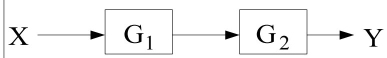
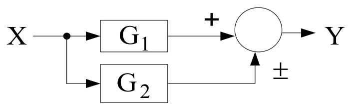
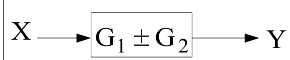
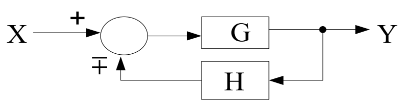
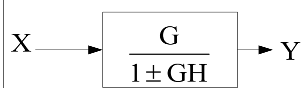
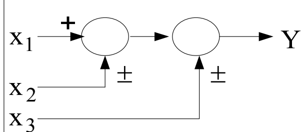
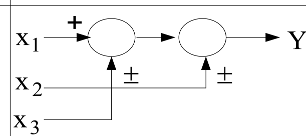
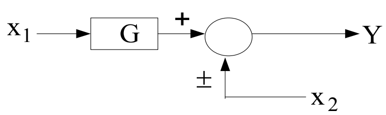
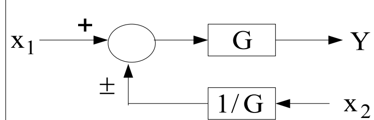
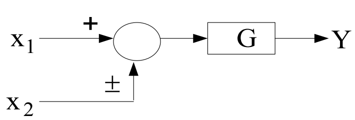
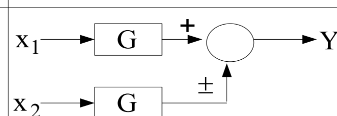
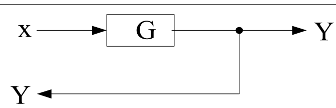
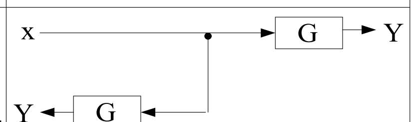
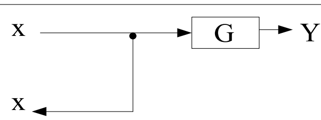
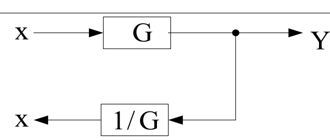
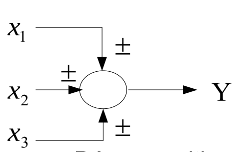
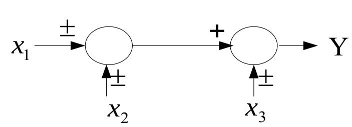
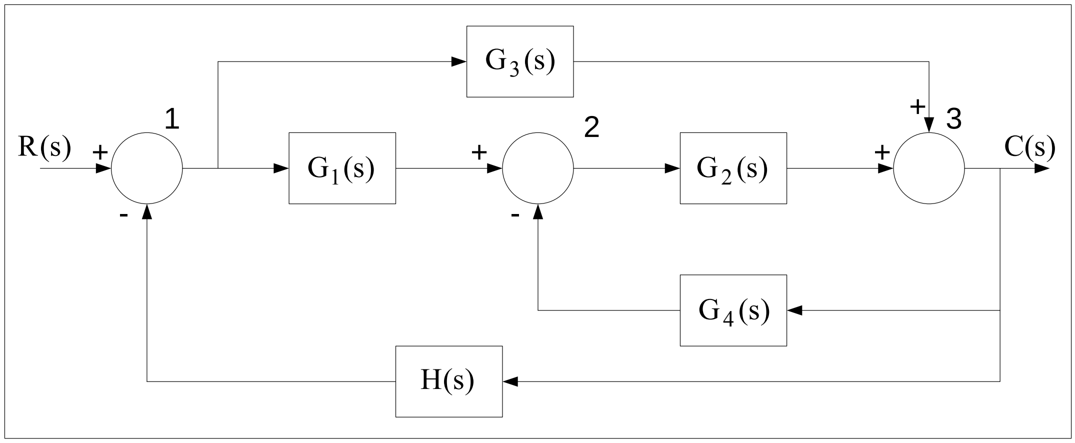
Règles de simplification des schémas blocs

