DISCUSION 4

MATEMATICA DISCRETA 2 – CICLO 2/2020

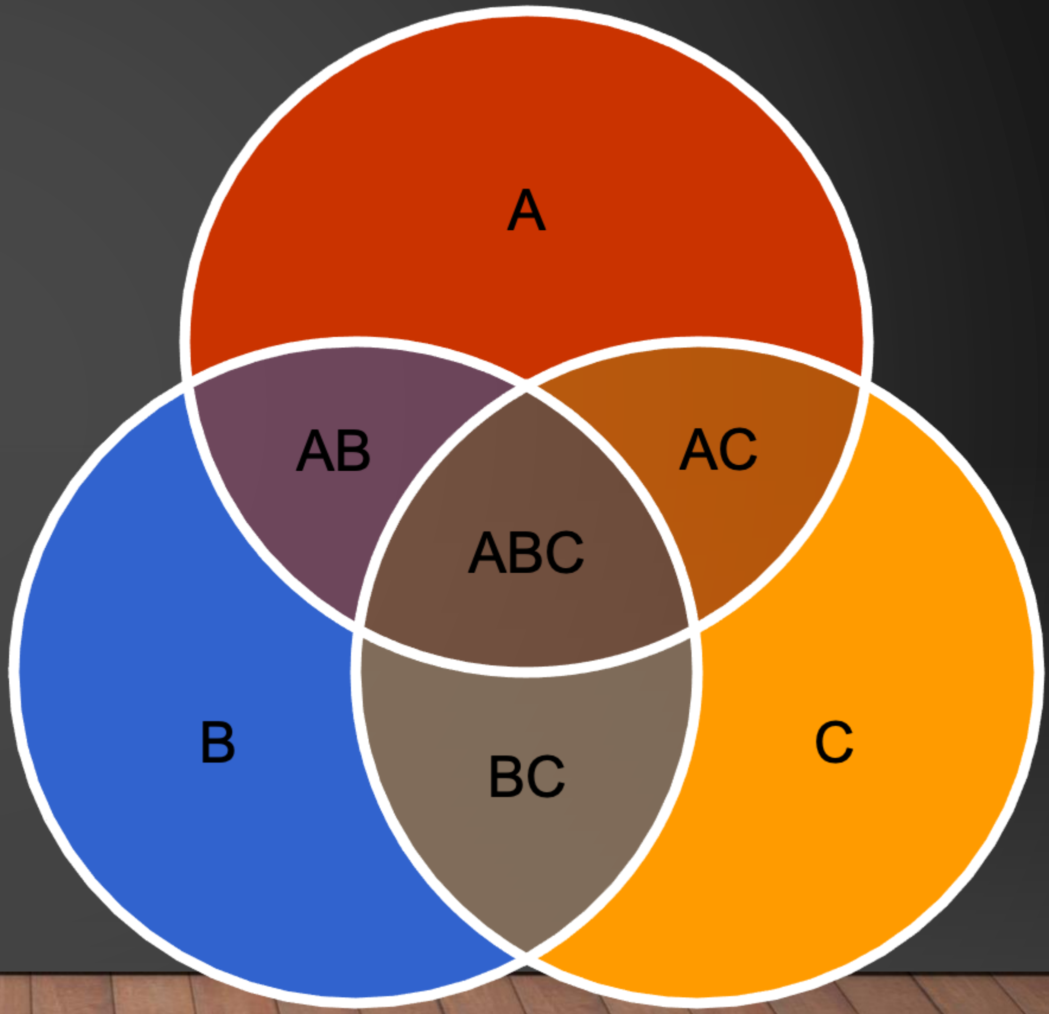
ROBERTO HERNÁNDEZ - 00162317

TEMAS

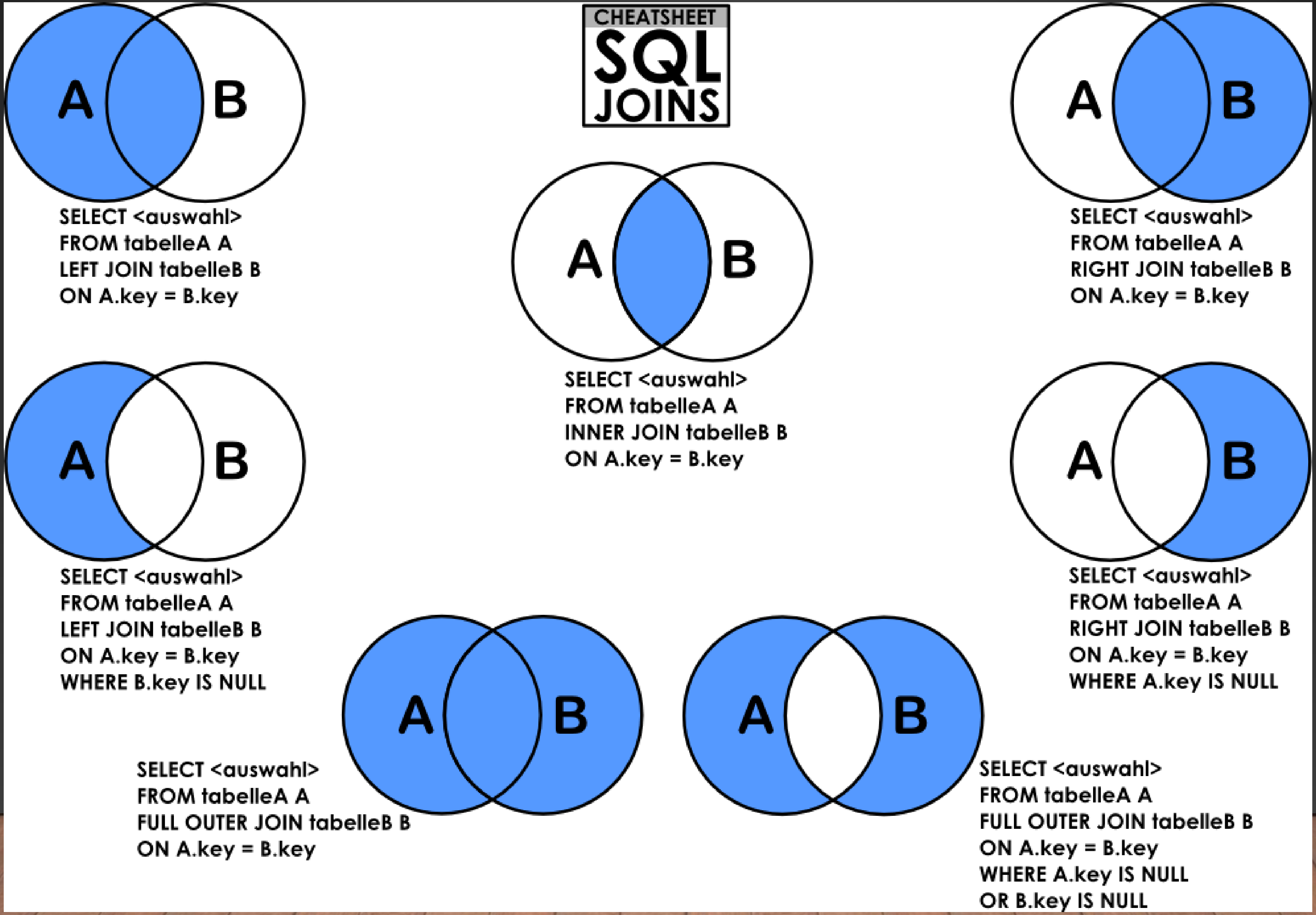
- Diagrama de Venn
- Cálculo de coeficientes binomiales

DIAGRAMA DE VEN

Son esquemas que muestran conjuntos de elementos por medio de círculos y abarca todos los elementos posibles bajo un rectángulo que se considera como el conjunto universal (U).

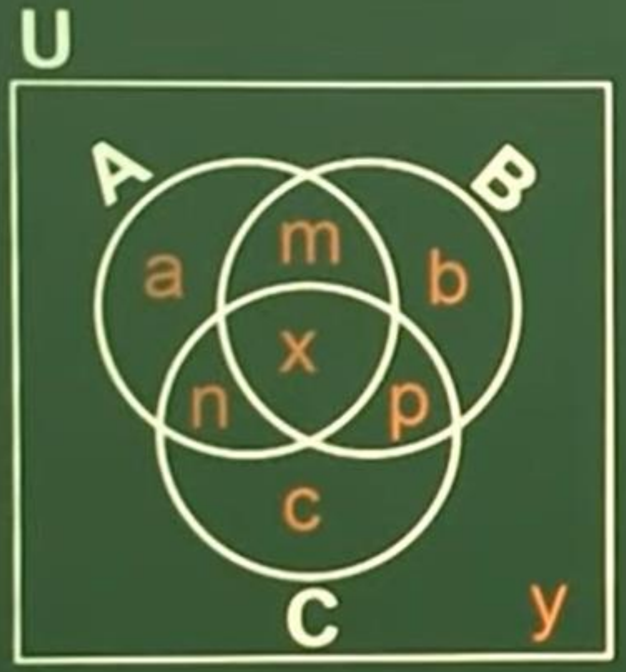


DIAGRAMAS DE VEN EN INFORMÁTICA



OTRA MANERA DE VERLO

Conjuntos intersectables:



Interpretaciones:

- A: a + m + n + x
- Solo A: a
- A y B: m + x
- Solo A y B: m
- A o B: a+m+x+n+p+b
- Solo A o B: a + m + b
- Solo uno: a + b + c
- Solo dos: m + n + p
- Ninguno: y

CALCULO DE COEFICIENTES BINOMIALES

Los coeficientes binomiales, números combinatorios o combinaciones son números estudiados en combinatoria que corresponden al número de formas en que se puede extraer subconjuntos a partir de un conjunto dado. Sin embargo, dependiendo del enfoque que tenga la exposición, se pueden usar otras definiciones equivalentes.

