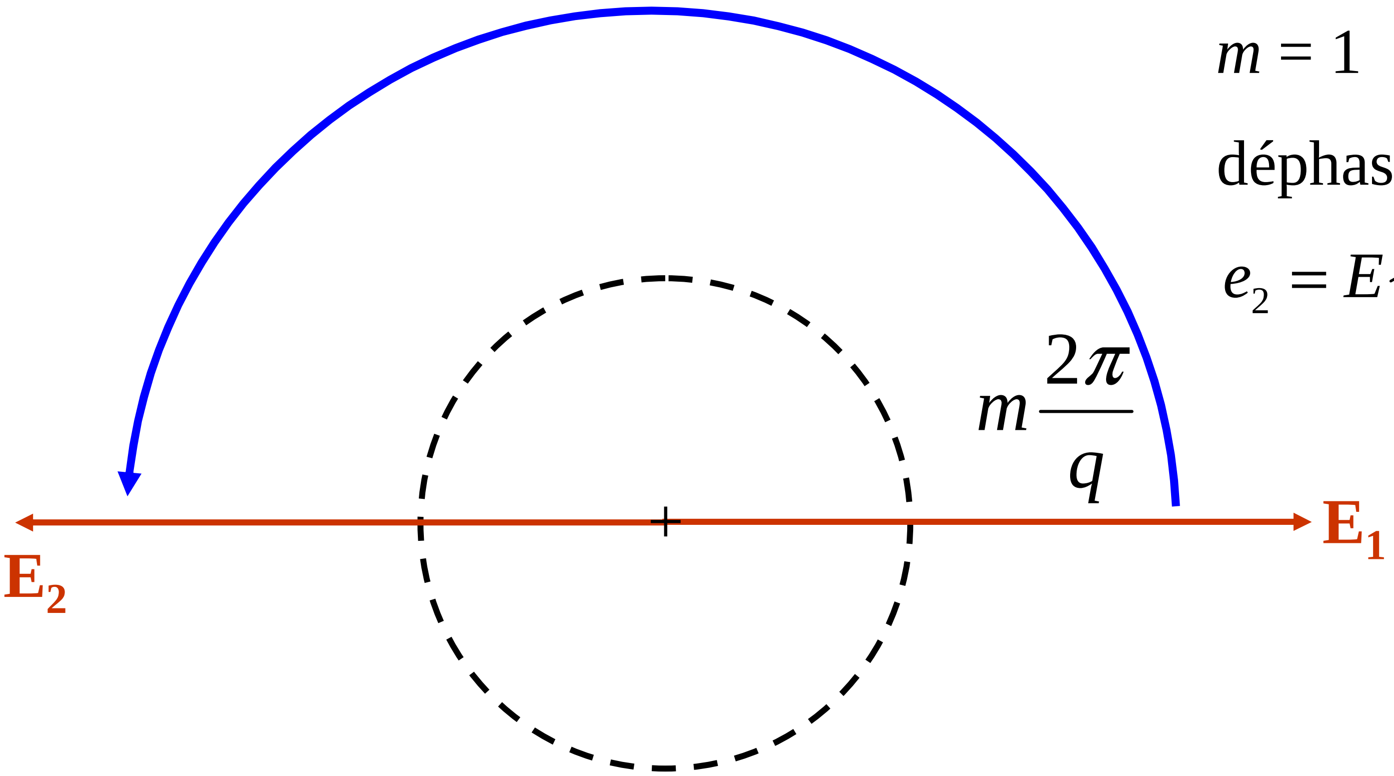
Préliminaire

Représentation de Fresnel systèmes q-phasés



Préliminaire

q=2 , système biphasé (différent de diphasé)



$$e_1 = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

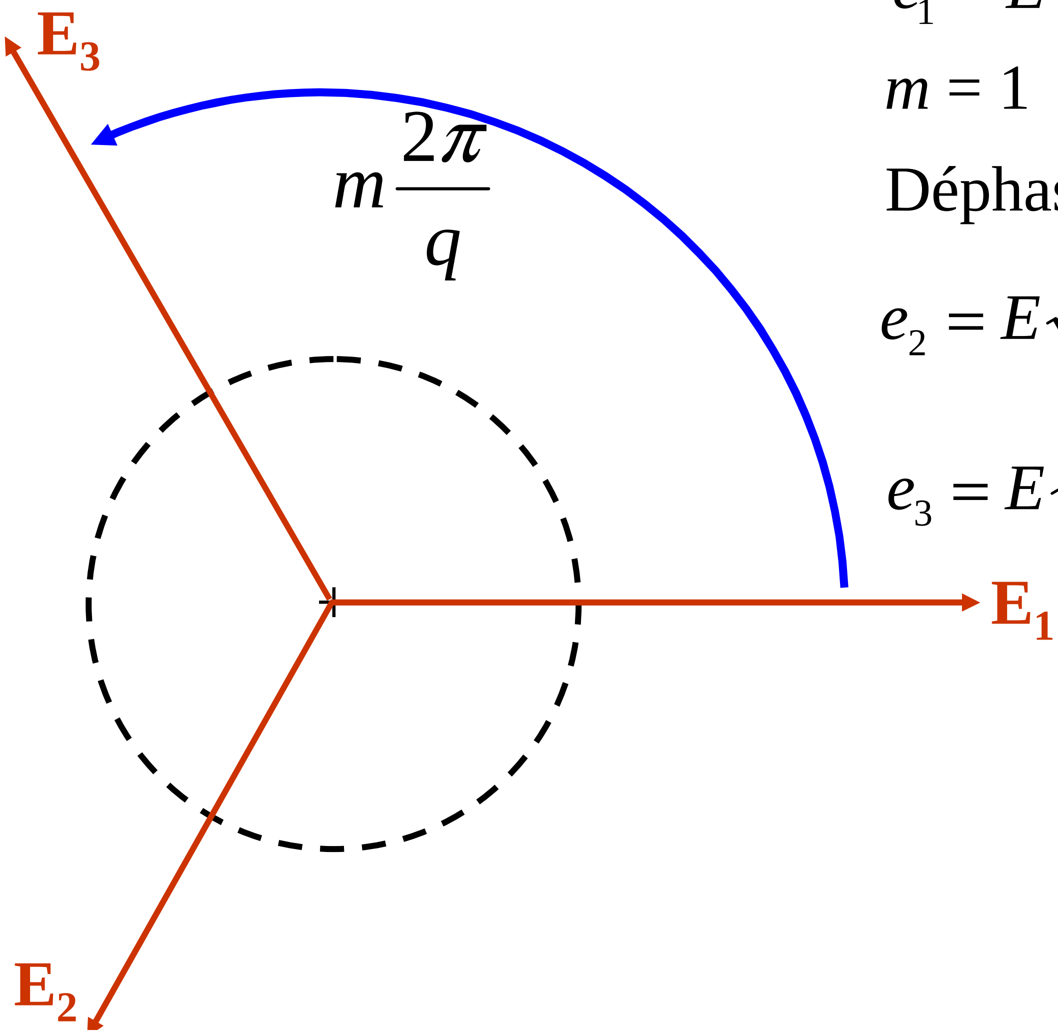
$$m = 1$$

déphasage π

$$e_2 = E\sqrt{2}\cos(\omega t - \pi)$$

Préliminaire

q=3 , système triphasé



$$e_1 = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

$$m = 1$$

Déphasage $2\pi/3$

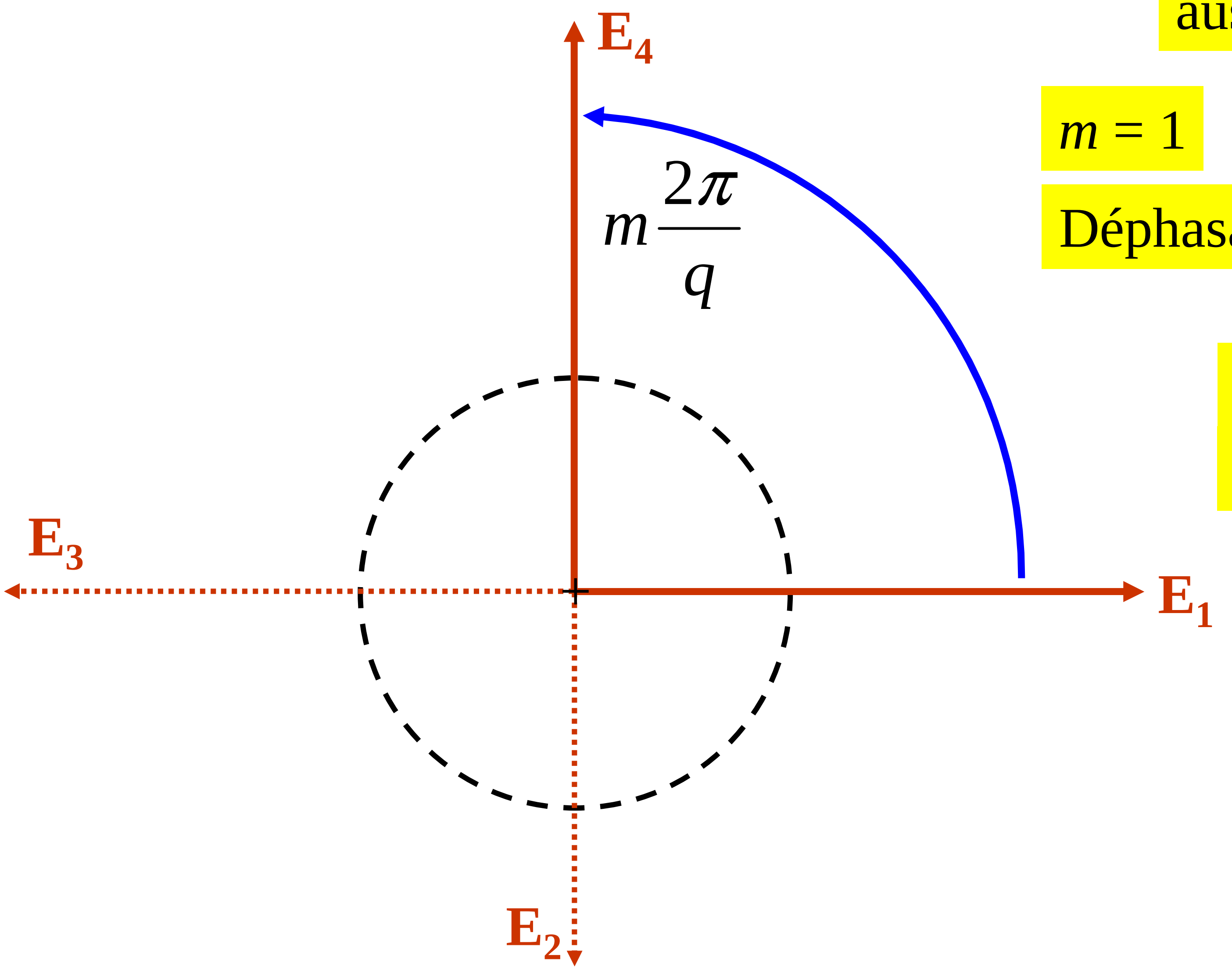
$$e_2 = E\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$e_3 = E\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Préliminaire

q=4 , système tétraphasé un cas particulier

aussi appelé diphasé



$$m\frac{2\pi}{q}$$

$m = 1$

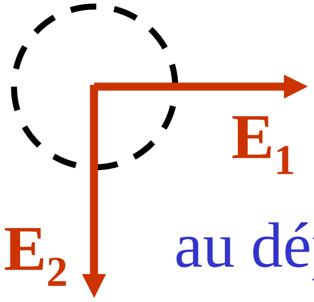
Déphasage $\pi/2$

$e_1 = -e_3$

$e_2 = -e_4$

Préliminaire

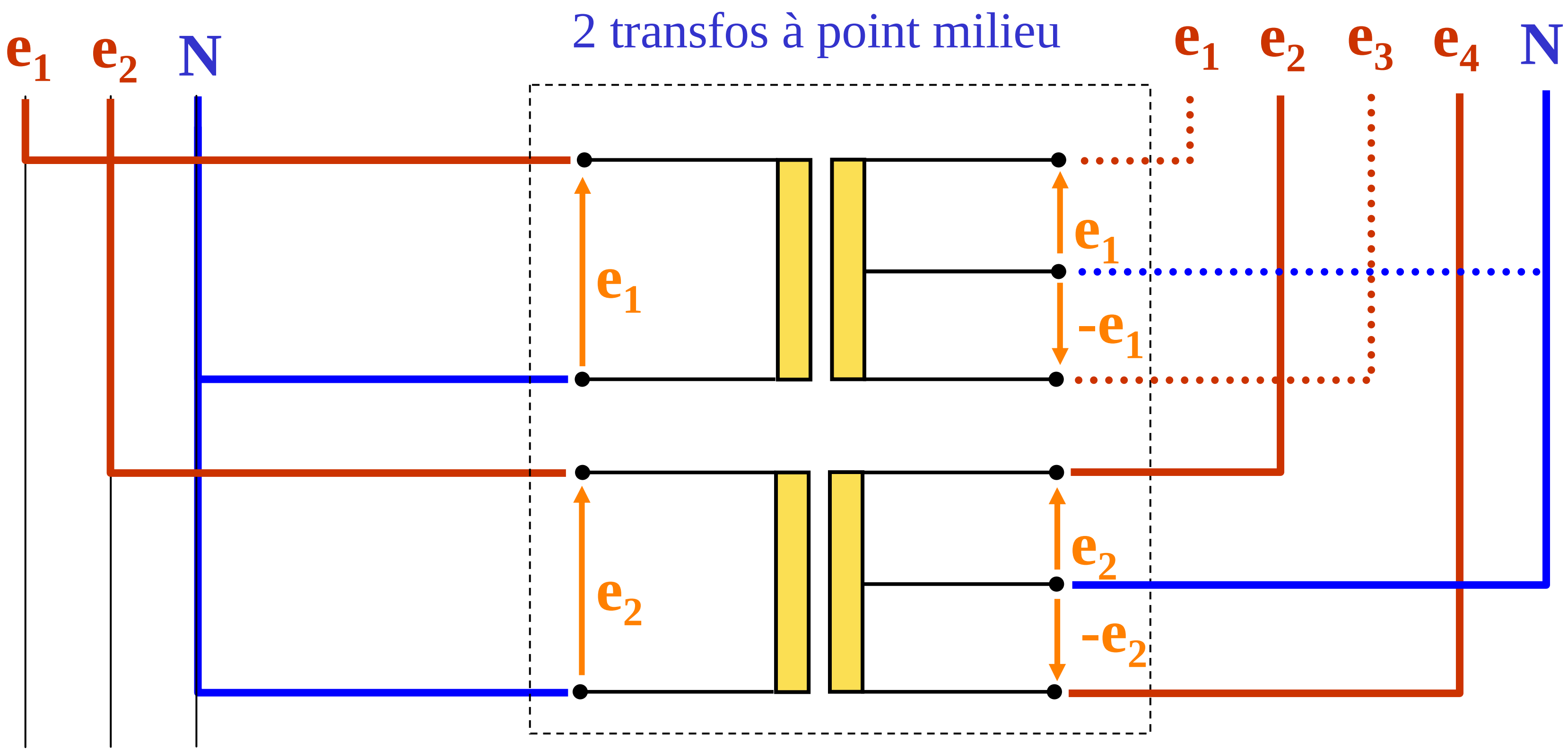
Système tétraphasé (appelé diphasé)



$e_1 = -e_3$

$e_2 = -e_4$

au départ, 2 tensions déphasées de $\pi/2$



Paramètre *m*

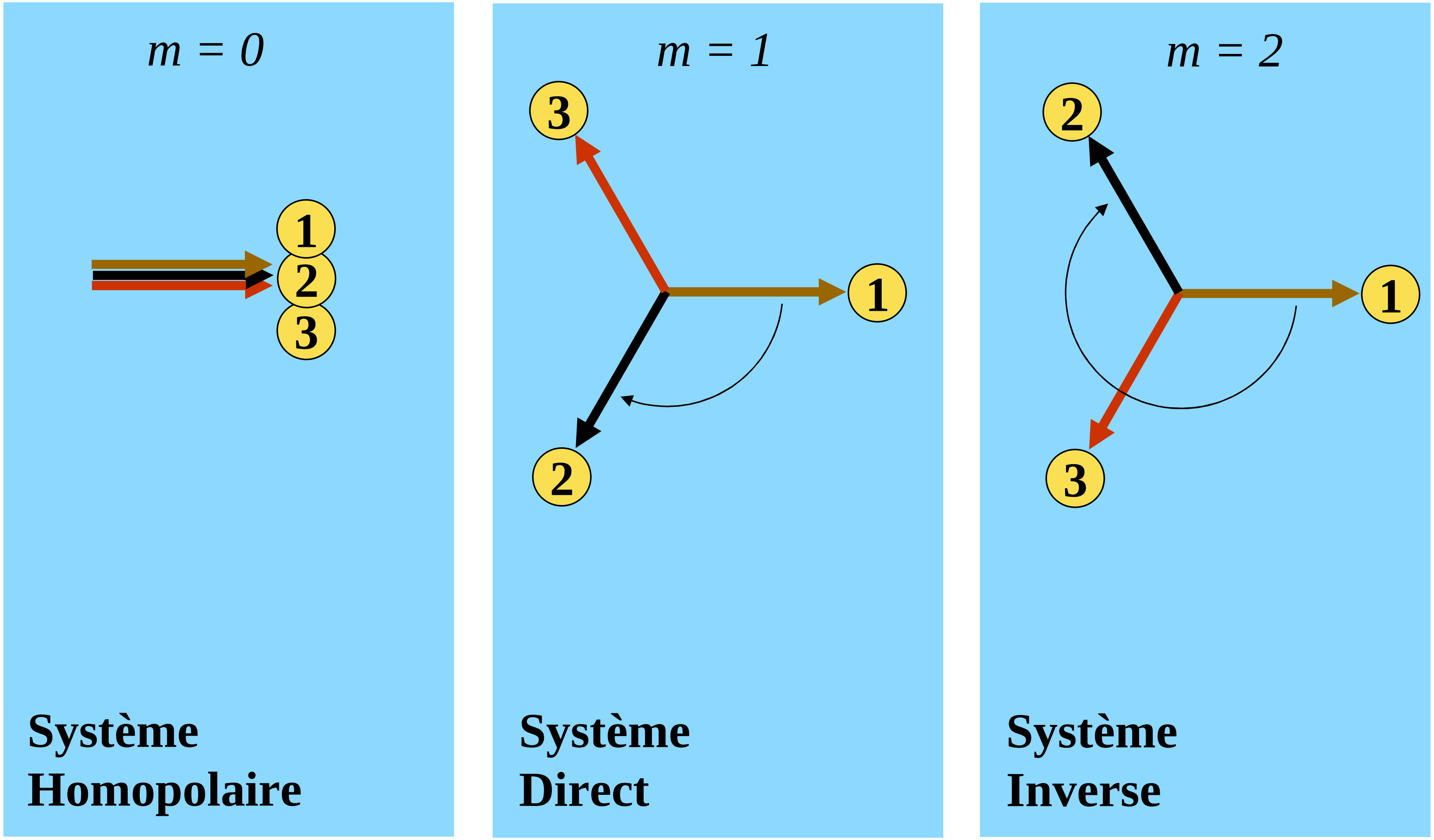
Différents systèmes triphasés

$$\textit{Déphasage} \quad m\frac{2\pi}{3}$$

m = 0	***Déphasage nul***	⇒	Système triph. homopolaire
m = 1	***Déphasage 2π/3***	⇒	Système triph. direct
m = 2	***Déphasage 4π/3***	⇒	Système triph. inverse

