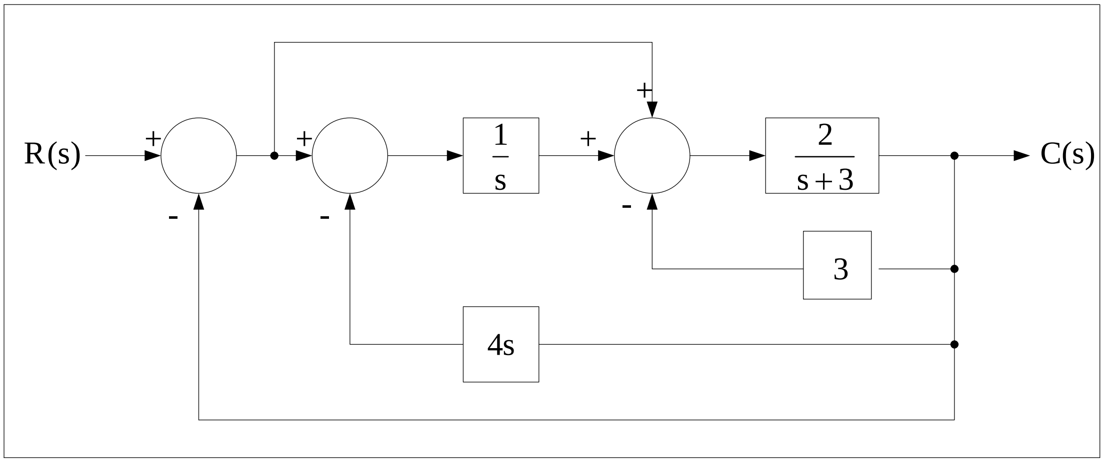
Problème 7.4

Le schéma bloc d'un système est donné à la figure ci-dessous :

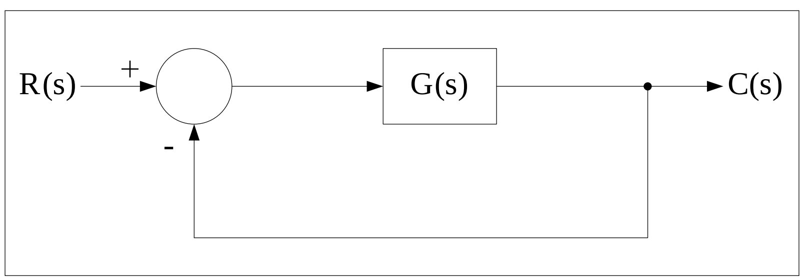


Déterminer l'erreur, e_{ss} en régime permanent pour les consignes suivantes :

1) r(t) = 15u(t)
2) r(t) = 15tu(t)
3) r(t) = $15t^2$u(t).

Solution

Avant de déterminer les différentes erreurs on réduit schéma bloc donné sous la forme suivante :



Dans ce cas on peut démontrer que :

$$G(s) = \frac{2(s+1)}{s(s+17)}$$

1) Calcul de Calcul de l'erreur quand r(t)=15u(t)

Ici r(t) est un signal de type échelon. La transformée de Laplace correspondante est :

$$R(s) = \frac{15}{s}$$

L'erreur en régime permanent est :

$$e_{ss,éch} = \frac{15}{1+K_p},$$

Où

$$K_p = \lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{2(s+1)}{s(s+17)} = \infty$$

Donc,

$$e_{ss,éch} = \frac{15}{\infty} = 0$$

2) Calcul de l'erreur quand r(t)=15tu(t)

Ici r(t) est un signal de type rampe. La transformée de Laplace correspondante est :

$$R(s) = \frac{15}{s^2}$$

L'erreur en régime permanent est :

$$e_{ss,ram} = \frac{15}{K_v},$$

Où

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{2(s+1)}{s(s+17)} = \frac{2}{17}$$

Donc,

$$e_{ss,ram} = \frac{15(17)}{2} = 127{,}5$$

3) Calcul de l'erreur quand $r(t)=15t^2u(t)$

Ici r(t) est un signal de type parabole.