Règle	Schéma Bloc initial	Schéma Bloc équivalent
1	 Blocs en cascade (série)	
2	 Blocs en parallèle	
3	 Boucle fermée	
4	 Redisposition de sommateurs	
5	 Déplacement de sommateur en amont d'un bloc	
6	 Déplacement de sommateur en aval d'un bloc	
7	 Déplacement d'un point de branchement en amont d'un bloc	
8	 Déplacement d'un point de branchement en aval d'un bloc	
9	 Décomposition d'un sommateur	

Problème 5.4
On donne le schéma bloc suivant :



Déterminer la fonction de transfert G(s) = C(s)/R(s)

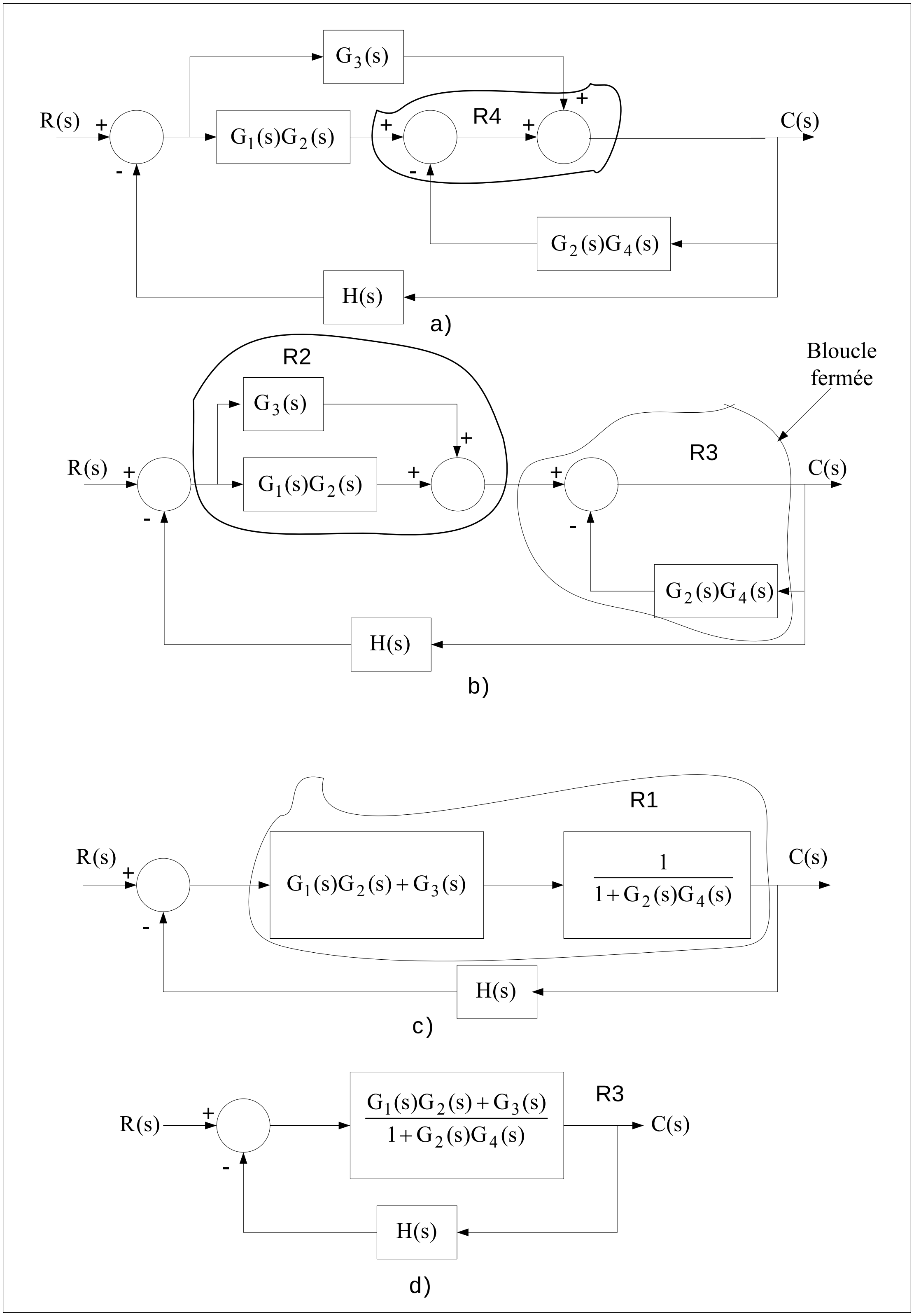
Note : Sur la figure de la page suivante et sur les autres figures de ce document la lettre **R** suivie d'un numéro indique le numéro de la règle qui sera utilisée selon le tableau fourni dans ce document. Par exemple **R3** signifie qu'on appliquera la règle 3.