Paramètre *m*

Différents systèmes triphasés



Etude restreinte

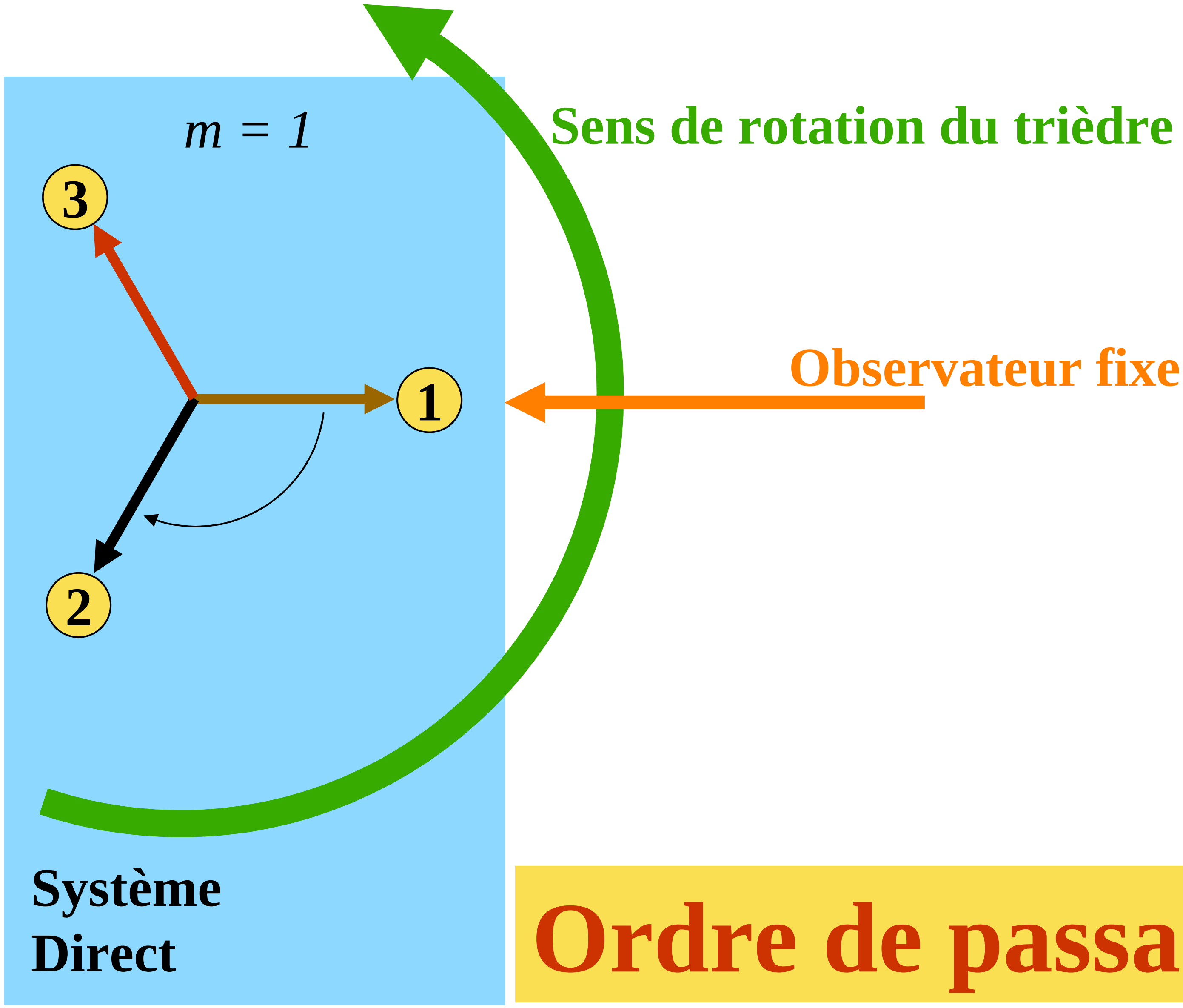
Systèmes triphasés équilibrés

$$E_1 = E_2 = E_3$$ (même valeur efficace)

et déphasages successifs de $m2\pi_{/3}$ égaux

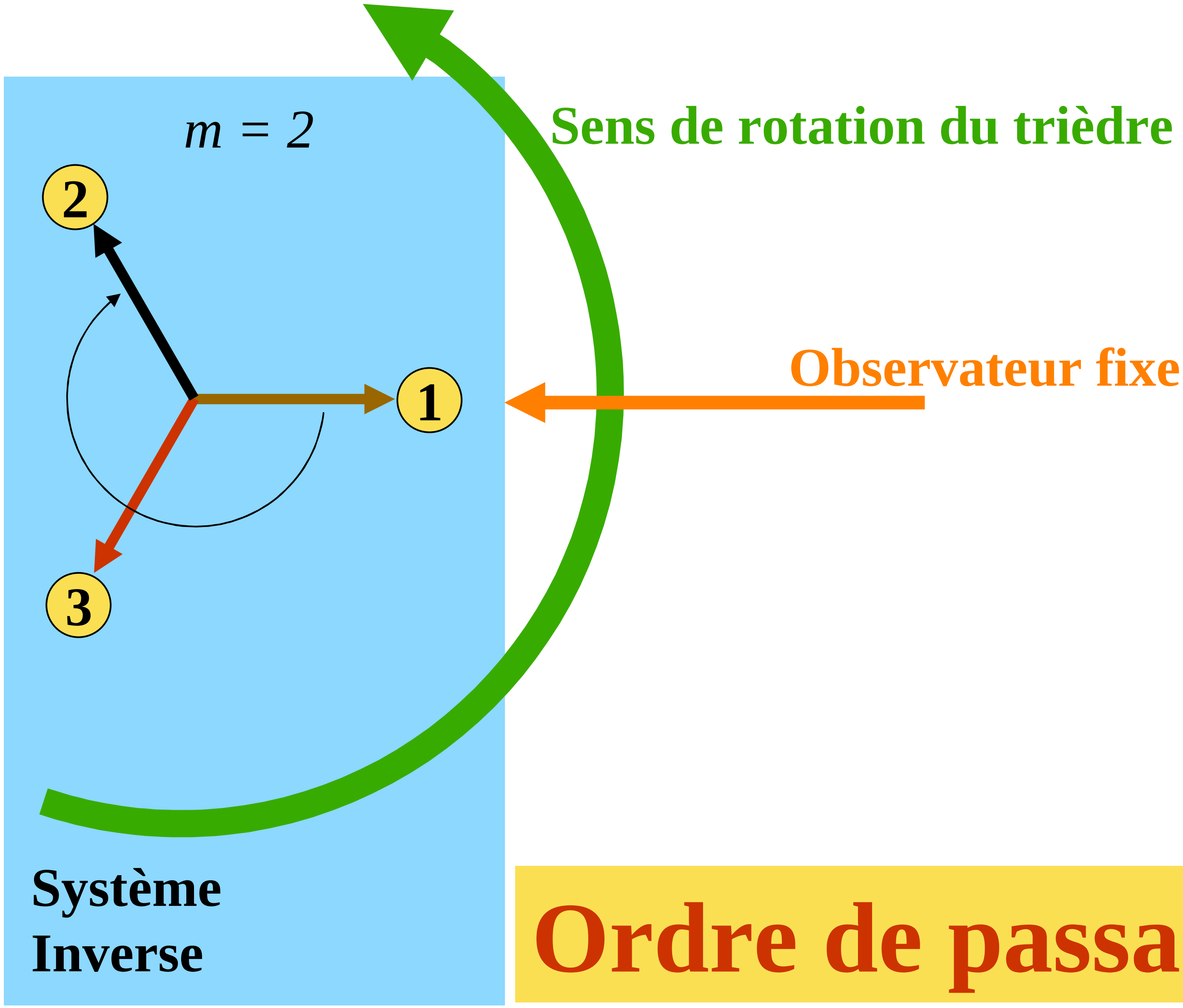
$$\Rightarrow \underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3 = 0$$

Ordre de succession des phases



Ordre de passage 1-2-3

Ordre de succession des phases

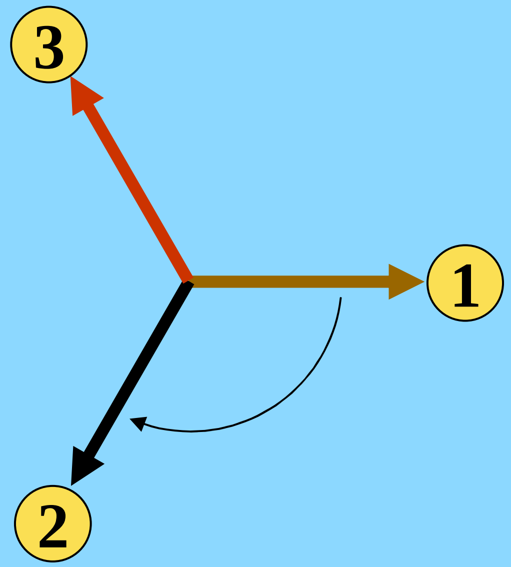


Ordre de passage 1-3-2

Notations

Exemple du système direct

$m = 1$



Vectorielle

Système Direct

Analytique (instantanée)

$$e_1 = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

$$e_2 = E\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$e_3 = E\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Complexe

$$\underline{E_1} = E$$

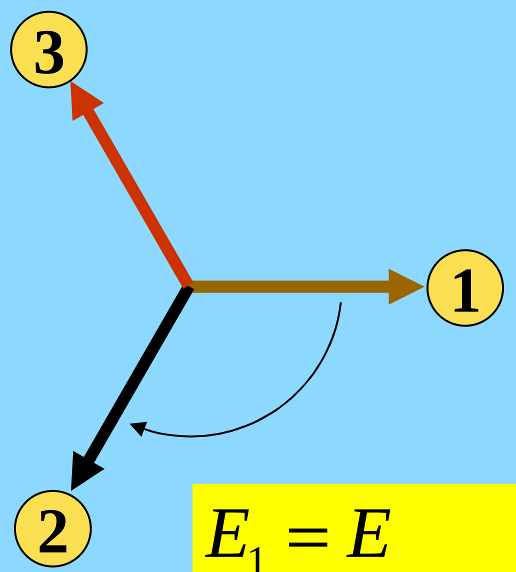
$$\underline{E_2} = E\, e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{E_3} = E\, e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

Notations

Exemple du système direct

m = 1

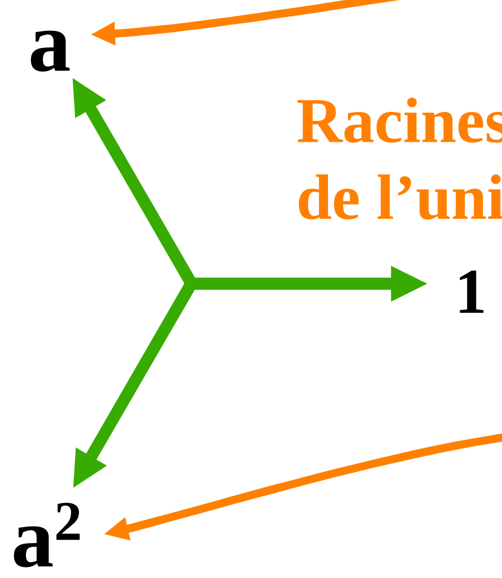


$$\underline{E_1} = E$$

$$\underline{E_2} = a^2\ \underline{E_1}$$

$$\underline{E_3} = a\ \underline{E_1}$$

Système direct



Racines cubiques de l'unité

Complexe

$$\underline{E_1} = E$$

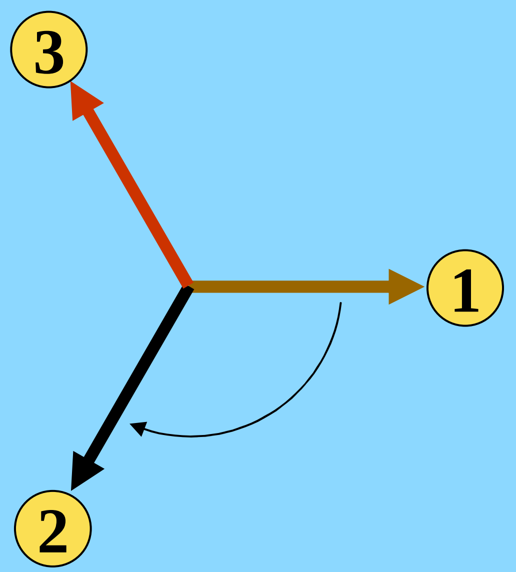
$$\underline{E_2} = E\ e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{E_3} = E\ e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

