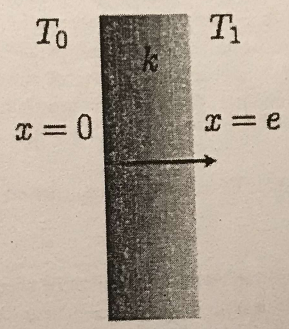
SERIE3 : TRAVAUX DIRIGÉS SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION

EXERCICE 1 :

Considérons un mur d'épaisseur e et de longueur infini. On suppose que le mur est homogène de conductivité thermique constante k. On impose sur les parois de ce mur des températures fixes : T_0 à gauche et T_1 à droite (voir figure ci-contre).



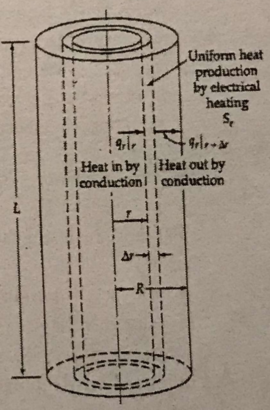
1. En utilisant les données ci-dessus, justifier que le problème pourra être étudié dans une seule dimension.
2. Montrer alors que l'équation de la chaleur se réduit à

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

3. Résoudre cette équation et trouver la constante d'intégration en utilisant les conditions aux limites telles qu'elles sont indiquées dans la figure 1.
4. En déduire que le flux est constant et ne dépend que de T_0 , T_1 , k et e. Commenter le résultat trouvé.

EXERCICE 2 :

Nous considérons est un fil électrique de section circulaire de rayon R et la conductivité électrique σ, en $\Omega^{-1}cm^{-1}$. A travers ce fil, il y a un courant électrique avec une densité de courant I en A/cm^2. La transmission d'un courant électrique est un processus irréversible, et une partie de l'énergie électrique est convertie en chaleur (énergie thermique). Le taux de production de chaleur par unité de volume est donné par l'expression :



$$S_e = \frac{I^2}{\sigma}$$

La quantité S_e est la source de chaleur résultant de la dissipation électrique. Nous supposons ici que l'élévation de température dans le fil n'est pas si grande que la dépendance en température de la conductivité thermique ou électrique doit être envisagée. La surface du fil est maintenue à une température T_0.

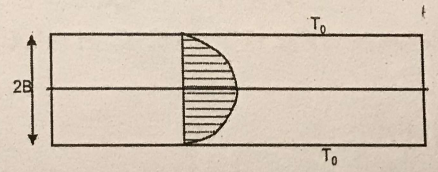
1. Écrivez l'équation différentielle décrivant le flux q_r dans le fil.
2. Intégrer l'équation différentielle trouvée et trouver l'expression finale du flux de chaleur q_r
3. En utilisant la loi de Fourier, trouvez l'équation différentielle décrivant la température dans le fil.
4. Intégrer l'équation différentielle trouvée et trouver la constante d'intégration en supposant que la paroi(r=R) est maintenue à une température fixe T_0.
5. À quel endroit du fil la température est maximale? Et quelle est son expression?
6. Répéter la question 4, en supposant que T_0 n'est pas connue, mais le flux de chaleur à la paroi est donnée par la «loi de refroidissement" de Newton suivante :

$$q(r = R) = h(T - T_{air})$$

Pour simplifier, on suppose que le coefficient de transfert de chaleur h, et la température de l'air ambiant T_{air} sont connus.

EXERCICE 3 : Problème de Brinkman: lubrification et dissipation visqueuse

la viscosité cause toujours une élévation de température car la friction des molécules engendre une « dégradation » en énergie thermique. Cette élévation est causée par de sources internes sous forme de dissipation visqueuse.



Cependant, cette elevation est presque toujours négligeable sauf dans des cas bien connus, c 'est le cas par exemple des couches de lubrifiant dans un moteur.

On considère deux plaques parallèles entre lesquelles s'écoule un fluide. On désigne par W la largeur, L la longueur et 2B la distance entre les deux plaques. Le profil de vitesse entre les deux plaques est donné par : (voir cours de mécanique des fluides)

$$v_z = V_{max}\left[1-\left(\frac{x}{B}\right)^2\right]$$

Le taux de dissipation visqueuse est donné par:

$$S_v = \mu\left(\frac{dv_z}{dx}\right)^2$$

L'objectif de cet exercice est de chercher le profil thermique causé par la dissipation visqueuse, ce qui peut devenir un problème majeur dans plusieurs applications

1. Écrivez l'équation différentielle décrivant le flux q entre les deux plaques.
2. En utilisant la loi de Fourier, trouvez l'équation différentielle décrivant la température entre les deux plaques.
3. Intégrer l'équation différentielle trouvée et trouver les constantes d'intégration en supposant que les deux plaques(x=B et x=-B) sont maintenues à une température fixe T_0.
4. À quel endroit la température est maximale? Et quelle est son expression?
5. En divisant toute cette équation de la température maximale par T_0 on obtiendra un groupe adimensionel. Ce nombre est celui de Brinkman, il représente le rapport entre les forces de dissipation visqueuses et la capacité de dissiper cette chaleur par conduction. Il donné par la relation suivante : $Br = \dfrac{\mu v_{max}^2}{kT_0}$

   Par une analyse analyse dimensionnelle, vérifier que Br est un nombre adimensionel(sans unité)

   L'analyse dimensionnelle est un outil théorique servant à interpréter les problèmes à partir des dimensions des grandeurs physiques mises en jeu, c'est-à-dire de leur nature intrinsèque : longueur, durée, masse, intensité électrique, etc.
6. Prenons le cas de deux fluides usuels, l 'eau et une huile, qui s'écoulent entre deux plaques. On remarque, à partir de la question 4, que le maximum de température ne dépend pas de l 'épaisseur B. Ces deux fluides ont une vitesse maximale de 20 m/sec et les parois sont maintenues à une température T_0=293K.

   On donne :

   - la viscosité de l'eau et de l'huile 0.001 kg/m.s et 0.1 kg/m.s, respectivement.
   - La conductivité thermique de l'eau et de l'huile 0.6 W/m.C et 0.3 W/m.C, respectivement.

   a. calculer le nombre de Brinkman pour les deux fluides.
   b. calculer l'élévation detempérature pour les deux fluides.
   c. Que peut on conclure