

# La Théorie des jeux



PRÉSENTATION

# Définition



- La **théorie des jeux** constitue une approche mathématique de problèmes de stratégie tels qu'on en trouve en recherche opérationnelle et en économie.
- Elle étudie les situations où les choix de *deux* protagonistes - ou davantage - ont des conséquences pour l'un comme pour l'autre. Le jeu peut être à *somme nulle* (ce qui est gagné par l'un est perdu par l'autre, et réciproquement) ou, plus souvent, à *somme non-nulle*.

# Définition



- La théorie des jeux se propose d'étudier des situations (appelées « jeux ») où des individus (les « joueurs ») prennent des décisions, chacun étant conscient que le résultat de son propre choix (ses « gains ») dépend de celui des autres. C'est pourquoi on dit parfois de la théorie des jeux qu'elle est une « théorie de la décision en interaction ».
- Les décisions ayant pour but un gain maximum, elles relèvent d'un comportement rationnel.

# Définition



- La théorie des jeux s'intéresse à la manière dont au moins deux joueurs – ou parties – choisissent des stratégies les concernant tous simultanément (Samuelson et Nordhaus), l'hypothèse essentielle de cette théorie étant que chacun cherche à maximiser ses gains (selon le **principe de rationalité**). Dans un « jeu », le gain de chacun dépend tout autant des décisions des autres que de sa propre décision. Ceci suppose donc que la stratégie adoptée par chaque joueur repose sur un minimum d'anticipations et de « croyances » sur ce que vont faire les autres joueurs. En bref, il s'agit pour un joueur d'adopter une stratégie lui permettant de maximiser ses gains en tenant compte de ce que pourraient faire les autres joueurs, sachant que ceux-ci anticipent aussi la stratégie que ce joueur est susceptible d'adopter

# Historique



- La théorie des jeux n'est devenue une branche importante des mathématiques qu'à partir des années [1940](#), particulièrement après la publication en [1944](#) de la *Théorie des jeux et du comportement économique* (*Theory of Games and Economic Behavior*) par [John von Neumann](#) et [Oskar Morgenstern](#).
- Vers [1950](#), [John Nash](#) a présenté une définition d'une stratégie optimale pour un jeu à plusieurs joueurs, dite [équilibre de Nash](#).



- John Forbes Nash est l'auteur d'une théorie des jeux qui aide à prévoir et à comprendre les comportements.



# Le dilemme du prisonnier



- Le **dilemme du prisonnier** est un exemple célèbre de la [théorie des jeux](#). Dans ce jeu, comme dans bien d'autres, il est fait l'hypothèse que chaque joueur ici appelé « prisonnier » essaye de maximiser ses bénéfices sans tenter d'en faire autant avec ceux de l'autre joueur.
- La forme habituelle de ce dilemme est celle de deux prisonniers (complices d'un délit) retenus dans des cellules séparées et qui ne peuvent communiquer.
- si un des deux prisonniers dénonce l'autre, il est remis en liberté alors que le second obtient la peine maximale (10 ans) ;
- si les deux se dénoncent entre eux, ils seront condamnés à une peine plus légère (5 ans) ;
- si les deux refusent de dénoncer, la peine sera minimale (6 mois), faute d'éléments au dossier.

# Le dilemme du prisonnier



- La première expérience du dilemme du prisonnier a été réalisée en [1950](#) par [Melvin Dresher](#) et [Merill Flood](#), qui travaillaient alors pour la [RAND Corporation](#). Par la suite, [Albert W. Tucker](#) la présenta sous la forme d'une histoire :
- Deux suspects sont arrêtés par la police. Mais les agents n'ont pas assez de preuves pour les inculper, donc ils les interrogent séparément en leur faisant la même offre.  
*« Si tu dénonces ton complice et qu'il ne te dénonce pas, tu seras remis en liberté et l'autre écopera de 10 ans de prison. Si tu le dénonces et lui aussi, vous écoperez tous les deux de 5 ans de prison. Si personne ne se dénonce, vous aurez tous deux 6 mois de prison. »*



# Le dilemme du prisonnier



- Chacun des prisonniers réfléchit de son côté en considérant les deux cas possibles de réaction de son complice.
- « *Dans le cas où il me dénoncerait :*
  - *Si je me tais, je ferai 10 ans de prison ;*
  - *Mais si je le dénonce, je ne ferai que 5 ans. »*
- « *Dans le cas où il ne me dénoncerait pas :*
  - *Si je me tais, je ferai 6 mois de prison ;*
  - *Mais si je le dénonce, je serai libre. »*
- « *Quel que soit son choix, j'ai donc intérêt à le dénoncer. »*

# Le dilemme du prisonnier



- Si chacun des complices fait ce raisonnement, les deux vont probablement choisir de se dénoncer mutuellement, ce choix étant le plus empreint de rationalité. Conformément à l'énoncé, ils écoperont dès lors de 5 ans de prison chacun. Or, s'ils étaient tous deux restés silencieux, ils n'auraient écopé que de 6 mois chacun. Ainsi, lorsque chacun poursuit son intérêt individuel, le résultat obtenu n'est pas optimal au sens de Vilfredo Pareto.

# Le dilemme du prisonnier



- Ce problème modélise bien les questions de politique tarifaire : le concurrent qui baisse ses prix gagne des parts de marché et peut ainsi augmenter ses ventes et accroître éventuellement son bénéfice... mais si son concurrent principal en fait autant, les deux peuvent y perdre.
- Le dilemme du prisonnier est utilisé par les économistes, les mathématiciens, les psychologues, les sociologues et les spécialistes de science politique. Le paradigme correspondant est également mentionné en philosophie et dans le domaine des sciences cognitives.

# Le jeu de la Poule-mouillée



- L'appellation « Poule-mouillée » est tirée du « jeu » automobile :
- Deux voitures se lancent l'une vers l'autre, prêtes à se rentrer dedans. Chaque joueur peut dévier et éviter la catastrophe (coopération) ou garder le cap au risque de la collision (défection).
- On trouve des exemples concrets dans beaucoup de situations quotidiennes : l'entretien de la maison commune à un couple, par exemple, ou l'entretien d'un système d'irrigation entre deux fermiers. Chacun peut l'entretenir seul, mais ils en profitent tous les deux autant. Si l'un d'entre eux n'assure pas sa part d'entretien, l'autre a toujours intérêt à le faire à sa place, pour continuer à arroser. Par conséquent, si l'un parvient à établir une réputation d'indélicat dominant - c'est-à-dire si l'habitude est prise que ce soit toujours l'autre qui s'occupe de l'entretien - il sera susceptible de maintenir cette situation.

# Le jeu de la Poule-mouillée



- Cet exemple peut également s'appliquer en politique internationale, dans la situation où deux États entretiennent un différend qui est susceptible de déboucher sur une guerre. Passer pour une poule mouillée est une garantie d'être ultérieurement confronté à nouveau à la même situation (comme la [France](#) et la [Grande-Bretagne](#) le constatèrent avant [1939](#)), mais maintenir une réputation suppose une dépense (entretien militaire) et des risques (guerre toujours possible).