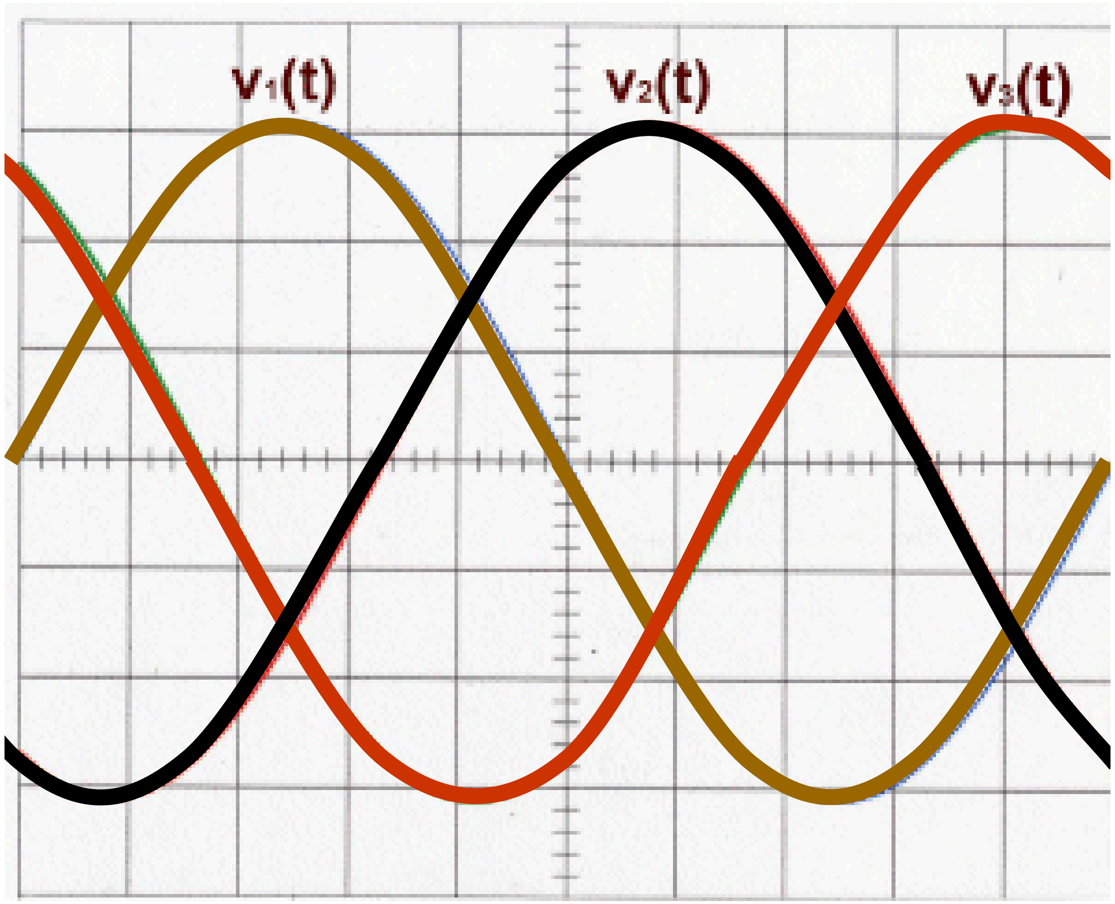
Oscillogrammes

Exemple du système direct

$m = 1$



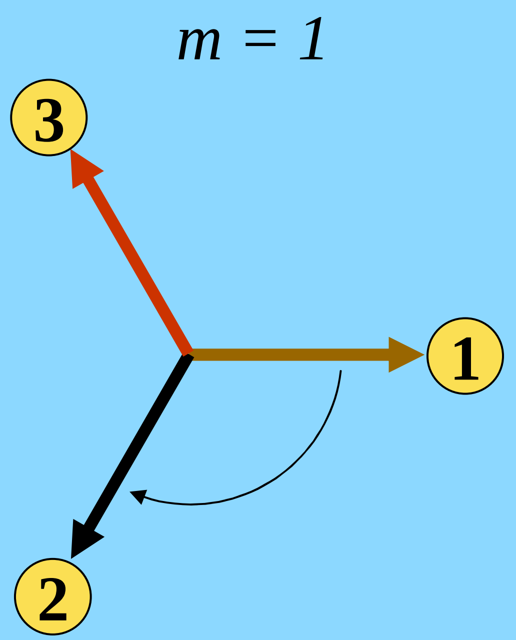
Système Direct



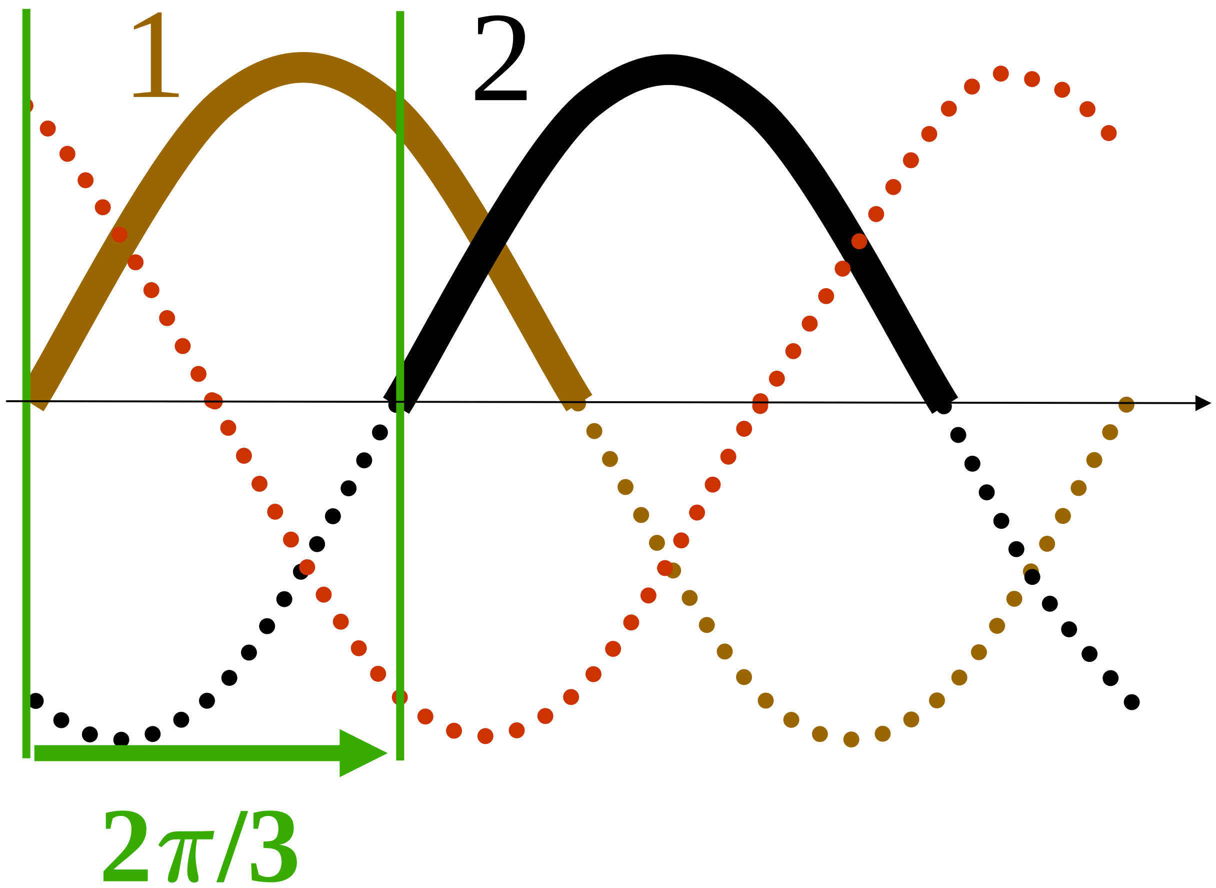
Base de temps: 2 ms/div
Sensibilités en tension: 100 V/div

Oscillogrammes

Exemple du système direct

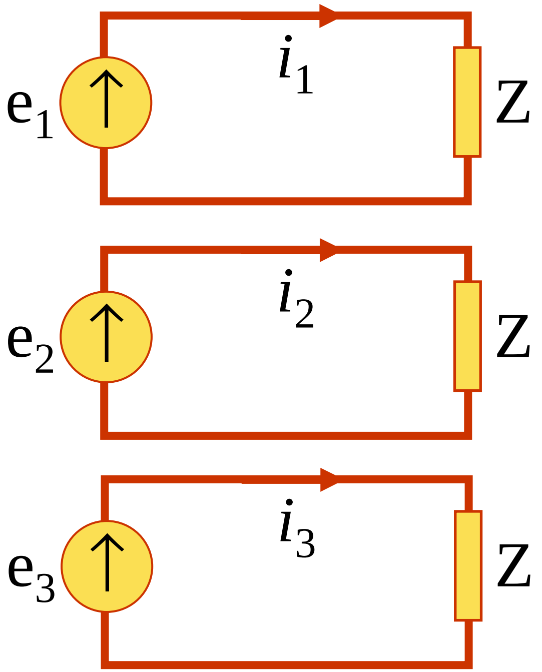


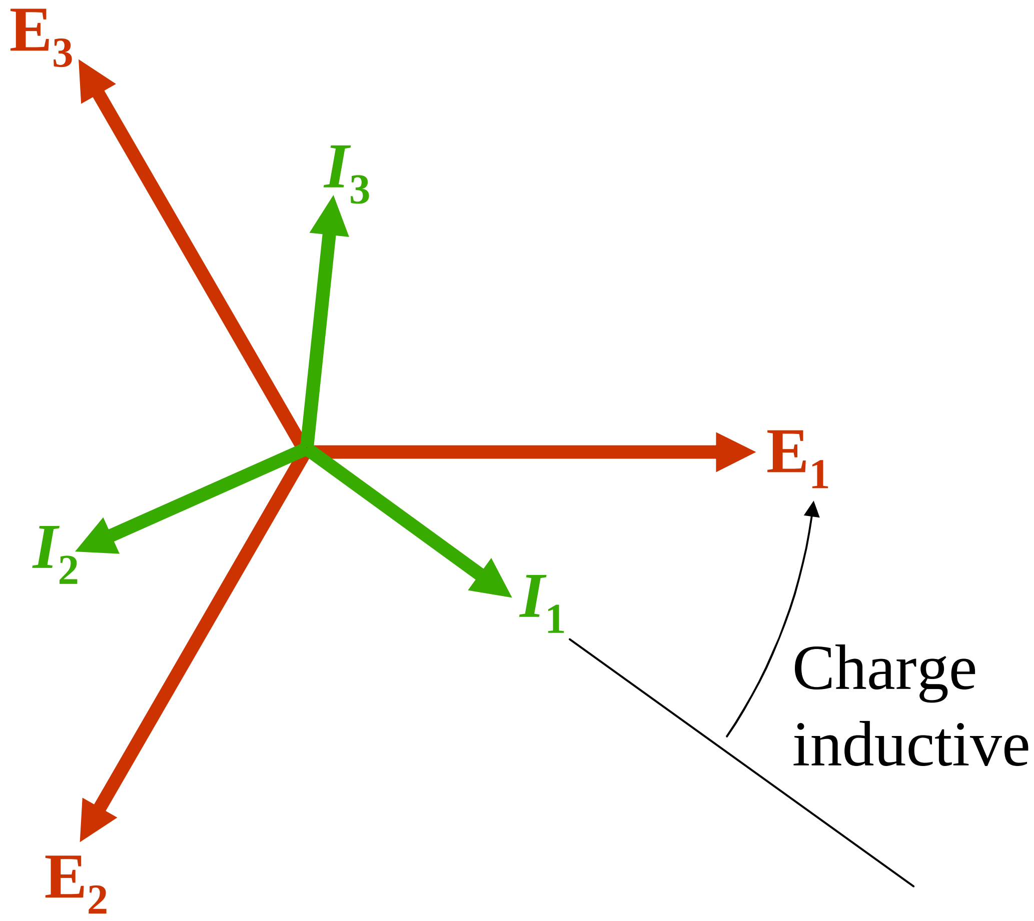
Système
Direct



Groupements

Tensions et courants équilibrées



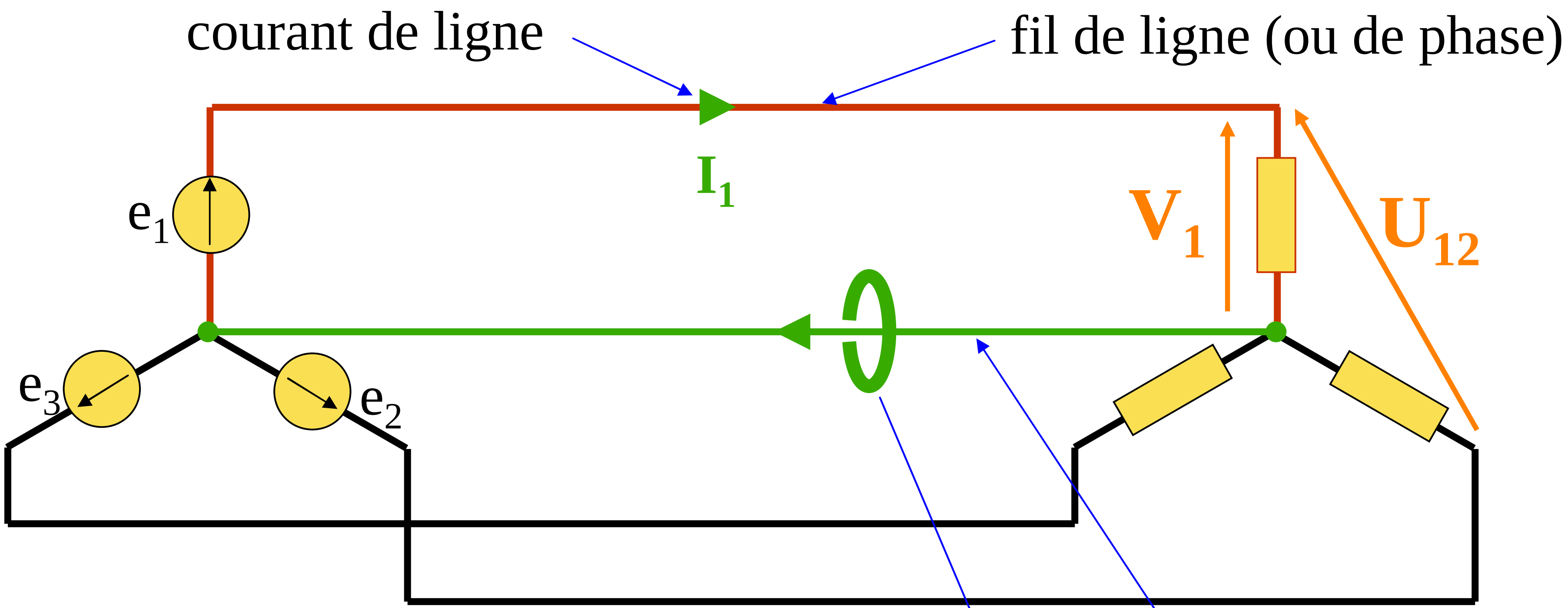


nécessite 6 fils

les 3 courants forment un système équilibré

Groupements

Groupement étoile

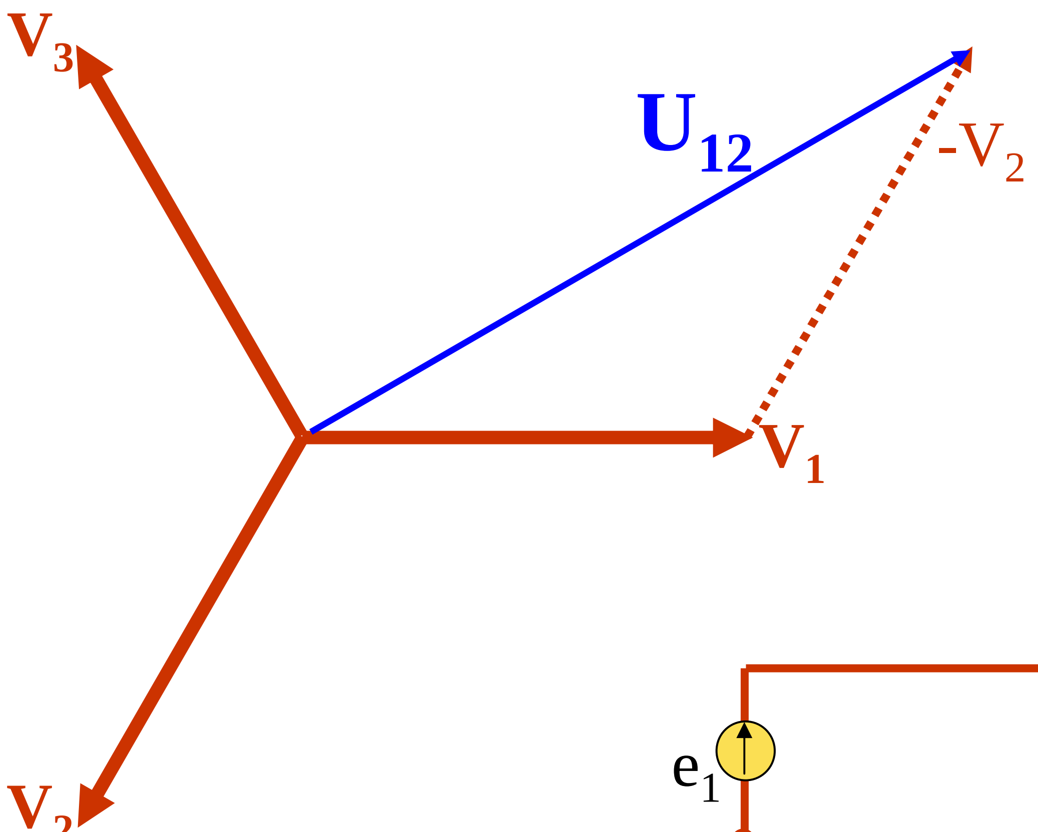


V_1 tension simple (entre phase et neutre)

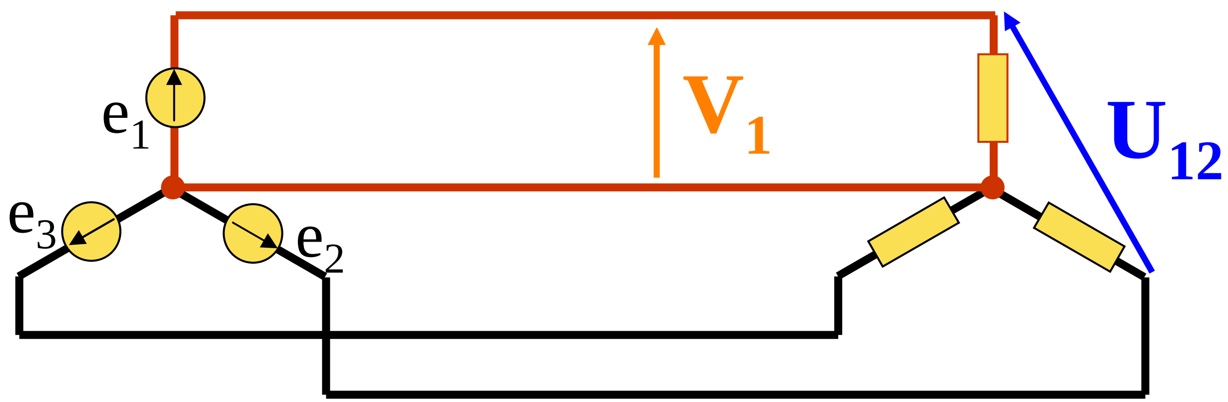
U_{12} tension composée (entre deux phases)

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3$$

Groupements
Relation tension simple-composée

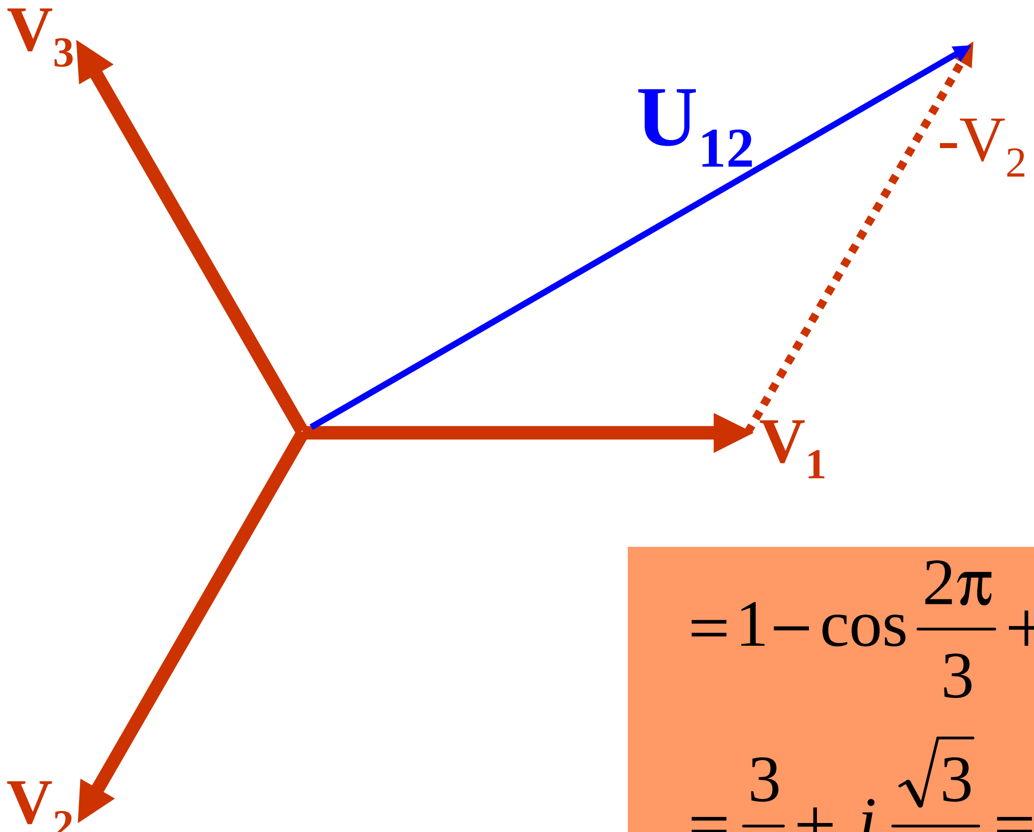


$$\underline{U_{12}} = \underline{V_1} - \underline{V_2}$$
$$= \underline{V_1} - \underline{V_1}.e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$
$$= \underline{V_1}\left(1 - e^{-j\frac{2\pi}{3}}\right)$$



