

Circuits Magnétiques

Définitions

- Circuit magnétique
- Force magnéto motrice
- Réluctance
- Loi d'Hopkinson
- Caractéristiques des aimants permanents

Circuits Magnétiques

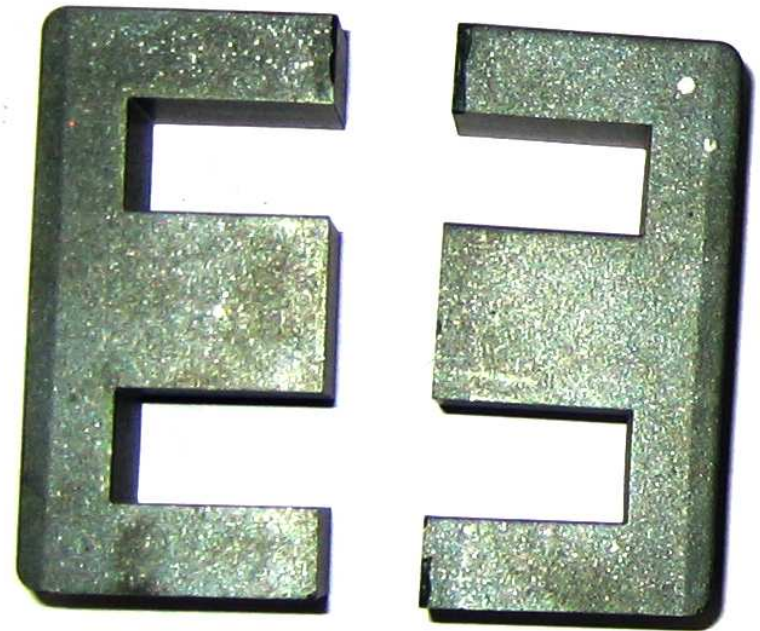
Définitions

Ensemble fermé de matériaux magnétiques à haute perméabilité

Chemin privilégié pour le flux d'induction magnétique

Exemples :
circuit magnétique de
transformateur

Tore :



Circuits Magnétiques

Autres exemples



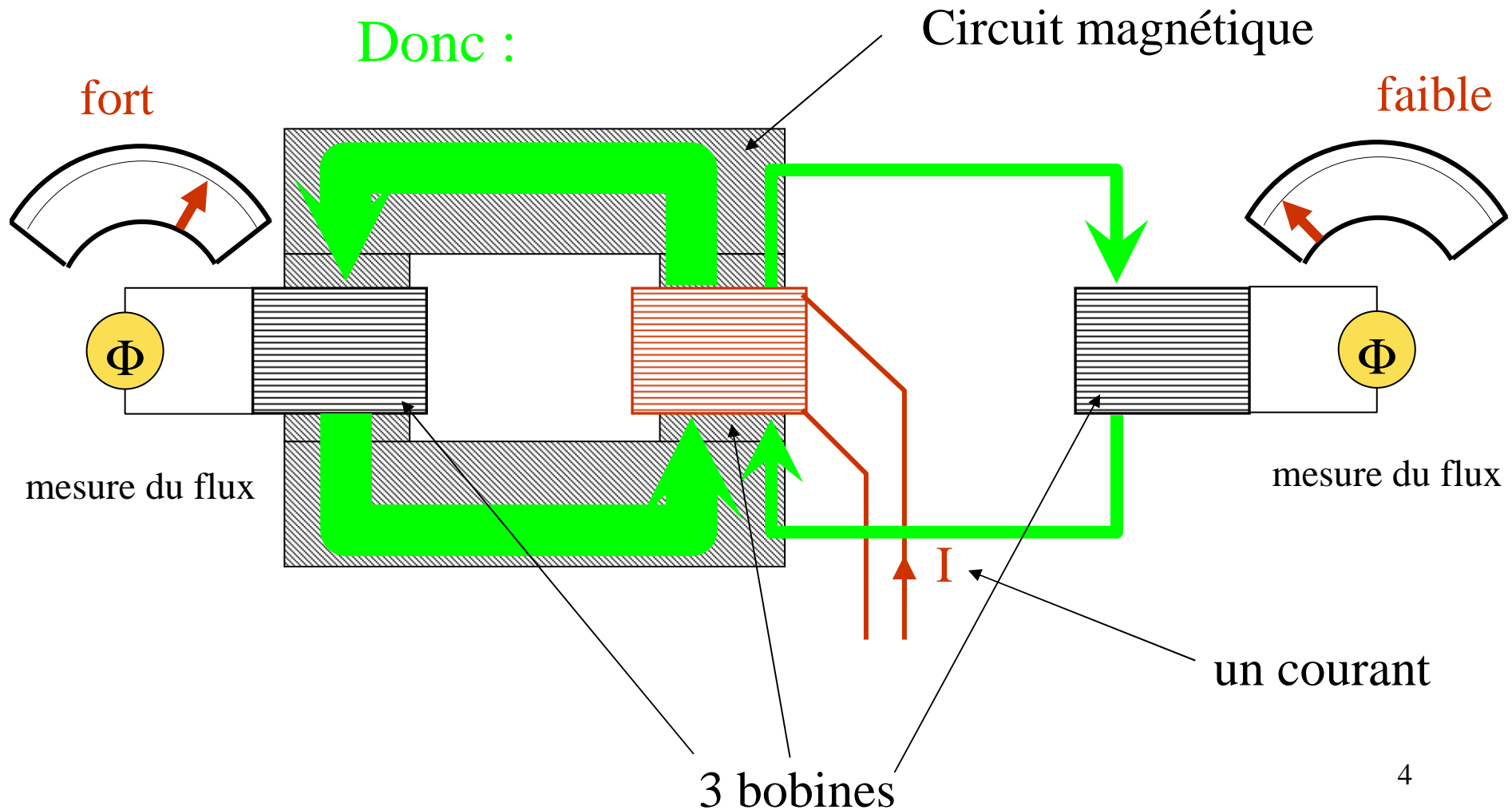
Circuit magnétique
d'alimentation à découpage
(ferrite)



Empilement de tôles

Circuits Magnétiques

Mise en évidence



Circuits Magnétiques

Définitions

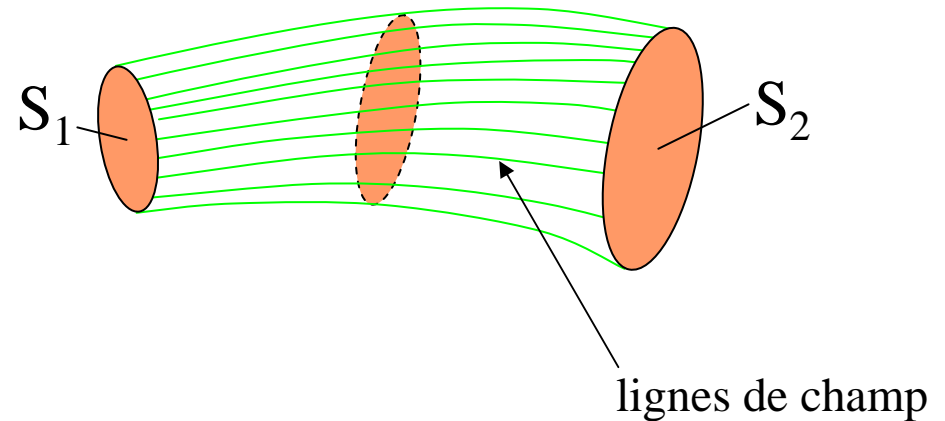
Cas général

- Chemin privilégié du flux d'induction magnétique
- Caractérisation du “bon” conducteur magnétique :
perméabilité magnétique μ élevée
(remarque : $\mu \neq \text{Cte}$)

Circuits Magnétiques

Circuit Magnétique Parfait (C.M.P.)

il se confond avec le tube d'induction :



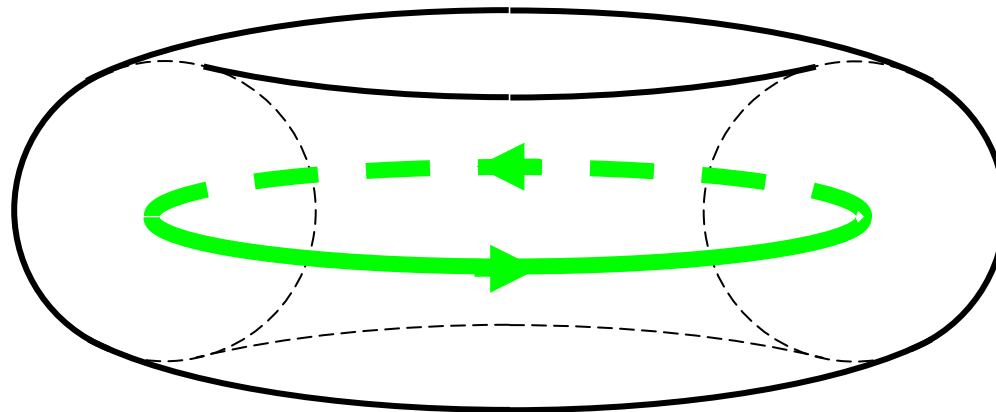
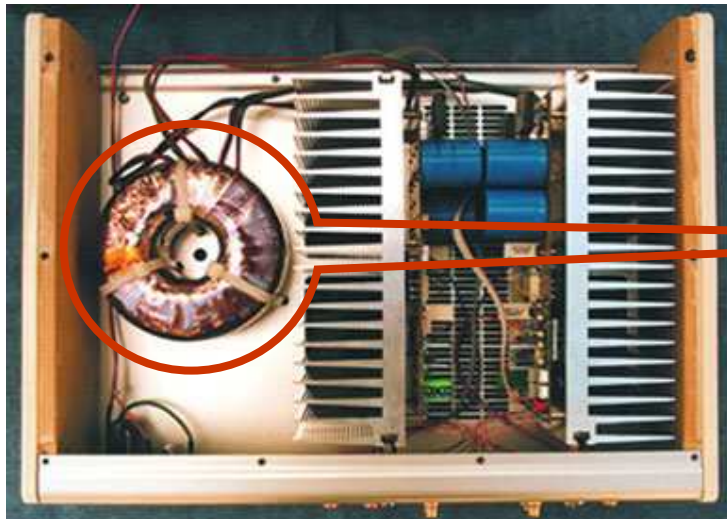
Le flux est le même sur toutes sections d'un C.M.P.

$$\phi = \int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Un tore de matériau à haute perméabilité est pratiquement un C.M.P.