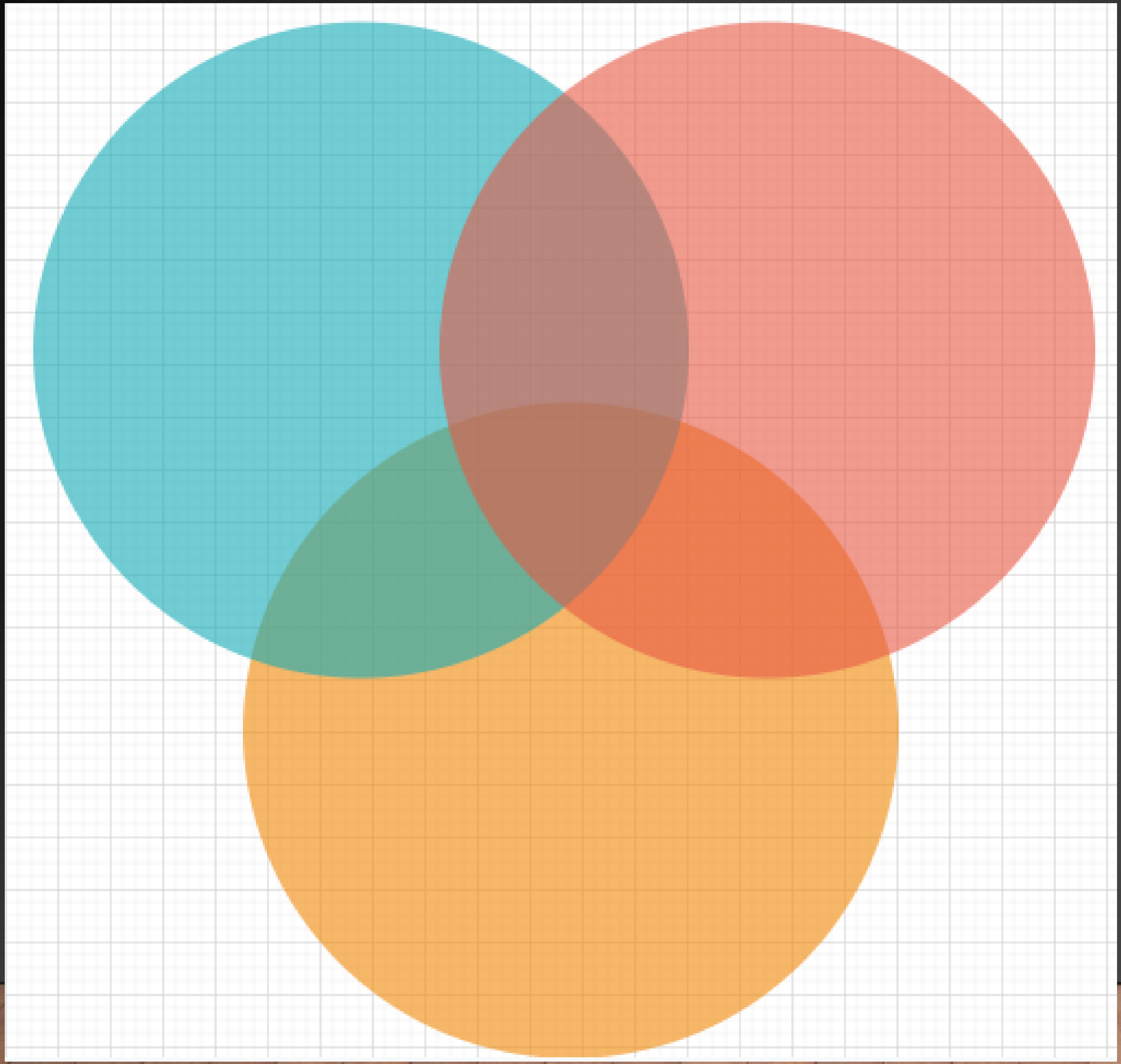
$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

EJERCICIO 1

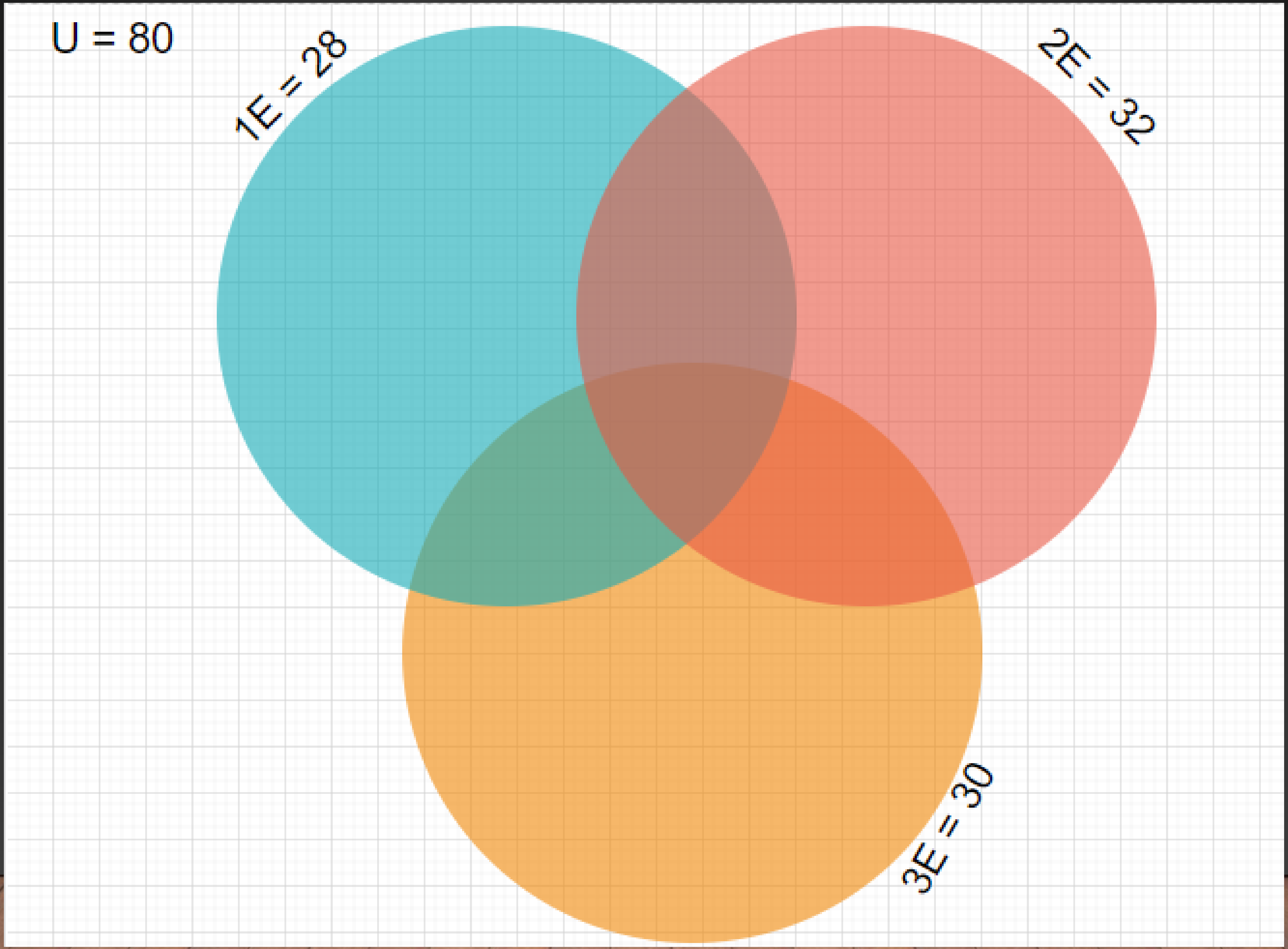
Para ingresar al Colegio "Liceo Salvadoreño", un grupo de 80 jóvenes dieron 3 exámenes para ser admitidos, al final, se supo que:

- 28 aprobaron el primer examen.
- 32 aprobaron el segundo examen.
- 30 aprobaron el tercer examen.
- 8 aprobaron solo el primero y segundo examen.
- 10 aprobaron solo el segundo y tercer examen.
- 4 aprobaron los tres exámenes.
- 18 no aprobaron examen alguno.

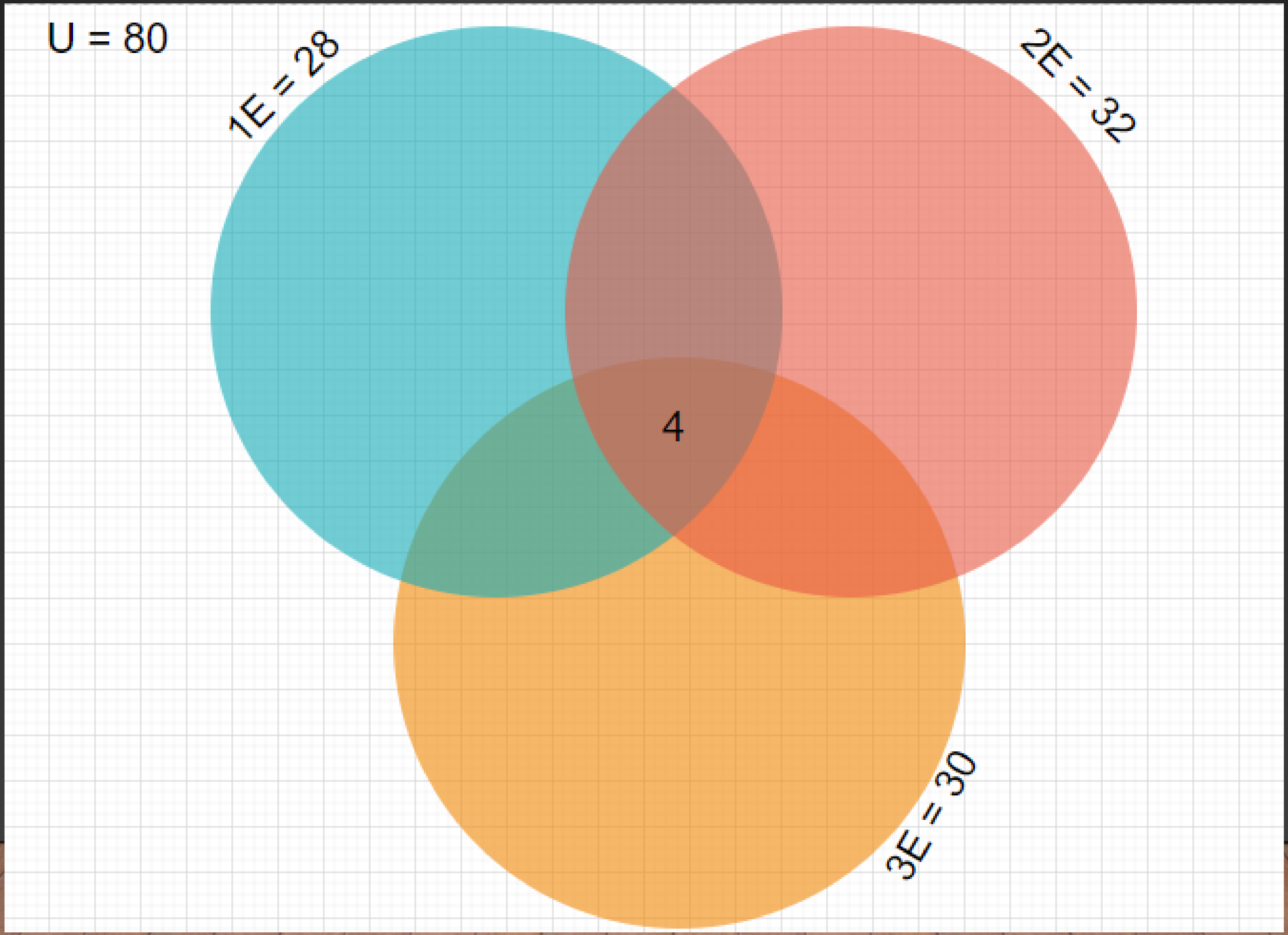
¿Cuántos alumnos fueron admitidos si solo se necesita aprobar 2 exámenes?



Color	Examen
Celeste	Primer examen (1E).
Rojo	Segundo examen (2E).
Anaranjado	Tercer examen (3E).