Groupements

Relation tension simple-composée



$$\underline{U_{12}} = \underline{V_1} - \underline{V_2}$$

$$= \underline{V_1} - \underline{V_1}.e^{-j\,2\pi/3}$$

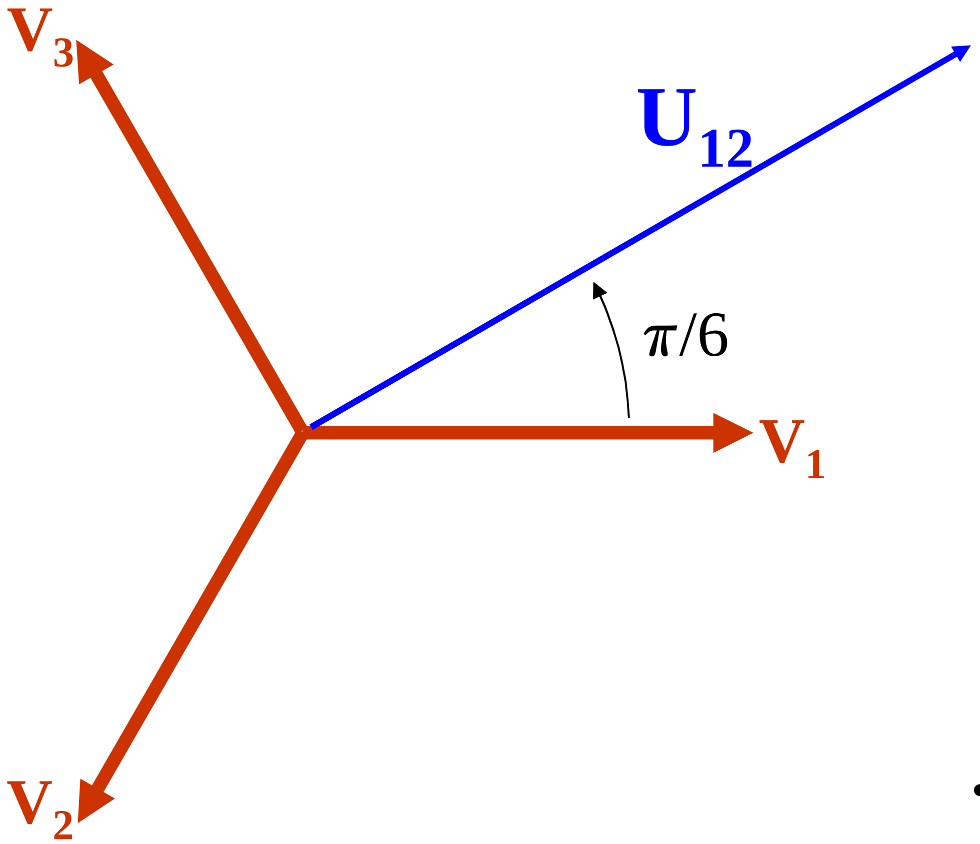
$$= \underline{V_1}\left(1 - e^{-j\,2\pi/3}\right)$$

$$= 1 - \cos\frac{2\pi}{3} + j\sin\frac{2\pi}{3}$$

$$= \frac{3}{2} + j\,\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\,\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}\,e^{j\pi/6}$$

Groupements

Relation tension simple-composée

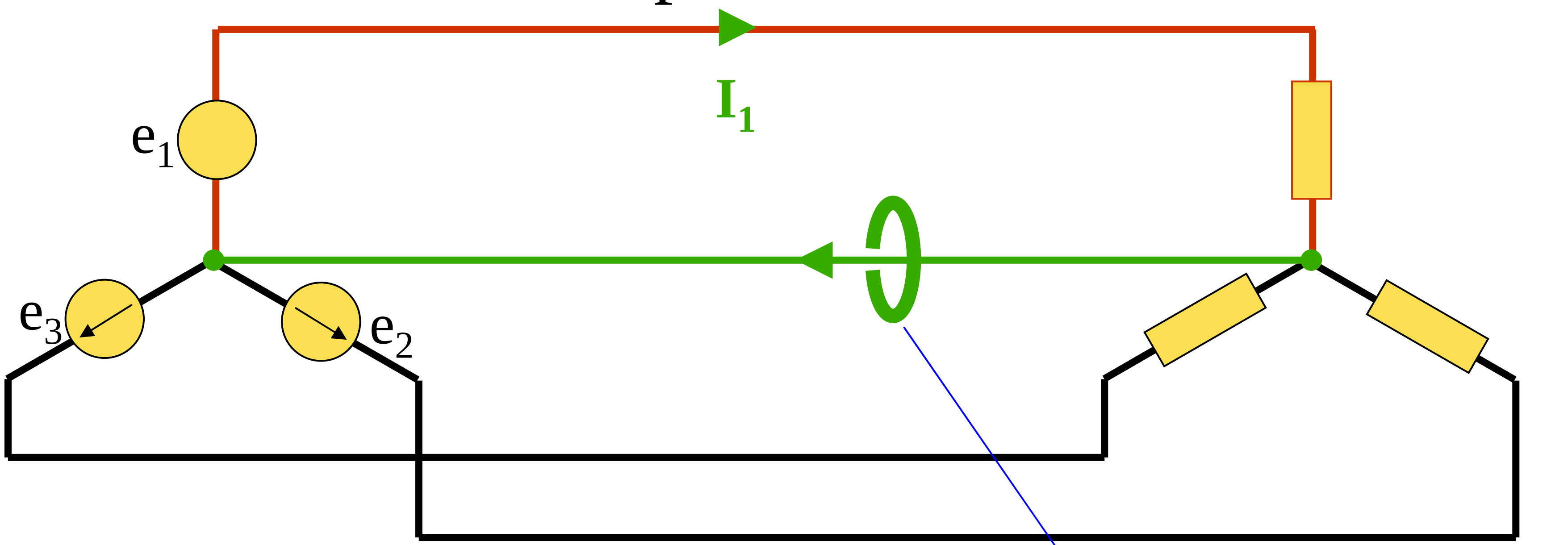


$$\underline{U_{12}} = \underline{V_1}\,\sqrt{3}\,e^{j\pi/6}$$

$$\begin{cases} U = V\sqrt{3} \\ d\acute{e}phasage\,\dfrac{\pi}{6} \end{cases}$$

Groupements

Groupement étoile



$i_N = i_1 + i_2 + i_3$

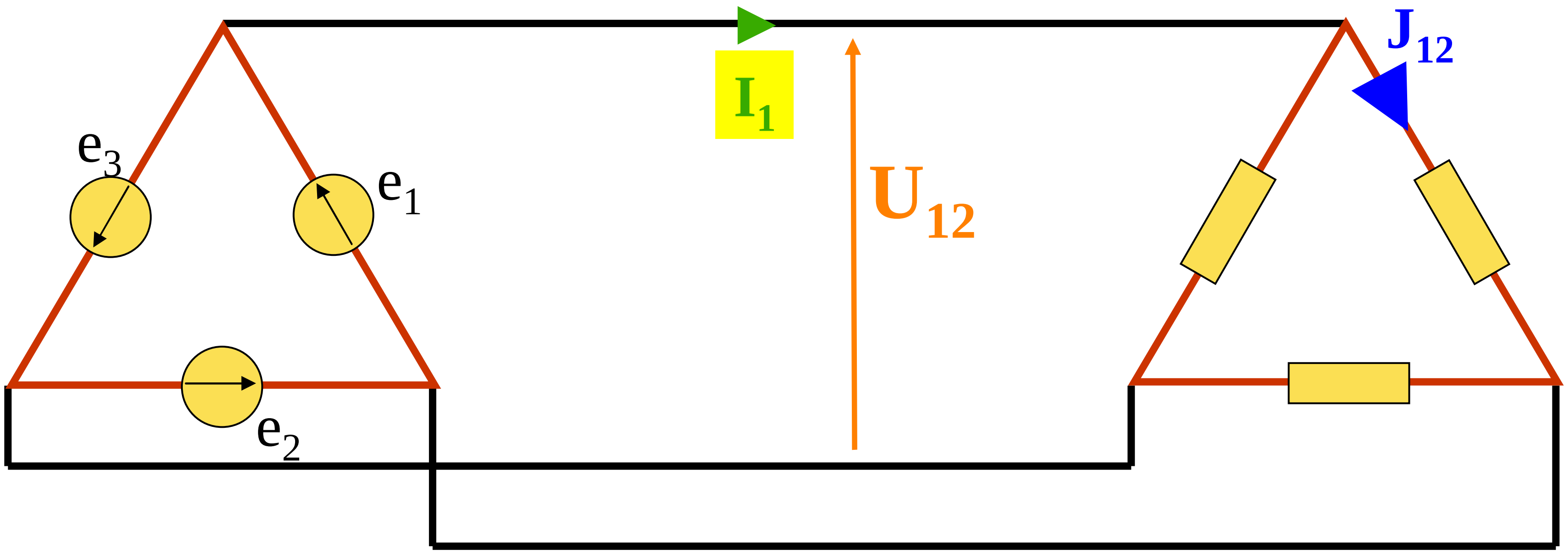
ligne à 4 fils

en équilibré, $i_N = 0$ **ligne à 3 fils**

1er intérêt du triphasé : moins de cuivre pour transporter la même puissance

Groupements

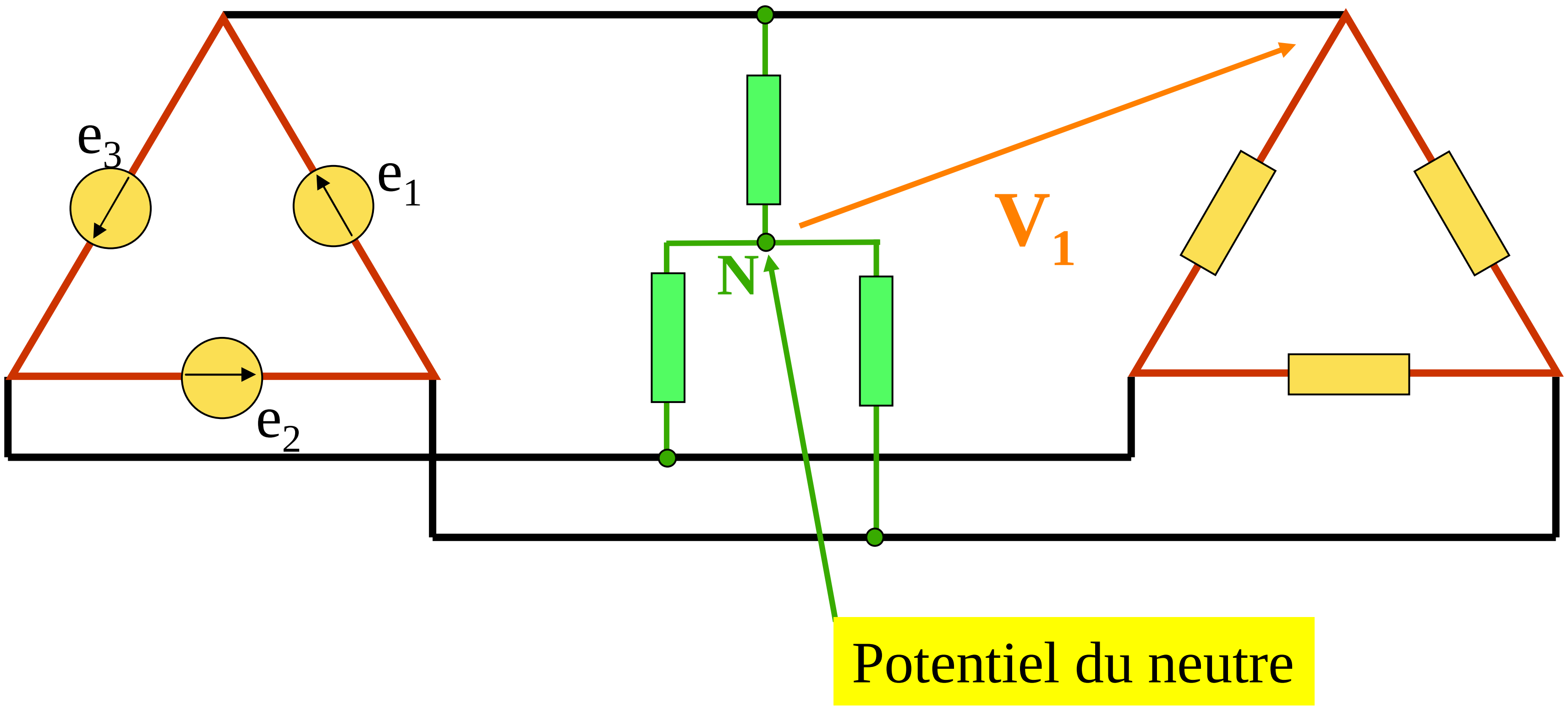
Groupement Triangle



V_1	tension simple indisponible
U_{12}	tension composée (entre deux phases)
I_1	Courant de ligne
J_{12}	**Courant de Triangle**