Circuit Magnétique Parfait (C.M.P.)

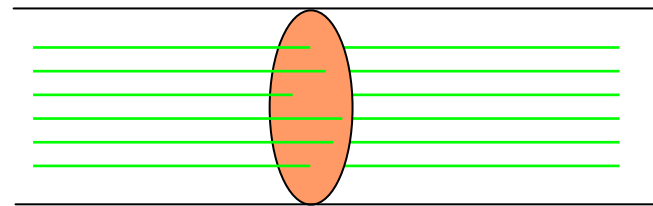
Exemple: Transformateur torique



Circuits Magnétiques

Circuit Magnétique Parfait Filiforme (C.M.P.F.)

- Induction uniforme sur toute section droite

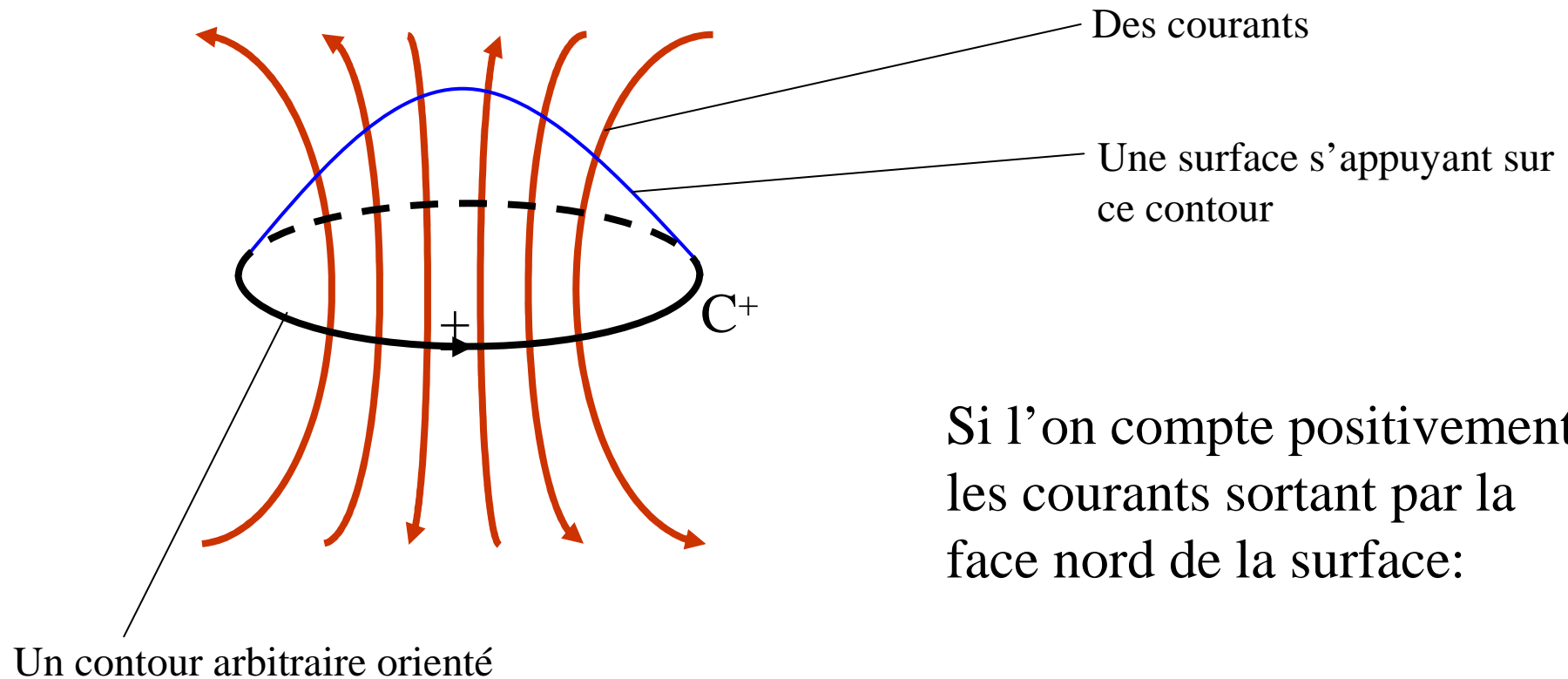


- Lignes de champs perpendiculaires aux sections droites

Définitions

Force Magnéto Motrice

Rappel du théorème d'Ampère :



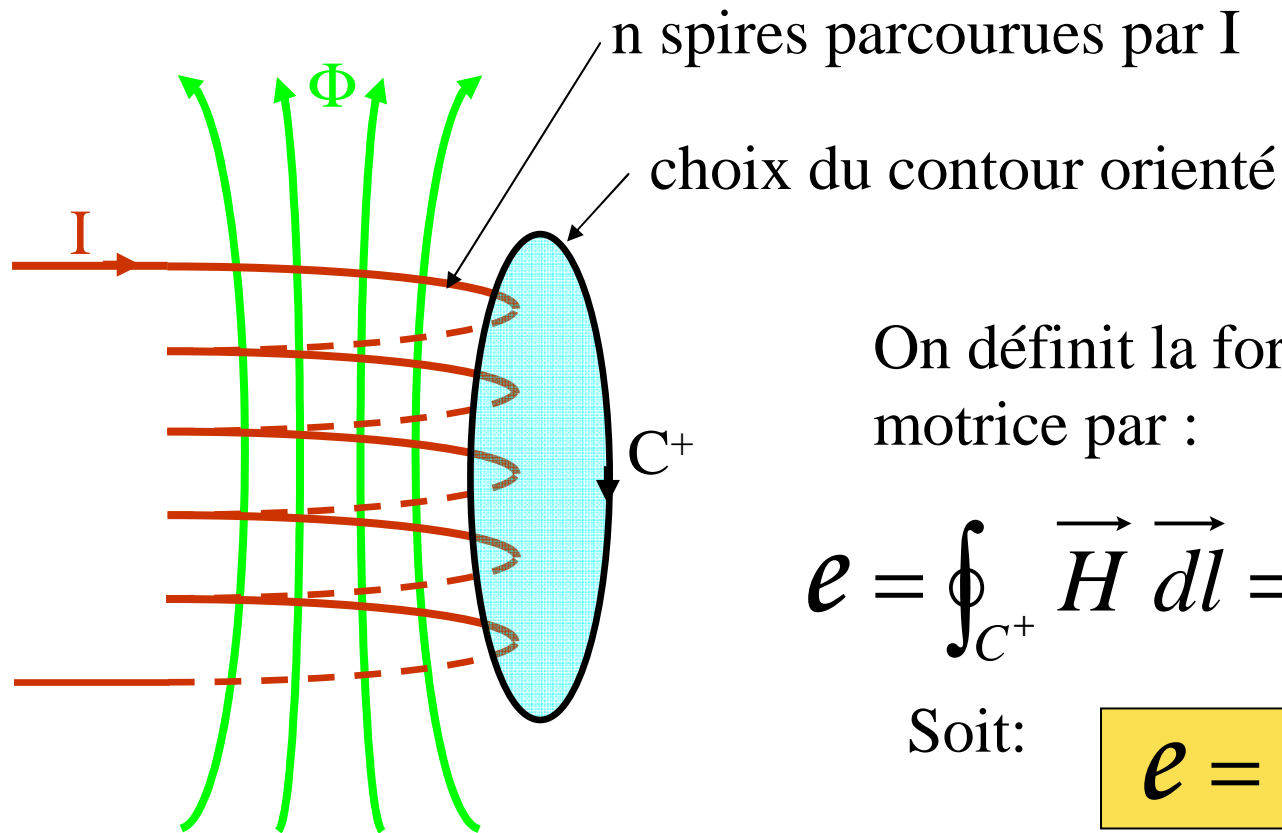
Si l'on compte positivement les courants sortant par la face nord de la surface:

$$\oint_{C^+} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_k I_{k\varnothing}$$

Définitions

Force Magnéto Motrice

Application à un bobinage :



On définit la force magnéto motrice par :

$$e = \oint_{C^+} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_k I_k = n I$$

Soit:

$$e = n I$$

Définitions

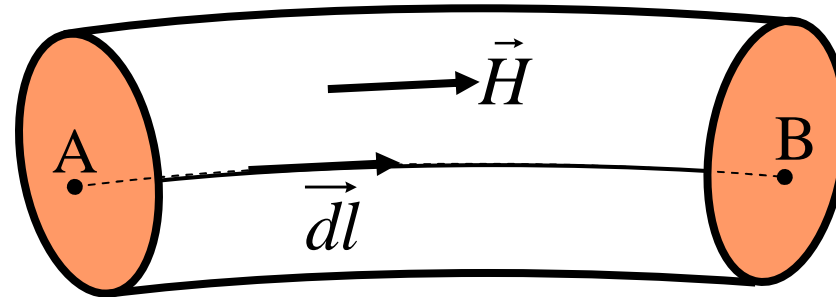
Différence de potentiel magnétique

Sur un tronçon de C.M.P.F.