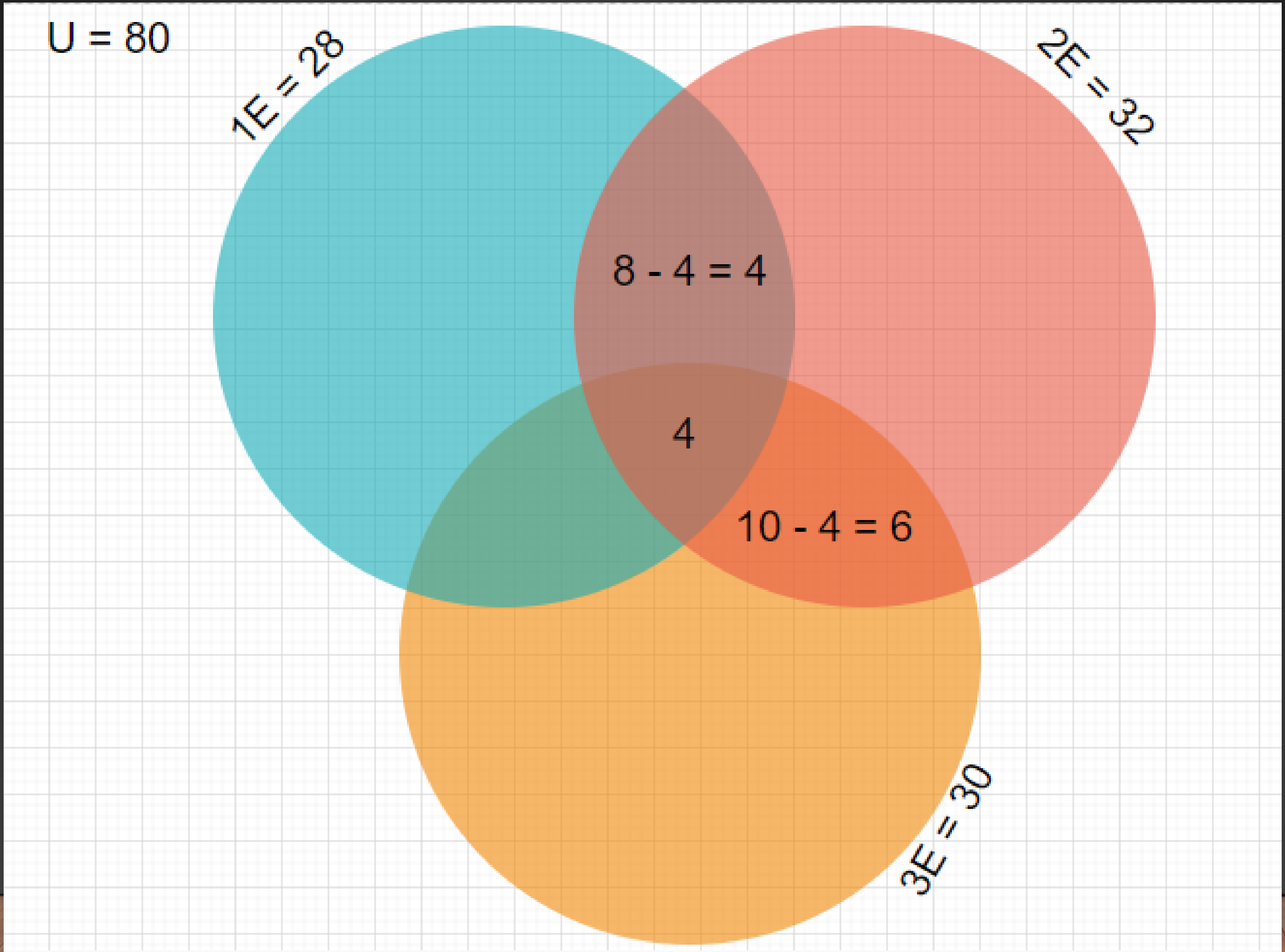

U = 80
1E = 28
2E = 32
3E = 30

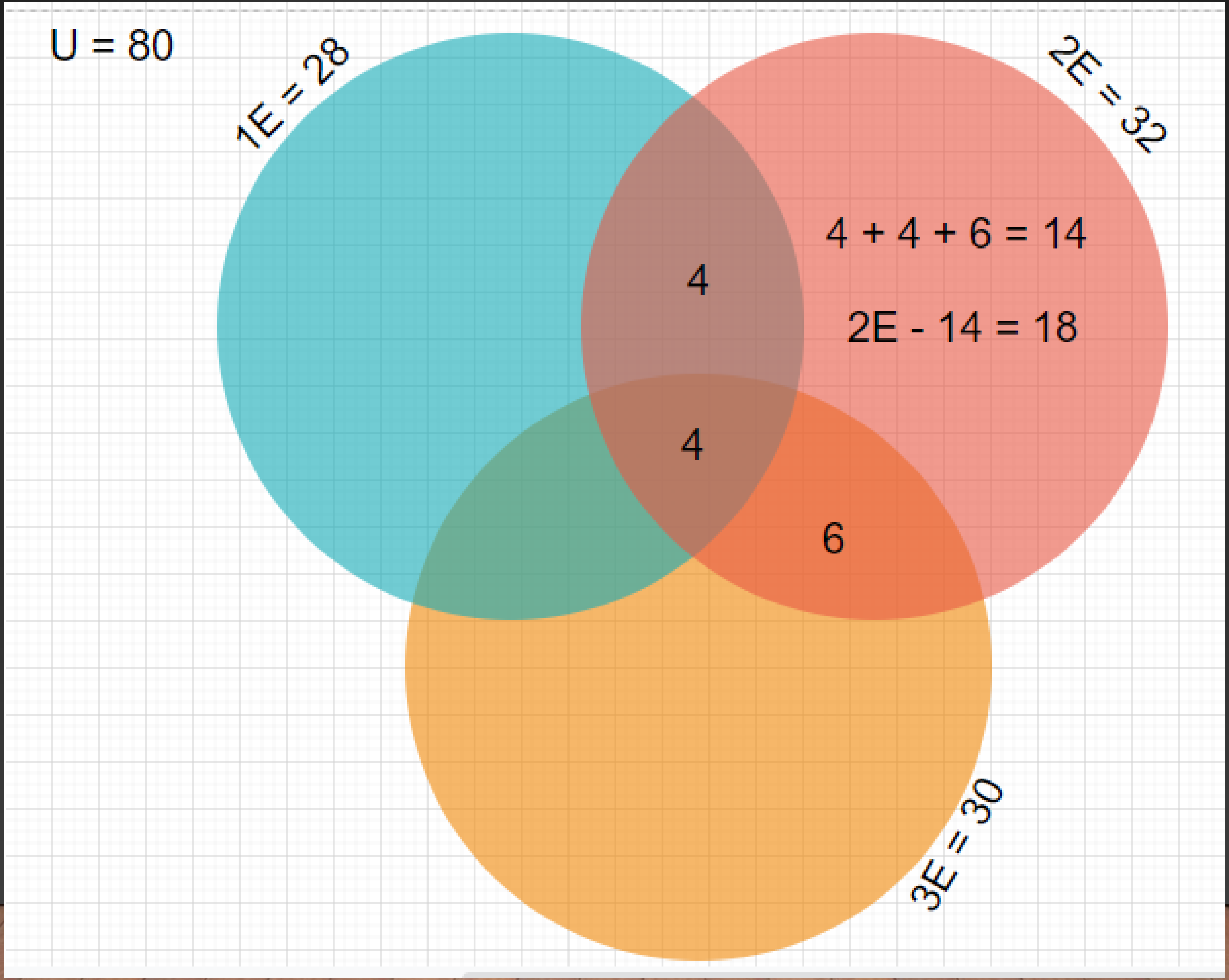
Cuatro aprobaron los tres exámenes.

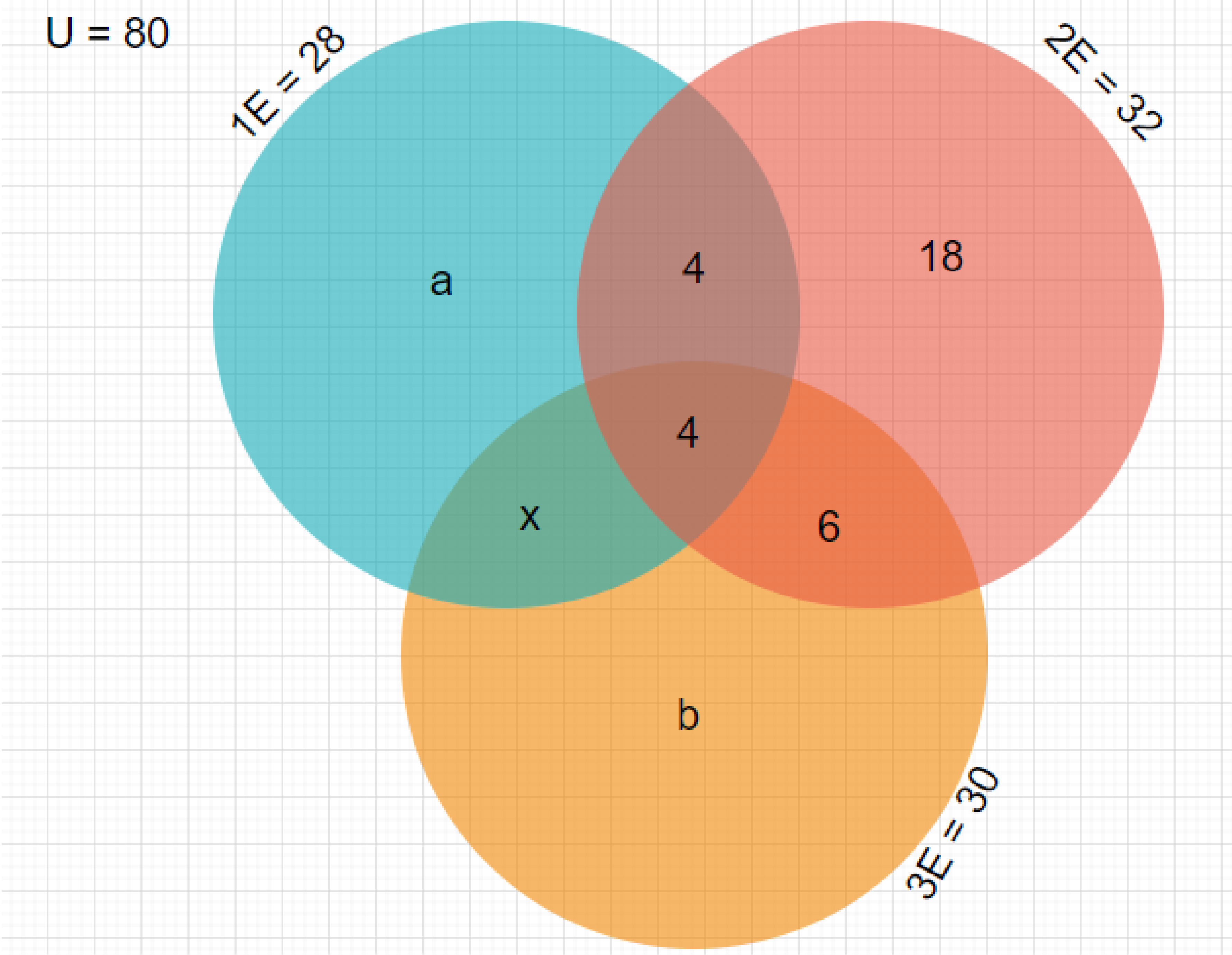


Ahora, faltan:

- 8 aprobaron solo el primero y segundo examen.
- 10 aprobaron solo el segundo y tercer examen.
- 18 no aprobaron examen alguno