Solution

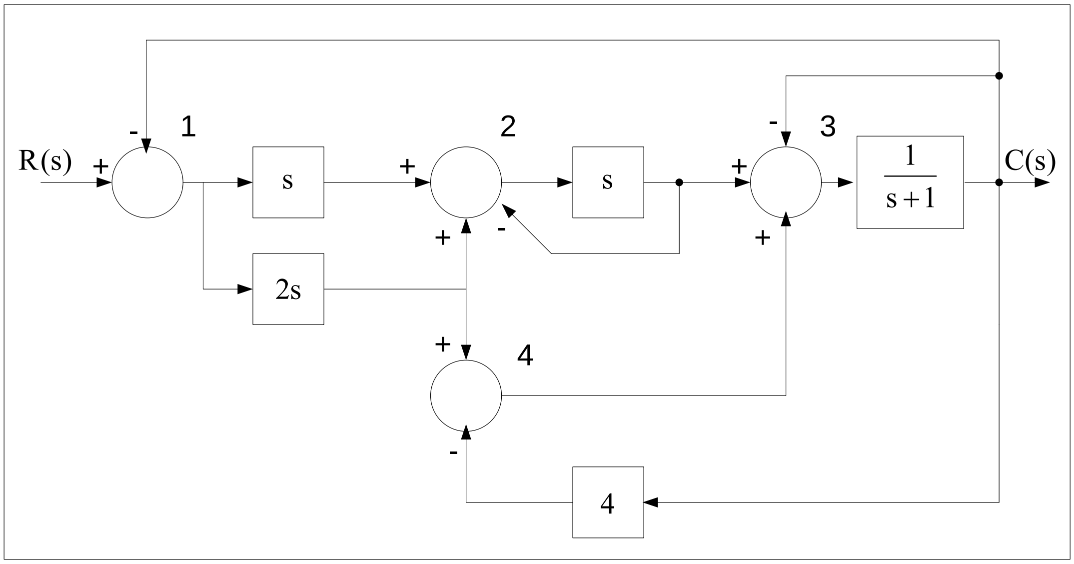
1) On applique la règle 6 au sommateur 2 et au bloc $G_2(s)$.
2) Les autres étapes de la simplification sont illustrées à la figure de la page suivante.

Finalement, on trouve :

$$G(s) = \frac{G_1(s)G_2(s) + G_3(s)}{1 + G_2(s)G_4(s) + H(s)\left[G_1(s)G_2(s) + G_3(s)\right]}$$


R(s)
$G_3(s)$
$G_1(s)G_2(s)$
R4
C(s)
$G_2(s)G_4(s)$
H(s)
a)
R2
Bloucle
fermée
R3
b)
R1
$G_1(s)G_2(s)+G_3(s)$
$\frac{1}{1+G_2(s)G_4(s)}$
c)
$\frac{G_1(s)G_2(s)+G_3(s)}{1+G_2(s)G_4(s)}$
d)

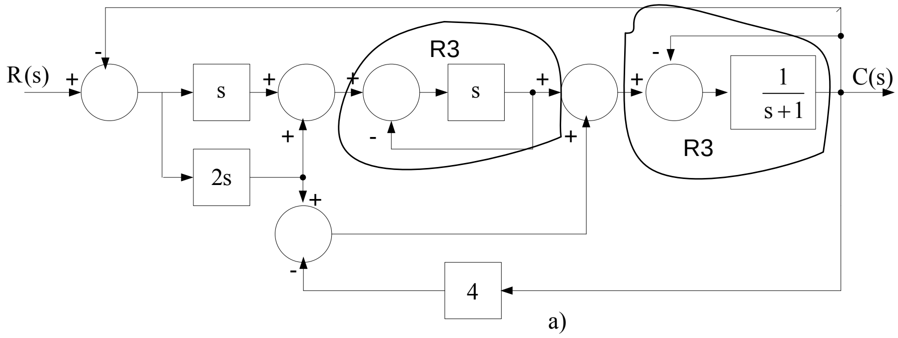
Problème 5.7
On donne le schéma bloc suivant :