On suppose le matériau

- Homogène
- Isotrope

Alors μ est scalaire



On appelle ddp magnétique scalaire :

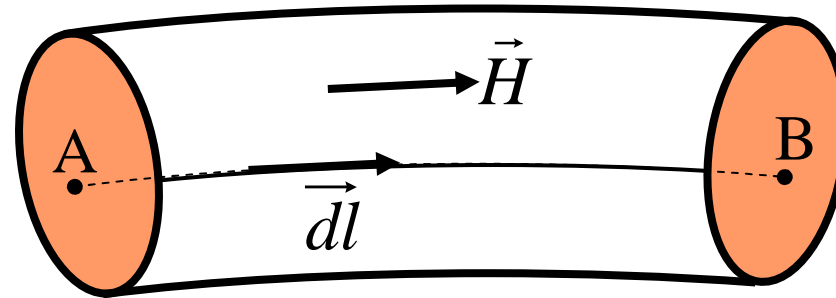
$$\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B = \int_A^B \vec{H} \cdot \vec{dl}$$

Définitions

Réductance

$$\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B = \int_A^B \vec{H} d\vec{l}$$

Avec μ scalaire on a : $\vec{B} = \mu \vec{H}$



Soit:

$$\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B = \int_A^B \frac{\vec{B}}{\mu} d\vec{l} = \int_A^B \frac{B}{\mu} dl = \int_A^B \frac{\phi}{\mu} \frac{dl}{S}$$

Car selon les hypothèses du CMPF:
• B et dl colinéaires

$$\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B = \phi \frac{1}{\mu} \frac{1}{S} \int_A^B dl = \phi \frac{1}{\mu} \frac{l_{AB}}{S}$$

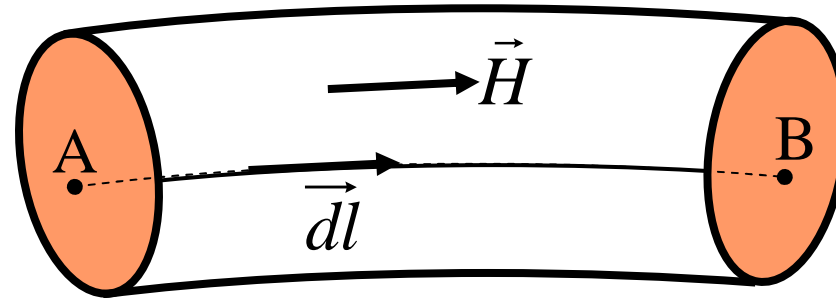
Car dans les CMPF:

- $\phi = B S$
- ϕ Constant sur le tronçon

Réductance

Finalement :

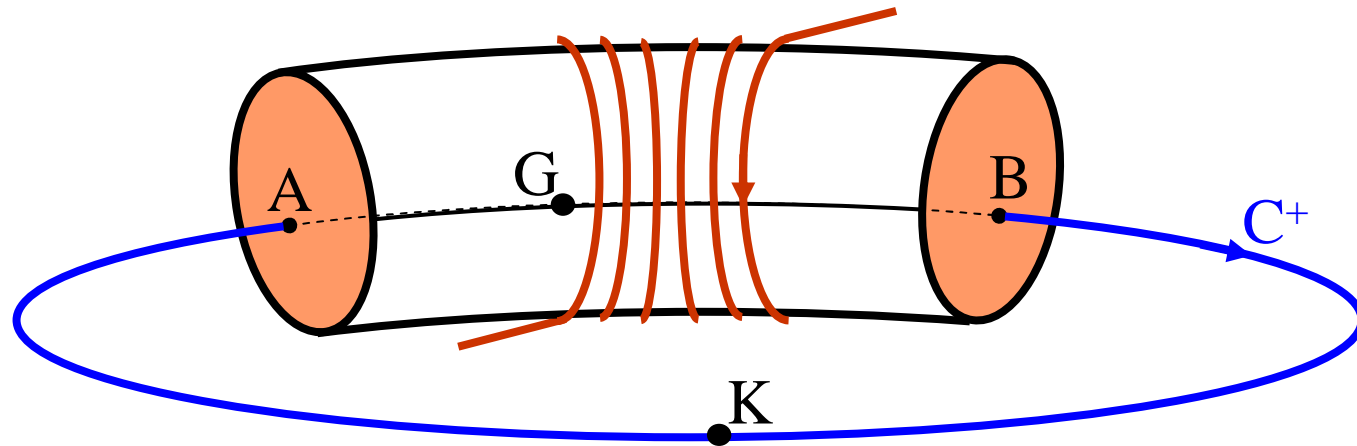
$$\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B = \phi \frac{1}{\mu} \frac{l_{AB}}{S}$$



$$\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B = \mathfrak{R}_{AB} \phi$$

$$\text{Avec: } \mathfrak{R}_{AB} = \frac{1}{\mu} \frac{l_{AB}}{S} \quad (\text{En At/Wb})$$

Loi d'Hopkinson



$$\oint_{C^+} \vec{H} \, d\vec{l} = \int_{AGB} \vec{H} \, d\vec{l} + \int_{BKA} \vec{H} \, d\vec{l} = N I = e$$

$\mathfrak{R}_{AB} \cdot \phi$
 $\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B$

Loi d'HOPKINSON :

$$\mathcal{V}_B - \mathcal{V}_A = e - \mathfrak{R}_{AB} \phi$$

Analogie Electrique

Loi d'ohm

$$V_B - V_A = E - R I$$

Loi d'hopkinson

$$\mathcal{V}_B - \mathcal{V}_A = e - \mathfrak{R} \phi$$

f.e.m. et f.m.m.

Courant et Flux

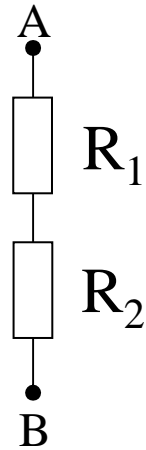
Résistance et Réluctance

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$$

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}$$

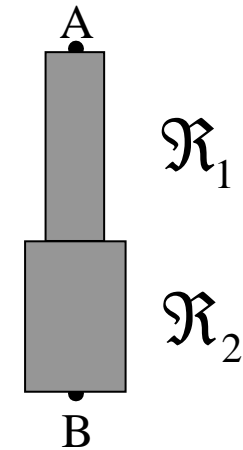
Analogie Electrique

Résistances en Série



$$R_{AB} = R_1 + R_2$$

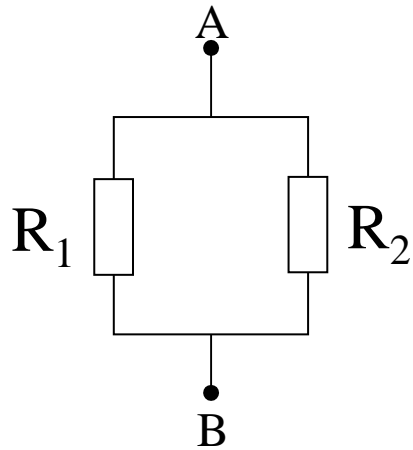
Ré reluctances en série



$$\mathfrak{R}_{AB} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2$$

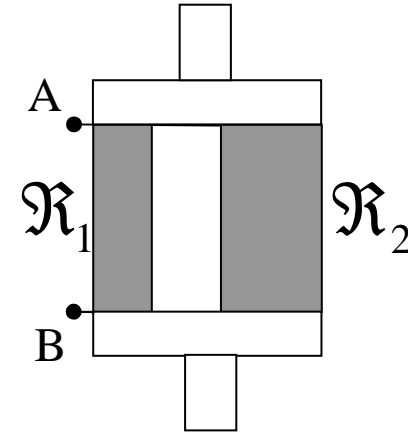
Analogie Electrique

Résistances en Parallèle



$$1/R_{AB} = 1/R_1 + 1/R_2$$

Ré reluctances en Parallèle



$$1/\mathfrak{R}_{AB} = 1/\mathfrak{R}_1 + 1/\mathfrak{R}_2$$

Analogie Electrique

Limites de l'analogie formelle

Linéarité

$\sigma = C^{te}$ \longrightarrow Equations électriques linéaires

$\mu \neq C^{te}$ \longrightarrow Equations magnétiques
non-linéaires

Fuites

σ Variable dans un rapport 10^{30}

μ Variable dans un rapport 10^5

\longrightarrow Le meilleur des isolants magnétiques (le vide)
crée des fuites

Matériaux Magnétiques

Présentation générale

$$\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B = \mathfrak{R}_{AB} \phi$$

Avec: $\mathfrak{R}_{AB} = \frac{1}{\mu} \frac{l_{AB}}{S}$ (En At/Wb)

Remarque : on définit la perméabilité relative μ_r par rapport à celle du vide μ_0 en écrivant :

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad \text{et} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

Nécessité de μ le plus grand possible
(pour obtenir ϕ élevé avec une faible f.m.m.)

Différents types de matériaux

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\mu_r = 1 + \chi$$

χ est la susceptibilité
magnétique relative du matériau

Milieux diamagnétiques : χ faible de valeur négative (de -10^{-9} à -10^{-5})

Azote, Silicium, Cuivre, Plomb, Diamant, ...

