UNIVERSITÉ INTERNATIONALE DE CASABLANCA

Nous innovons pour votre réussite !

HYDRAULIQUE GENERALE

APPLICATIONS

Abderrazak Ramadane, M. ing., Ph.D.

Filière génie civil

Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Application 1.1

L'eau de masse volumique $\rho = 1000 kg/m^3$ à 4°C s'écoule avec une vitesse moyenne V=1,0m/s dans une conduite de diamètre D=0,6m.
Il faut calculer les débits volumique et massique.

$$\dot{m} = \int_A \rho \, v \, dA$$

Lorsque le fluide est homogène et incompressible, cette relation devient $\dot{m} = \rho Q$ où Q est le débit volumique. En système international, le débit massique est exprimé en kg/s.

Application 1.1

L'eau de masse volumique $\rho = 1000kg/m^3$ à 4°C s'écoule avec une vitesse moyenne $V=1{,}0m/s$ dans une conduite de diamètre $D=0{,}6m$.
Il faut calculer les débits volumique et massique.

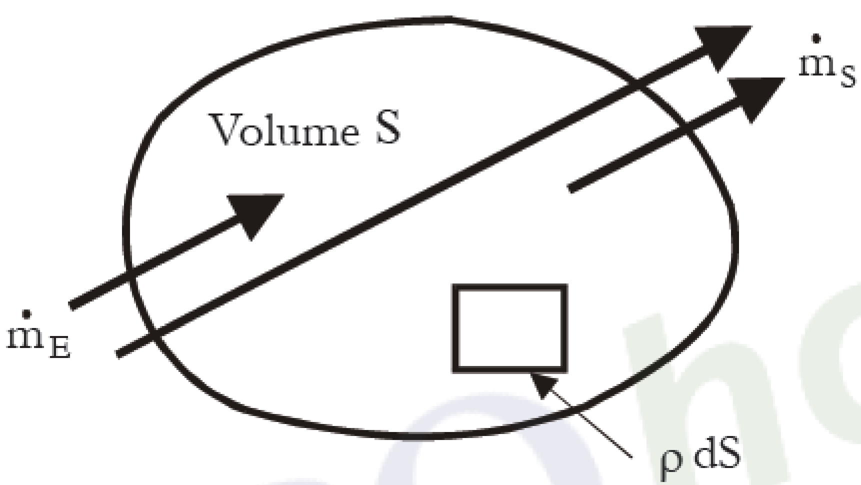
Réponses :
Le débit volumique Q se calcule par la relation (1.3) :
$Q = AV = V(\pi D^2/4) = [\pi(0{,}6m)^2/4]\cdot 1{,}0m/s = 0{,}2826m^3/s$

Le débit massique $\dot{m}$ se calcule par la relation (1.4) :
$\dot{m} = \rho Q = 1000kg/m^3 \cdot 0{,}2826m^3/s = 282{,}6kg/s$

L'équation de continuité : Forme intégrale

L'équation de continuité traduit le principe selon lequel la matière ne peut ni disparaître ni être créée. Cette équation exprime en termes comptables que dans un temps dt, la quantité de matière qui entre dans un volume de contrôle est égale à celle qui en sort plus celle qui s'y accumule

$$\dot{m}_E = \dot{m}_S + \frac{\partial m}{\partial t}$$



Application 1.1

L'eau de masse volumique $\rho = 1000 kg/m^3$ à 4°C s'écoule avec une vitesse moyenne $V=1,0 m/s$ dans une conduite de diamètre $D=0,6 m$.
Il faut calculer les débits volumique et massique.

Application 1.1

L'eau de masse volumique $\rho = 1000 kg/m^3$ à 4°C s'écoule avec une vitesse moyenne $V=1,0m/s$ dans une conduite de diamètre $D=0,6m$.
Il faut calculer les débits volumique et massique.

Réponses :
Le débit volumique Q se calcule par la relation (1.3) :
$$Q = AV = V(\pi D^2/4) = [\pi(0,6m)^2/4] \cdot 1,0m/s = 0,2826m^3/s$$

Le débit massique $\dot{m}$ se calcule par la relation (1.4) :
$$\dot{m} = \rho Q = 1000kg/m^3 \cdot 0,2826m^3/s = 282,6kg/s$$

Application 1.2

Une rivière apporte un débit $Q_E = 100 m^3/s$ à un barrage hydroélectrique. Le débit turbiné est $Q_S = 200 m^3/s$. 1) Quel est le taux de variation de stockage dans le réservoir dans ces conditions?
2) Si le stockage au jour j est $S_j = 100 hm^3$, quel est le stockage S_{j+1} au jour j+1 ?