On a :

$$r(t) = 15t^2u(t) = 15(2)\frac{1}{2}t^2 = 30\frac{1}{2}t^2$$

La transformée de Laplace correspondante est :

$$R(s) = \frac{30}{s^3}$$

L'erreur en régime permanent est :

$$e_{ss,par} = \frac{30}{K_a},$$

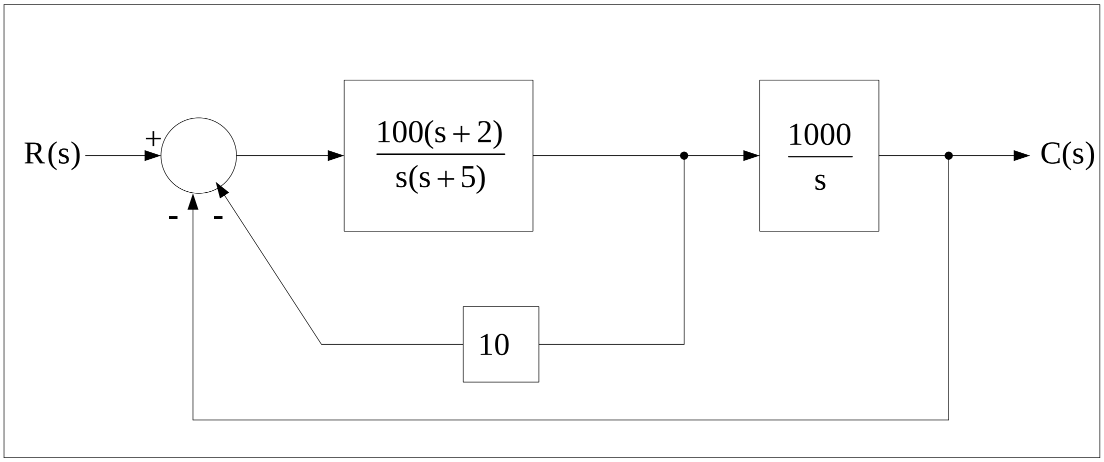
Où

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2G(s) = \lim_{s\to 0} s^2\frac{2(s+1)}{s(s+17)} = 0$$

Donc, $e_{ss,par} = \frac{30}{0} = \infty$

Problème 7.15

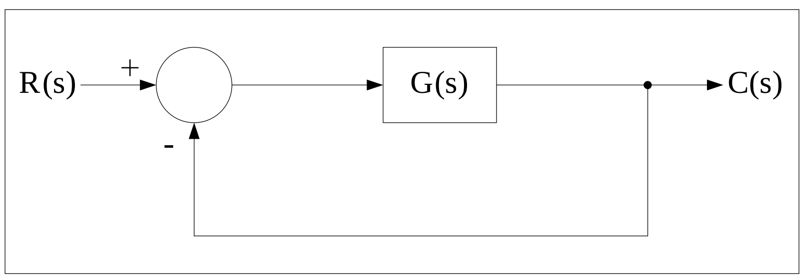
Le schéma bloc d'un système est donné à la figure ci-dessous :



Déterminer le type du système.

Solution

On réduit le schéma bloc donné sous la forme suivante :



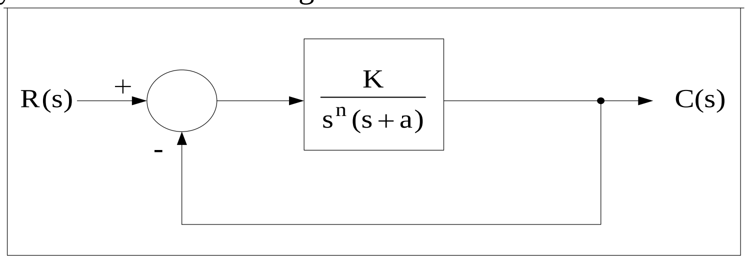
Dans ce cas on peut démontrer que :

$$G(s) = \frac{10^5 (s+2)}{s(s^2 + 1005s + 2000)}$$

Le dénominateur de $G(s)$ a **s** élevé à la puissance **1** en facteur. Donc, le système est de **type 1**.

Problème 7.30

Le schéma bloc d'un système est donné à la figure ci-dessous :



Déterminer les valeurs des paramètres **n, K et a** afin d'avoir les spécifications suivantes : un dépassement, %OS = 10% et la constante d'erreur en vitesse, $K_v = 100$.

Solution

1) **Calcul de n**

Comme on souhaite avoir K_v une constante (100 dans ce cas) le système doit être de **type 1**.
L'analyse du dénominateur de G(s) montre que pour avoir un système de **type 1 n** doit être égal à **1**.

