Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Tronc commun cycle d'ingénieurs

Cours de Mécanique des fluides

Professeur BENHADOU

Année universitaire 2017/2018

1

Plan du cour

2

Prérequis

- Physique générale:
  - Mécanique du point
  - Mécanique du solide rigide.
- Mathématique:
  - Equations différentielles ordinaires
  - Equations aux dérivées partielles
- Mécanique des milieux continus:
  - Milieu continu
  - Equations de conservation

3

Acquis du cours

A la fin de ce cours l'étudiant doit être capable de:

•Décrire les propriétés physiques de fluides

•Déterminer la nature du régime d'écoulement

•Enoncer les principaux nombres sans dimension

•Calculer la pression au sein d'un fluide

•Enoncer les principes de conservation

•Savoir utiliser les méthodes de résolution des équations du mouvement

4

Introduction à la mécanique des fluides

A- Concepts de base
B- Caractéristiques physiques

Mécanique des fluides

La mécanique des fluides étudie le comportement des fluides :

- au repos : *hydrostatique*
- en mouvement : *hydrodynamique*

La mécanique des fluides est la base du *dimensionnement des conduites* de fluides et des *mécanismes de transfert* des fluides.

Fluide

Un ***fluide*** est constitué de ***molécules mobiles*** entre elles. Il n'a ***pas de forme*** propre (prend celle du récipient).

On distingue ***deux types*** de fluides :

les liquides

- Les molécules occupent un volume indépendant de celui du récipient.
- Sont incompressibles

les gaz :

- Les molécules occupent tout l'espace de leur enceinte.
- Sont compressible et expansibles (PV = nRT)

Un fluide

- pas de forme propre
- s'écoule si on lui applique une force
- prend la forme du récipient
- Les molécules interagissent (peu pour les gaz)
- Gardent une certaine mobilité les unes par rapport aux autres.
- Pas d'ordre comme dans un solide (ordre local pour les liquides)

Quelques fluides

Monophasiques
eau, air, huile, métaux fondus, …

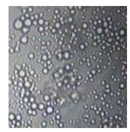
Multiphasiques
- aérosols : brouillard, essence dans carburateur, fumée
- émulsions : lait, vinaigrette, anisette, shampoing…
- liquides à bulles : sodas, surface de l'océan, distillation, fluides de refroidissement, mousses

« Complexes »
- magma, plasmas, ferrofluides
- polymères, cristaux liquides
- milieux granulaires (sable, poudres)

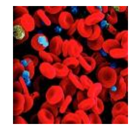
9

Quelques fluides


Ferrofluides

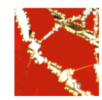


Lait


Liquide à bulles


Sang

Cristaux liquides





Description macroscopique d'un fluide

Microscopique : ce qu'on ne voit pas directement
- Atomes ou molécules + ou - libres les uns / aux autres
- Liquide = fort encombrement / interactions forte
- Gaz = faible encombrement / interactions quasi nulles

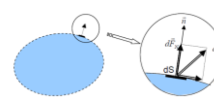
Macroscopique : à notre échelle
- un fluide apparaît comme un ***milieu continu***
- il exerce/subit des forces sur/par notre environnement

On cherche à représenter ce que l'on voit par des variables et des équations continues / à x,y,z.
On veut donc « supprimer » les inhomogénéités microscopiques
=> homogénéisation
Si possible un modèle valable pour gaz ET liquides

11

Fluide : réel et parfait

Fluide réel :
Glissement des molécules les unes sur les autres
↓
Frottement
↓
Viscosité
↓
Ecoulement avec dégagement de la chaleur



Fluide parfait:
Il n'y a pas de frottements moléculaires
↓
Viscosité = 0
↓
Écoulement sans perte d'énergie

12

Fluide Newtonien et non Newtonien

- Les fluides « ***Newtoniens*** » ont une ***viscosité constante*** ou qui ne ***peut varier*** qu'en fonction de la ***température***.
  Exemples: l'eau, l'air et la plupart des gaz
- Les fluides ***« non Newtoniens »*** qui ont la particularité d'avoir leur ***viscosité*** qui varie en fonction de la ***vitesse*** et des ***contraintes*** qu'ils subissent lors de ***l'écoulement***.
  Exemples: le sang, les gels, les boues, les pâtes, les suspensions, les émulsions...