Application 1.2

Une rivière apporte un débit $Q_E = 100m^3/s$ à un barrage hydroélectrique. Le débit turbiné est $Q_S = 200m^3/s$. 1) Quel est le taux de variation de stockage dans le réservoir dans ces conditions?
2) Si le stockage au jour j est $S_j = 100hm^3$, quel est le stockage S_{j+1} au jour j+1 ?

Réponses :

$\frac{\partial}{\partial t}(S) = Q_E - Q_S = 100m^3/s - 200m^3/s = -100m^3/s$. Le réservoir se vide à un taux de $100m^3/s$.

$$S_{j+1} = S_j - [100m^3/s \cdot (24h/j \cdot 3600s/h)]/(10^6m^3/hm^3) = 91{,}36hm^3.$$

Application 1.3

Dans un système de distribution d'eau potable (fig. 1.6), la vitesse maximale ne doit pas excéder 3,0m/s. Si cette condition est respectée dans la première conduite de diamètre $D_1 = 0{,}6$m, le sera-t-elle dans la seconde conduite de diamètre $D_2 = 0{,}3$m?

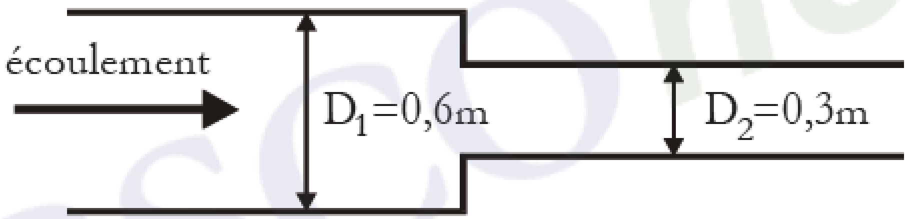


Fig. 1.6 Rétrécissement de diamètre

Application 1.3

Dans un système de distribution d'eau potable (fig. 1.6), la vitesse maximale ne doit pas excéder 3,0m/s. Si cette condition est respectée dans la première conduite de diamètre $D_1 = 0{,}6$m, le sera-t-elle dans la seconde conduite de diamètre $D_2 = 0{,}3$m?

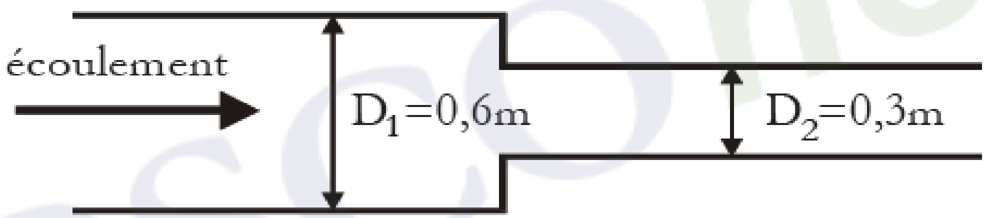
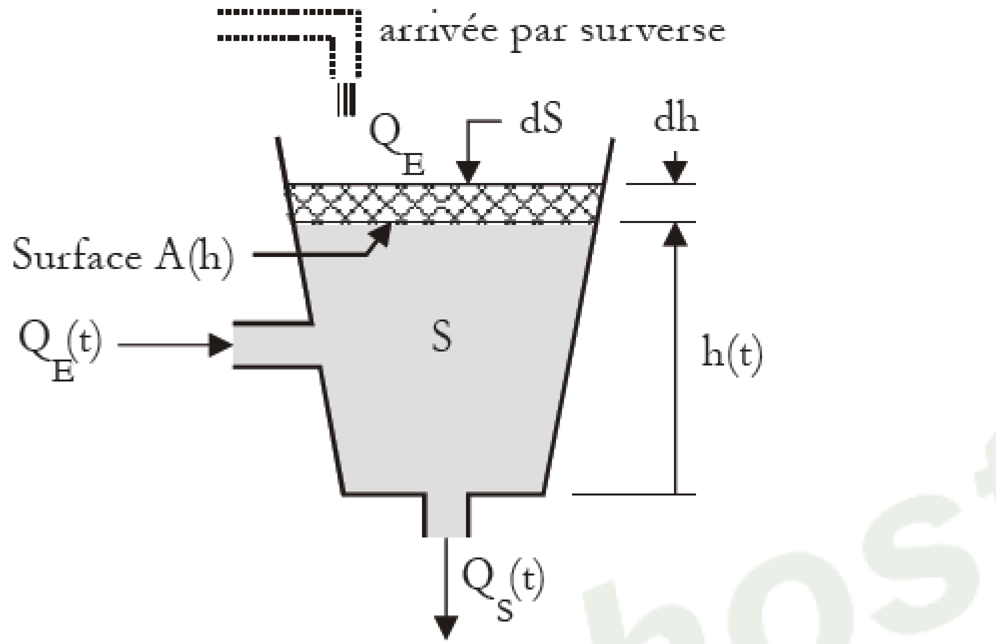