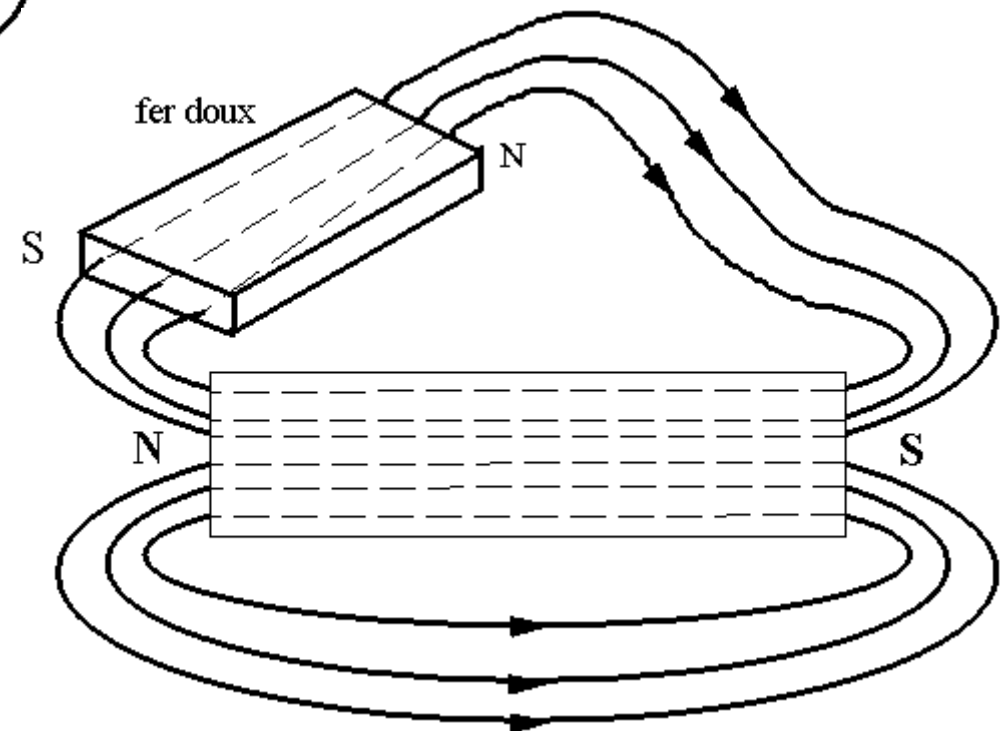
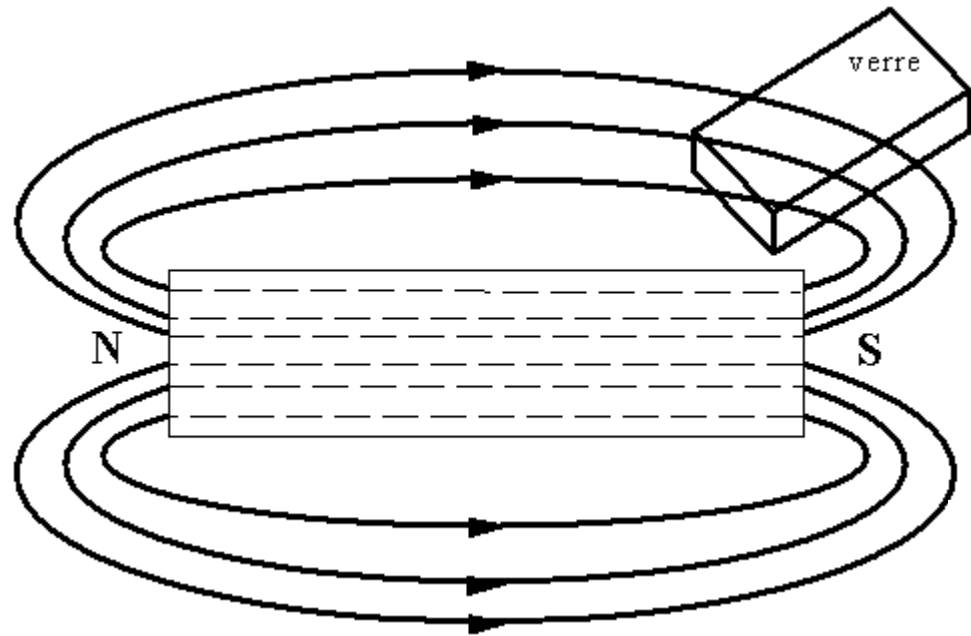
Milieux paramagnétiques : χ faible positif (de 10^{-3} à 10^{-6})

Oxygène, Aluminium, Titane, Platine, ...

Milieux ferromagnétiques : χ grand positif, dépend de B (saturation)
(ordre de grandeur 10^{+3})

Fer, Nickel, Cobalt et leurs alliages

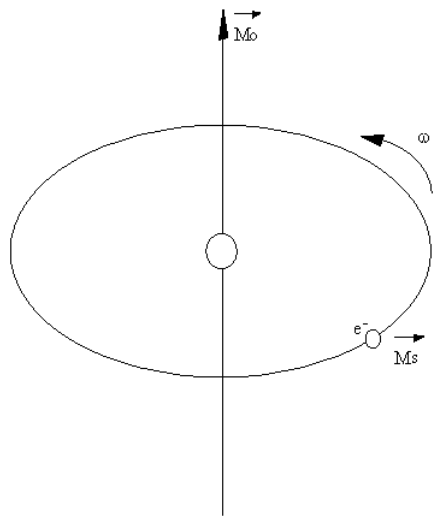
Différents types de matériaux



Matériaux ferromagnétiques

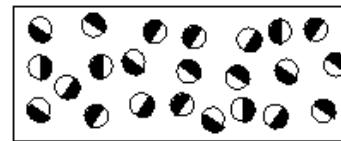
Interprétation

Spin de l'électron

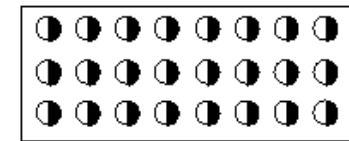


Domaines de Weiss : orientation

dans un champs magnétique



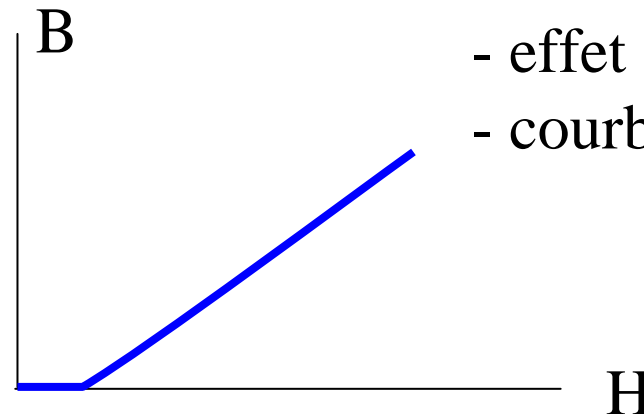
Barreau non aimanté



Barreau aimanté

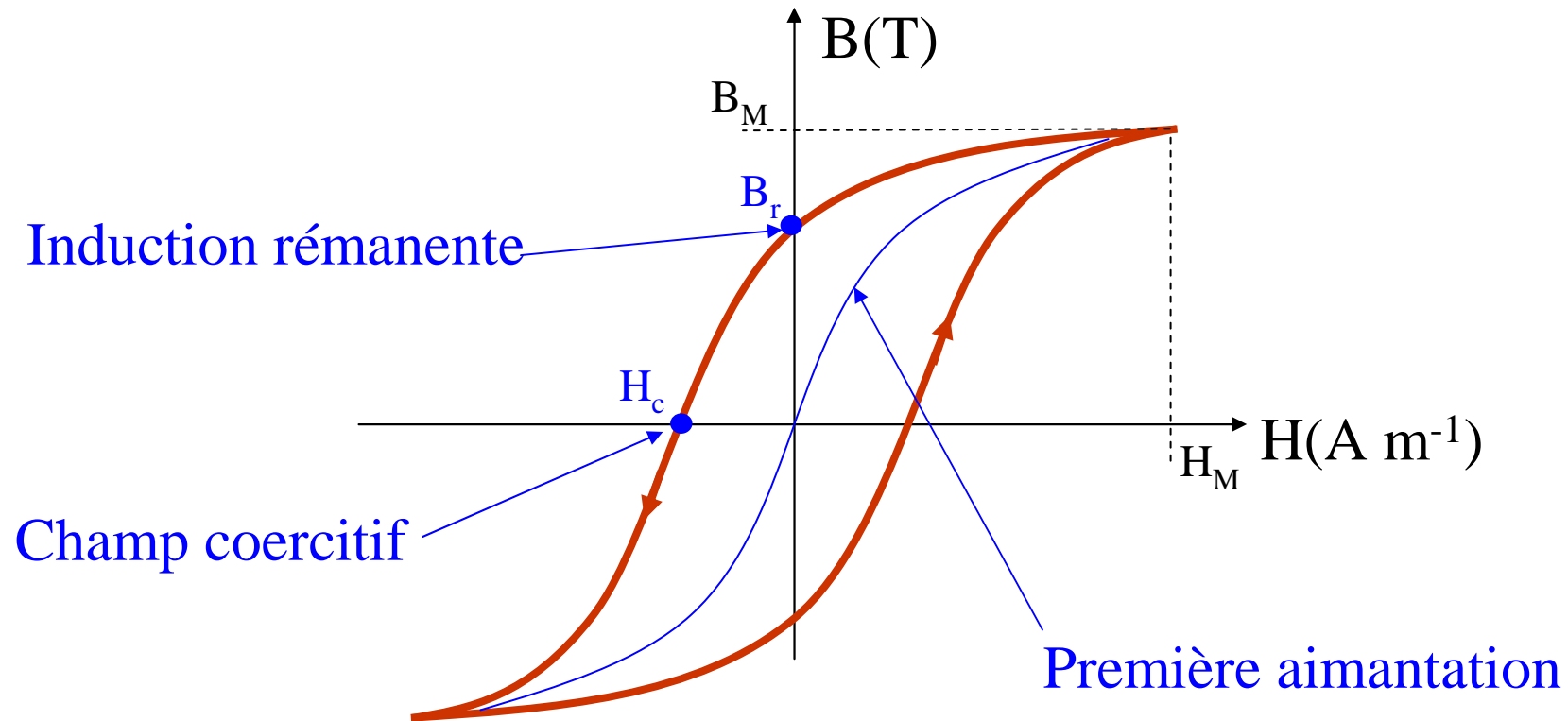
Interprétation :