13

Gaz parfait

- L'équation d'état :

$$P.V = n.R.T$$

- P : pression en Pa
- V: volume en m^3
- n: nombre de moles
- R : constante des GP = 8,315 J. $mol^{-1}.K^{-1}$
- T : température en °K

14

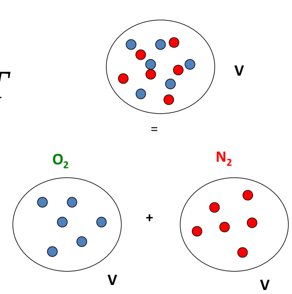
Mélange de gaz parfait

- Pression partielle :

$$P_i\ .V = n_i\ .R.T$$

- Pression totale :

$$P = \sum_i P_i$$



15

Gaz réels

- Équation de Van Der Waals

$$(P + n^2 \frac{a}{V^2})(V - nb) = n.R.T$$

a/V2 tient compte des forces d'interaction (pression interne)

b (covolume) volume moléculaire non négligeable seul V-nb est disponible

16

Constantes de van der Waals

GAZ	a [$m^6.Pa.mol^{-2}$]	b.10^{-3} [$m^3.mol^{-1}$]
H_2	0.0244	0.02661
O_2	0.136	0.03183
N_2	0.139	0.03913
CH_4	0.225	0.04278

Caractéristiques physiques

- Masse volumique ρ
- Poids volumique ϖ
- Densité d
- Viscosité

Masse volumique

La masse volumique est une grandeur physique caractérisant la masse d'un matériau par unité de volume.

$$\rho = \frac{m}{v}$$

ρ : Masse volumique en (kg/m^3),
m: masse en (kg),
v :volume en (m^3)

Masse volumique

ρ (x,y,z,t) en kg/m^3

Eau	1000 kg/m^3
Mercure	13540 kg/m^3
Air (20°C, 1 bar)	1.3 kg/m^3

A priori non uniforme dans l'espace

Varie avec la température (même pour un liquide) : **dilatabilité**
Varie avec la pression (peu pour un liquide) : **compressibilité**

Une approximation bien utile :
$\rho = \rho_0$ **constant** par rapport à t et x, y, z — le fluide incompressible

$$M(t) = \iiint_V \rho \, dV = \rho V$$ Masse de fluide dans V

Quelques masse volumique

Fluide	Masse volumique (kg/m3)
Eau	1000
Essence	750
Huile d'olive	$0{,}918.\ 10^3$
Mercure	$13{,}546.\ 10^3$
Benzène	0,880. 103
Air	$0{,}001205.\ 10^3$
Hydrogène	$0{,}000085.\ 10^3$
Méthane	$0{,}000717.\ 10^3$

21

Poids volumique

- Le poids volumique est le poids par unité de volume d'un matériau.

$$\varpi = \frac{m.g}{v} = \rho.g$$

ϖ : Poids volumique en N/ m^3.
m : masse en kg.
g : accélération de la pesanteur en m/s^2
V : volume en m^3.

22

Densité

- La densité exprime le rapport de la masse d'un objet à celle qu'aurait le même volume constitué d'eau.
- Pour un gaz, c'est le rapport de la masse à celle qu'aurait le même volume d'air.

$$d = \frac{\text{masse volumique du fluide}}{\text{masse volumique d'un fluide de référence}} = \frac{\rho}{\rho\ réf}$$

23

Viscosité

- La viscosité est une grandeur qui caractérise les ***frottements internes*** du fluide, autrement dit sa ***capacité à s'écouler***.
- C'est la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force.