Fig. 1.6 Rétrécissement de diamètre

$\dfrac{V_1}{V_2} = \left(\dfrac{D_2}{D_1}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$ donc $V_2 = 4V_1$. Si la vitesse $V_1 = 3{,}0$m/s, la vitesse $V_2 = 12$m/s. Cette valeur est supérieure à la limite permise.

Application de l'équation de continuité aux réservoirs



$$dS = A(h)dh$$ **(S Volume)**

$$A(h)\frac{dh}{dt} = Q_E(t) - Q_S(t).$$

Application 1.4

Une conduite circulaire, de diamètre D_2 = 0,6m, draine l'eau d'un réservoir de forme circulaire, de diamètre D_1= 6,0m (fig. 1.8).

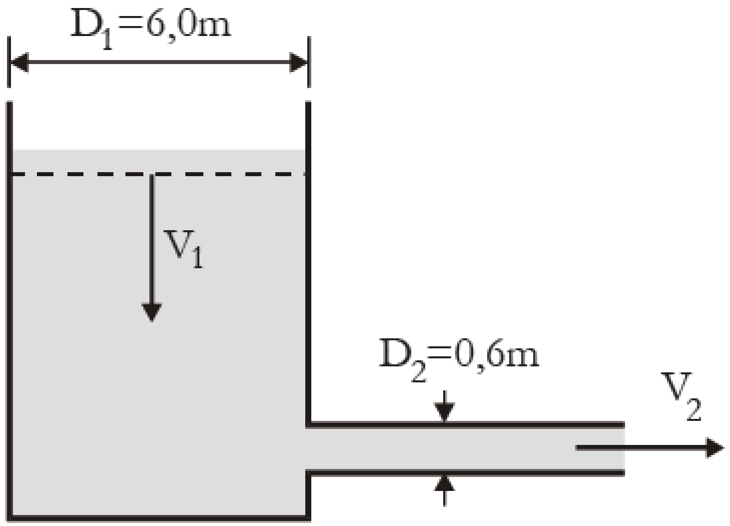


Fig. 1.8 Écoulement d'un réservoir vers une conduite

Application 1.4

Une conduite circulaire, de diamètre D_2 = 0,6m, draine l'eau d'un réservoir de forme circulaire, de diamètre D_1= 6,0m (fig. 1.8).

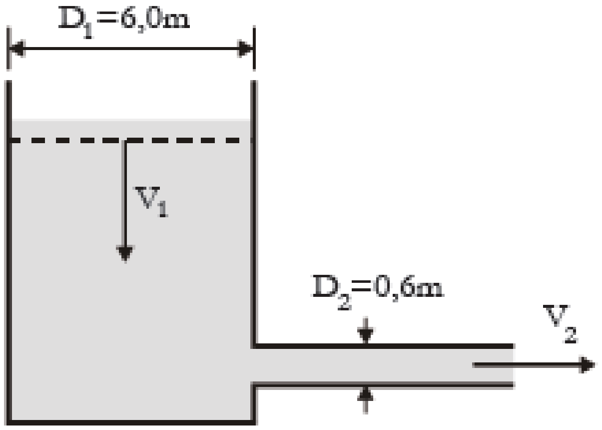


Fig. 1.8 Écoulement d'un réservoir vers une conduite

Comparer la vitesse V_2 de l'eau dans la conduite avec la vitesse V_1 de descente de l'eau dans le réservoir.