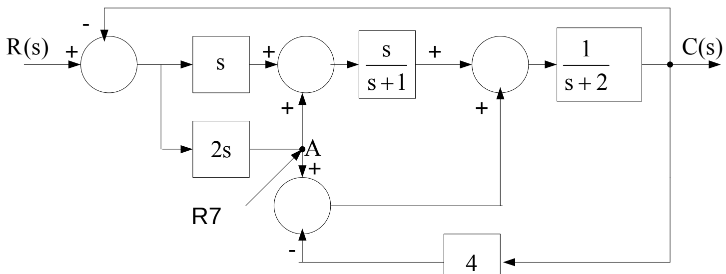
Réduire le schéma bloc ci-dessus sous la forme d'un schéma bloc en boucle fermée à retour unitaire.

Solution

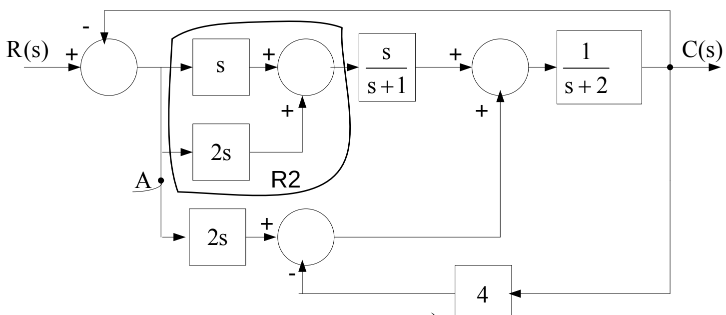
1) On applique la règle 9 aux sommateurs 2 et 3 (voir figure a) à la page suivante).
2) Les autres étapes de la simplification sont illustrées à la figure de la page suivante.


R(s)
s
2s
s
R3
$\frac{1}{s+1}$
R3
C(s)
4

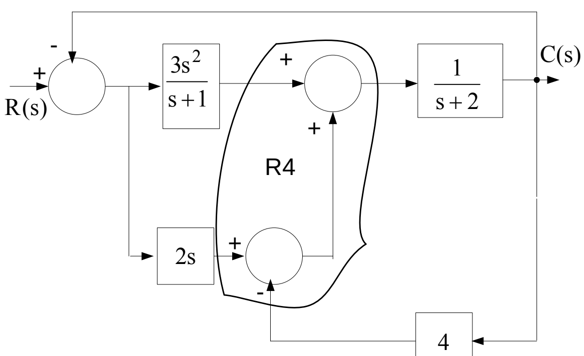
a)


R(s)
s
2s
A
R7
$\frac{s}{s+1}$
$\frac{1}{s+2}$
C(s)
4

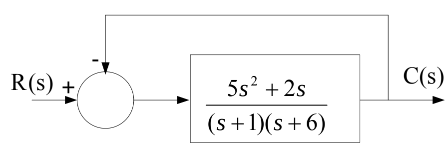
b)


R(s)
s
2s
R2
A
2s
$\frac{s}{s+1}$
$\frac{1}{s+2}$
C(s)
4

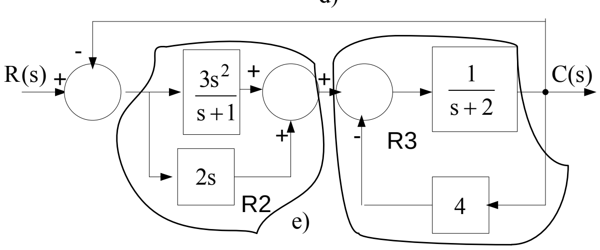
c)


R(s)
$\frac{3s^2}{s+1}$
R4
2s
$\frac{1}{s+2}$
C(s)
4

d)