24

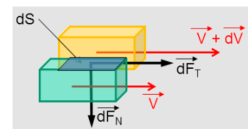
Viscosité dynamique

- La viscosité dynamique exprime la proportionnalité entre la ***force qu'il faut exercer*** sur une plaque lorsqu'elle est plongée dans un courant et ***la variation de vitesse*** des veines de fluide entre les 2 faces de la plaque.
- Elle caractérise la ***résistance à l'écoulement*** laminaire d'un fluide incompressible.

25

Viscosité dynamique

Considérons deux couches de fluide adjacentes distantes de **Δ**z. La force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit **Δ**v, à leur surface S et inversement proportionnelle à **Δ**z :



26

Viscosité dynamique

Le facteur de proportionnalité μ est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

$$F = \mu.S.\frac{\Delta v}{\Delta z}$$

F : force de glissement entre les couches en (N),
μ : Viscosité dynamique en (kg/m.s),
S : surface de contact entre deux couches en (m2),
Δv : Écart de vitesse entre deux couches en (m/s),
Δz: Distance entre deux couches en (m).

27

Viscosité dynamique

Dans le système international (SI), l'unité de la viscosité dynamique est le Pascal seconde (Pa.s) ou Poiseuille (Pl) : 1 Pa.s = 1 Pl = 1 kg/m.s

28

Viscosité dynamique

Fluide	µ (Pa·s)
eau (0 °C)	$1{,}787 \cdot 10^{-3}$
eau (20 °C)	$1{,}002 \cdot 10^{-3}$
eau (100 °C)	$0{,}2818 \cdot 10^{-3}$
Huile d'olive (20 °C)	$100 \cdot 10^{-3}$
glycérol (20 °C)	$1000 \cdot 10^{-3}$
Hydrogène (20 °C)	$0{,}86 \cdot 10^{-5}$
Oxygène (20 °C)	$1{,}95 \cdot 10^{-5}$

29

Viscosité cinématique

La viscosité cinématique représente la capacité de rétention des particules du fluide et quantifie sa capacité à s'écouler.

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho}$$

L'unité de la viscosité cinématique est le (m2/s).
le Stokes (St) est utilisé comme unité de mesure de la viscosité cinématique. 1 St= 10-4 m2/s.

30

Viscosité cinématique

Influence de la température :

Lorsque la température augmente, la viscosité d'un fluide décroît car sa densité diminue.

Différence entre viscosité dynamique et viscosité cinématique

La viscosité cinématique caractérise ***le temps d'écoulement*** d'un liquide. Par contre, la viscosité dynamique correspond à la réalité physique du ***comportement d'un fluide soumis à une sollicitation*** (effort).

31

Exercices

32

Statique des fluides

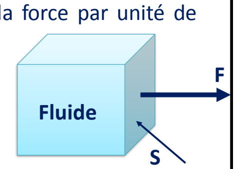
L'hydrostatique

- La ***statique des fluides*** s'occupe des conditions d'***équilibre*** des fluides au ***repos*** et ***l'interaction*** des ***fluides avec les surfaces*** et les corps solides immergés.

La pression

- La ***pression*** est définie comme une ***force*** dirigée vers l'extérieur qui ***s'exerce perpendiculairement*** à la ***surface de la paroi***.
- La pression est le rapport de la force par unité de surface.

