

**DM optionnel****Durée recommandée 2h****Questions de cours : 6 points**

- Donner la définition de la fonction  $\arcsin$  (domaine de définition, domaine d'arrivée, expression de la fonction). Tracer son graphique.
- Mêmes questions pour les fonctions  $ch$  et  $argsh$ .
- Mêmes questions pour  $x \mapsto x^\alpha$ , avec  $\alpha = -1, 2, -2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0$ .
- Donner la définition de suites adjacentes.
- Si deux suites sont adjacentes, que peut-on dire au sujet de leur convergence ?

**Exercice 1 : 6 points**

Etudier la dérivabilité de et calculer la dérivée de :

- a)  $f(x) = \ln(\cos(x))$       b)  $g(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \ln(x), & x > 0 \\ x, & x \leq 0 \end{cases}$
- c)  $h(x) = |2x| \cdot \sqrt{x^2 - x^5}$       d)  $k(x) = \sqrt{e^{2x} - 2}$

**Exercice 2 : 3,5 points**

- a) Donner le domaine de définition  $D_f$  de la fonction  $f(x) = \tan(\arcsin(x))$ .
- b) Montrer que :  $\forall x \in D_f, f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ .

**Exercice 3 : 4,5 points**On considère les deux suites :  $u_n = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!}$  ;  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $v_n = u_n + \frac{1}{n!}$  ;  $n \in \mathbb{N}^*$ 

- a) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n!$
- b) Montrer que  $(u_n)$  et  $(v_n)$  convergent vers une même limite.