Groupements

Groupement Triangle, remarque

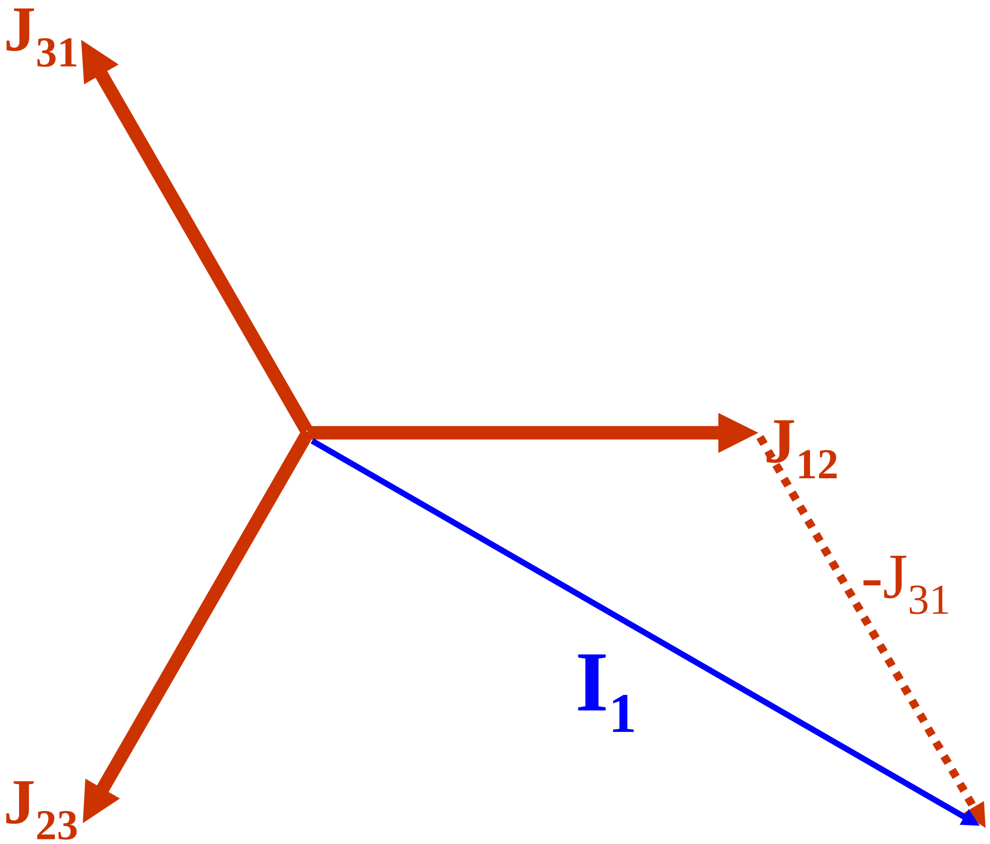


V_1 tension simple indisponible

mais, avec 3 résistances identiques en étoile

Groupements

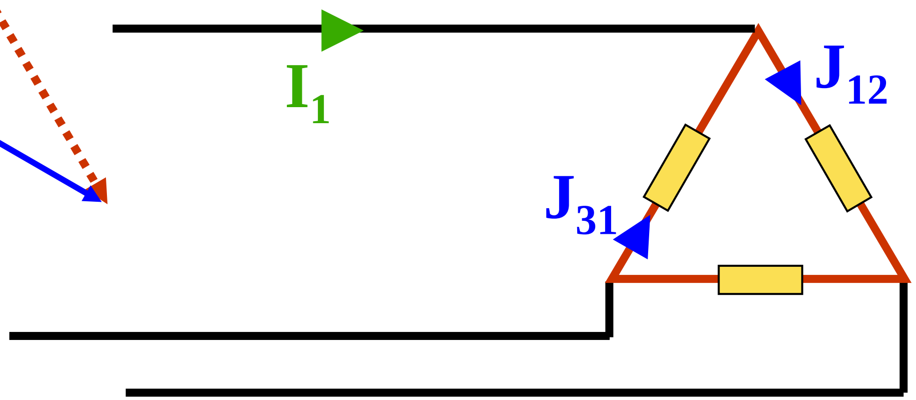
Relation courants de ligne-triangle



$$\underline{I_1} = \underline{J_{12}} - \underline{J_{31}}$$

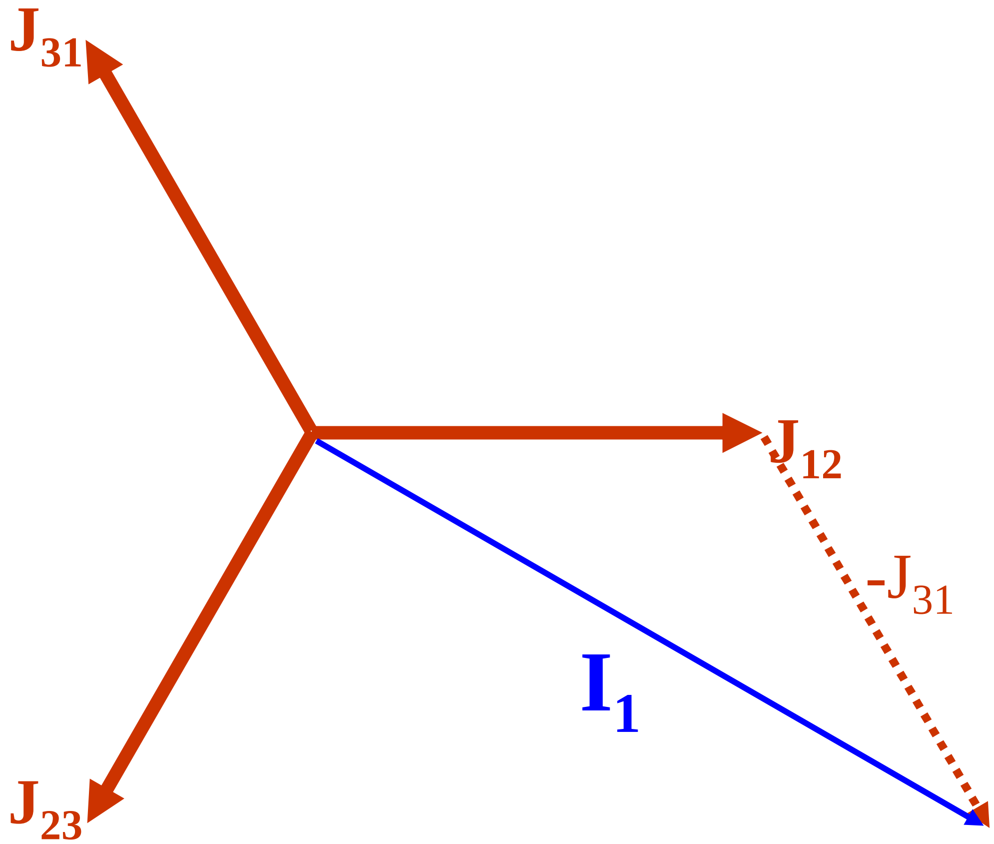
$$= \underline{J_{12}} - \underline{J_{12}}\, e^{-j\,4\pi/3}$$

$$= \underline{J_{12}}\left(1 - e^{-j\,4\pi/3}\right)$$



Groupements

Relation courants de ligne-triangle



$$\underline{I_1} = \underline{J_{12}} - \underline{J_{31}}$$

$$= \underline{J_{12}} - \underline{J_{12}}.e^{-j\,4\pi/3}$$

$$= \underline{J_{12}}\left(1 - e^{-j4\pi/3}\right)$$

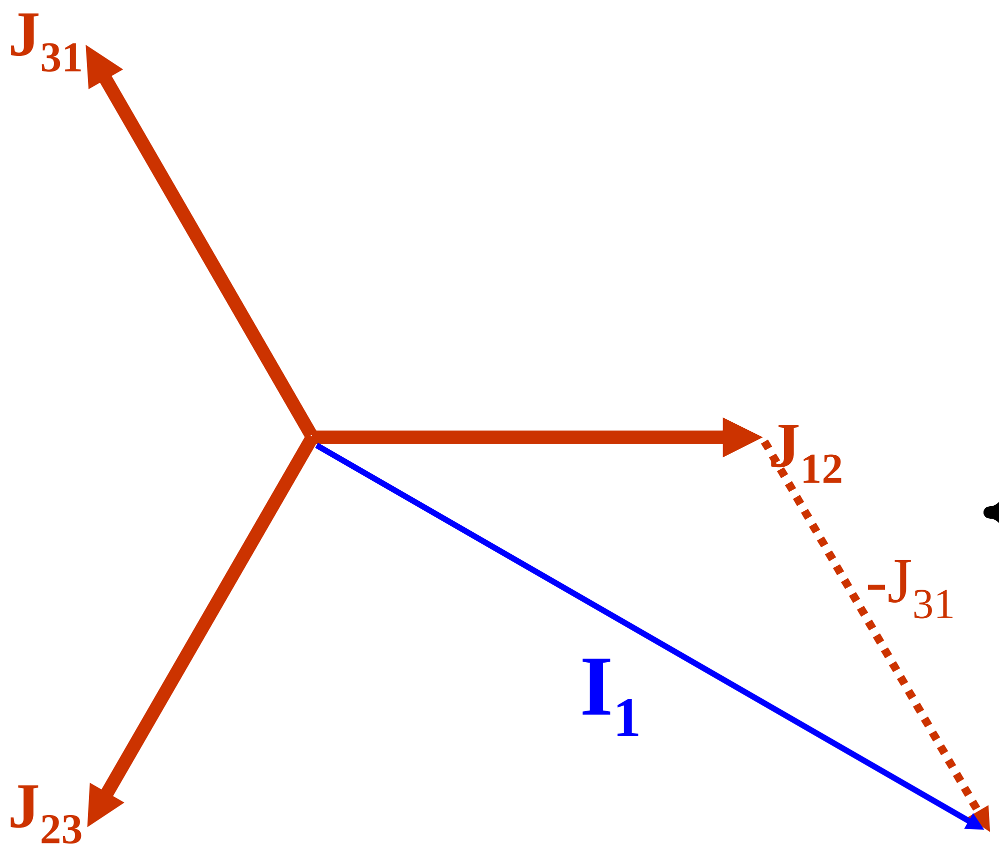
$$= 1 - \cos\frac{4\pi}{3} + j\sin\frac{4\pi}{3}$$

$$= \frac{3}{2} - j\,\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\,\frac{1}{2}\right)$$

$$= \sqrt{3}\,e^{-j\pi/6}$$

Groupements

Relation courants de ligne-triangle, résumé



$$\underline{I_1} = \underline{J_{12}}\sqrt{3}\, e^{-j\pi/6}$$

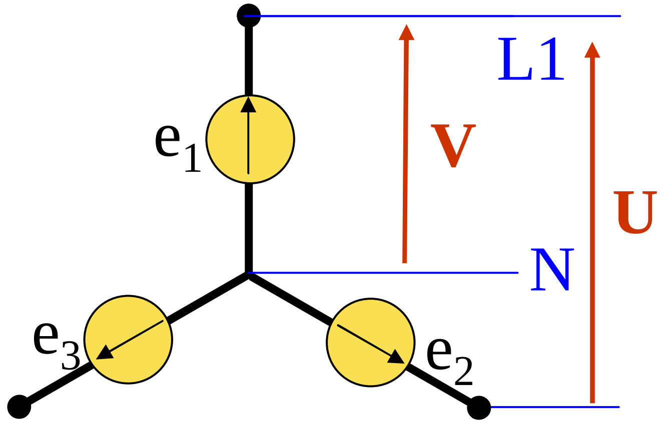
$$\begin{cases} I = J\sqrt{3} \\ déphasage - \dfrac{\pi}{6} \end{cases}$$

Groupements

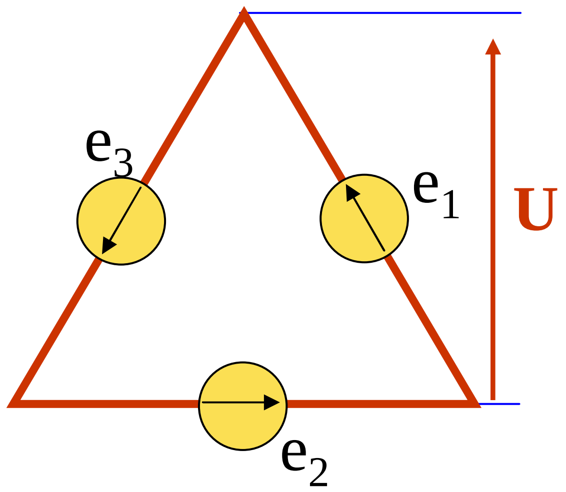
Résumé

On peut grouper des générateurs:

En étoile | ou Y
ou ⅄



En triangle | ou D
ou △



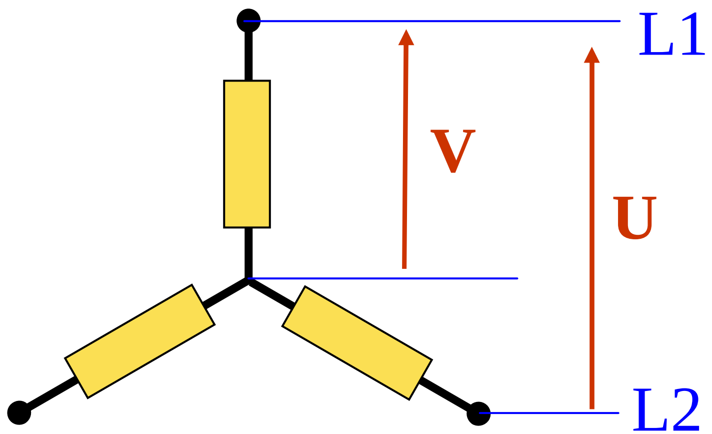
Tension simple V

Tension composée U

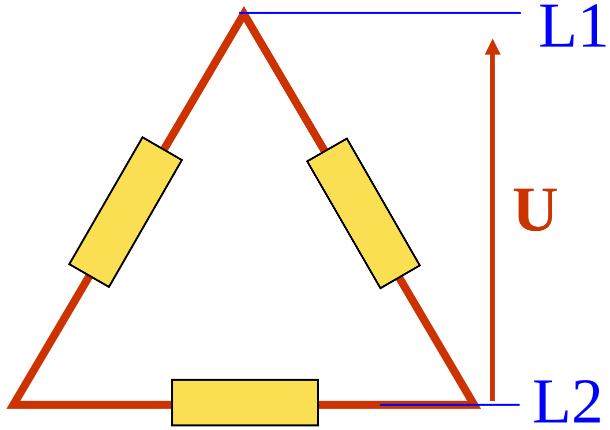
Groupements
Résumé

On peut grouper des récepteurs:

En étoile | Ou Y
Ou ⅄



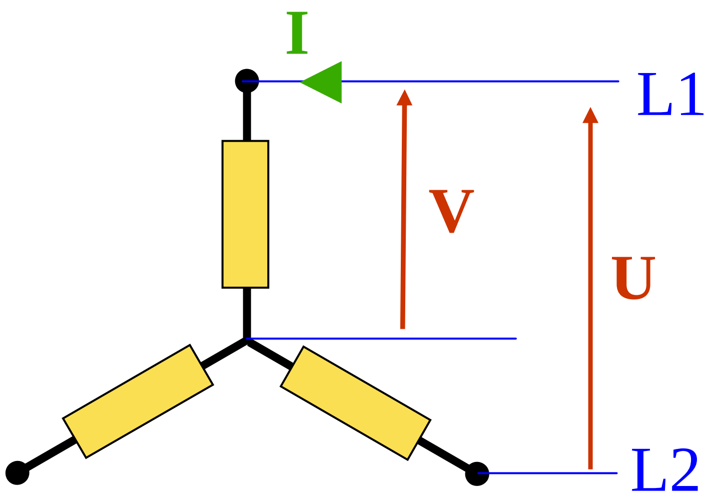
En triangle | Ou D
Ou △

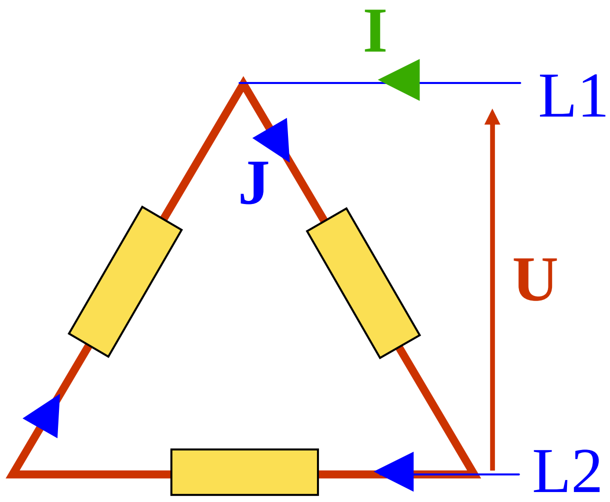


Groupements

Résumé

Relations étoile-triangle





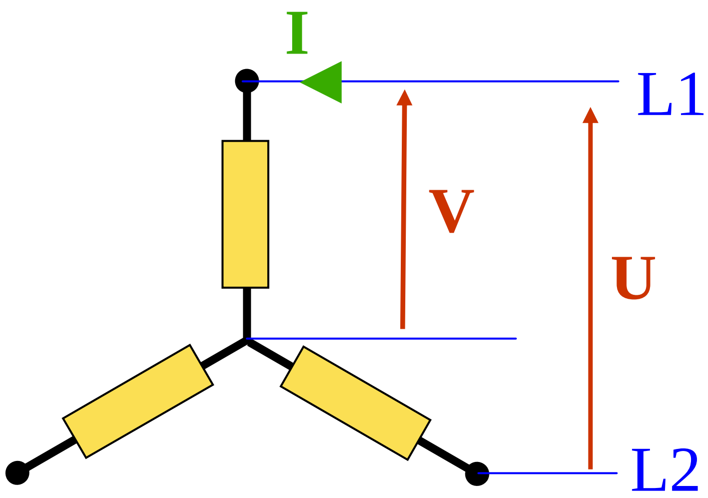
$$I = J\sqrt{3} \qquad I \text{ retarde de } \frac{\pi}{6} \text{ sur } J$$

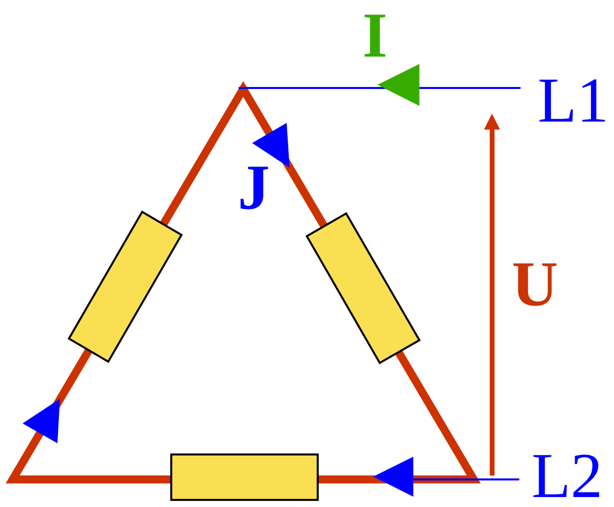
$$U = V\sqrt{3} \qquad U \text{ avance de } \frac{\pi}{6} \text{ sur } V$$

Groupements

Utilisation particulière

Soient les mêmes 3 résistances placées en étoile ou en triangle :



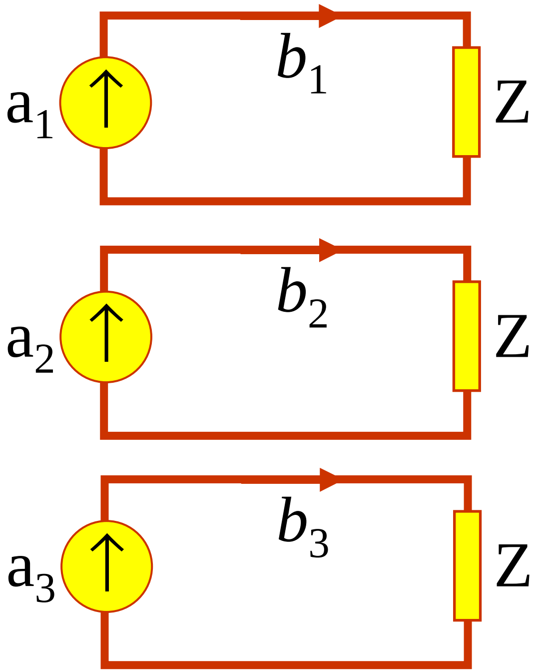


La puissance en étoile est 3 fois plus faible qu'en triangle (à même U)

D'où la possibilité d'avoir deux tensions d'alimentation pour le même appareil

Exemple : démarrage étoile-triangle des moteurs assynchrones (obsolète)

Aspect puissances
puissance instantanée



Pour une phase :