U = 80
1E = 28
2E = 32
3E = 30
8 - 4 = 4
4
10 - 4 = 6

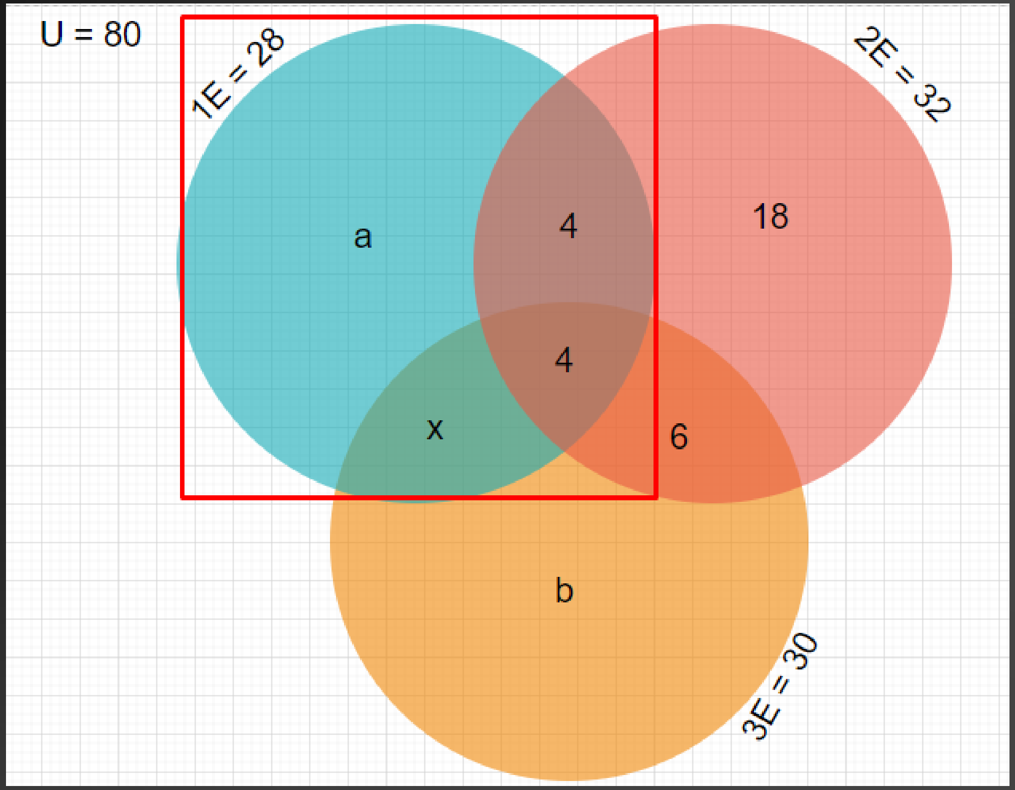

U = 80
1E = 28
2E = 32
3E = 30
4
4
6
4 + 4 + 6 = 14
2E - 14 = 18


U = 80
1E = 28
2E = 32
3E = 30
a
4
18
4
x
6
b

Para primer examen:

$$a + x + 4 + 4 = 28$$

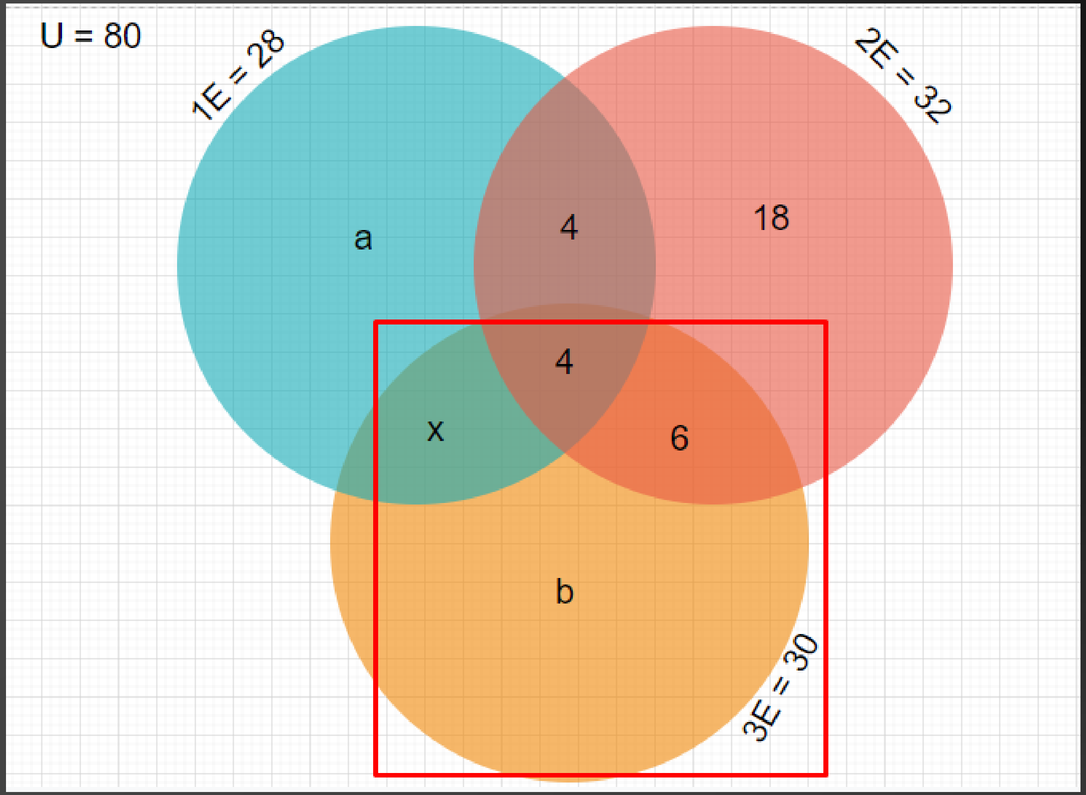
$$a + x = 20$$



Para tercer examen:

$$b + x + 4 + 6 = 30$$

$$b + x = 20$$



Tomando en cuenta a "U"

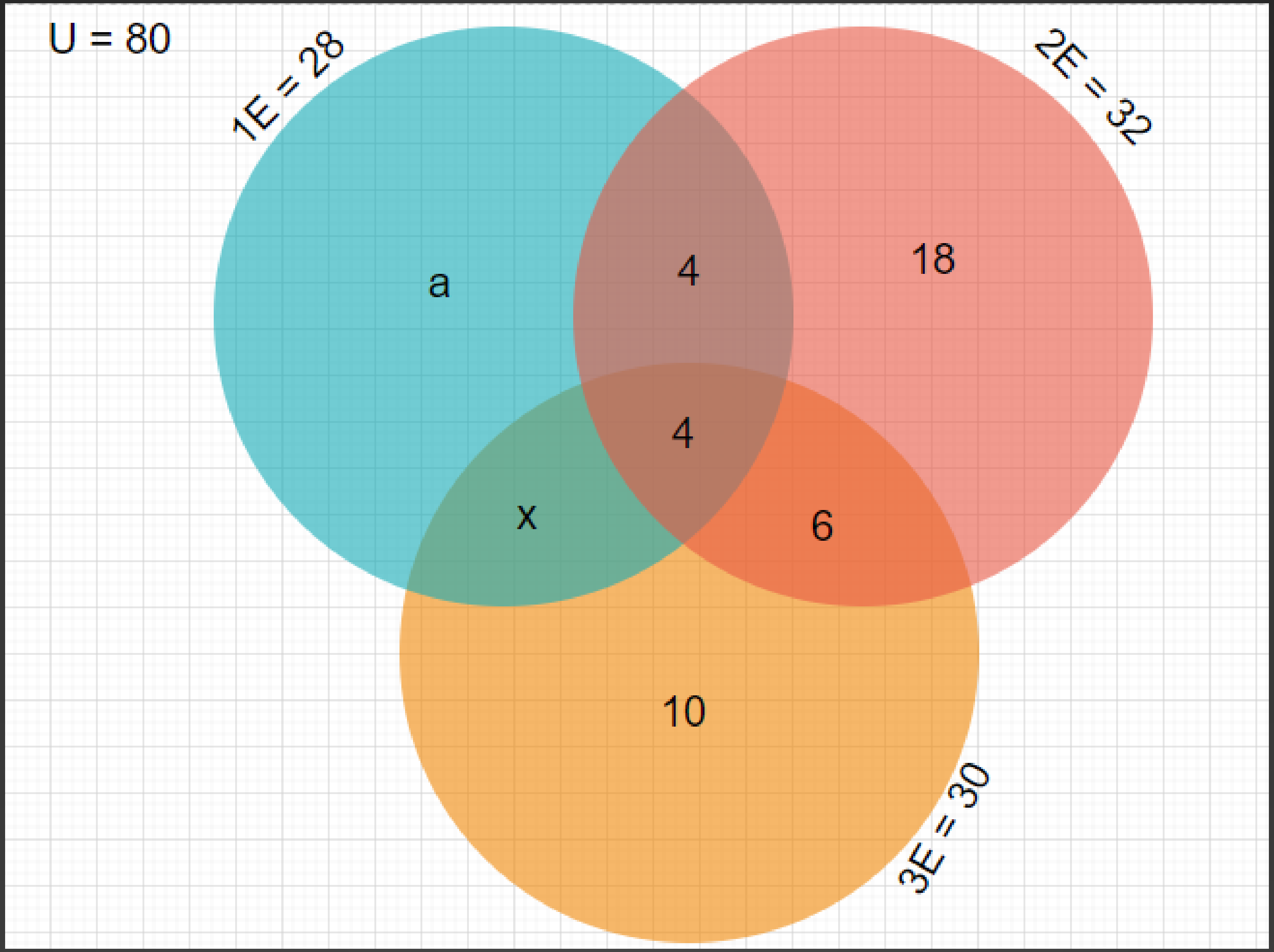
$a + x + b + 32 + 18 = 80$

$a + x + b = 30$

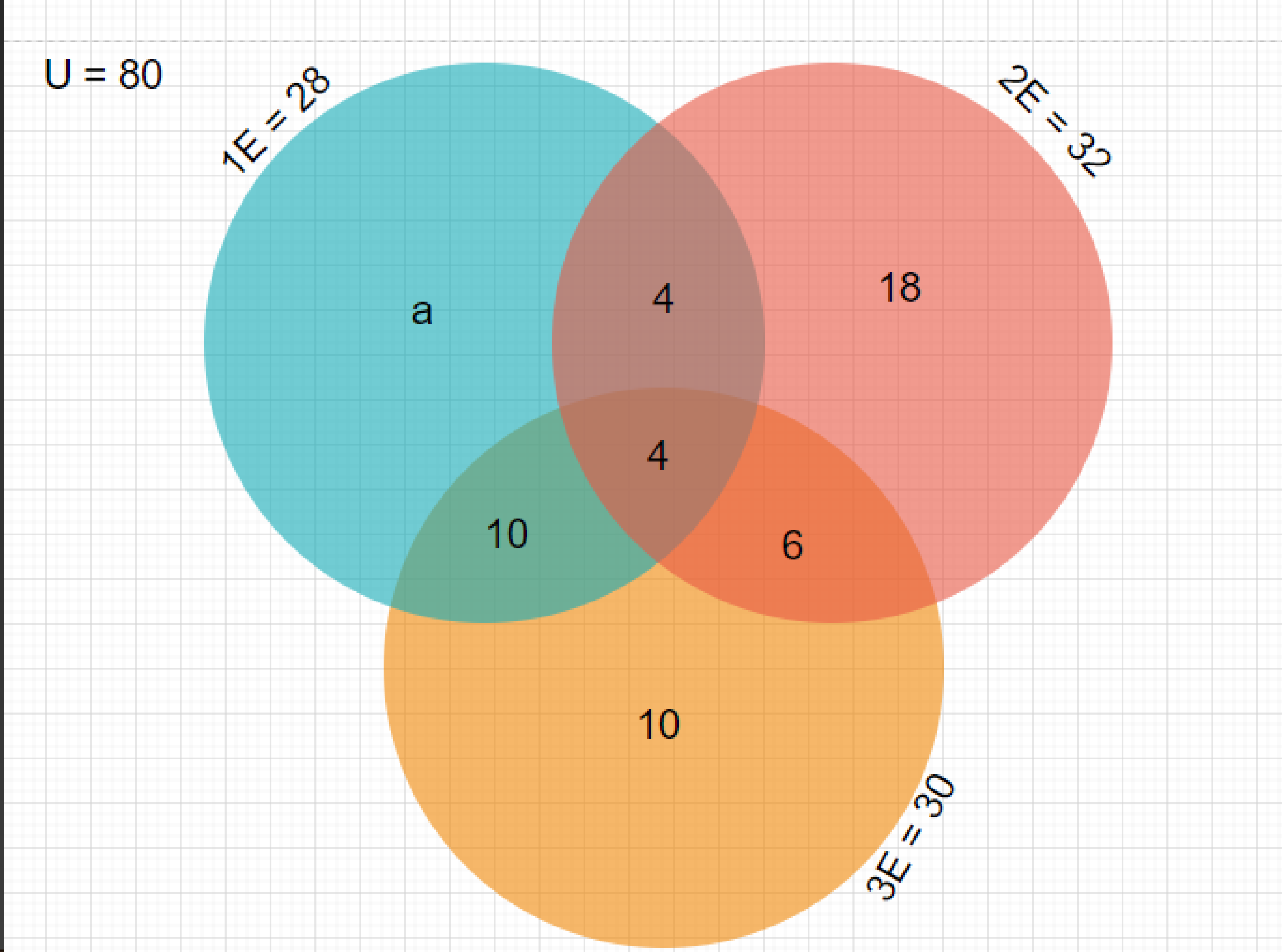
Recordando que $a + x = 20$, entonces:

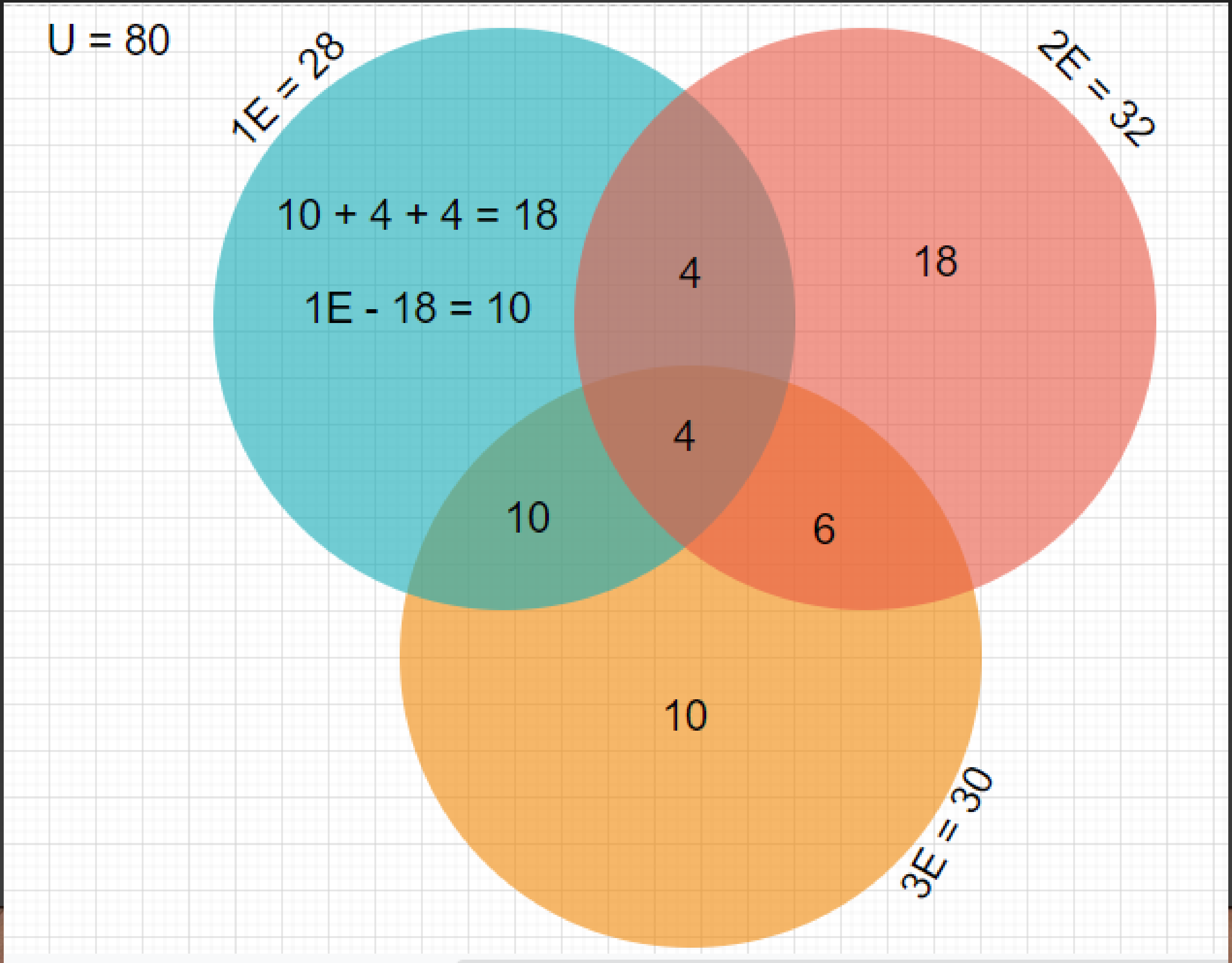
$20 + b = 30$

$b = 10$

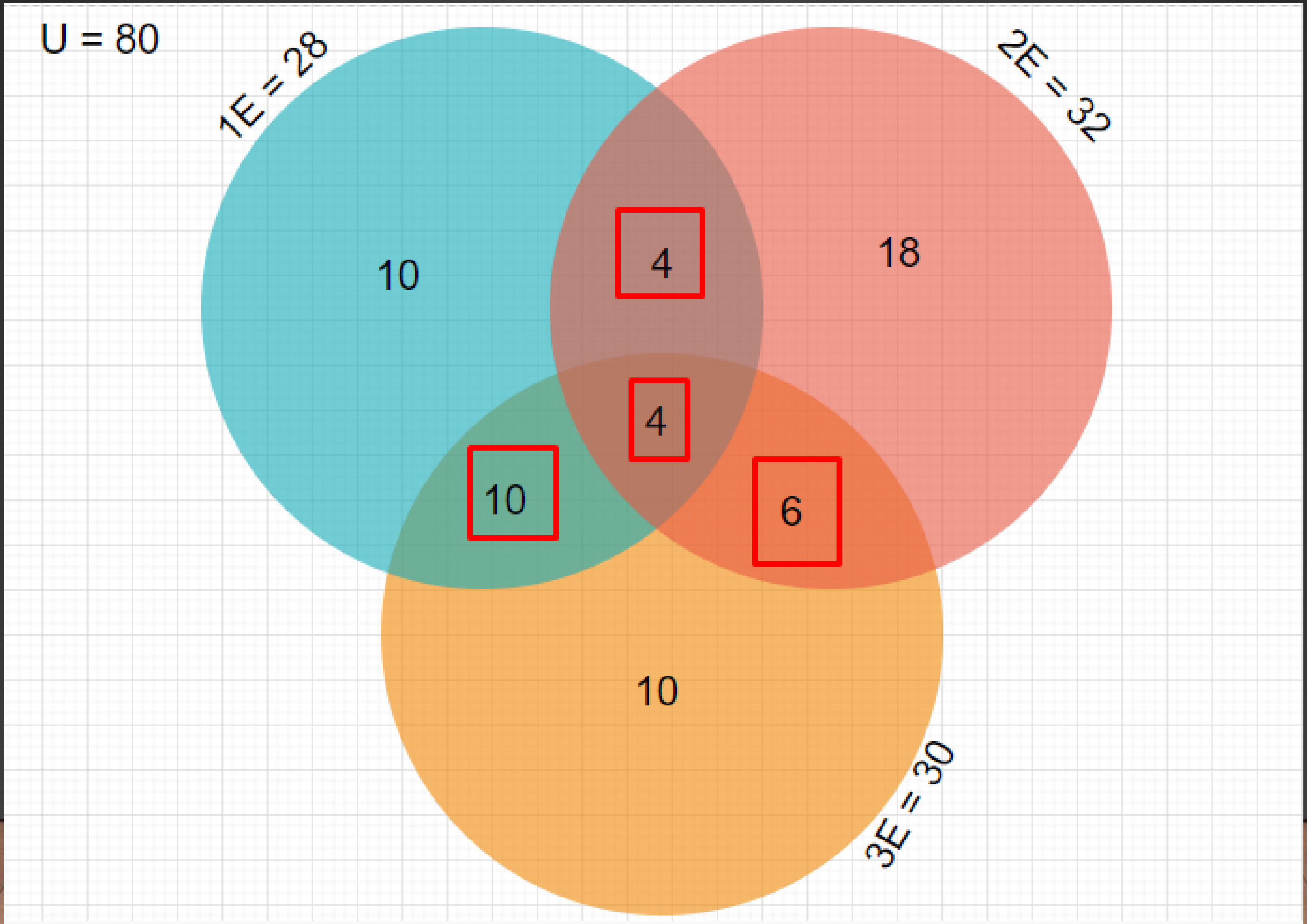


$$x + 4 + 6 = 10$$


U = 80
1E = 28
2E = 32
3E = 30
a
4
18
4
10
6
10


U = 80
1E = 28
2E = 32
10 + 4 + 4 = 18
1E - 18 = 10
4
18
4
10
6
10
3E = 30

¿Cuántos alumnos fueron admitidos si solo se necesita aprobar 2 exámenes?



Total : 10 + 6 + 4 + 4 = 24

EJERCICIO DOS

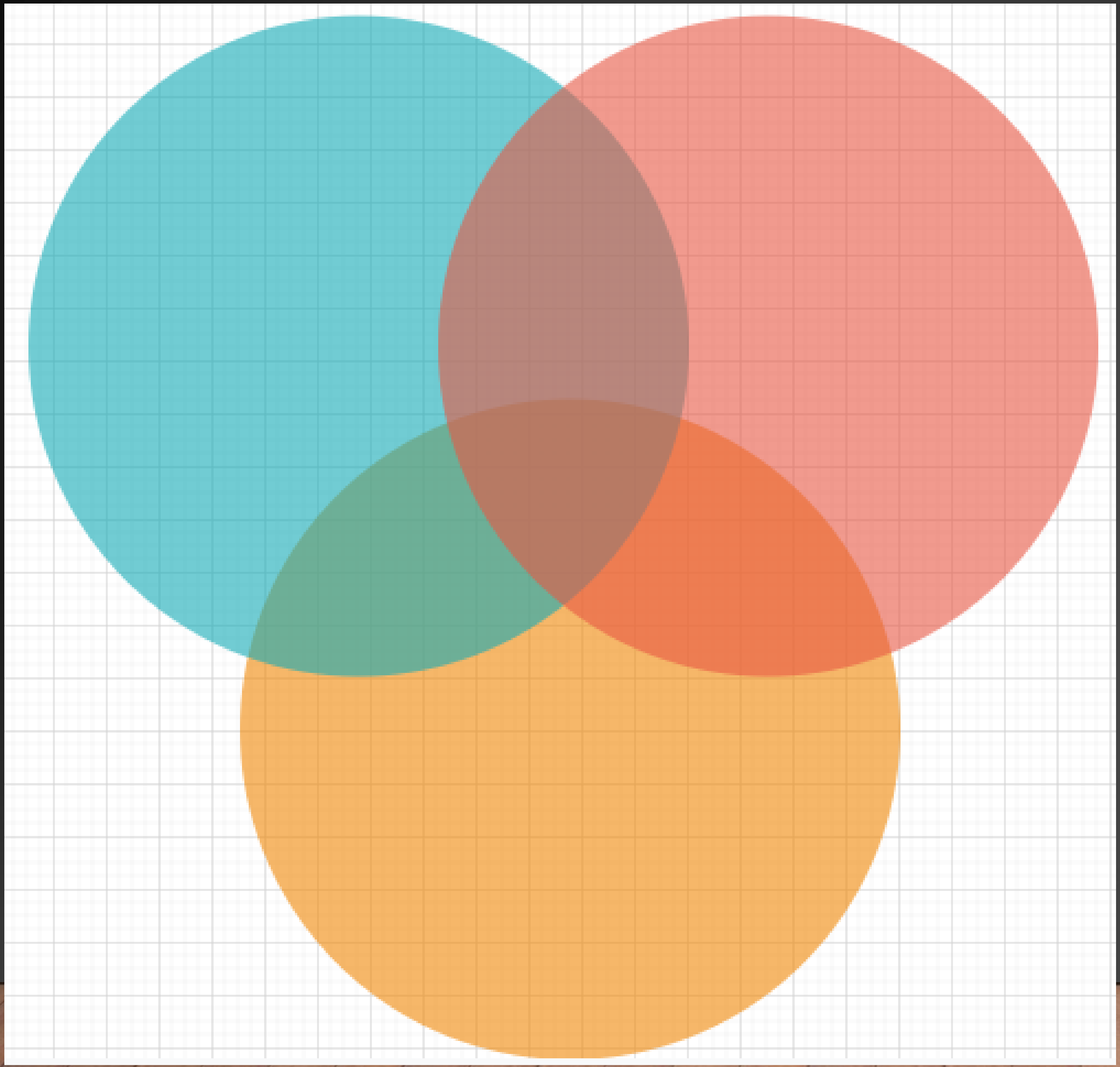
En una ciudad de 10,000 habitantes adultos el 70% de los adultos escuchan radio, el 40% leen los periódicos y el 10% ven televisión, entre los que escuchan radio el 30% lee los periódicos y el 4% ven televisión, el 90% de los que ven televisión, lee los periódicos, y solo el 2% de la población total adultos lee los periódicos, ven televisión y escuchan radio.

