Devoir à Rendre : Probabilités

Omar MHAIMDAT

Exercice 1 :

1. $P(A) = P(B) = 0{,}9$

$$P(A \cup B) \leq 1$$
$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$
$$P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$$
$$P(A \cap B) \geq 1{,}8 - 1$$
$$P(A \cap B) \geq 0{,}8$$

2. $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

Exercice 2 :

Trois combinaisons sont possibles :

m	f	f	m	m	f	m	m	m

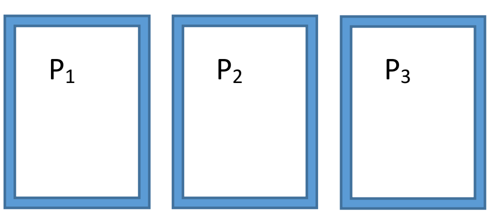
Chaque case comporte deux possibilités, ou bien Fille ou Garçon.

Donc si on essaye de prendre le contraire de « au moins un garçon » :

$\Rightarrow 1 - (\frac{1}{2})^3 = \frac{7}{8}$

Exercice 3 :

1. Nous avons trois portes :



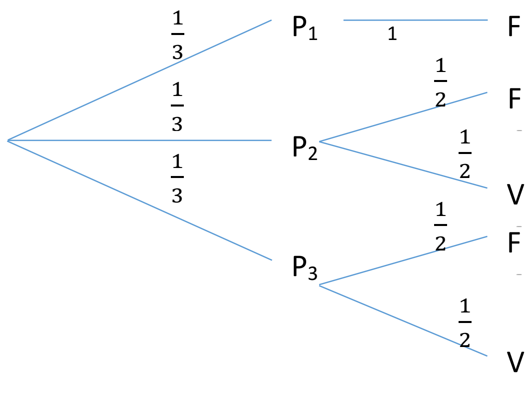
Chaque porte a une probabilité égale de contenir la voiture donc :

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

2. À partir du moment que l'une des portes a été ouverte et ne contient pas la voiture, il est assez trivial de considérer que l'autre porte à une probabilité égale à :

$$P(B) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

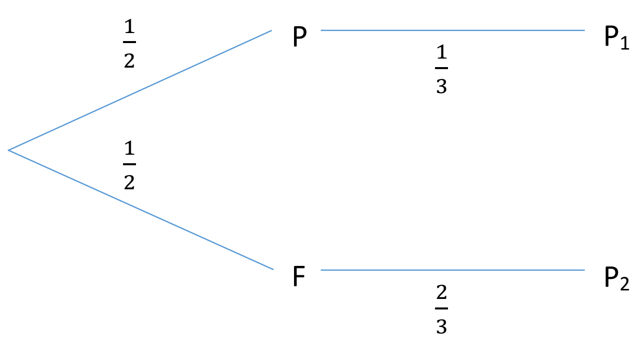
On peut aussi écrire le problème sous forme d'arbre :



$$P(F) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P(V) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

3.



$$P(C) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1}{2}$$

Exercice 4 :

$$\int_{200}^{300} \frac{200}{x^2}\,dx = 200\int_{200}^{300} \frac{1}{x^2}\,dx = -200\left[\frac{1}{x}\right]\begin{matrix}300\\200\end{matrix} = \frac{1}{3}$$

Donc p = $\frac{1}{3}$

$$C\begin{matrix}2\\5\end{matrix}p^2(1-p)^2 = 0{,}35$$

Exercice 5 :

1.

$$\int_{2}^{\infty} e^{-x}\,dx = [-e^{-x}]\begin{matrix}\infty\\2\end{matrix} = e^{-2}$$

$$\int_{2}^{\infty} 2.\,e^{-2x}\,dx = [-e^{-2x}]\begin{matrix}\infty\\2\end{matrix} = e^{-4}$$

$$P(D \geq 2) = 0{,}4.\,e^{-2} + 0{,}6.\,e^{-4} = 0{,}065$$

2. a)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \lambda e^{-\lambda x} & sinon \end{cases}$$

Avec $\lambda > 0$ et $\lambda = a \; ou \; \lambda = b$

La fonction est continue en tout point de D.

b) La loi de D est à densité avec F(x) :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 1 - e^{-\lambda x} & sinon \end{cases}$$

Avec $\lambda > 0$ et $\lambda = a \; ou \; \lambda = b$

c) Calculons Ɛ(D) = :

$$\int_{0}^{\infty} x.\,e^{-x}\,dx = \frac{1}{2} = 1$$

$$\int_{0}^{\infty} 2.\,x.\,e^{-2x}\,dx = 0{,}5$$

$$E(D) = 0{,}4.1 + 0{,}6.0{,}5 = 0{,}7$$

Exercice 6 :

1. Soit la loi Binomiale de paramètres (V, p) : B(V,p)
   L'espérance de Y : Ɛ(Y) = V.p
   La variance de Y : V(Y) = V.p.(1-p)
2. L'espérance de R : avec R = x.Y
   Ɛ(R) = x.Ɛ(Y) = x.V.p
   Sachant que p = e^{-cx}
   Alors : Ɛ(R) = x.V. e^{-cx}
   Le prix d'entrée qui maximise Ɛ(R) sera forcement $\frac{1}{c}$:
   Alors : Ɛ(R) = V. $\frac{1}{c.e}$
3. Avec la relation $\sqrt{V.p.(1-p)} + V.p$
   A.N : $n \geq 0{,}85$