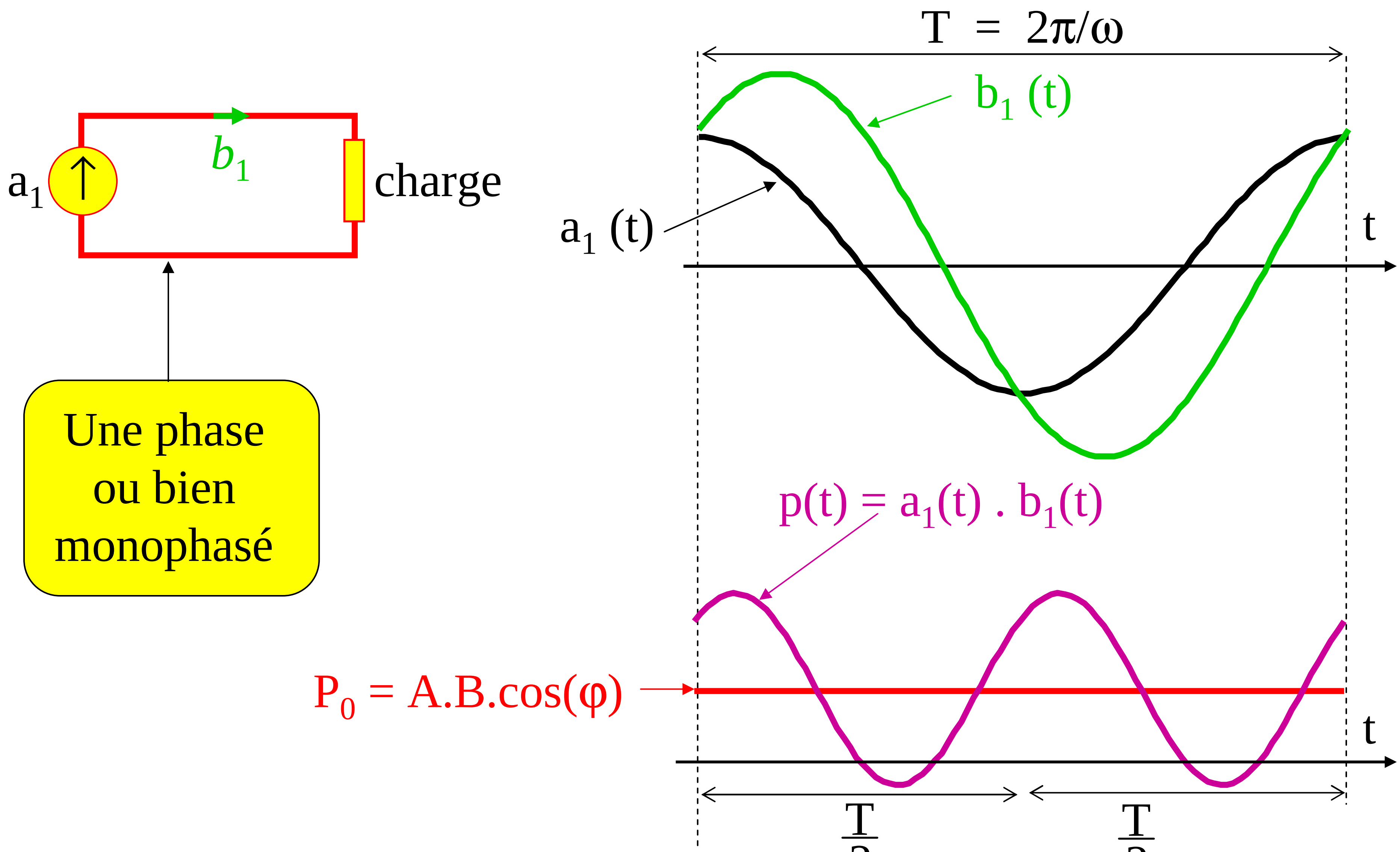
$$a_1 = \sqrt{2}\, A \cos(\omega t)$$

$$b_1 = \sqrt{2}\, B \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\begin{aligned} p_1 &= a_1\, b_1 \\ &= 2\, A\, B \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) \\ &= AB\left[\underbrace{\cos\varphi}_{\text{Terme constant}} + \underbrace{\cos(2\,\omega t - \varphi)}_{\text{Terme fluctuant}}\right] \end{aligned}$$

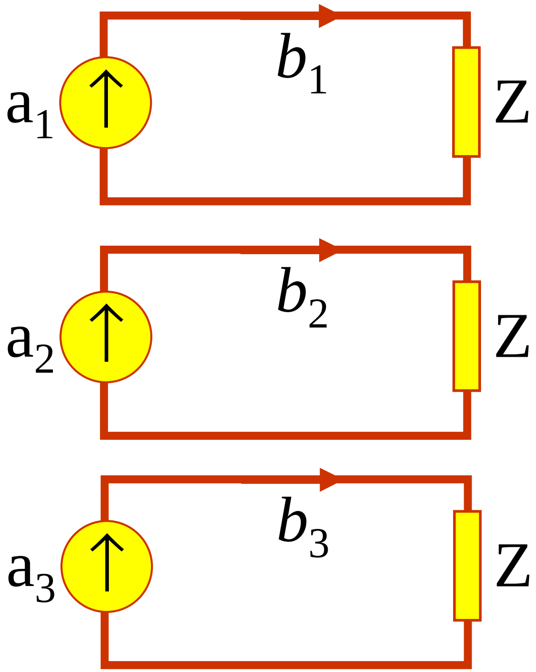
Aspect puissances

puissance instantanée pour une phase



Aspect puissances

puissance instantanée en triphasé équilibré



$$p_1 = AB\left[\cos\varphi + \cos\left(2\,\omega\,t - \varphi\right)\right]$$

$$p_2 = AB\left[\cos\varphi + \cos\left(2\,\omega\,t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)\right]$$

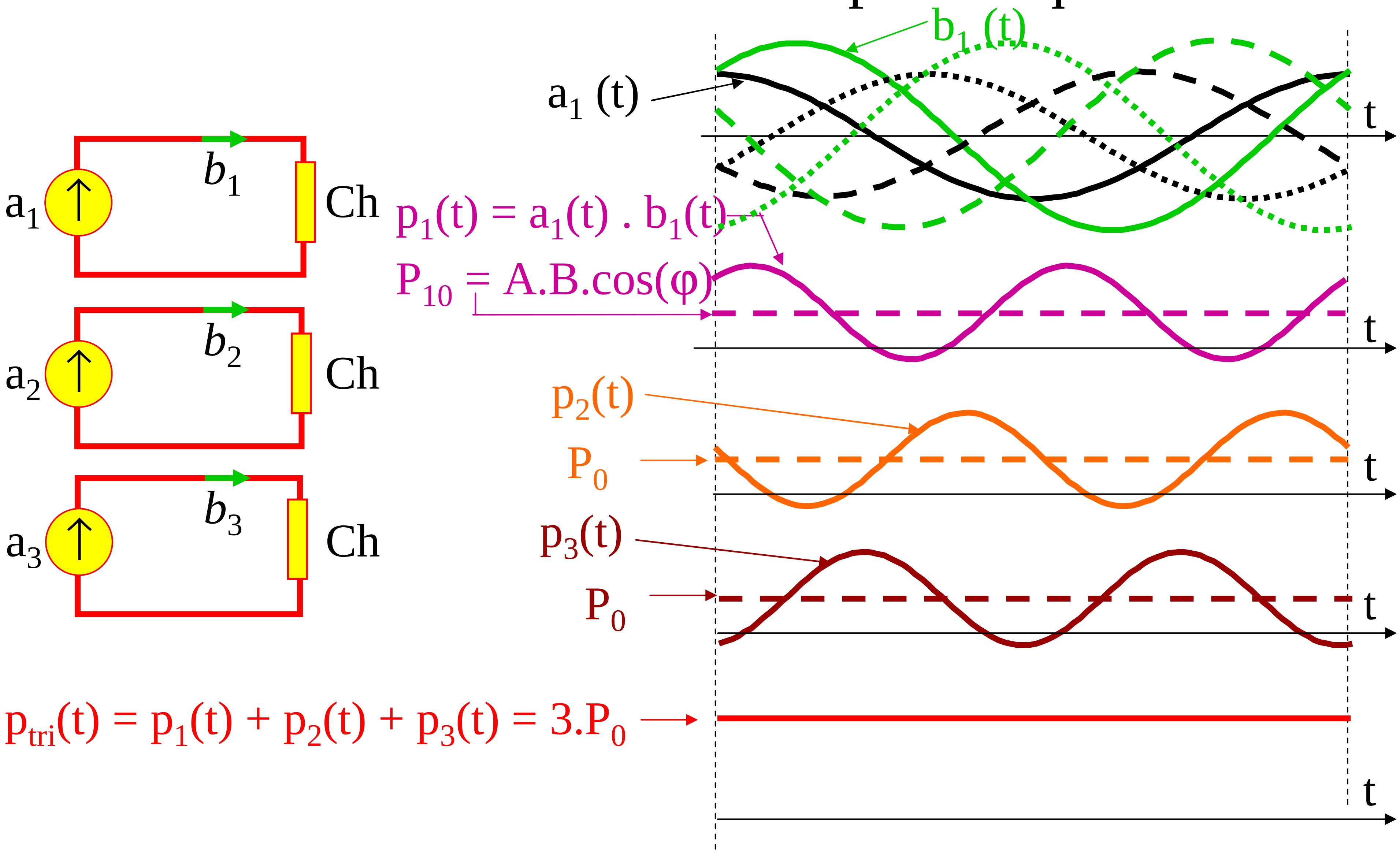
$$p_3 = AB\left[\cos\varphi + \cos\left(2\,\omega\,t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right]$$

$$p = AB\left[3\cos\varphi + \qquad 0 \qquad\right]$$

Donc $p(\mathrm{t}) = \mathrm{P}$

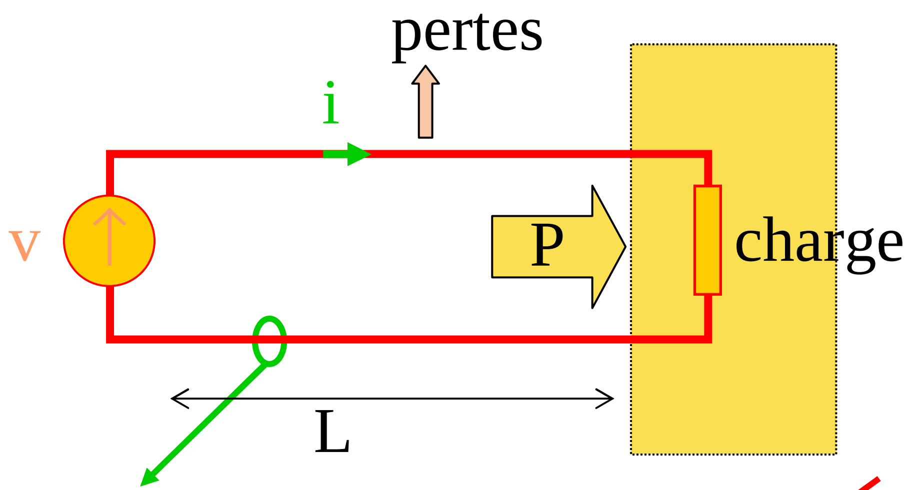
Aspect puissances

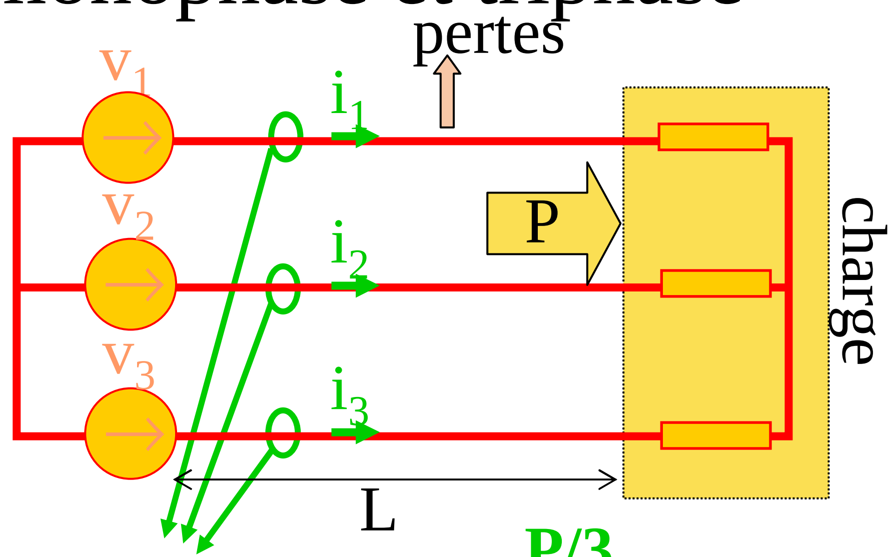
Puissance instantanée en triphasé équilibré



Aspect puissances

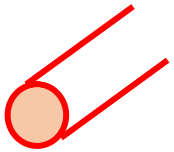
Comparaison transport monophasé et triphasé





$$I_{mono} = \frac{P}{V\cos(\varphi)}$$

$$I_{tri} = \frac{P/3}{V\cos(\varphi)}$$



$$J = \frac{I}{s} \leq J_{max}$$

☞ $$Vcu_{mono} = \frac{2\,P\,L}{V\,J_{max}\cos(\varphi)}$$

☞ $$Vcu_{tri} = \frac{P\,L}{V\,J_{max}\cos(\varphi)}$$

☞ $$pertes_{mono} = 2\,\rho\,\frac{P\,L\,J_{max}}{V\cos(\varphi)}$$

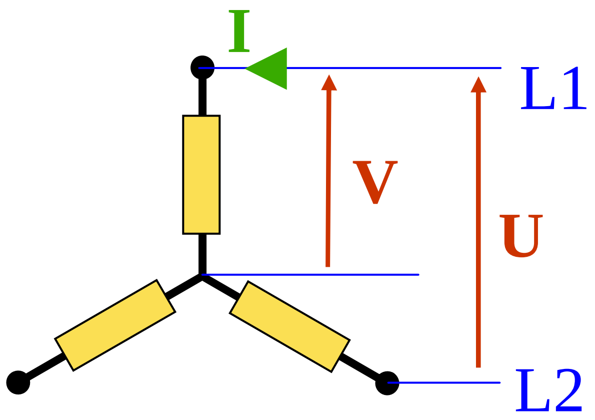
☞ $$pertes_{tri} = \rho\,\frac{P\,L\,J_{max}}{V\cos(\varphi)}$$

Aspect puissances

Puissance instantanée

$$p = P = 3\,AB\,\cos\,\varphi$$

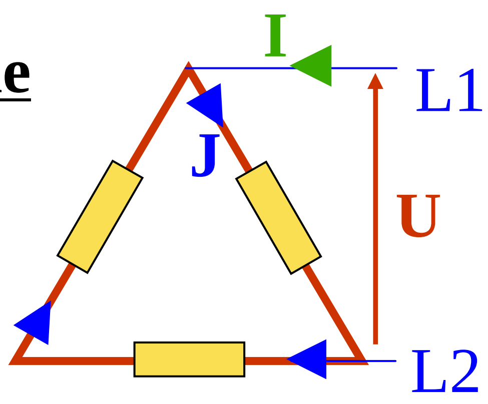
Etoile



A = V
B = I

$$p = 3VI\cos\varphi$$
$$= \sqrt{3}\,UI\cos\varphi$$

Triangle



A = U
B = J

$$p = 3UJ\cos\varphi$$
$$= \sqrt{3}\,UI\cos\varphi$$

Aspect puissances

Puissance instantanée

$$p = \sqrt{3}UI\cos\varphi$$

Formule valable quelque soit le couplage

φ est l'argument de $\underline{Z}$

φ est aussi toujours le déphasage de I sur V.