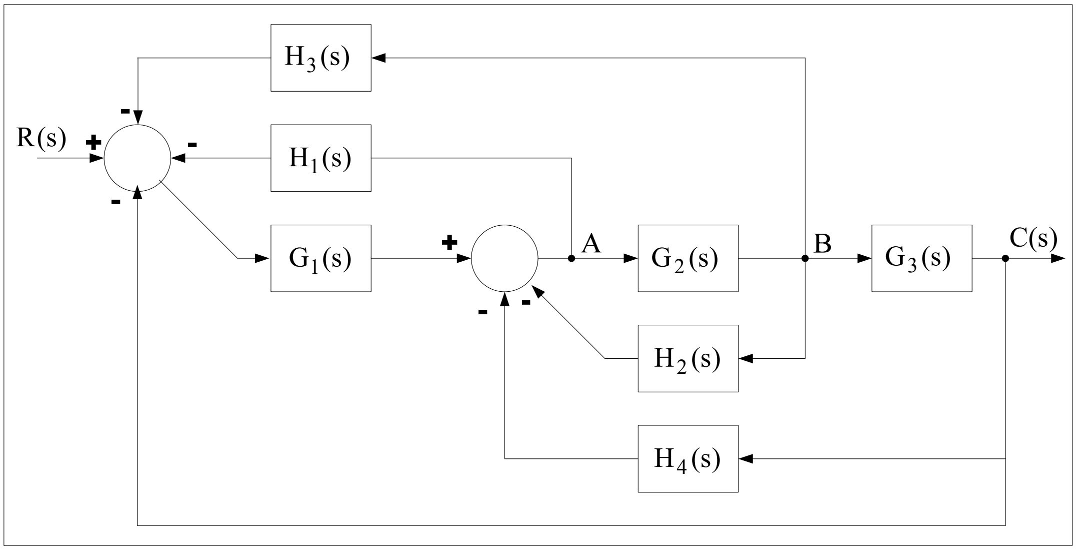

R(s)
$\frac{5s^2+2s}{(s+1)(s+6)}$
C(s)

f)


R(s)
$\frac{3s^2}{s+1}$
2s
R2
$\frac{1}{s+2}$
R3
4
C(s)

e)

Problème 5.10
On donne le schéma bloc suivant :



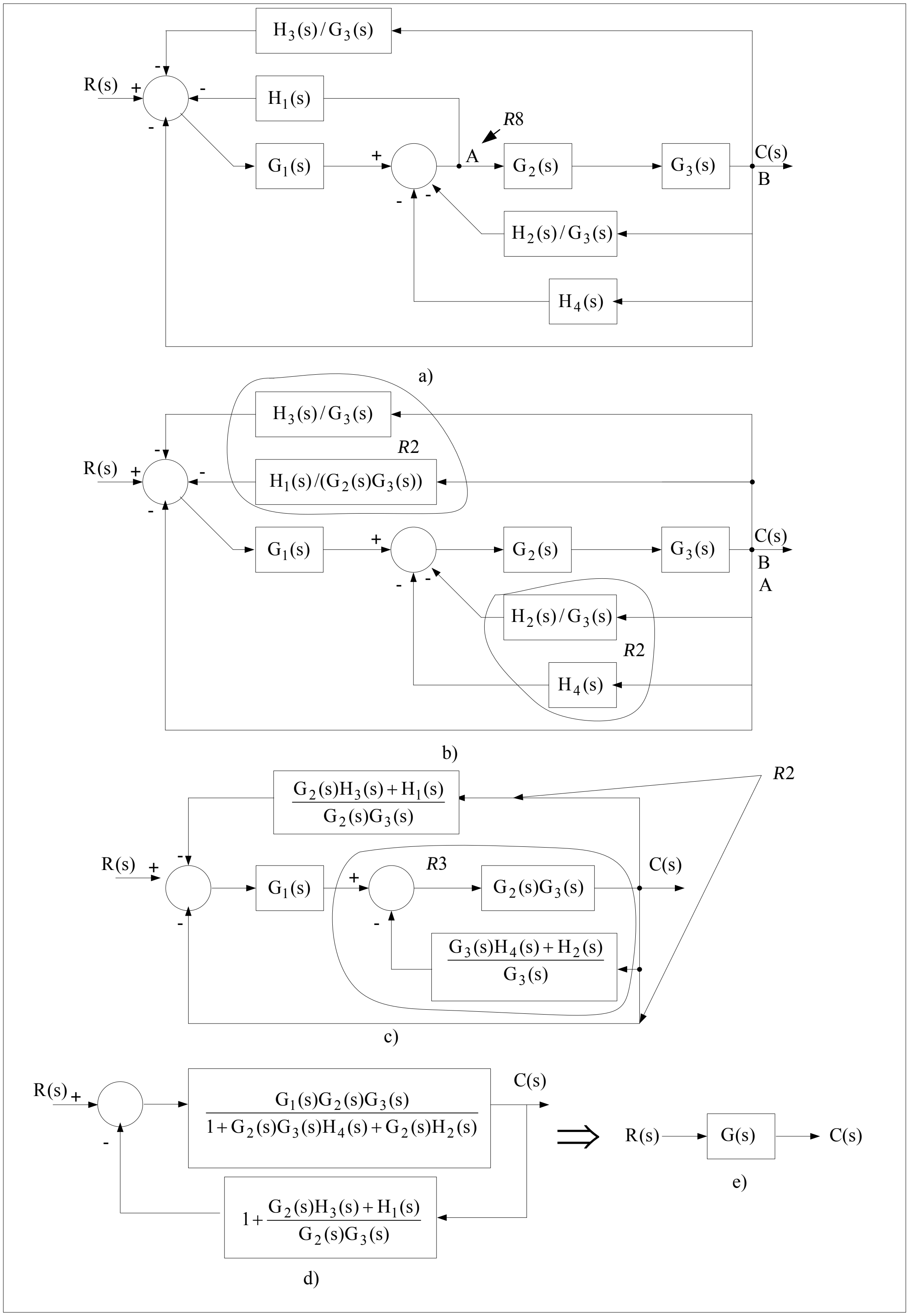
Déterminer la fonction de transfert G(s) = C(s)/R(s)