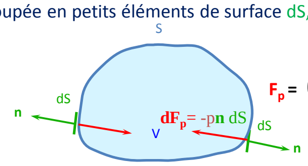
$$P = \frac{F}{S}$$



- Unité : Pa
- 1 Pa = 1 N/m^2 =1 J/m^3 = 1 kg/m. s^2

Force de pression

Expression générale : on considère un volume V fermé par une surface S découpée en petits éléments de surface dS, de normale sortante n



$$d\mathbf{F}_p = -p\mathbf{n}\, dS$$

$$\mathbf{F}_p = \oiint_S d\mathbf{F}_p$$

$$\mathbf{F}_p = \oiint_S -p\mathbf{n}\, dS$$

A retenir

Remarque importante : en vertu du théorème de la normale $\oiint_{S_{fermée}} \mathbf{n}\, dS = \mathbf{0}$,

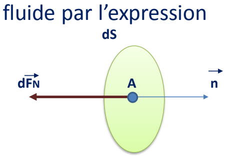
on peut ajouter ou soustraire une **constante** arbitraire à p :

$$\mathbf{F}_p = \oiint_S -(p-p_0)\, \mathbf{n}\, dS$$

Pression en point d'un fluide

- C'est l'intensité de la composante normale de la force qu'exerce le fluide sur l'unité de surface. Elle est définie en un point A d'un fluide par l'expression suivante :

$$P_A = \frac{||\overrightarrow{dFN}||}{dS}$$



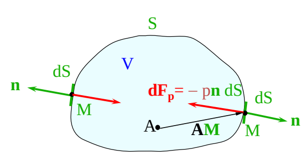
- PA : pression en A en Pa
- dS : Surface élémentaire de la facette de centre A en m^2,
- $\vec{n}$: Vecteur unitaire en A de la normale extérieure a la surface,
- $\overrightarrow{dF_N}$: Composante normale de la force élémentaire de pression qui s'exerce sur la surface en N.

Force de pression élémentaire

- Sur la surface de centre A, d'aire dS, orientée par sa normale extérieure $\vec{n}$, la force de pression élémentaire $\overrightarrow{dF}$ s'exprime par :

$$\overrightarrow{dF} = -PA.\ dS.\ \vec{n}$$

Moment des forces de pression



Moment total en A de $\mathbf{F_p}$ = somme des moments élémentaires en A des $d\mathbf{F_p}$

$$\mathbf{M_A}(\mathbf{F_p}) = \oiint_S \mathbf{AM} \wedge d\mathbf{F_p}$$

soit :

$$\mathbf{M_A}(\mathbf{F_p}) = \oiint_S \mathbf{AM} \wedge -p\mathbf{n}\, dS$$

Le second théorème de la normale permet de retrancher une constante à p :

$$\mathbf{M_A}(\mathbf{F_p}) = \oiint_S \mathbf{AM} \wedge -(p-p_0)\, \mathbf{n}\, dS$$

La pression est égale au quotient de la valeur F de la force pressante par l'aire S de la surface pressée.

Unités :

- Le pascal est l'unité du système international de la pression.

On le note Pa

1 Pa est la pression exercée par une force de 1 N sur une surface de 1 m^2

$$1Pa = \frac{1N}{1m^2}$$

Autres Unités :

Le bar :

1 bar est la pression exercée par une force de 1 daN sur une surface de 1 cm2

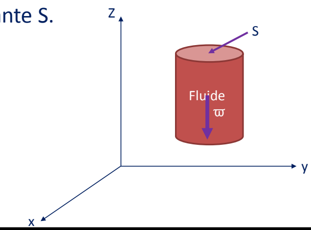
1 bar = 10^5 Pa

- L'atmosphère:

1 atm = 1,01325 × 10^5Pa
(valeur de la pression atmosphérique normale).

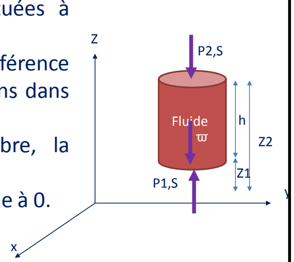
Equation fondamentale de l'hydrostatique

Considérons un élément de volume d'un fluide incompressible (liquide homogène de poids volumique ϖ). Cet élément de volume a la forme d'un cylindre de section transversale constante S.



Equation fondamentale de l'hydrostatique

Considérons 2 sections situées à des distances Z_1 et Z_2 par rapport à un plan de référence OY. P_1 et P_2 sont les pressions dans ces 2 sections.
Le fluide étant en équilibre, la somme des forces dans la direction verticale est égale à 0.