2) **Calcul de K et a**

On sait que :

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{K}{s(s+a)} = \frac{K}{a}$$

D'après l'énoncé K_V=100. Donc,

$$\frac{K}{a} = 100 \quad (1)$$

Calculons le coefficient d'amortissement, ζ qui correspond à %OS = 10%.

$$\zeta = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS/100)}} = \frac{-\ln(0.1)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(0.1)}} \approx 0.6$$

Pour établir la relation qui existe entre ζ et les paramètres K et a déterminons d'abord la fonction de transfert du système en boucle fermée :

$$G_{bf}(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{K}{s^2 + as + K}$$

Comparons $G_{bf}(s)$ avec la forme standard de la fonction de transfert, $G_{st}(s)$ d'un système du deuxième ordre :

$$G_{st}(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

La comparaison donne les relations suivantes:

$$k = 1 \qquad (2)$$

$$\omega_n = \sqrt{K} \quad (3)$$

$$a = 2\zeta\omega_n = 2\zeta\sqrt{K} \qquad (4)$$

En tenant compte de (1) et (4) on a :

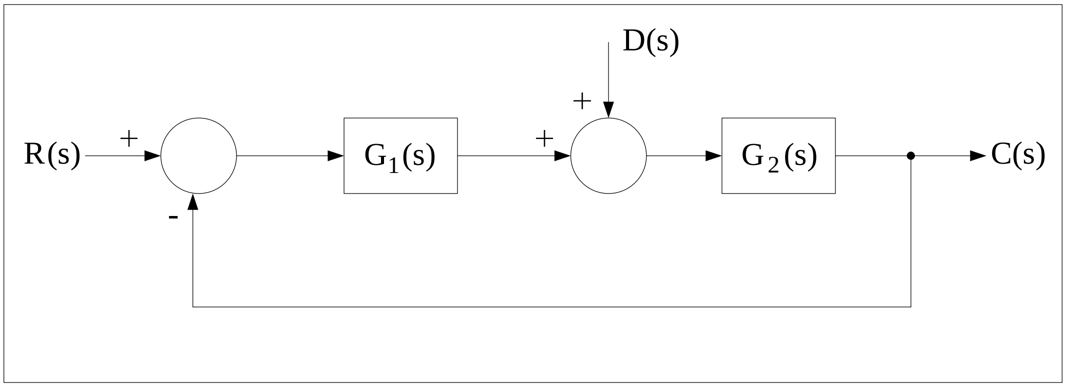
$$K = (2\zeta 100)^2 = (2.0{,}6.100)^2 = 1{,}44.10^4$$

En tenant compte de la valeur de K, l'équation (1) donne :

$$a = K/100 = 144\,.$$

Problème 7.39

Le schéma bloc d'un système est donné à la figure ci-dessous :



0ù : $G_1(s) = \dfrac{K_1(s+2)}{(s+3)}$ et $G_2(s) = \dfrac{K_2}{s(s+4)}$.

Déterminer les valeurs des paramètres K_1 et K_2 afin d'avoir les spécifications suivantes : une erreur statique e_{ssD} égale à -0,000012 due à une perturbation de type échelon unitaire et une erreur statique e_{ssR} égale à 0,003 pour une entrée de type rampe unitaire.

Solution

1) Calcul de K_1

L'erreur e_{ssD} est :

$$e_{ssD} = -\lim_{s\to 0}\frac{sG_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}D(s),$$

Où $D(s) = \dfrac{1}{s}$ (Transformée de Laplace de la perturbation qui est un échelon unitaire dans ce cas).

En tenant compte de l'expression de D(s) on a :

$$e_{ssD} = -\lim_{s\to 0}\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)} = -\frac{1}{\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{1}{G_2(s)} + \lim\limits_{s\to 0}G_1(s)}$$

En tenant compte des expressions de $G_1(s)$ et de $G_2(s)$ on a :

$$e_{ssD} = -\frac{1}{0+\dfrac{2K_1}{3}} = -\frac{3}{2K_1}$$

D'après l'énoncé $e_{ssD} = -0{,}000012$. Donc :

$$-\frac{3}{2K_1} = -0{,}000012 \Rightarrow K_1 = 125000$$

2) Calcul de K_2

L'erreur e_{ssR} est :

$$e_{ssR} = \lim_{s\to 0} \frac{s}{1+G_1(s)G_2(s)} R(s)\,,$$

Où $R(s) = \frac{1}{s^2}$ (Transformée de Laplace de l'entrée qui est une rampe unitaire dans ce cas).
En tenant compte de l'expression de R(s) on a :

$$e_{ssR} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s(1+G_1(s)G_2(s))} = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s + \lim\limits_{s\to 0} sG_1(s)G_2(s)}$$

En tenant compte des expressions de $G_1(s)$ et de $G_2(s)$ on a :

$$e_{ssR} = \frac{1}{0+\frac{2K_1K_2}{12}} = \frac{6}{K_1K_2}$$

D'après l'énoncé $e_{ssR} = 0{,}003$. Donc :

$$\frac{6}{K_1K_2} = 0{,}003 \Rightarrow K_2 = \frac{6}{0{,}003K_1}$$

En tenant compte de la valeur de K_1 trouvée précédemment on trouve :

$$K_2 = 0{,}016\,.$$