- bruit
- effet de la température (Curie)
- courbe de première aimantation



Matériaux ferromagnétiques

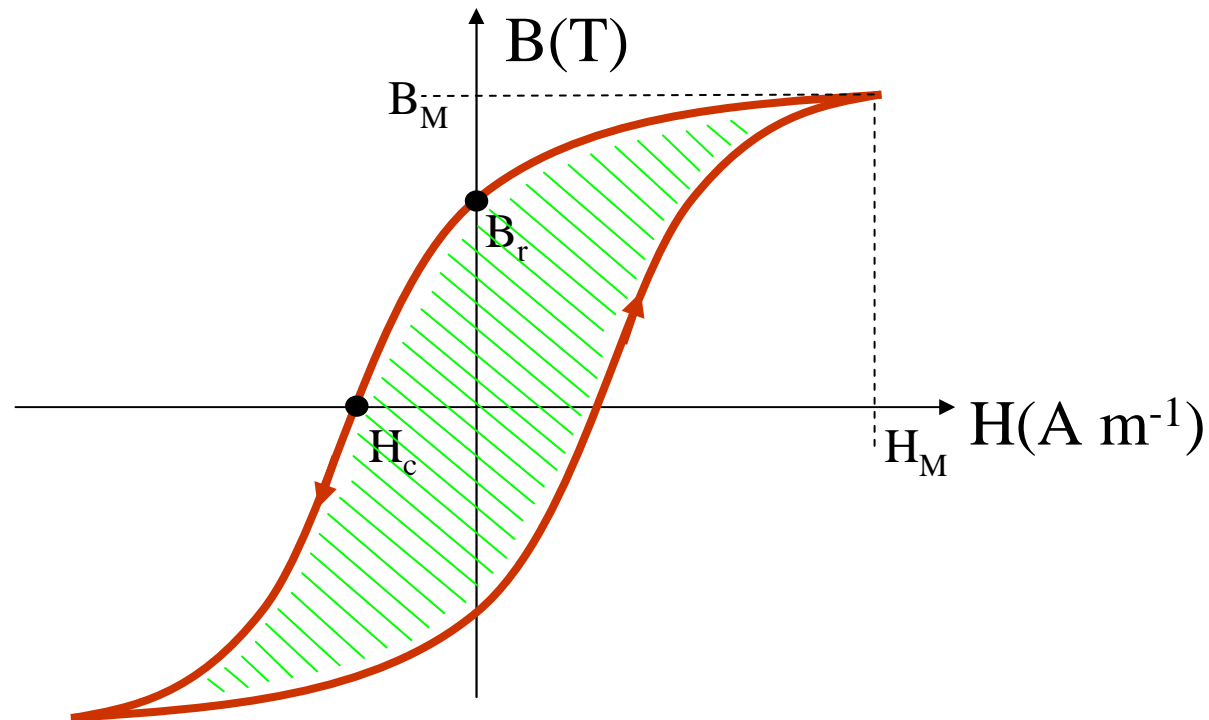
Caractéristique magnétique



Courbe de saturation et d'hystérésis

Matériaux ferromagnétiques

Caractéristique magnétique



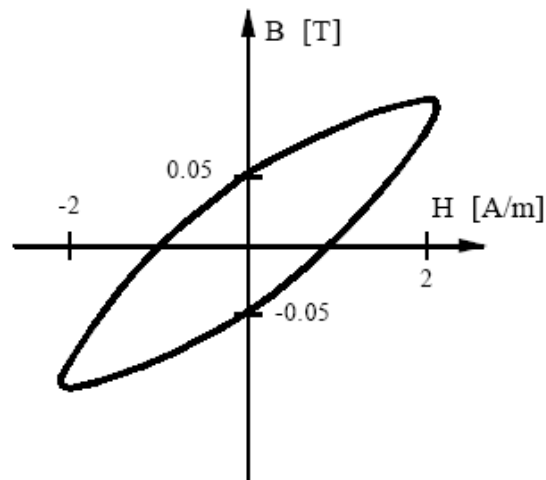
Surface du cycle \leftrightarrow énergie dissipée en J/m^3

Sensiblement proportionnelle à B_M^2

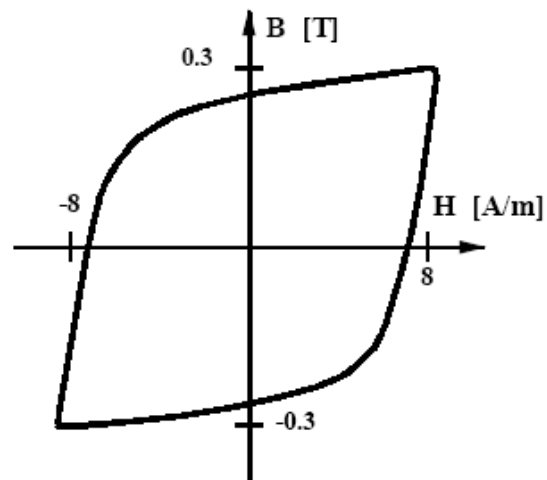
Matériaux ferromagnétiques

Caractéristique magnétique

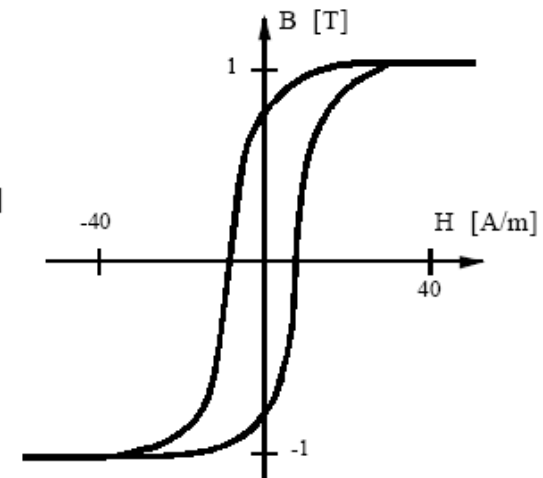
La forme du cycle d'hystérésis dépend de l'amplitude de B :



Amplitude faible



Amplitude moyenne

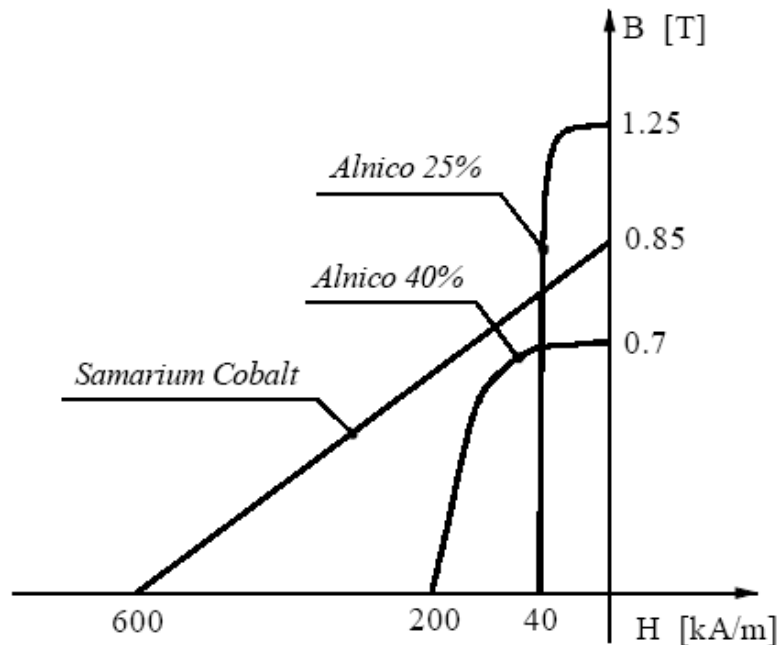


Saturation atteinte

Matériaux ferromagnétiques

Matériaux durs:
forte aimantation rémanente

Matériaux doux:
cycle d'hystérésis petit



Caractéristiques d'aimants

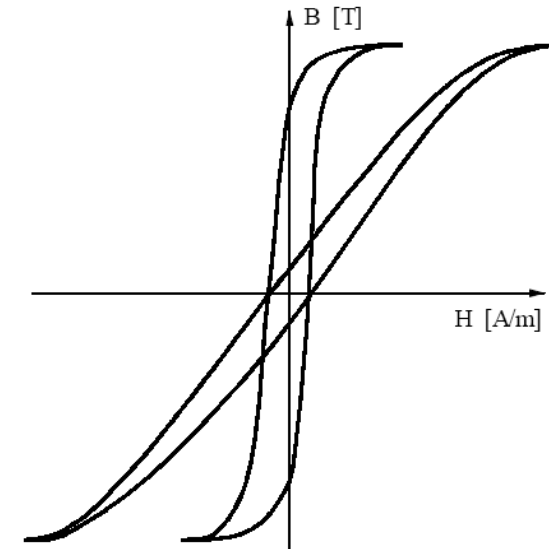


Figure 1-26 : Matériaux doux

Fe	: $B_{\text{sat}} \rightarrow 2.2\text{T}$
FeSi	: $B_{\text{sat}} \rightarrow 1.8\text{T}$
FeCo	: $B_{\text{sat}} \rightarrow 2.4\text{T}$
Céramique	: $B_{\text{sat}} \rightarrow 0.5\text{T}$
FeNi	: $B_{\text{sat}} \rightarrow 1,3\text{T}$