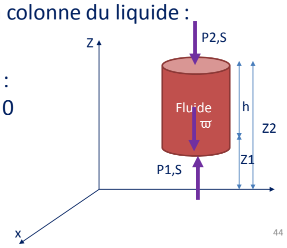


Equation fondamentale de l'hydrostatique

- Force due à P_1 : $F_1 = P_1 .S$
- Force due à P_2 : $F_2 = P_2 .S$
- Force due au poids de la colonne du liquide :
  $w = mg = \rho g S(Z_2 - Z_1)$

Le bilan des forces s'écrit :
$P_1 .S - P_2 .S - \rho g S (Z_2 - Z_1) = 0$
Donc:

$$P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1)$$



Equation fondamentale de l'hydrostatique

L'équation fondamentale de l'hydrostatique:

$$P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1)$$

Il existe autre forme de l'équation fondamentale de l'hydrostatique.

Equation fondamentale de l'hydrostatique

L'équation fondamentale de l'hydrostatique peut s'écrire d'une autre manière:

$$P_1 + \rho g Z_1 = P_2 + \rho g Z_2$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2$$

Pour un point quelconque d'altitude Z, ou règne la pression p :

$$\frac{P}{\rho g} + Z = cte$$

Application

Théorème de Pascal

Enoncé

Dans un fluide ***incompressible*** en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la ***même variation de pression*** en tout autre point.

Théorème de Pascal

Supposons qu'au point M_1 intervienne une variation de pression telle que celle-ci devienne $P_1 + \Delta P_1$. ΔP étant un nombre algébrique. Calculons la variation de pression ΔP_2 qui en résulte en M_2.

Appliquons la relation fondamentale de l'hydrostatique entre M_1 et M_2 pour le fluide

o à l'état initial: $P_1 - P_2 = \varpi\,(Z_2 - Z_1)$ (1)

o à l'état final :$(P1 + \Delta P1) - (P2 + \Delta P2) = \varpi\,(Z\,2 - Z1)$ (2)

En faisant la différence entre les équations (2) et (1) on obtient :

$$\Delta P_1 - \Delta P_2 = 0$$

D'où $$\Delta P_1 = \Delta P_2$$

Application du Théorème de Pascal: Tube en U

Considérons un tube en U rempli avec deux liquides non miscibles. Le principe de Pascal implique que les pressions mesurées aux points 1 et 2 du tube sont égales

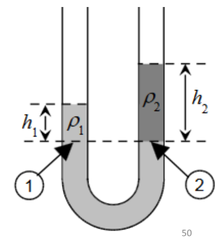
En équation, cela revient à écrire que :

$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 + P_{surface\,1} = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 + P_{surface2}$

Ici, $P_{surface\,1} = P_{surface\,2} = P_{atmosphérique}$

Après simplification :

$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2$



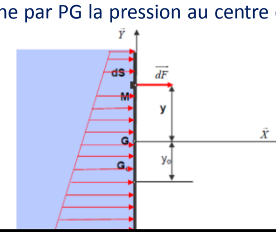
Application

Poussée d'un fluide sur une paroi verticale

Considérons une paroi verticale possédant un axe de symétrie $(G,\vec{Y})$. G est son centre de surface.

D'un coté de la paroi il y a un fluide de poids volumique ϖ , de l'autre coté, il y a de l'air à la pression atmosphérique P_{atm}.

On désigne par PG la pression au centre de surface G du coté fluide.



Poussée d'un fluide sur une paroi verticale

Eléments de réduction du torseur des forces de pression

Au point G: Pression P_G.

Cherchons la pression P_M au point M.