Solution

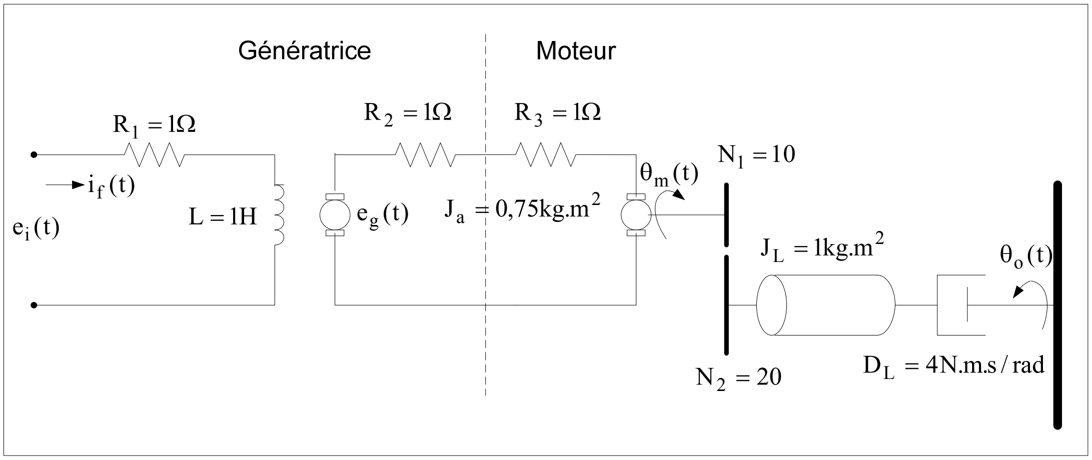
1) On applique la règle 8 au point **B** par rapport au bloc **G_3(s)**.
2) On applique la règle 8 au point **A** par rapport aux blocs **G_2(s)** et **G_3(s)**.
3) Les autres étapes de la simplification sont illustrées à la figure de la page suivante.

Finalement on trouve :

$$G(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)G_3(s) + G_1(s)H_1(s) + G_2(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)H_3(s) + G_2(s)G_3(s)H_4(s)}$$


H3(s)/G3(s)
R(s)
H1(s)
R8
A
G1(s)
G2(s)
G3(s)
C(s)
B
H2(s)/G3(s)
H4(s)
a)
H3(s)/G3(s)
R2
R(s)
H1(s)/(G2(s)G3(s))
G1(s)
G2(s)
G3(s)
C(s)
B
A
H2(s)/G3(s)
R2
H4(s)
b)
G2(s)H3(s)+H1(s) / G2(s)G3(s)
R2
R(s)
G1(s)
R3
G2(s)G3(s)
C(s)
G3(s)H4(s)+H2(s) / G3(s)
c)
R(s)
G1(s)G2(s)G3(s) / 1+G2(s)G3(s)H4(s)+G2(s)H2(s)
C(s)
1+ G2(s)H3(s)+H1(s) / G2(s)G3(s)
d)
R(s)
G(s)
C(s)
e)