Bonne tenue mécanique (Moteur, transformateur)
Faibles pertes, cher !!
Très faibles pertes (H.F.)
Faible H_c (Alimentation à découpage)

Matériaux ferromagnétiques

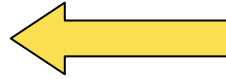
Quelques exemples

Matériau	Composition	Perméabilité relative max	Utilisation
Fer Armco	Fer Pur	10 000	Relais, Electroaimant.
Acier Hypersyl	Si à 3%	40 000 à 50 000	Inductances, Transformateurs.
Mumétal Permalloy C	Ni à 80%	70 000 à 130 000	Blindages magnétiques, relais rapides.
Acier au Cobalt Permendur V	Co à 35-50%	3500	Tôles pour petites machines tournantes

Valeurs pour les faibles B

Energie magnétique

$$dW_{el} = dW_{mag}$$

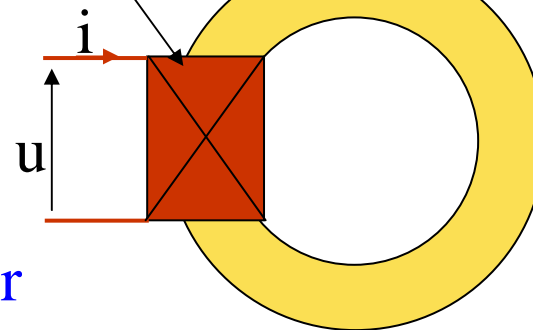


bobine de R nulle

circuit magnétique

$$\begin{cases} dW_{el} = u i dt \\ u = e = \frac{d\Phi}{dt} \end{cases}$$

+ car convention récepteur



notation : $\Phi = n \varphi$

Alors:
$$dW_{mag} = u i dt = \frac{d\Phi}{dt} i dt = i d\Phi$$

$$dW_{mag} = i d\Phi = n i d\varphi$$

en J

Energie magnétique

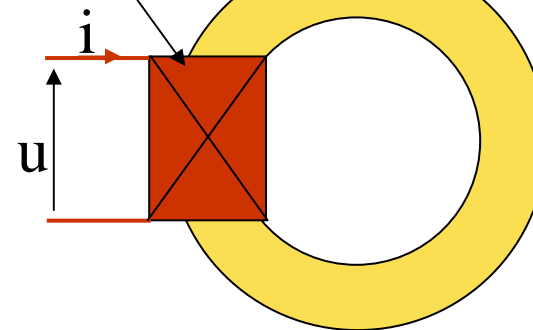
$$dW_{el} = dW_{mag} \quad \leftarrow$$

Bobine de R nulle

Circuit magnétique

$$\left\{ \begin{array}{l} dW_{el} = u i dt \\ u = e = \frac{d\Phi}{dt} \end{array} \right.$$

$$dW_{mag} = u i dt = \frac{d\Phi}{dt} i dt = i d\Phi$$



Ou encore dans un CMPF :

En posant $\left\{ \begin{array}{l} H l = n i \\ \Phi = n \phi \\ \phi = B S \end{array} \right.$

$$dW_{mag} = i d\Phi = \frac{H l}{n} d(n B S) = S l H dB$$

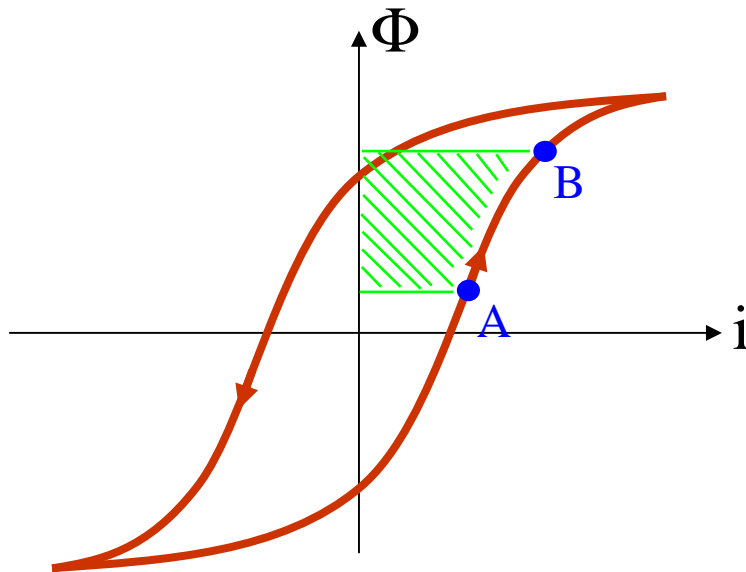
Energie locale :