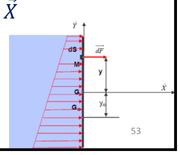
Appliquons la relation fondamentale de l'hydrostatique :

$$P_M - P_G = \varpi\ (Y_G - Y_M)$$

Dans le repère (G, $\vec{X}$, $\vec{Y}$, $\vec{Z}$) défini sur la figure : y_G=0 et y_M =y:

$$P_M = P_G - \varpi.y$$

la force de pression en M : d$\vec{F}$ = ($P_G - \varpi$.y) dS $\vec{X}$



53

Poussée d'un fluide sur une paroi verticale

Eléments de réduction du torseur des forces de pression

Soit { τ $_{\text{poussée}}$ } le torseur associé aux forces de pression :

$$\{\tau_{\text{poussée}}\}_G = \begin{cases} \vec{R} =_S \int d\vec{F} \\ \vec{M}G =_S \int \overrightarrow{GM} \wedge d\vec{F} \end{cases}$$

Résultante:

$\vec{R} =_S \int$ ($P_G - \varpi$.y) dS $\vec{X}$ $= \left[P_G \int_S \text{dS} - \varpi \int_S \text{y dS}\right]\vec{X}$

$\int$ dS $= S$ *est la surface de la paroi*

$\int$ y.dS = y_G S = 0 Moment statique de la surface S par rapport à l'axe (G, Z), donc:

$$\vec{R} = P_G.S\,\vec{X}$$

54

Poussée d'un fluide sur une paroi verticale

Moment:

$$\vec{M}_G = \int \overrightarrow{GM} \wedge d\vec{F}$$

Dans le repère (G, $\vec{X}$, $\vec{Y}$, $\vec{Z}$):

$\overrightarrow{GM}$ = y. $\vec{Y}$ et d$\vec{F}$ = ($P_G - \varpi$.y) dS $\vec{X}$ ➔ $\vec{M}_G = \left[\text{y}.\vec{Y} \wedge (\text{PG} - \varpi.\text{y})\ \text{dS}\ \vec{X}\right]$

Sachant que Y ∧ X = −Z :

$\vec{M}_G = \left[\text{PG} \int y\, ds - \varpi \int y^2 ds\right] \overrightarrow{-Z}$ ➔

$\int y\, ds$ = y_G.S = 0 et $\int y^2 ds$ = $I_{(G,\vec{Z})}$ Moment quadratique de la surface S par rapport à l'axe (G,$\vec{Z}$) passant par le centre de surface G.

$$\vec{M}_G = \varpi\ I_{(G,\vec{Z})}\vec{Z}$$

55

Poussée d'un fluide sur une paroi verticale

Le torseur associé aux forces de pression :

$$\{\tau_{\text{poussée}}\} = \begin{cases} \text{PG} .S\,\vec{X} \\ \varpi\ I(G,\vec{Z})\ \vec{Z} \end{cases}$$

56

Poussée d'un fluide sur une paroi verticale

Centre de poussée

Déterminons le point G_0 où le moment résultant des forces de pression est nul.
En se basant sur l'hypothèse de symétrie, si ce point existe il appartient à l'axe (G, $\vec{Y}$) et il est tel que :
$\vec{M}_{G0} = \vec{M}_G + \overrightarrow{G_0G} \wedge \vec{R} = 0$.
Ecrivons alors que : $\vec{M}_G = \overrightarrow{G_0G} \wedge \vec{R}$
Avec les résultats précédents, on obtient :
$y_0 . \vec{Y} \wedge P_G \, S \, \vec{X} = \varpi \, I(G,\vec{Z}) \, \vec{Z}$

$$\Rightarrow y_0 = \frac{\varpi \, I(G,\vec{z})}{P_G \, S}$$

G_0 s'appelle le centre de poussée de la paroi. Il est toujours **au-dessous du centre de surface G**

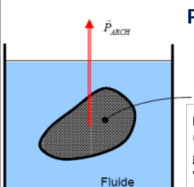
Application

Théorème d'Archimède

Enoncé

Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale, vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé.

$$P_{ARCH} = \rho_{fluide} . V_{imm} . g$$



ρ est la masse volumique du fluide en kg/m3 (kilogramme par mètre cube) ;
g est l'intensité de la pesanteur en m/s2
V est le volume du fluide déplacé en m3 (mètre cube) ;
•La valeur PA est en newton (N).

