习题 1-3

2

根据概率的可列可加性

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

可得

$$P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=p+q-r$$

$$P\left(\overline{A}B\right)=P(B)-P(AB)=r-p$$

$$P\left(A\overline{B}\right)=P(A)-P(AB)=r-q$$

$$P\left(\overline{AB}\right)=P\left(\overline{A\cup B}\right))=1-P(A\cup B)=1-r$$

3

1-100 中能够被 5 整除的数有 20 个，能够被 9 整除的数有 11 个，既能被 5 整除又能被 9 整除的数有 2 个。

记 A 为“从 1-100 中任取一个数，能被 5 整除”，B 为“从 1-100 中任取一个数，能被 9 整除”，则

$$P(A)=\frac{20}{100}=0.2,P(B)=\frac{11}{100}=0.11,P(AB)=\frac{2}{100}=0.02$$

可以得到

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0.29$$

习题 1-4

1

(1)

记 A 表示“有一件是废品”，B 表示“两件都是废品”，则

$$P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{\binom{M-m}{2}}{\binom{M}{2}}=1-\frac{(M-m)(M-m-1)}{M(M-1)}=-\frac{m(m-2M+1)}{M(M-1)}$$

$$P(AB)=\frac{\binom{m}{2}}{\binom{M}{2}}=\frac{m(m-1)}{M(M-1)}$$

$$P(B\mid A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{m-1}{2M-m-1}$$

(2)

$$P\left(A\overline{B}\mid\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{\frac{\binom{M-m}{1}\binom{m}{1}}{\binom{M}{2}}}{1-P(B)}=\frac{2m}{M+m-1}$$

(3)

$$P(A)=-\frac{m(m-2M+1)}{M(M-1)}$$