Se pide:

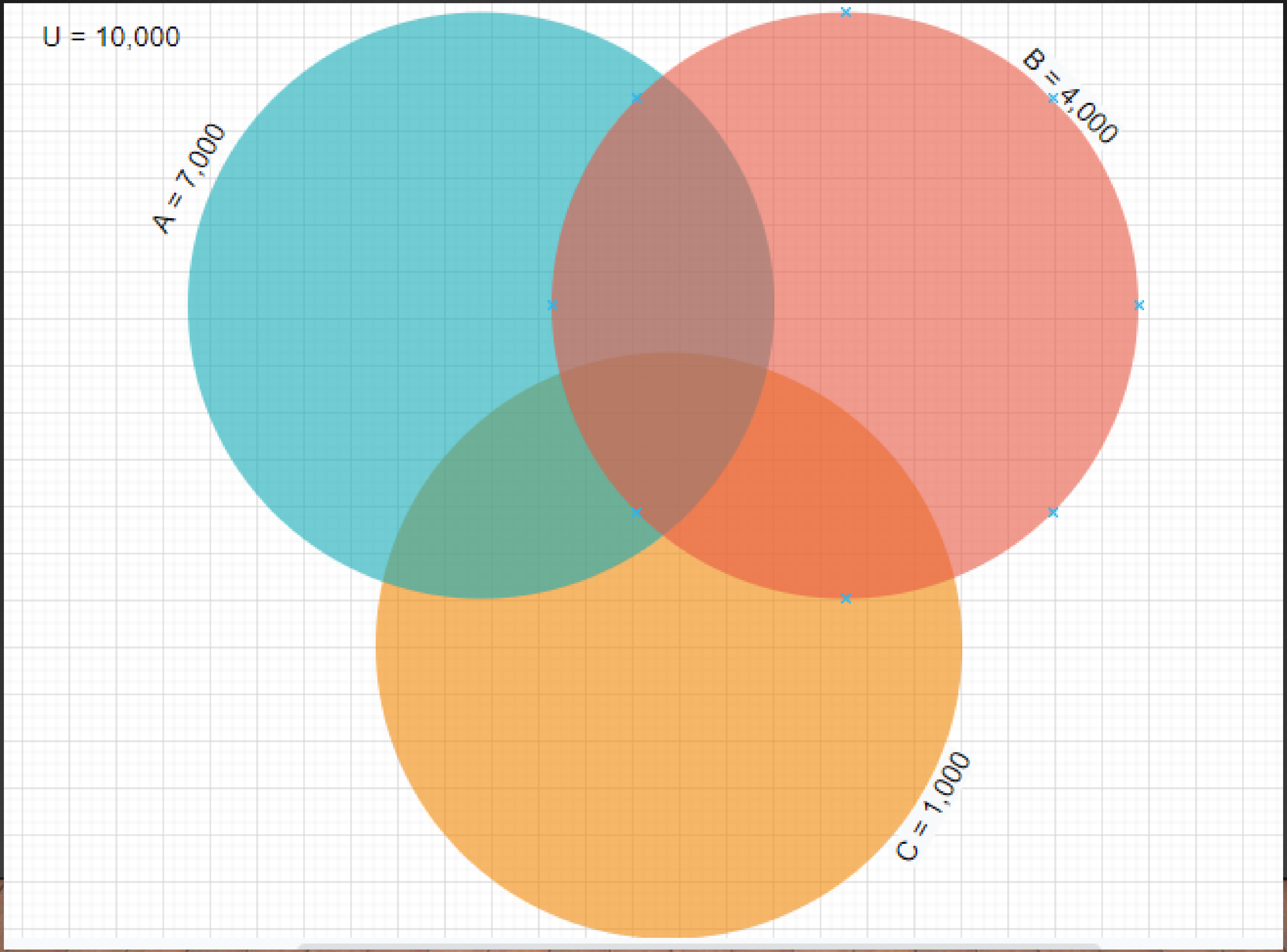
- a) Cuantos habitantes no escuchan radio, no lee periódicos ni ven televisión.
- b) Cuantos habitantes leen periódico solamente.

COSAS A IDENTIFICAR

- U = 10,000
- **A (Escuchan radio):** 70% de 10,000 - > 7,000
- **B (Leen el periódico):** 40% de 10,000 - > 4,000
- **C (Miran televisión):** 10% de 10,000 - > 1,000



Color	Población
Celeste	**A (Escuchan radio)**
Rojo	**B (Leen el periódico)**
Anaranjado	**C (Miran televisión):**

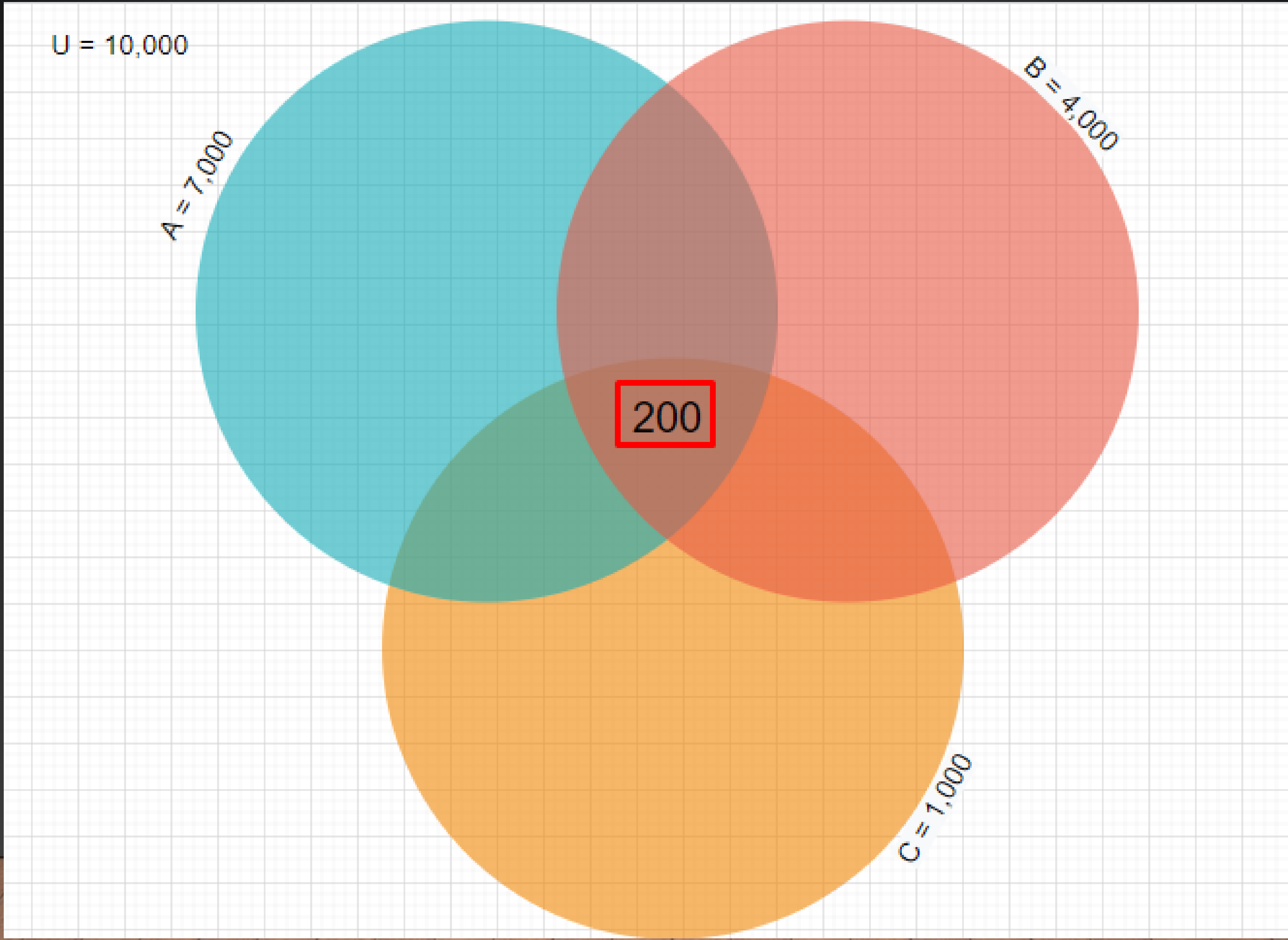

U = 10,000
A = 7,000
B = 4,000
C = 1,000

COSAS A IDENTIFICAR

“… y solo el 2% de la población total adultos lee los periódicos, ven televisión y escuchan radio.“