$$dW_{mag} = H dB$$

en J/m³

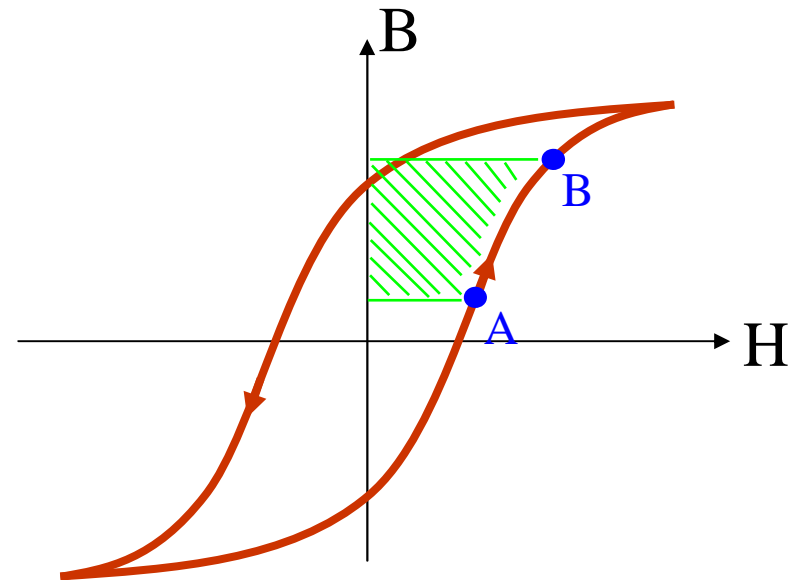
Energie Magnétique

2 formes possibles



$$dW_{mag} = i d\Phi$$

en Joule

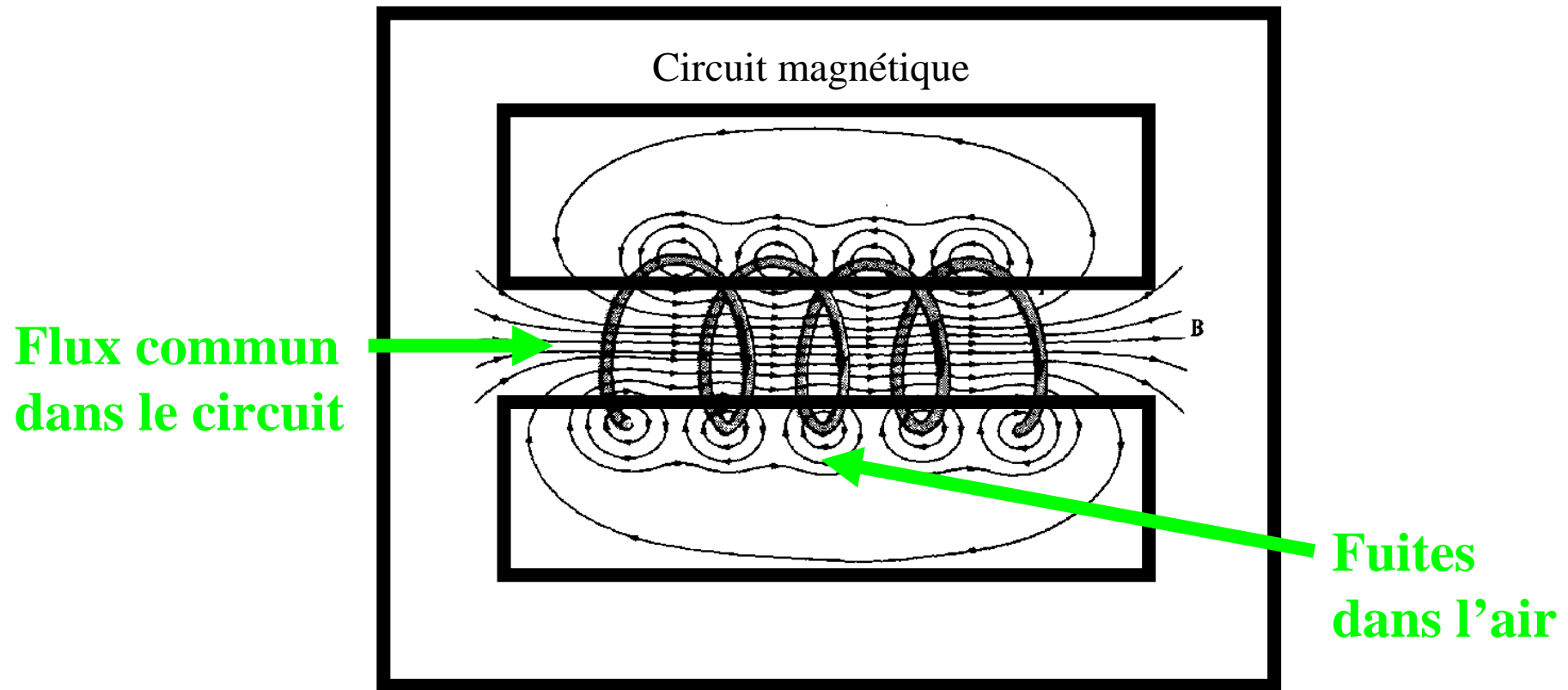


$$dW_{mag} = H dB$$

en Joule / m³

Inductances propres

Phénomène des fuites

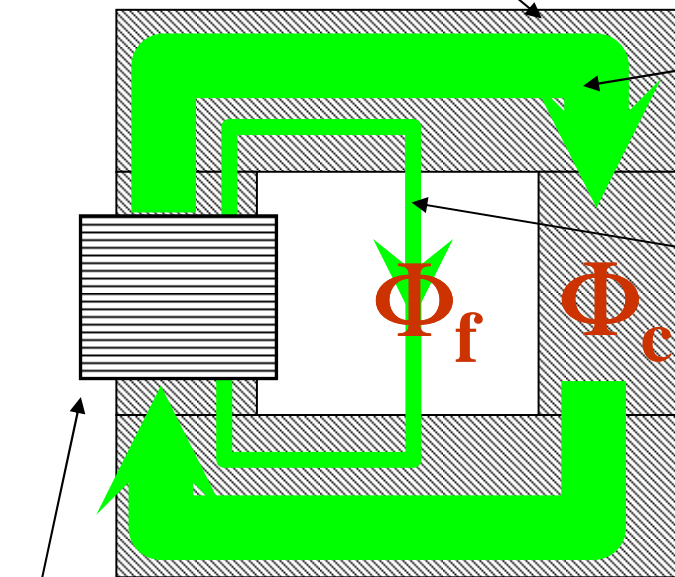


Car μ_r n'est pas infini ...

Inductances propres

Phénomène des fuites

circuit magnétique



bobine parcourue
par un courant

Flux Commun Total:

$$\Phi_c = n \phi_c \text{ pour une spire}$$

Flux de Fuites Total:

$$\phi_f = \frac{1}{n} \sum_k \phi_{f_k} \text{ pour la spire } k$$

$$\Phi_f = n \phi_f$$

flux de fuite moyen
pour une spire

Inductances propres

Définition

Inductance propre totale:

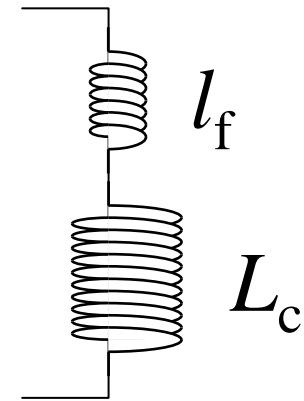
$$\Phi = \Phi_c + \Phi_f$$

$$L = \frac{\Phi}{i}$$

D'où la modélisation d'une bobine à noyau magnétique :

Inductance de fuites:

$$l_f = \frac{\Phi_f}{i}$$



Inductance du tube de flux commun:

$$L_c = \frac{\Phi_c}{i}$$

L_c dépend de i
 l_f ne dépend pas de i

Relation aux réluctances

Inductance de fuites:

$$l_f = \frac{\Phi_f}{i} = \frac{n \phi_f}{i} = \frac{n}{i} \frac{n i}{\mathfrak{R}_f}$$

donc

$$l_f = \frac{n^2}{\mathfrak{R}_f}$$

Inductance du tube de flux commun:

$$L_c = \frac{\Phi_c}{i} = \frac{n \phi_c}{i} = \frac{n}{i} \frac{n i}{\mathfrak{R}_c}$$

donc

$$L_c = \frac{n^2}{\mathfrak{R}_c}$$

Inductance totale:

$$L = L_c + l_f$$

Inductances, exemples de réalisation

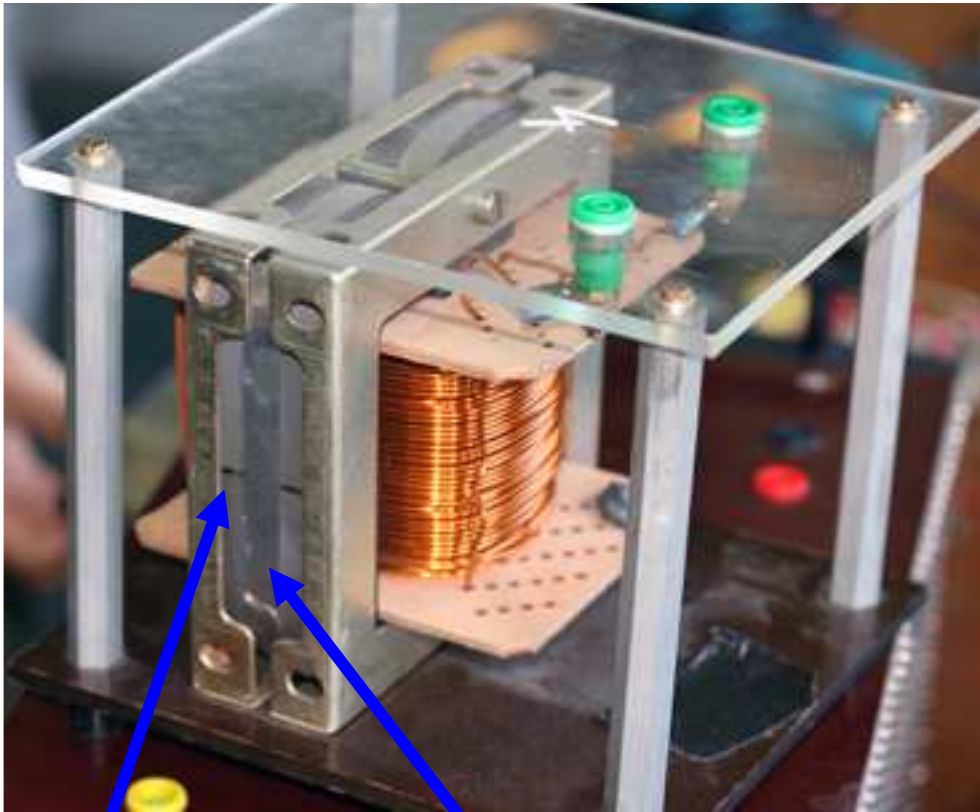


Bobinage
(cuivre)

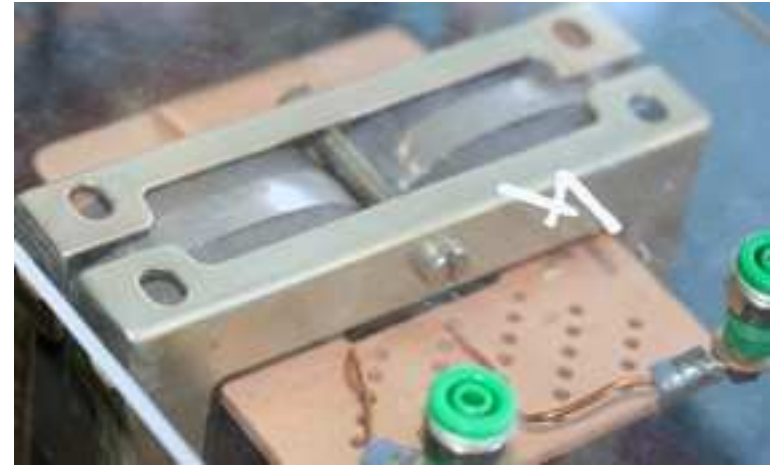


Circuit magnétique
(ferrite)

Inductances, exemples de réalisation



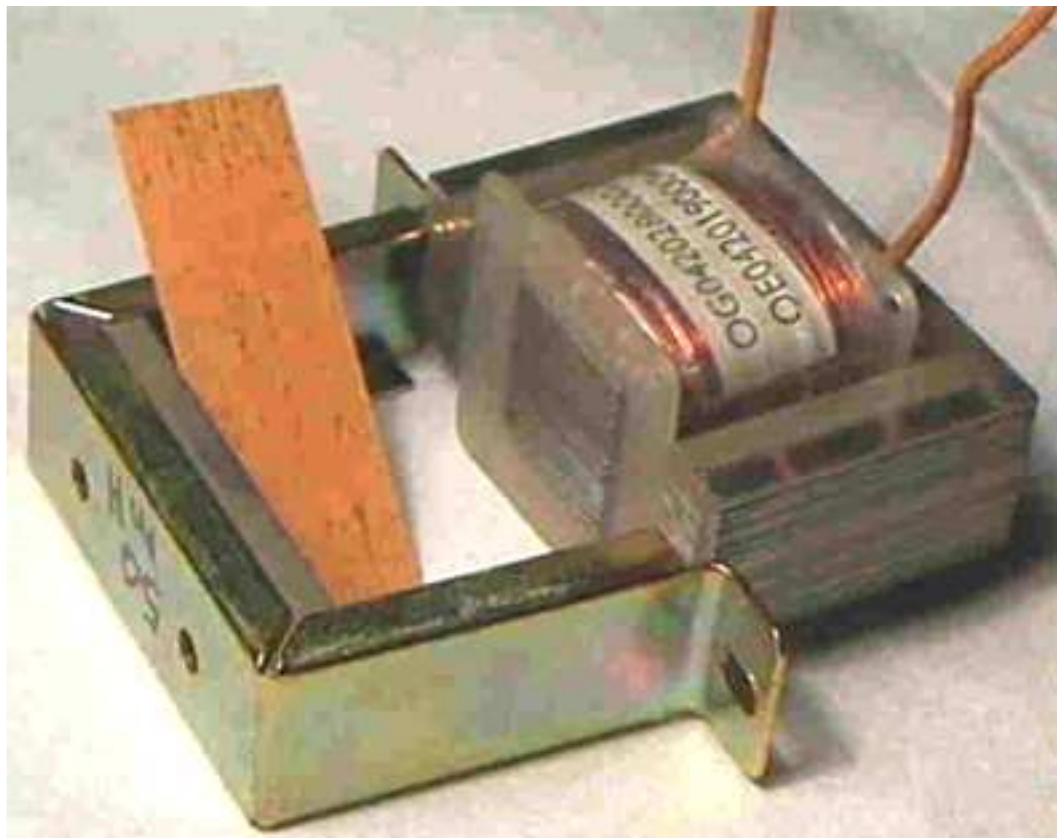
entrefer



Circuit magnétique
formé de 4 « U »