Pb. 5.19
Le schéma d'un système composé d'une génératrice, d'un moteur à courant et d'une charge est représenté ci-dessous :



Pour le générateur on a :

$$e_g(t) = K_f i_f(t), K_f = 2\Omega$$

Pour le moteur on a :

$$K_t = 1N.m/A \text{ et } K_b = 1V.s/rad$$

Déterminer la fonction de transfert :

$$G(s) = \frac{\theta_0(s)}{E_i(s)}$$

Solution

La fonction de transfert recherchée peut s'écrire sous la forme suivante :

$$G(s) = \frac{\theta_0(s)}{E_i(s)} = \frac{\theta_0(s)}{\theta_m(s)} \frac{\theta_m(s)}{E_g(s)} \frac{E_g(s)}{E_i(s)}$$

Déterminons les différentes fonctions de transfert qui composent G(s)

$$\frac{\theta_0(s)}{\theta_m(s)} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \qquad (1)$$

$$\frac{\theta_m(s)}{Eg(s)} = \frac{K_t/(R_a J_m)}{s\left[s + \frac{1}{J_m}\left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a}\right)\right]}$$

L'inertie équivalente J_m et coefficient de frottement visqueux équivalent D_m au niveau de l'axe du moteur sont définis par :

$$J_m = J_a + J_{Le} = J_a + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 J_L = 0{,}75 + \left(\frac{10}{20}\right)^2 1 = 1\text{kg.m}^2$$

$$D_m = D_a + D_{Le} = D_a + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 D_L = 0 + \left(\frac{10}{20}\right)^2 4 = 1 N.m.s/rad$$

La résistance équivalente de l'induit est :

$$R_a = R_2 + R_3 = 1 + 1 = 2\Omega$$

En tenant compte des valeurs des K_t et K_b données et des paramètres calculés ci-dessus on trouve :

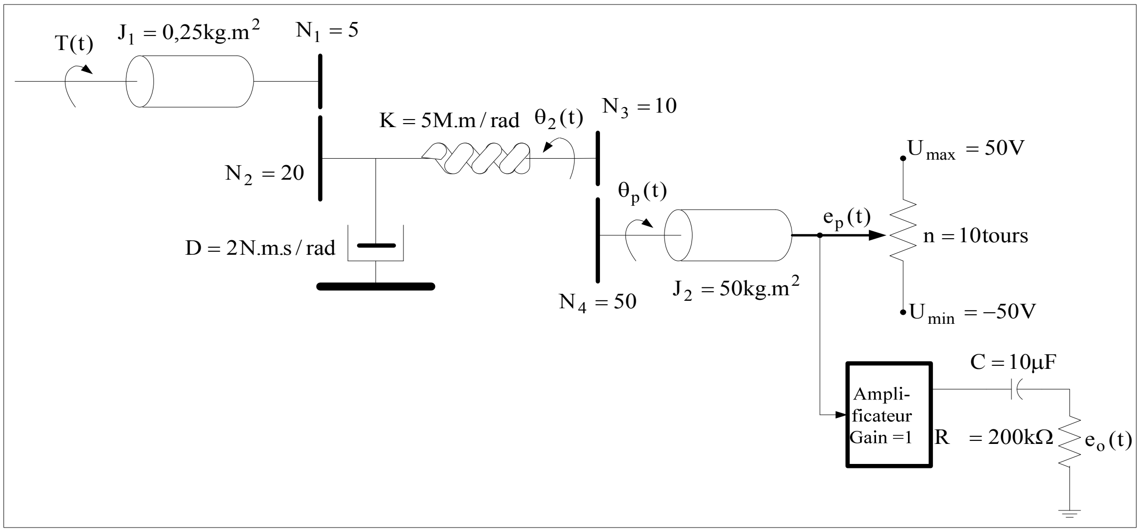
$$G_m(s) = \frac{\theta_m(s)}{E_g(s)} = \frac{0{,}5}{s[s+1{,}5]} \tag{2}$$

$$\frac{E_g(s)}{E_i(s)} = \frac{K_f I_f(s)}{E_i(s)} = \frac{K_f E_i(s)}{(Ls+R_1)E_i(s)} = \frac{K_f}{Ls+R1} = \frac{2}{s+1} \tag{3}$$