Entonces:

$$10{,}000 \times 2\ \% = 200$$


U = 10,000
A = 7,000
B = 4,000
C = 1,000
200

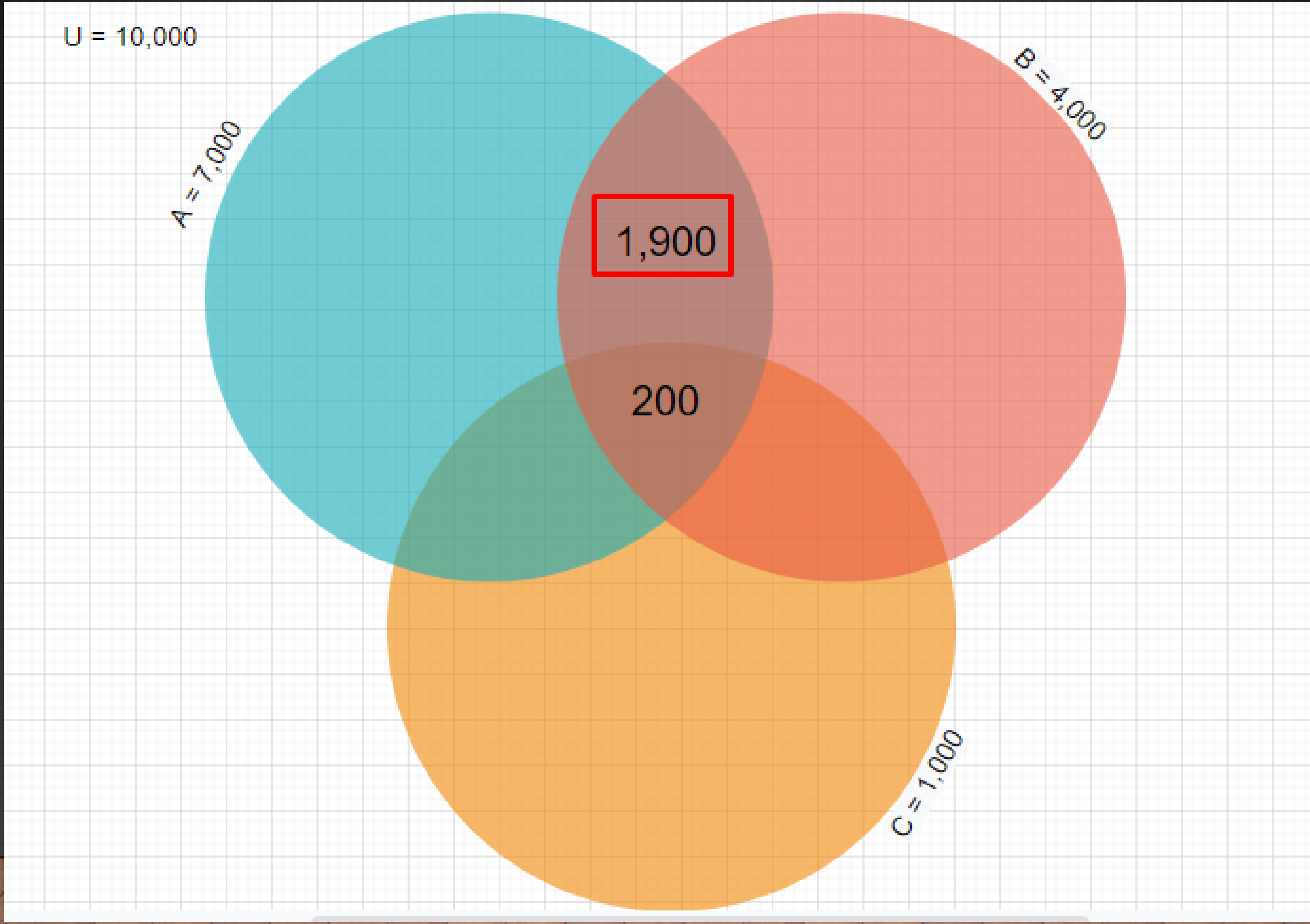
COSAS A IDENTIFICAR

"… entre los que escuchan radio el 30% lee los periódicos y el 4% ven televisión, …"
Entonces:

7,000 x 30 % = 2,100

Pero, ese 2,100 incluye el 2% de los que escuchan radio, leen el periódico, ven televisión.
Entonces:

2,100 – 200 = 1,900


U = 10,000
A = 7,000
B = 4,000
C = 1,000
1,900
200

COSAS A IDENTIFICAR

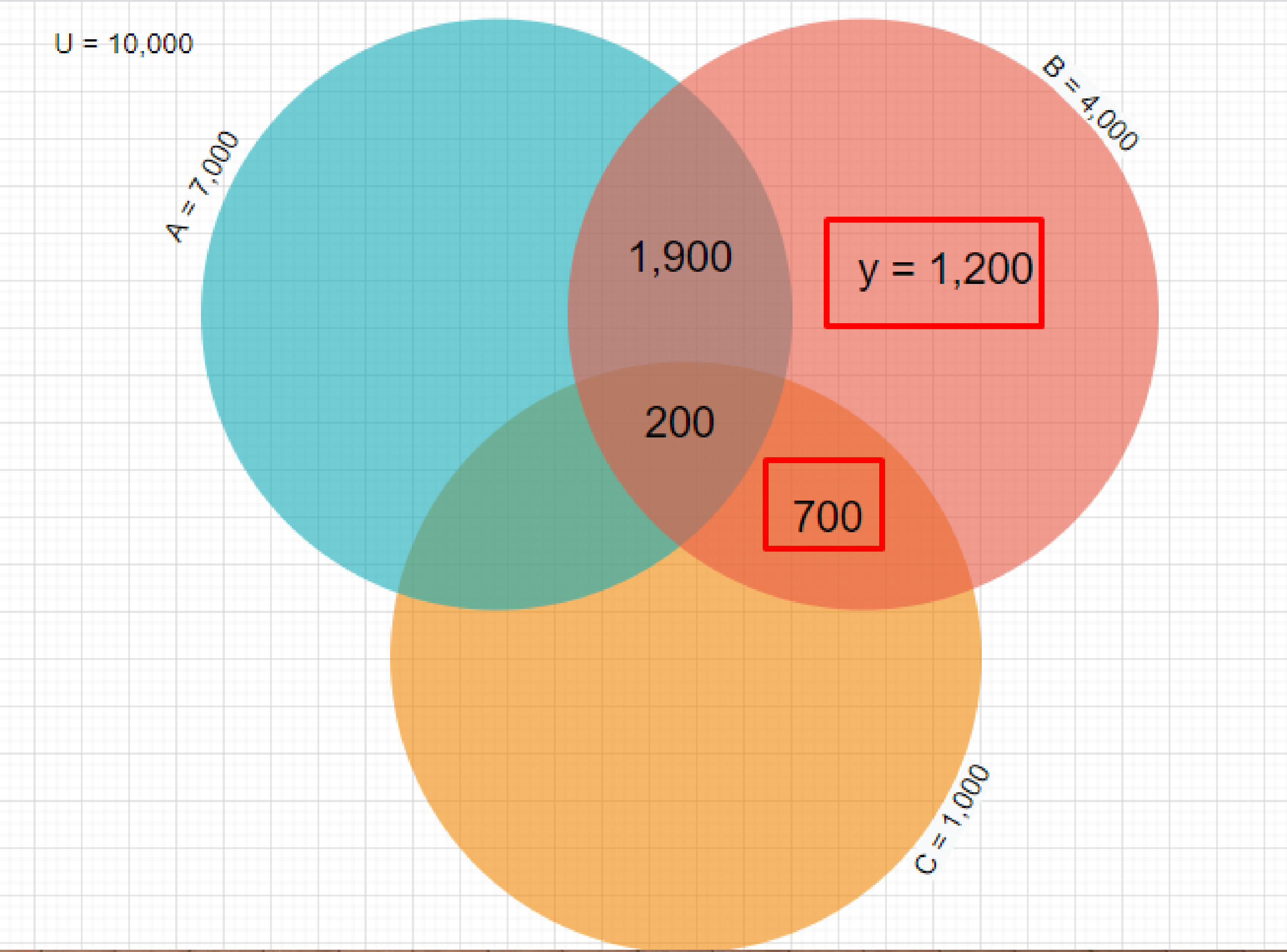
"… el 90% de los que ven televisión, lee los periódicos … "

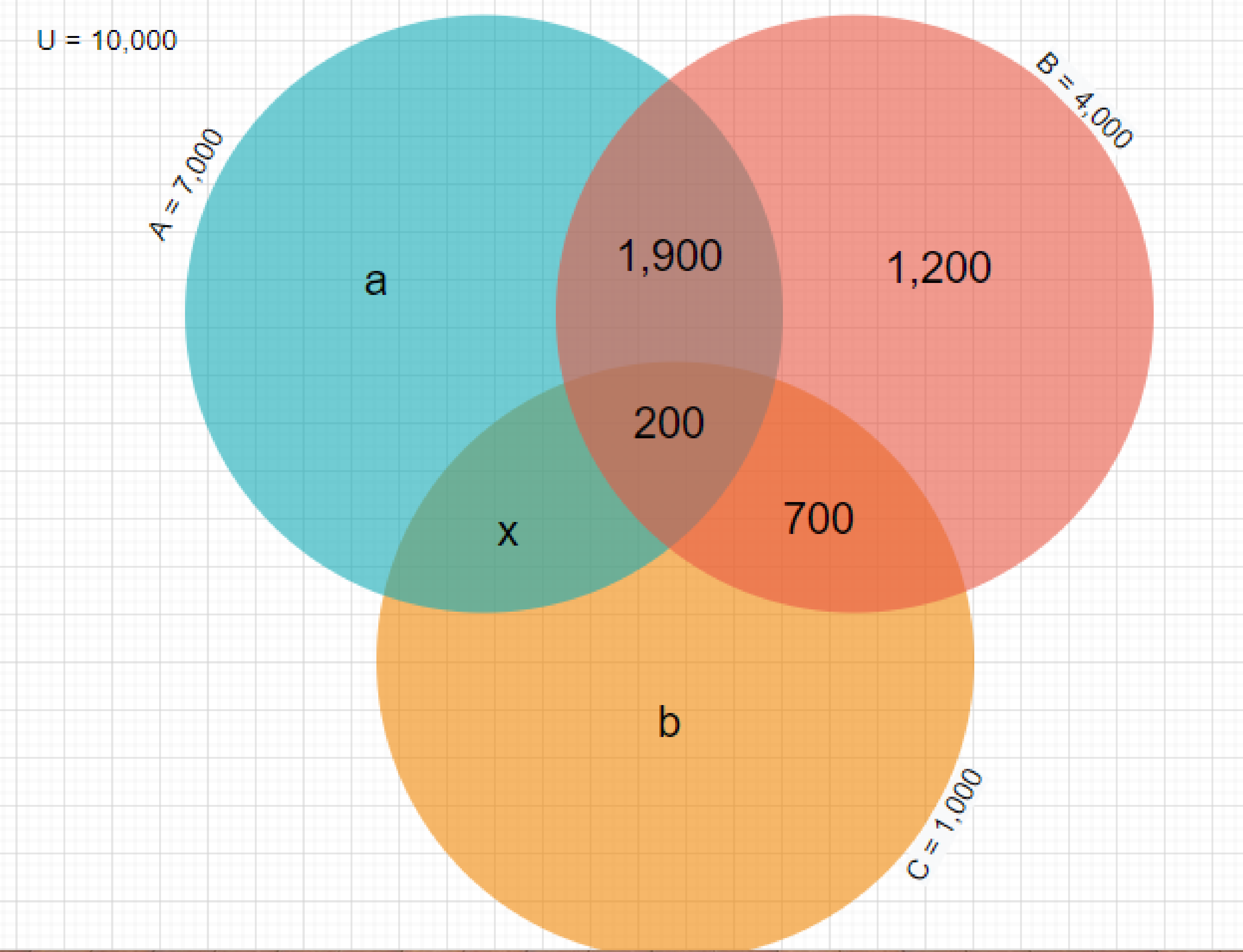
Entonces:

$$(1{,}000 \times 90\ \%) - 200 = 700$$

Ahora:

$y = 4{,}000 - 200 - 700 - 1{,}900$
$y = 1{,}200$




U = 10,000
A = 7,000
B = 4,000
C = 1,000
a
1,900
1,200
200
x
700
b

- Para los que escuchan radio:

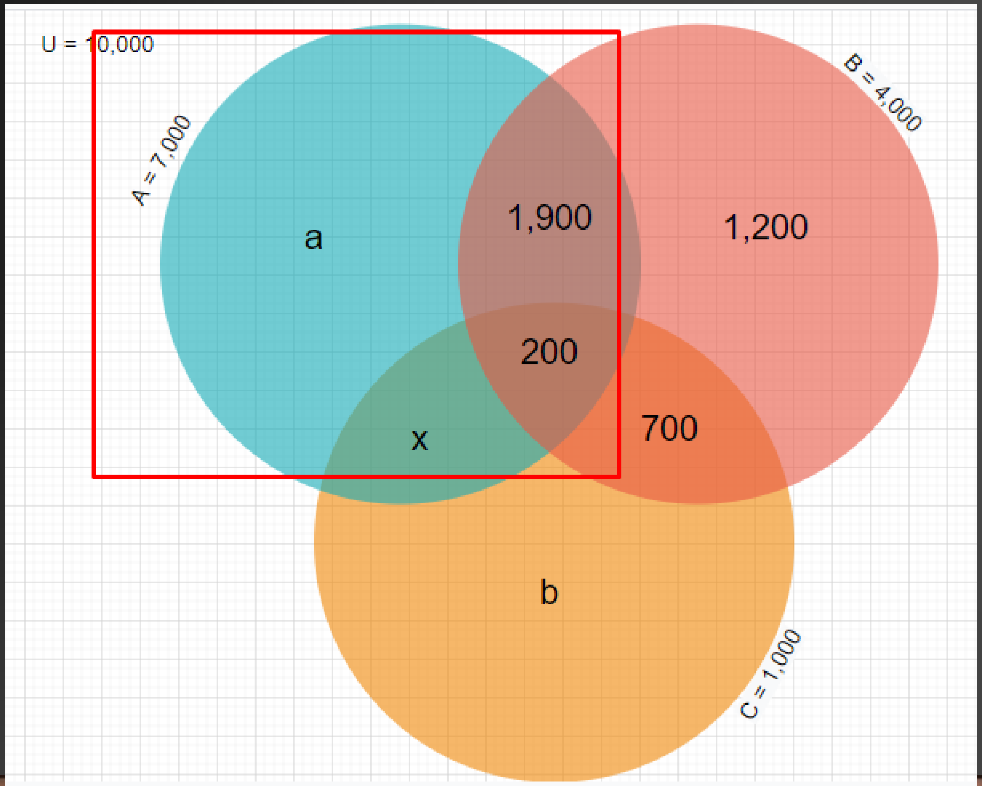
$a + x + 1{,}900 + 200 = 7{,}000$

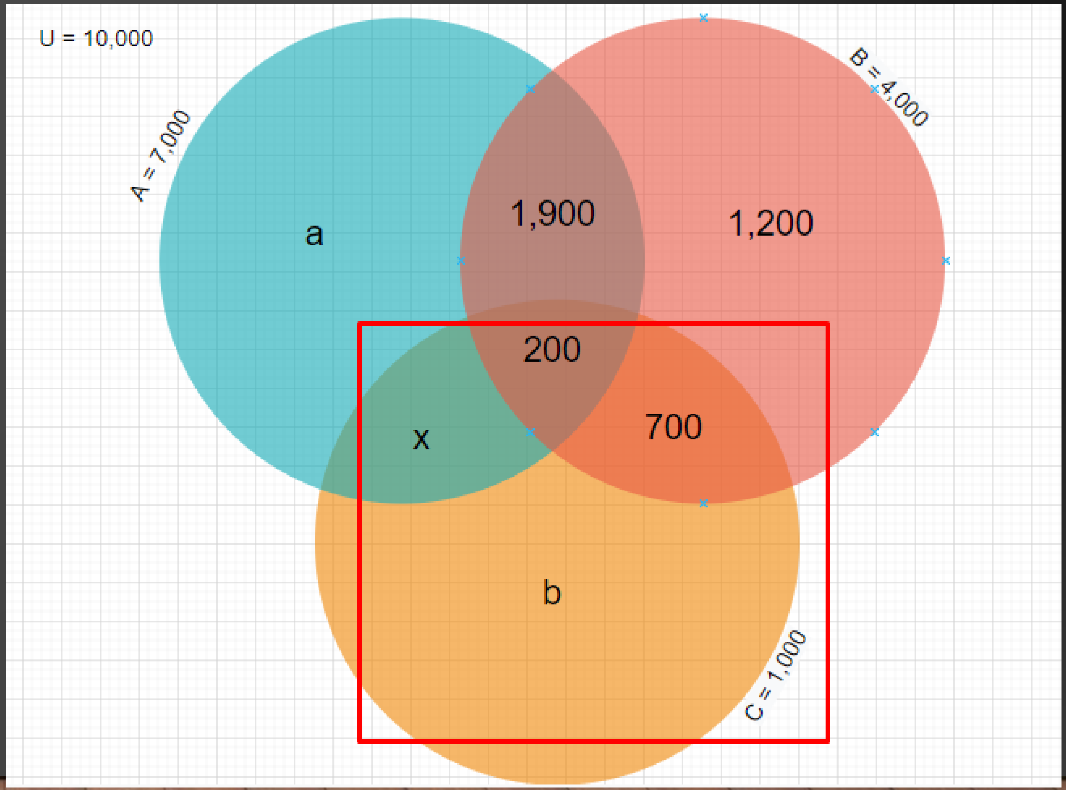
$a + x = 4{,}900$

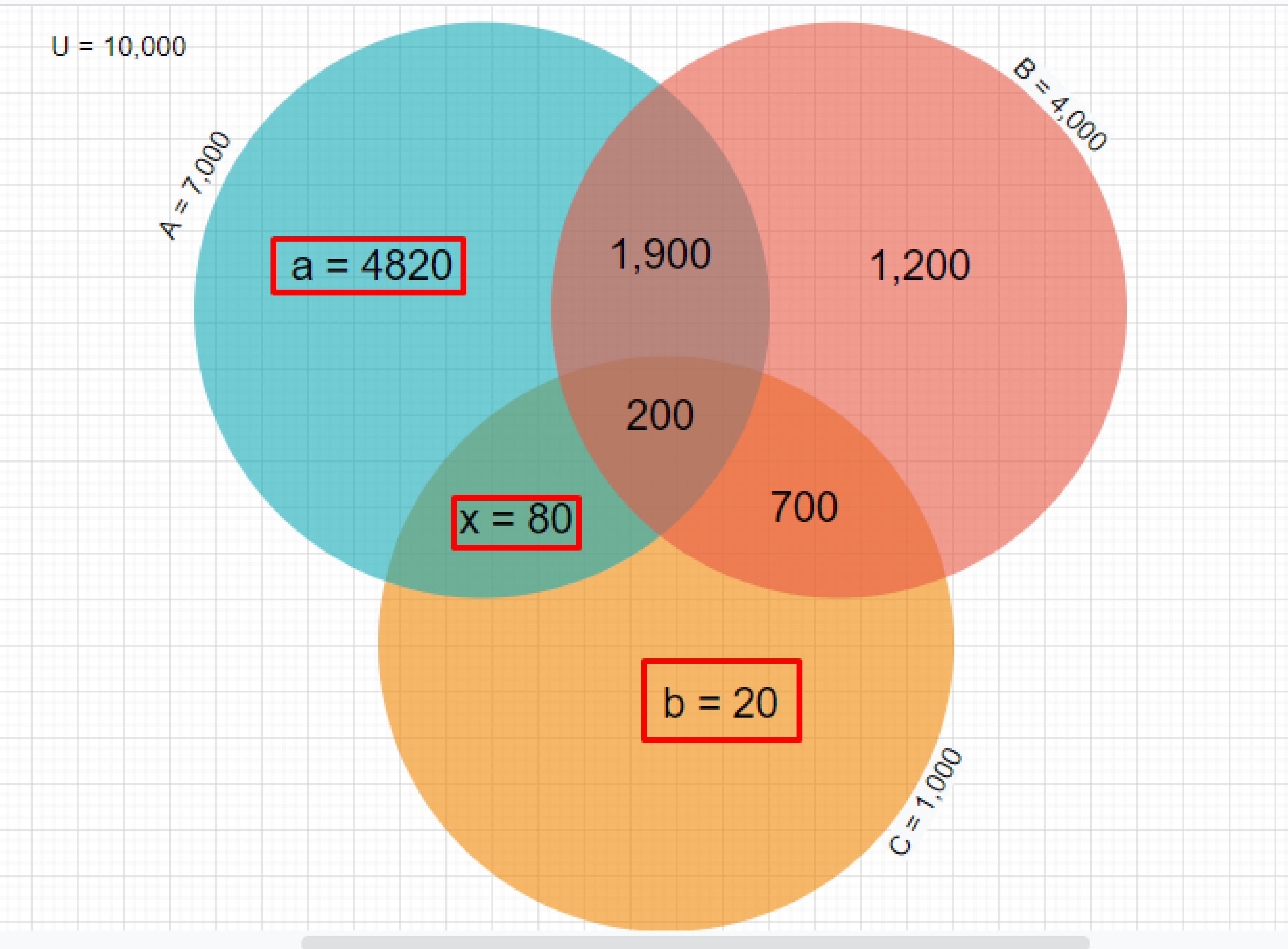
- Para los que ven TV:

$b + x + 200 + 700 = 1{,}000$

$b + x = 100$






U = 10,000
A = 7,000
B = 4,000
C = 1,000
a = 4820
1,900
1,200
200
x = 80
700
b = 20

a) Cuantos habitantes no escuchan radio, no lee periódicos ni ven televisión.

$$A \cup B \cup C = 4820 + 1900 + 1200 + 700 + 200 + 80 + 2 = 8{,}920$$

$$N\,(\cup) - N(A \cup B \cup C) = 10{,}000 - 8{,}920$$

1,080

b) Cuantos habitantes leen periódico solamente.

1,200

EJERCICIO 3

Obtener el coeficiente x^8 en el desarrollo de $(1 + x^2 \ - x^3)^9$.

FORMULA

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$\left(1 + x^2 - x^3\right)^9$$

$$\sum_{k=0}^{9} \binom{9}{k} 1^{9-k} \left(x^2 - x^3\right)^k$$

$$\sum_{k=0}^{9} \binom{9}{k} (x^2 - x^3)^k$$

- Analicemos las potencias:

$$\left(x^2 - x^3\right)^k \,, \quad 0 \leq \ k \ \leq 9$$

$$\left(x^2 - x^3\right)^k = \sum_{i=0}^{k} (-1)^i \binom{k}{i} (x^2)^{k-i} \ (x^3)^i$$

$$= \sum_{i=0}^{k} (-1)^i \binom{k}{i} \ x^{2k+i}$$

- Debemos resolver cuando el exponente 8 aparece en la forma $2k+i\,,\quad 0 \le k \le 9,\ 0 \le i \le k.$

Como $k > 4 \quad \Rightarrow 2k + i > 8\,,$ debe tenerse: $\quad 0 \le k \le 4$

$k = 0 \Rightarrow i = 0 \qquad \Rightarrow 2k + 1 = 0$

$k = 1 \Rightarrow i = 0,1 \qquad \Rightarrow 2k + i = 2,3$

$k = 2 \Rightarrow i = 0,1,2 \qquad \Rightarrow 2k + i = 4, 5, 6$

$k = 3 \Rightarrow i = 0, 1, 2, 3 \qquad \Rightarrow 2k + i = 6,7,8,9 \Rightarrow k = 3, \quad i = 2$

$k = 4 \Rightarrow i = 0, 1, 2, 3, 4 \qquad \Rightarrow 2k + i = 8, 9, 10, 11, 12, \Rightarrow k = 4, \ i = 0$

Así, los coeficientes que multiplican a x^8 son

$\binom{9}{3}$ $\binom{3}{2}$ y $\binom{9}{4}$ $\binom{4}{0}$.

- Finalmente, el coeficiente de x^8 es:

$$3\binom{9}{3} + \binom{9}{4} = 378.$$