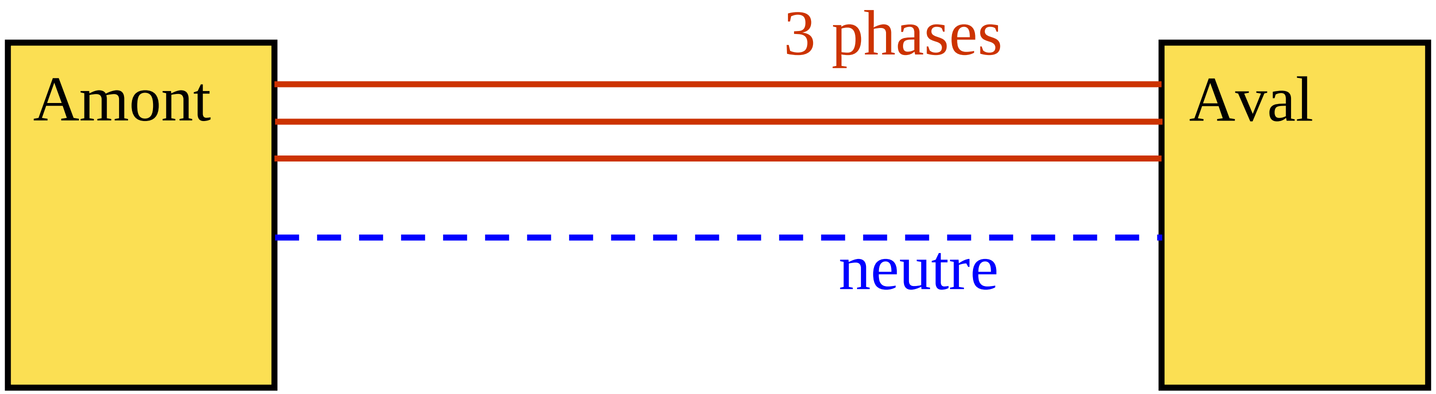
Aspect puissances

Les autres puissances

$$p = \sqrt{3} UI \cos\varphi$$

	Expression.	RAPPEL : Expression en monophasé.
Active	$P = \sqrt{3} UI \cos\varphi$	$P = VI \cos\varphi$
Réactive	$Q = \sqrt{3} UI \sin\varphi$	$Q = VI \sin\varphi$
Apparente	$S = \sqrt{3} UI$	$S = VI$
Facteur de puissance	$k = \frac{P}{S} = \cos\varphi$	$k = \frac{P}{S} = \cos\varphi$

Aspect puissances
Théorème de Boucherot



$P_{fournie}$

$Q_{fournie}$

égal

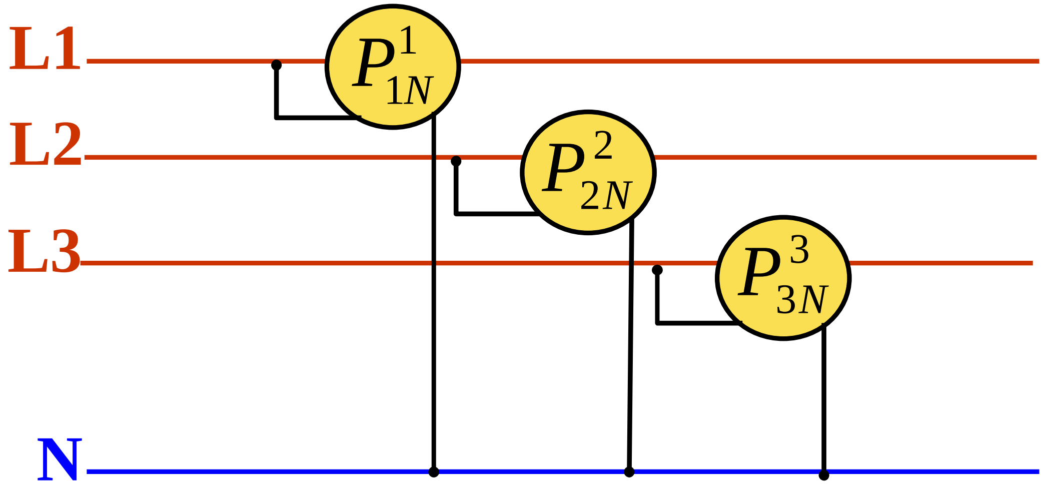
$P_{reçue}$

$Q_{reçue}$

Idem monophasé et seulement pour les régimes sinusoïdaux de même fréquence

Mesure des puissances

Méthode à 3 wattmètres



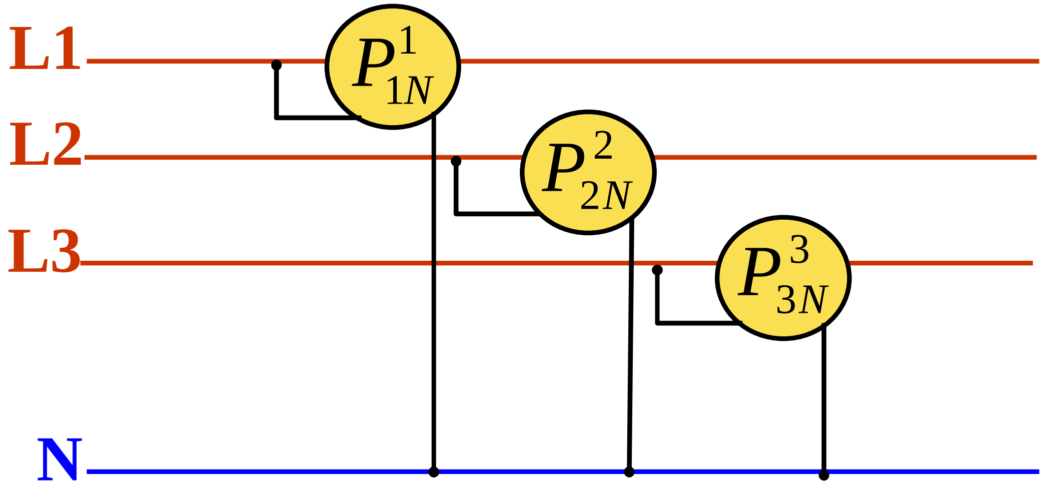
$$P_{xy}^{x}$$

x : Courant pris en compte

xy : Tension prise en compte

Mesure des puissances

Méthode à 3 wattmètres



Puissance active

$$P = P_{1N}^{1} + P_{2N}^{2} + P_{3N}^{3}$$

Puissance réactive

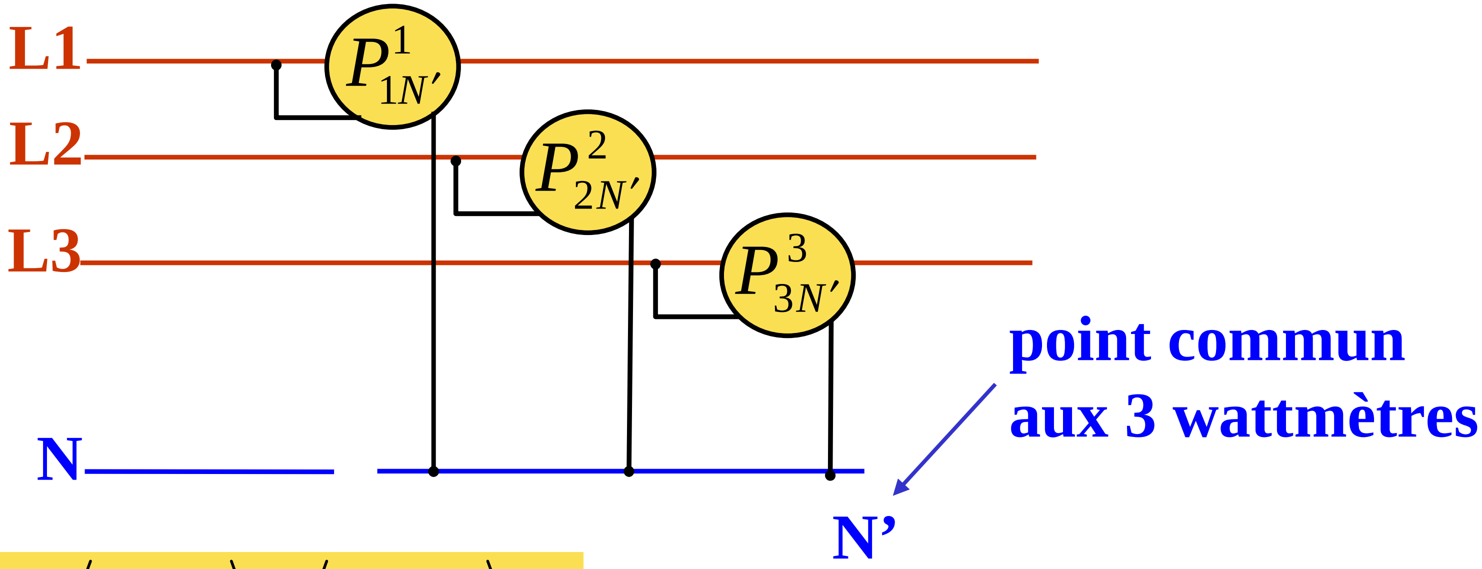
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

en sinus uniquement → avec $Q_i = \sqrt{(V_i I_i)^2 - (P_{1N}^{1})^2}$

quels que soient les déséquilibres tension et courant

Mesure des puissances

Méthode à 2 wattmètres



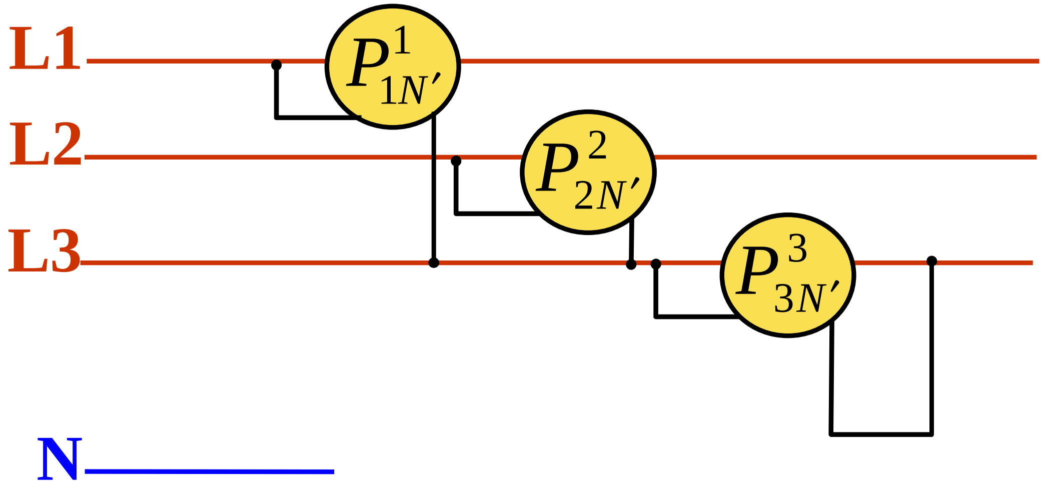
$$\left|\begin{array}{l} P^1_{1N'} = \langle i_1\, v_{1N'} \rangle = \langle i_1\, v_{1N} \rangle + \langle i_1\, v_{NN'} \rangle \\ P^2_{2N'} = \langle i_2\, v_{2N'} \rangle = \langle i_2\, v_{2N} \rangle + \langle i_2\, v_{NN'} \rangle \\ P^3_{3N'} = \langle i_3\, v_{3N'} \rangle = \langle i_3\, v_{3N} \rangle + \langle i_3\, v_{NN'} \rangle \end{array}\right.$$

Vrai en équilibré
ou en 3 fils quelconque
(quelque soit le potentiel N')

$$P = \underline{P^1_{1N} + P^2_{2N} + P^3_{3N}} + \cancel{\langle v_{NN'} (i_1 + i_2 + i_3) \rangle}$$

Mesure des puissances

Méthode à 2 wattmètres

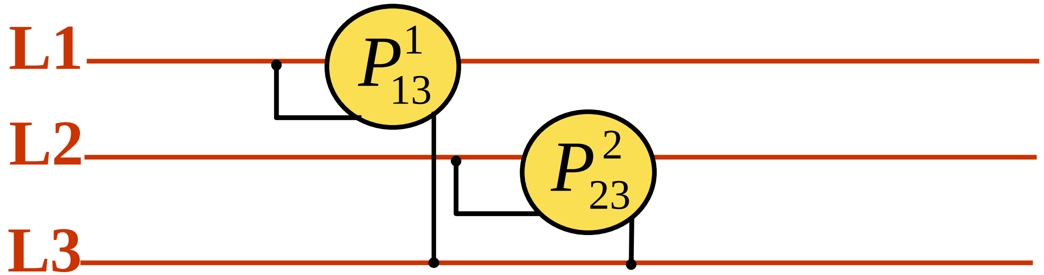


$$P = P^{1}_{1N'} + P^{2}_{2N'} + P^{3}_{3N'}$$

(quelque soit le potentiel N')

Prenons N' sur L3 ⇒ 2 watmètres suffisent

Mesure des puissances
Méthode à 2 wattmètres



P_{33}^{3} indique toujours 0

N' devient L3

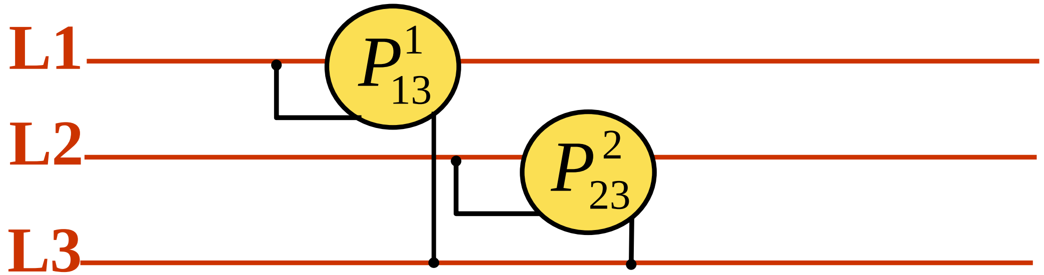
$$P = P_{13}^{1} + P_{23}^{2}$$

Vrai

quels que soient les déséquilibres sur ligne 3 fils

Mesure des puissances

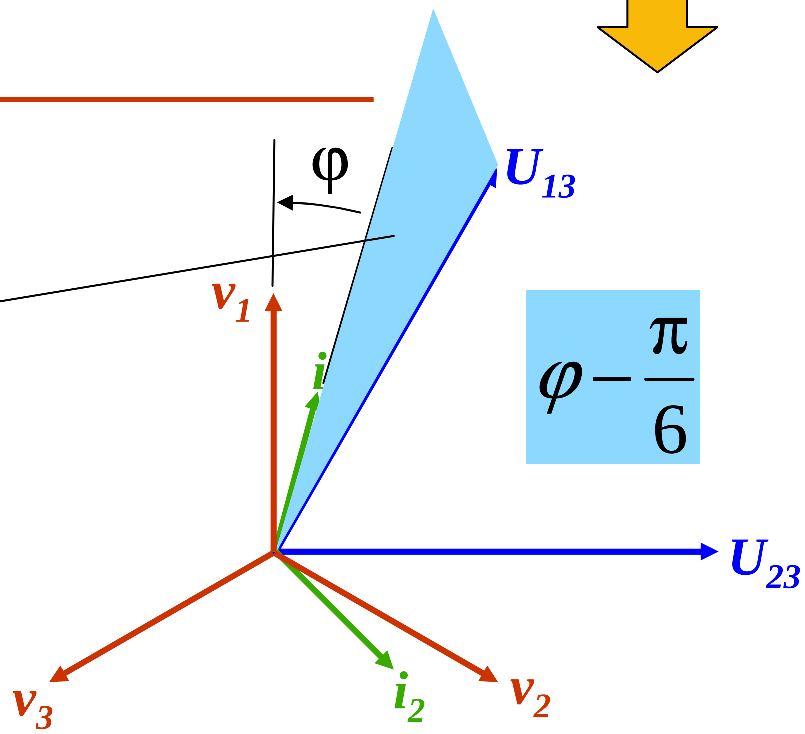
Méthode à 2 wattmètres, remarque



En équilibré

$$P_{13}^{1} = U_{13}\ I_1 \cos\boxed{\left(U_{13}, I_1\right)}$$

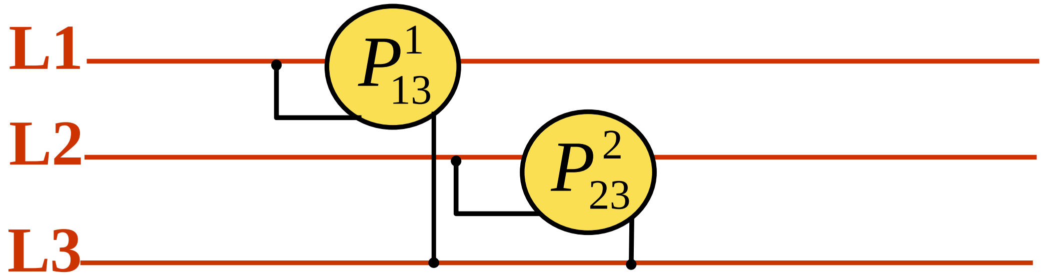
$$P_{23}^{2} = U_{23}\ I_2 \cos\left(U_{23}, I_2\right)$$



$$\varphi - \frac{\pi}{6}$$

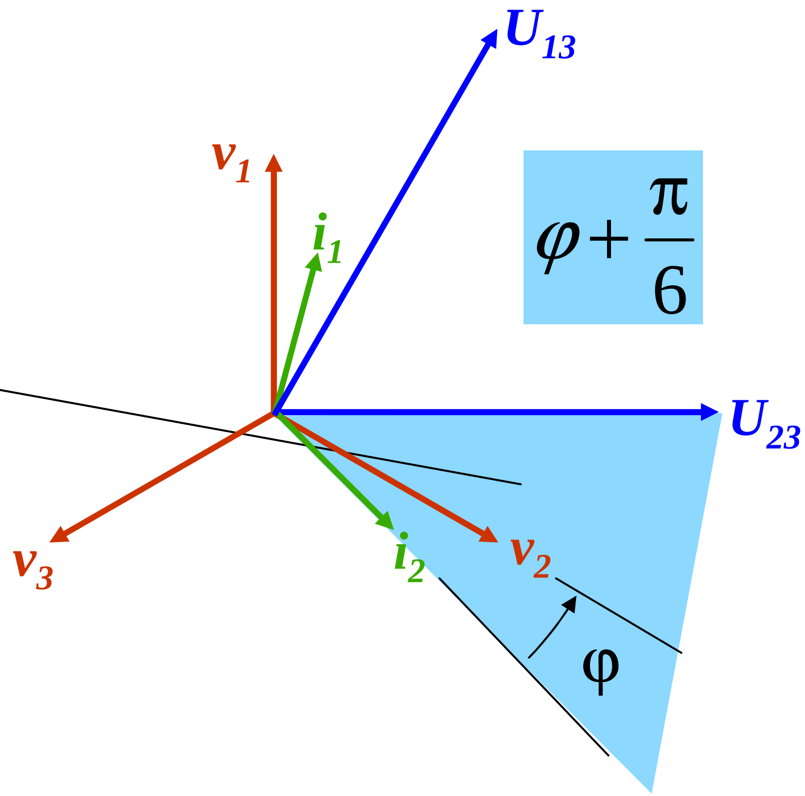
Mesure des puissances

Méthode à 2 wattmètres , remarque



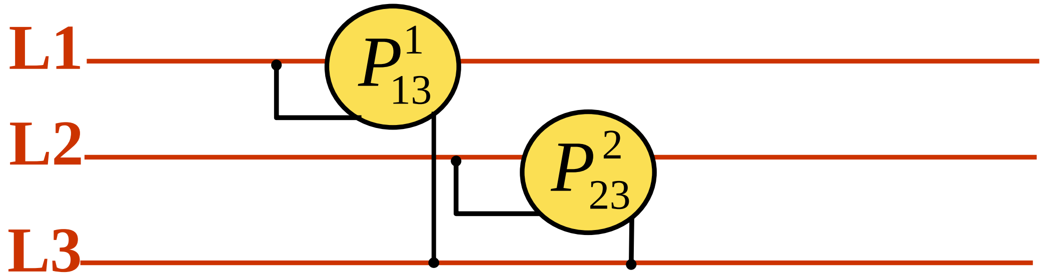
$$P_{13}^{1} = UI\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$P_{23}^{2} = U_{23}\, I_2 \cos\boxed{\left(U_{23}, I_2\right)}$$