Réponse :

L'équation (1.10), appliquée entre la section d'entrée où la vitesse est V_1 et une section quelconque de la conduite où la vitesse est V_2 , donne :

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = 0,01$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = 0,01$$

La vitesse de descente de l'eau dans le réservoir est cent fois plus faible que la vitesse de l'eau dans la conduite. C'est pour cette raison que la vitesse d'écoulement sera considérée, à toute fin pratique, nulle dans les grands réservoirs. Cette hypothèse se trouve encore appuyée par le fait que la vitesse intervient par son carré dans l'équation d'énergie. Ainsi, la dernière relation trouvée s'écrit :

$$\frac{V_1^2}{2g} = 0,0001\frac{V_2^2}{2g}$$

Comme la vitesse V_2 dans la conduite doit idéalement être de l'ordre de 1m/s et ne doit pas excéder 3m/s pour limiter les surpressions lors d'un changement brusque du débit, le terme d'énergie cinétique $V_1^2/2g$ est de l'ordre de 0,005mm.

Application 1.5

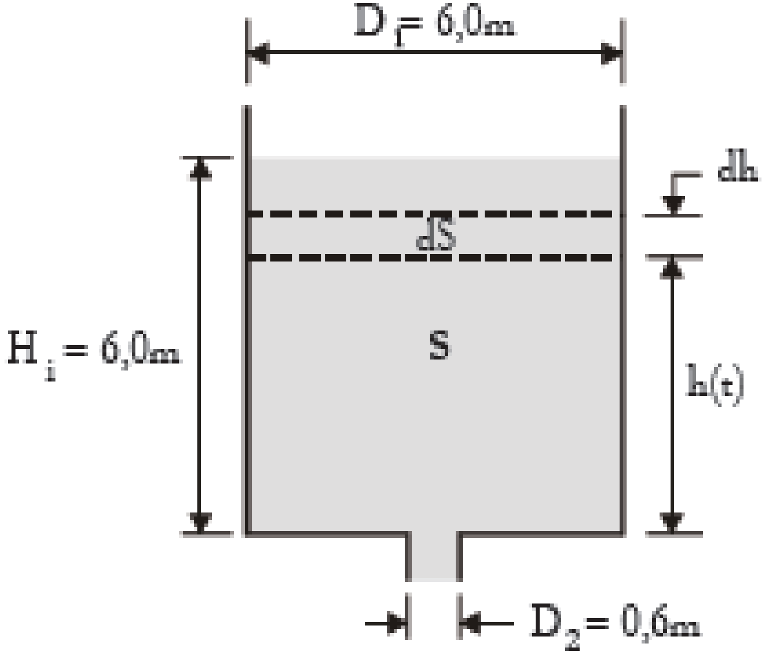


Fig. 1.9 Vidange de réservoir

On considère un réservoir circulaire de diamètre D_1 = 6,0m muni à son fond d'un orifice de vidange circulaire de diamètre D_2 = 0,6m (fig. 1.9). Initialement, ce réservoir est rempli jusqu'à une hauteur initiale H_i = 6,0m. Quel est le temps de vidange nécessaire pour réduire la hauteur de moitié et l'amener à une hauteur finale H_f = 3,0m?

L'équation de continuité s'écrit : $\frac{dS}{dt} = Q_E - Q_S$. Dans cette équation :

$$dS = A_1 dh = \frac{\pi D_1^2}{4} dh, \quad Q_E = 0, \quad Q_S = V_2 A_2 = \pi \frac{D_2^2}{4} \sqrt{2gh}.$$

Compte tenu de ces relations, l'équation de continuité devient : $D_1^2 \frac{dh}{dt} = -D_2^2 \sqrt{2gh}$. Pour intégrer cette équation on procède par séparation des variables : $\int_{H_i}^{H_f} \frac{dh}{\sqrt{h}} = -\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \sqrt{2g} \int_0^{t_{vidange}} dt$. Donc,

$$t_{vidange} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \sqrt{\frac{2}{g}} \left(\sqrt{H_i} - \sqrt{H_f}\right)$$

Numériquement : $t_{vidange} = \left(\frac{6}{0,6}\right)^2 \sqrt{\frac{2}{9,81}} \left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right) = 32,4s.$

Normalement le temps de vidange est plus long car la section d'écoulement à la sortie de l'orifice est contractée et elle est plus faible que A_2. Compte tenu des pertes de charge, la vitesse d'écoulement est plus faible que V_2. Cet aspect est traité dans le chapitre 6.