En tenant compte de (1), (2) et (3) on trouve :

$$G(s) = \frac{0{,}5}{s(s+1{,}5)(s+1)}$$

Pb. 5.21
Le schéma d'un système est représenté ci-dessous :



Solution
La fonction de transfert recherchée peut s'écrire sous la forme :

$$G(s)=\frac{E_o(s)}{T(s)}=\frac{E_o(s)}{E_p(s)}\frac{E_p(s)}{\theta_p(s)}\frac{\theta_p(s)}{\theta_2(s)}\frac{\theta_2(s)}{T(s)}$$

1) Calcul de $E_o(s)/E_p(s)$ (Fonction de transfert du circuit)
Pour le circuit on a :

$$E_o(s)=\frac{RE_p(s)}{R+\frac{1}{Cs}}=\frac{2sE_p(s)}{2s+1}$$

D'où :

$$\frac{E_o(s)}{E_p(s)}=\frac{2s}{2s+1} \qquad (1)$$

2) Calcul de $E_p(s)/\theta_p(s)$ (Fonction de transfert du potentiomètre)

On a :

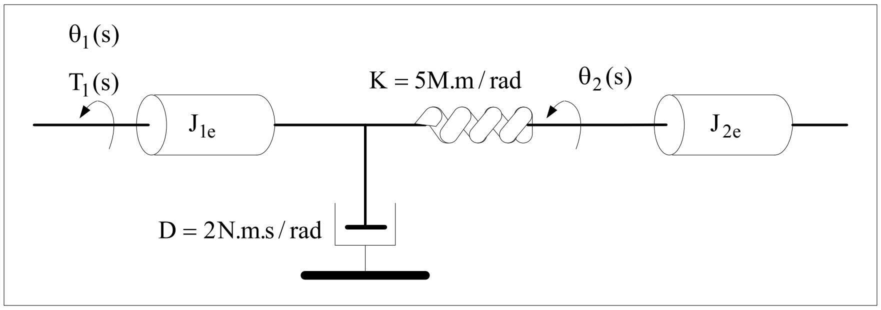
$$\frac{E_p(s)}{\theta_p(s)}=\frac{U_{max}-U_{min}}{2\pi n}=\frac{50-(-50)}{2\pi 10}=\frac{5}{\pi} \qquad (2)$$

3) Calcul de $\theta_p(s)/\theta_2(s)$

$$\frac{\theta_p(s)}{\theta_2(s)}=\frac{N_3}{N_4}=\frac{10}{50}=\frac{1}{5} \qquad (3)$$

4) Calcul de $\theta_2(s)/T(s)$

Pour déterminer $\theta_2(s)$ on utilise la partie mécanique équivalente du système :



Sur le schéma ci-dessus les inerties et le couple sont reflétées sur l'axe du ressort. Donc,

$$J_{1e} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 J_1 = \left(\frac{20}{5}\right)^2 0{,}25 = 4\text{kg.m}^2$$

$$J_{2e} = \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 J_2 = \left(\frac{10}{50}\right)^2 50 = 2\text{kg.m}^2$$

$$T_1 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) T = \left(\frac{20}{5}\right) T = 4T$$

Le système d'équations qui décrit la dynamique de la mécanique ci-dessus est :

$$\begin{cases} \left(J_{1e}s^2 + Ds + K\right)\theta_1(s) - K\theta_2(s) = T_1(s) = 4T(s) \\ -K\theta_1(s) + \left(J_{2e}s^2 + K\right)\theta_2(s) = 0 \end{cases}$$

En tenant compte des valeurs des paramètres on a :

$$\begin{cases} \left(4s^2 + 2s + 5\right)\theta_1(s) - 5\theta_2(s) = T_1(s) = 4T(s) \\ -5\theta_1(s) + \left(2s^2 + 5\right)\theta_2(s) = 0 \end{cases}$$

On trouve :

$$\theta_2(s) = \frac{10T(s)}{s(4s^3 + 2s^2 + 15s + 5)}$$

D'où :

$$\frac{\theta_2(s)}{T(s)} = \frac{10}{s(4s^3 + 2s^2 + 15s + 5)} \qquad (4)$$

En tenant compte de (1), (2), (3) et (4) on a :

$$G(s) = \frac{20/\pi}{(2s+1)(4s^3 + 2s^2 + 15s + 5)}$$