Mesure des puissances

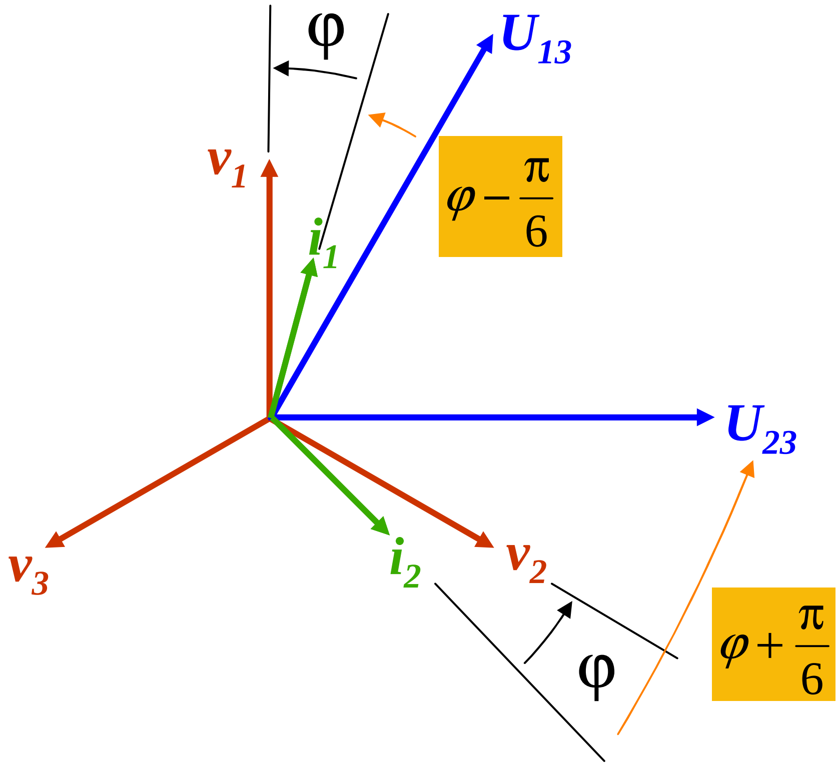
Méthode à 2 wattmètres , remarque



$$P_{13}^{1} = UI\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)$$

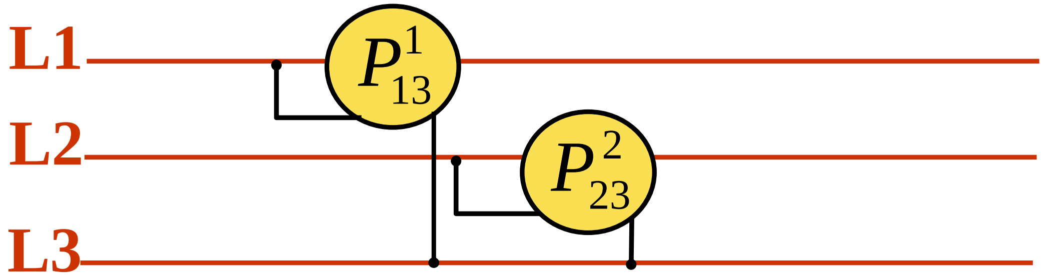
$$P_{23}^{2} = UI\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \sqrt{3}UI \cos \varphi$$



Comme démontré précédemment
en régime quelconque !

Mesure des puissances
Méthode à 2 wattmètres , remarque

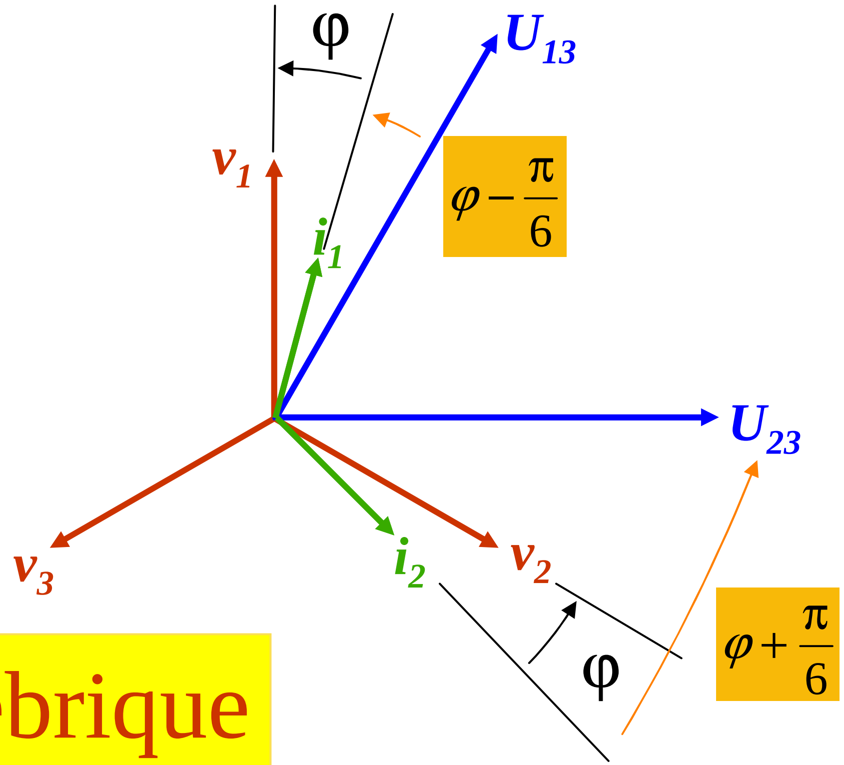


$$P_{13}^{1} = UI\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$P_{23}^{2} = UI\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)$$

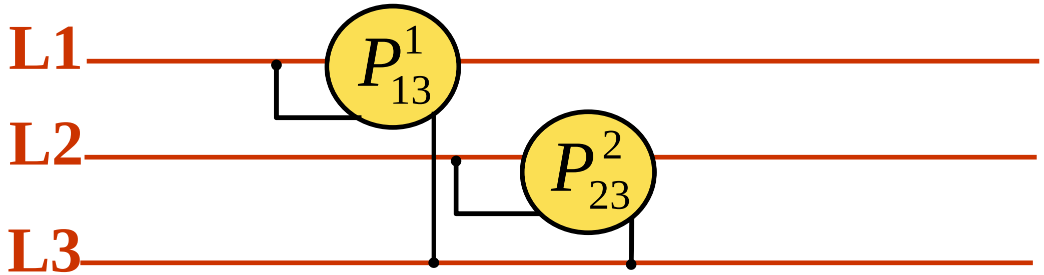
$$\boxed{P = P_{13}^{1} + P_{23}^{2}}$$

Somme algébrique



Mesure des puissances

Méthode à 2 wattmètres , puissance réactive

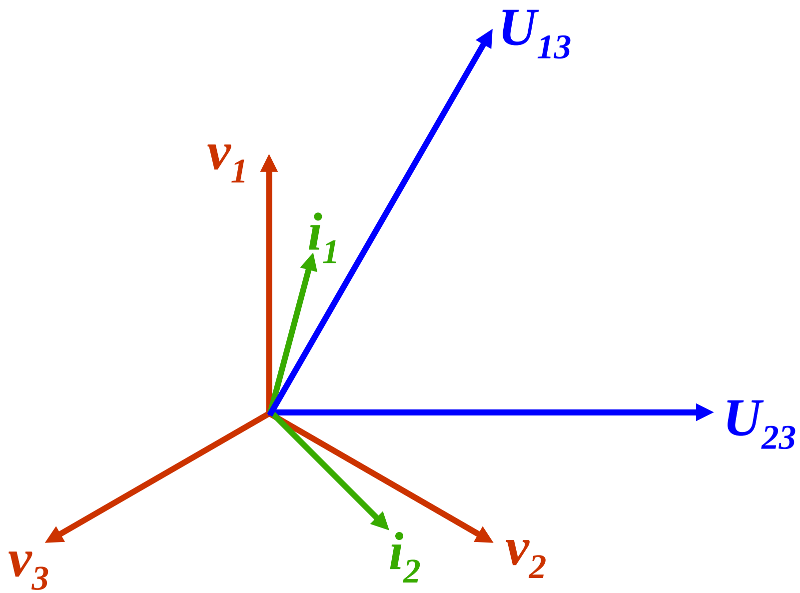


$$P_{13}^{1} = UI\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$P_{23}^{2} = UI\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= UI \sin \varphi$$

$$Q = \sqrt{3}\left(P_{13}^{1} - P_{23}^{2}\right)$$

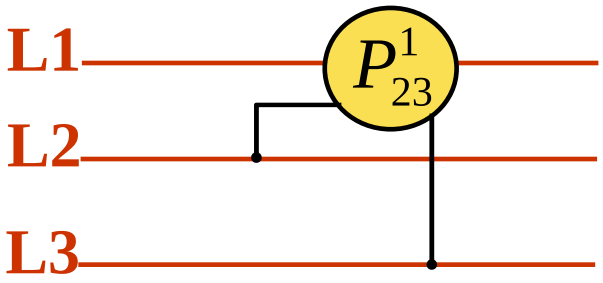


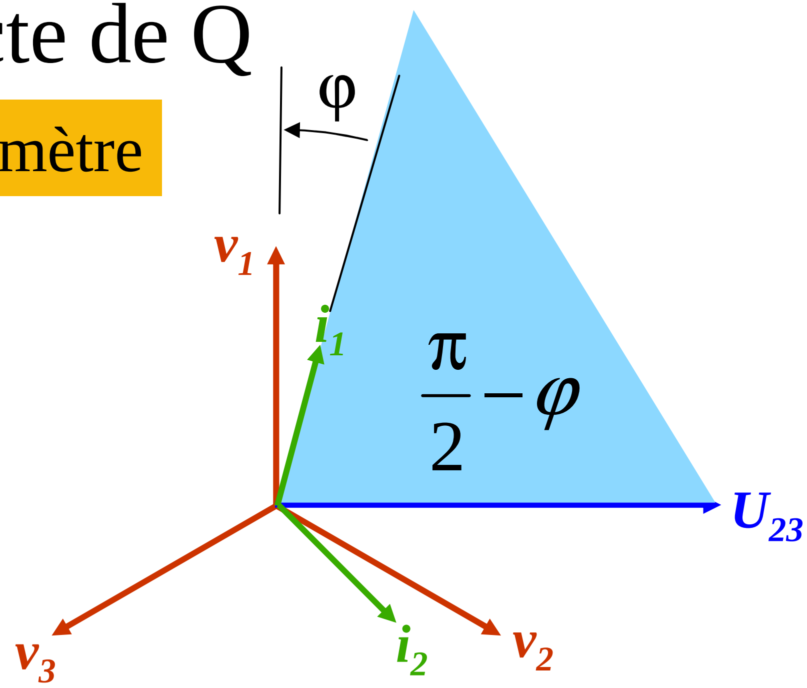
Seulement si courants
<u>et</u> tensions équilibrés

Mesure des puissances

Mesure directe de Q

1 seul wattmètre





$$P_{23}^{1} = U_{23}\, I_1 \cos\boxed{\left(U_{23}, I_1\right)}$$

$$= UI\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)$$

$$= UI\sin\varphi$$

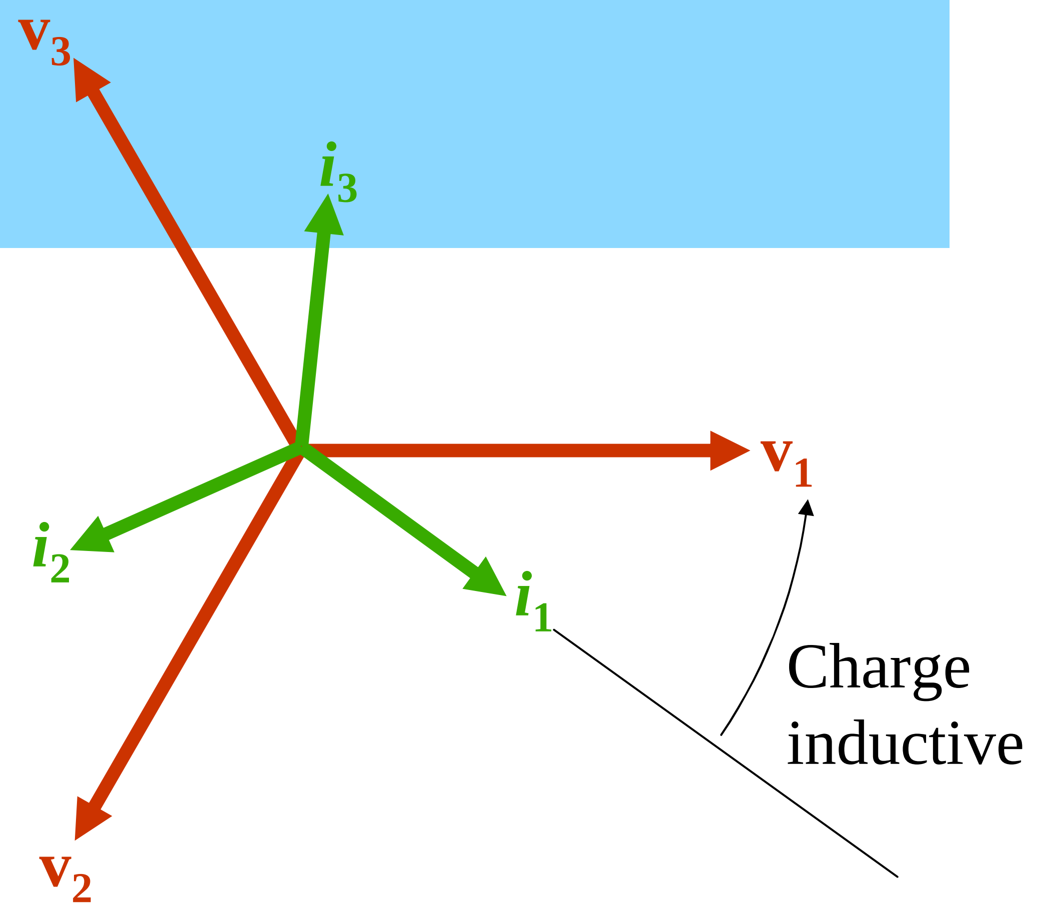
$$\boxed{Q = \sqrt{3}\, P_{23}^{1}}$$

Sur ligne totalement équilibrée *i* et *v*

Conclusion

Systèmes triphasés

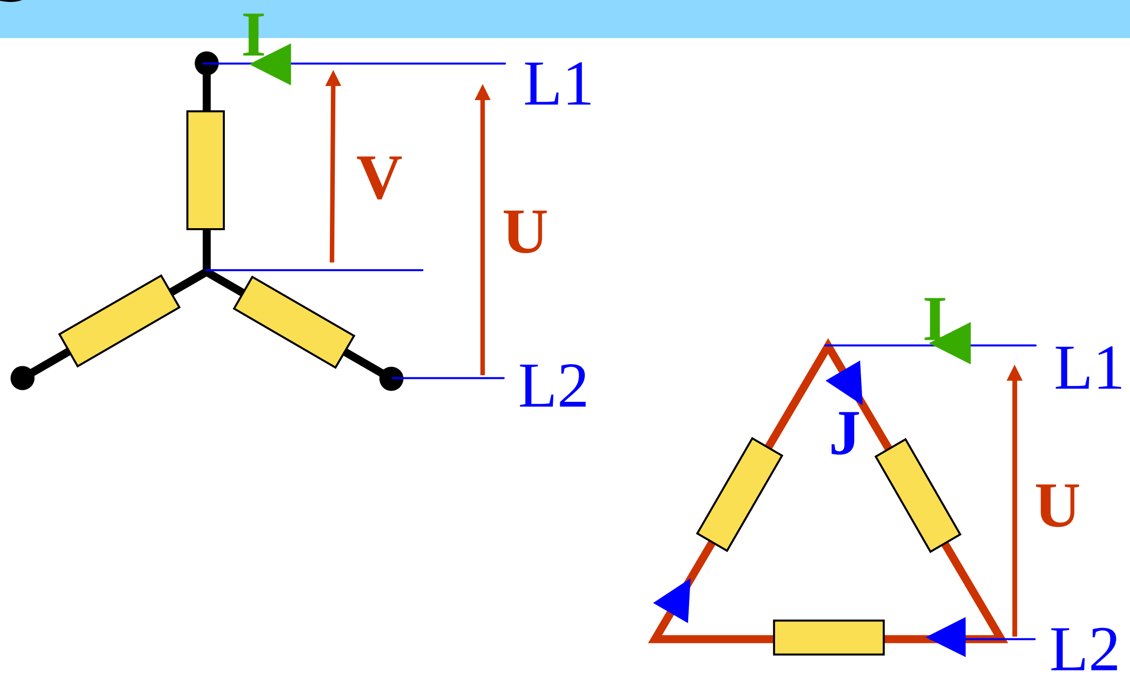
- Equilibrés
- Directs



Conclusion

Tensions et courants

- Simples
- Composés



Conclusion

Puissance en triphasé

- Non fluctuante
- Indépendante étoile-triangle

$$P = \sqrt{3} U I \cos\varphi$$

$$Q = \sqrt{3} U I \sin\varphi$$

<u>Attention</u>: φ est le déphasage de I sur V.

Conclusion

Mesures de puissance

- Divers montages
- Attention aux déséquilibres