

Durée 2h – Documents, téléphone et calculatrice **non autorisés**

Veuillez inscrire votre GROUPE, laisser une MARGE à gauche et NUMEROTER vos feuilles doubles

Questions de cours : 4 points

- a) Donner la définition de la fonction \arccos : expression de la fonction avec domaine de définition, domaine d'arrivée. Tracer son graphique.
- b) Mêmes questions pour la fonction th (tangente hyperbolique).
- c) Mêmes questions pour les fonctions puissances $x \mapsto x^\alpha$, pour le cas général $\alpha \in \mathbb{R}$.
- d) Donner la définition d'une fonction dérivable en a .

Exercice 1 : 5 points

Soit f définie par $f(x) = \arctan(\ln(x))$

- a) Donner le domaine de définition de f .
- b) Montrer que f est une bijection sur son domaine de définition.
- c) Notons $g = f^{-1}$, calculer $g(\pi/4)$. En déduire $g'(\pi/4)$.
- d) En déduire l'équation de la tangente au graphe de f^{-1} au point d'abscisse $x_0 = \pi/4$.

Exercice 2 : 4,5 points

Etudier la dérivabilité de et calculer la dérivée de :

a) $f(x) = \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ b) $g(x) = \begin{cases} x \cdot \ln(x), & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

c) $h(x) = |x| \cdot \sqrt{x^2 - x^3}$

Exercice 3 : 3,5 points

- a) Donner le domaine de définition D_f de la fonction $f(x) = \tan(\arccos(x))$.
- b) Montrer que : $\forall x \in D_f, f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$.

Exercice 4 : 3 points

Montrer en utilisant le Théorème des Accroissements Finis (ou l'inégalité des accroissements finis) que :

$$\forall x > -1, \quad \frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x$$