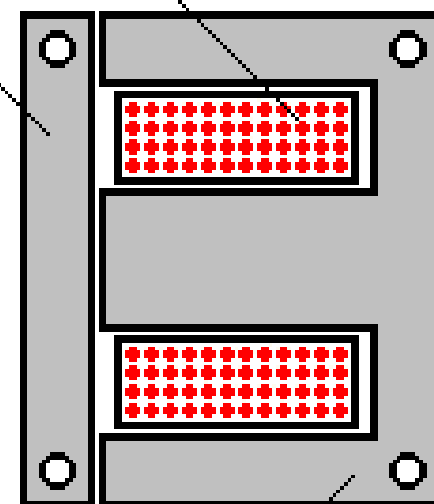
cerclage en acier inox amagnétique

Inductances, exemples de réalisation



enroulement

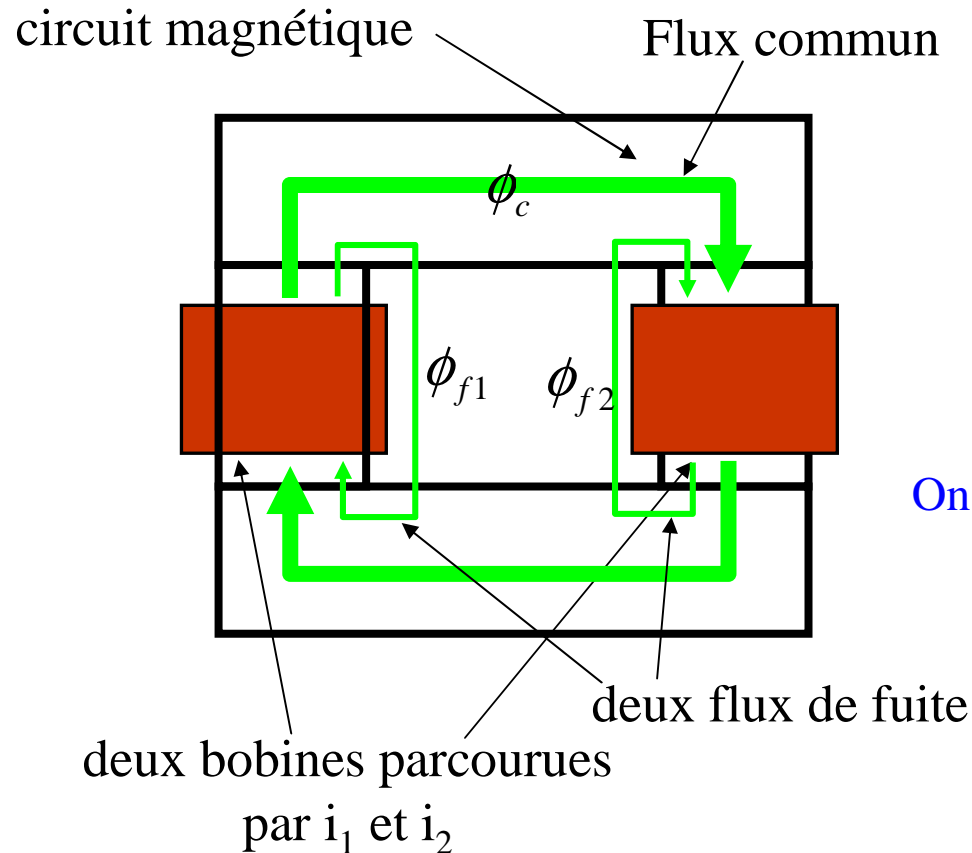
tôle I



tôle E

Inductances propres et mutuelles

Inductance mutuelle



• i_1 et i_2 créent des $At > 0$

• Lois d'Hopkinson:

$$\begin{cases} \mathcal{R}_c \phi_c = n_1 i_1 + n_2 i_2 \\ \mathcal{R}_{f1} \phi_{f1} = n_1 i_1 \\ \mathcal{R}_{f2} \phi_{f2} = n_2 i_2 \end{cases}$$

On reporte

• Flux totaux

$$\begin{cases} \Phi_1 = n_1 (\phi_c + \phi_{f1}) \\ \Phi_2 = n_2 (\phi_c + \phi_{f2}) \end{cases}$$

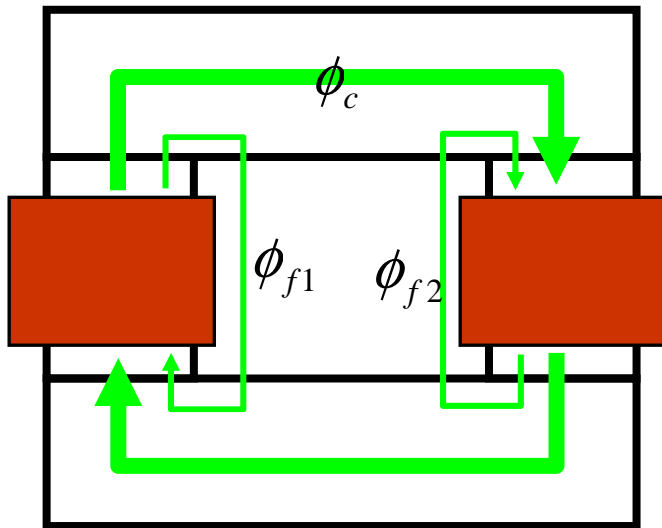
Inductances propres et mutuelles

Inductance mutuelle

reprise des
équations précédentes

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}_c \phi_c = n_1 i_1 + n_2 i_2 \\ \mathfrak{R}_{f1} \phi_{f1} = n_1 i_1 \\ \mathfrak{R}_{f2} \phi_{f2} = n_2 i_2 \end{array} \right.$$

et : $\Phi_1 = n_1 (\phi_c + \phi_{f1})$



$$\Phi_1 = n_1 \left(\frac{n_1 i_1}{\mathfrak{R}_c} + \frac{n_2 i_2}{\mathfrak{R}_c} + \frac{n_1 i_1}{\mathfrak{R}_{f1}} \right)$$

$$\Phi_1 = \underbrace{\frac{n_1^2}{\mathfrak{R}_c}}_{L_c} i_1 + \underbrace{\frac{n_1^2}{\mathfrak{R}_{f1}}}_{L_{f1}} i_1 + \underbrace{\frac{n_1 n_2}{\mathfrak{R}_c}}_{M_{12}} i_2$$

Inductances propres et mutuelles

Inductance mutuelle

$$M_{12} = M_{21} = \frac{n_1 n_2}{\mathfrak{R}_c} = \sqrt{L_{1c} L_{2c}}$$

Coefficient de couplage:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Caractéristiques des aimants permanents

Historique

Années 20 : aimants en **acier au Cobalt**

Années 30 : développements des **AlNiCo**

Années 50 : aimants **ferrites** durs

Années 60 : terres rares **SmCo** (samarium-cobalt)

Années 80 : terres rares **NdFeB** (Néodyme Fer Bore)

Caractéristiques des aimants permanents

Différentes technologies

Alnico (ou Ticonal) en voie de disparition

Céramiques (ferrites) : intérêt du faible coût

Aimants terres rares : SmCo et NdFeB , les plus performants

Caractéristiques des aimants permanents

Propriétés principales

- **Alnico (ou Ticonal)** fonctionne à haute température (400°C), très faible dérive en température (appareils de mesure)
- **Céramiques (ferrites)** : faible coût
- Aimants terres rares : **SmCo et NdFeB** : performants mais température d'utilisation faible et dérive en température très importante

Caractéristiques des aimants permanents

Comparaison des différentes technologies

type	Date origine	BH_{\max} kJ/m ³	B_r (T) à 25°C	H_{cJ} kA/m	coeff B %/K	coeff H_{cJ} %/K	T_{\max} opération	Prix €/kg	Prix. €/kJ ¹ à 20°C	Prix. €/kJ ² à 150°C
NdFeB	1983	200-380	1,2 à 1,5	900 à 2000	-0,1	- 0,4 à - 0,6	140 à 220°C	80 à 150	3	4
SmCo ₅	1966	140-200	1	2000	-0,04	-0,25	280°C	220	9	10
Sm ₂ Co ₁₇		180-240	1,05	2000	- 0,03		350 à 550°C	300	12	13
Alnico	1932	50-85	1,1 à 1,3	130	-0,02	+0,01	550°C	45	4,5	4,7
Ferrites strontium	1950	27-35	0,3 à 0,4	250	-0,2	+0,4	250°C	6	0,9	1,6
Ferrites barium		8 à 30	0,2 à 0,4	170	-0,2		100 à 240°C	4,5	0,6	1,1