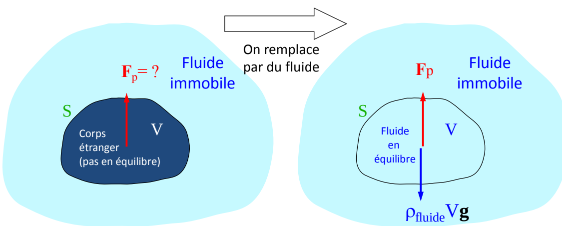
Poussée d'Archimède

Tout corps solide immergé dans un fluide en équilibre est soumis de la part de celui-ci à des forces de pression $d\vec{F}$ dont les actions mécaniques sont modélisables au centre de gravité du fluide déplacé par un glisseur dont la résultante est directement opposée au poids du fluide déplacé.

$$\{\tau \, E2 \rightarrow E1\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{P} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Force d'Archimède

- Rappel : Ce n'est rien d'autre que la résultante des forces de pression.
- On cherche en général la force exercée sur un corps étranger au fluide (solide ou bulle dans liquide, ballon d'hélium dans l'air...)



Le champ de pression est le même dans les deux cas, donc F_p aussi.
L'équilibre dans le deuxième cas montre que $F_p = -\rho_{fluide} V \mathbf{g}$

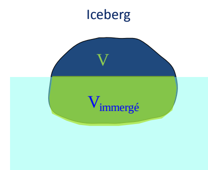
61

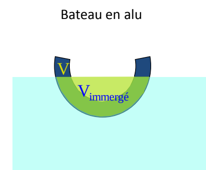
Et pourtant, il flotte...

On peut généraliser le raisonnement à un objet **partiellement immergé**.

On retiendra : $F_p = -\rho_{fluide} V_{immergé}\, \mathbf{g}$

Dans ce cas **l'équilibre est possible** :





$\mathbf{P}_{corps} + \mathbf{F}_p = \mathbf{0}$ => $\rho_{corps} V = \rho_{fluide} V_{immergé}$

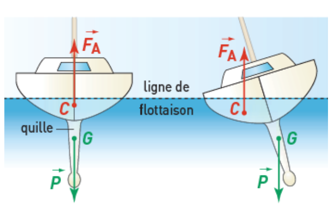
Le corps est moins dense :
$\rho_{fluide} > \rho_{corps}$
$V_{immergé} < V$

Le corps est pourtant plus dense :
$\rho_{corps} > \rho_{fluide}$
mais $V < V_{immergé}$

62

Condition d'équilibre d'un corps flottant

Le centre de poussée C est <u>au dessus</u> du centre de gravité G :
Si les deux points ne sont pas alignés, le couple de forces qui apparaît redressera le solide dans sa position verticale : l'équilibre est alors <u>stable</u>.



63

Récap

La statique des fluides est basée principalement sur :

a) La différence de pression entre deux points:
$$P1 - P2 = \rho g(Z2-Z1) = \varpi\,(Z2-Z1)$$
b) Toute variation de pression en un point engendre la même variation de pression en tout autre point d'après le théorème de Pascal.
c) Le torseur associé aux forces de pression d'un fluide sur une paroi plane verticale est : $\{\tau \text{ poussée}\} = \begin{cases} PG\,.S\,\vec{X} \\ \varpi\, I(G,\vec{Z})\,\vec{Z} \end{cases}$
d) La position du centre de poussée est $y0 = \dfrac{\varpi\, I(G,\vec{z})}{PG\ S}$
e) Tout corps plongé dans un fluide subit une force verticale, orientée vers le haut c'est la poussée d'Archimède et dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé.

64

Exercices

65