

Exercice 1

On considère le système linéaire

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1.0001 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.0000 \\ 6.0005 \end{pmatrix}$$

Dont la solution exacte est $X = (5 \ 0.2)^T$.

- a) Calculer les résidus r_1 et r_2 correspondant respectivement aux solutions approximatives $x_1 = (5.1 \ 0.3)^T$ et $x_2 = (1 \ 1)^T$ et en déduire les quantités $\|r_1\|_{\text{inf}}$ et $\|r_2\|_{\text{inf}}$. Commenter les résultats obtenus.
- b) Si on perturbe le membre de droite du système en le remplaçant par $(6 \ 6)^T$, on obtient la solution $(0 \ 1.2)^T$. Quelle conclusion peut-on tirer de ce résultat ?
- c) Expliquer les résultats obtenus en (a) et (b) en calculant toutes les quantités pertinentes. Effectuer les calculs en norme $\|\cdot\|_{\text{inf}}$