**École d’ingénierie**

**Contrôle en Algèbre linéaire**

**Durée (1 h : 30 mn)**

**CPI2**

**Prof. : A.Ramadane**

**28-04-2014**

**Exercice 1 (6.5 points)**

Soit V3 et sa base usuelle C =( , soit une application linéaire

T : V3  V3 telle que

T() = (x+y+3z) + (x + 2 y +z) + (x+y+3z)

1. Donner [ T ]C la matrice représentative de T dans la base de C
2. Quelle est la dimension de Ker(T)
3. Donner une base de Im(T) et le rang de T.
4. Montrer que le vecteur - + 2 - appartient à l’image de T.
5. Résoudre le système

**Exercice 2 (6.5 points)**

Soit B=( , ) une base de V3 telle que

Soit =, = et = 3 des vecteurs de V3

1. Trouver la base orthonormale B’’, obtenue à partir de B par le procédé de Gram-Schmidt
2. Donner la matrice de transition de B à B’’, B’’**P**B
3. Donner la matrice de transition de C à B’’, B’’**P**C.  Avec C=(
4. Soit =, Donner [ B’’.
5. Soit W = [ ]. Exprimer sous la forme = + où

ϵ W et ϵ W**˔**.

**Exercice 3 (3.5 points)**

Soit U = { ϵ V3 / où x-9y+3z=0 }

1. Donner une base de U et sa dimension
2. Soit U˔ le complément orthogonal de U. Donner une base de U˔ .
3. Soit = 9 -12 + 4. Calculer proj U

**Exercice 4 (3.5 points)**

1. Soit A = (1, 2,…….,n) et B= (1, 2,…….,n) deux bases orthonormées d’un espace vectoriel V.

Montrer que A**P**B = (B**P**A)t = ( B**P**A)-1

1. Définir la projection orthogonale de sur , montrer que c’est une application linéaire, donner sa matrice.  
     
    