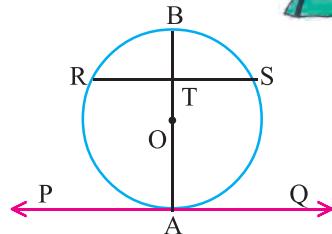




**প্রয়োগ : 5.** O কেন্দ্রীয় একটি বৃত্ত এঁকেছি যার একটি ব্যাস AB এবং A বিন্দুতে বৃত্তের স্পর্শক PAQ; PAQ-এর সমান্তরাল জ্যা RS; যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে AB, RS-এর লম্বসমন্বিতগুরু।

**প্রমাণ :** ধরি, AB, RS-কে T বিন্দুতে ছেদ করেছে। O কেন্দ্রীয় বৃত্তের A বিন্দুতে PAQ স্পর্শক এবং AB ব্যাস। সুতরাং,  $AB \perp PQ$   
আবার,  $PQ \parallel RS$  [প্রদত্ত]

$$\therefore AB \perp RS \text{ অর্থাৎ, } OT \perp RS$$



$\therefore T, RS$ -এর মধ্যবিন্দু  $[\because$  বৃত্তের কেন্দ্র থেকে বৃত্তের জ্যা-এর উপর লম্ব জ্যা-টিকে সমন্বিতভিত্তি করে]

$\therefore AB, RS$ -এর লম্বসমন্বিতগুরু।

**প্রয়োগ : 6.** প্রমাণ করি যে-কোনো বৃত্তের ব্যাসের প্রান্তবিন্দু দুটিতে অঙ্কিত স্পর্শকদুটি পরস্পর সমান্তরাল।  
(নিজে করি)

কর্য দেখি | 15.1

- মাসুম O কেন্দ্রীয় একটি বৃত্ত অঙ্কন করেছি যার AB একটি জ্যা। B বিন্দুতে একটি স্পর্শক অঙ্কন করেছি যা বর্ধিত AO-কে T বিন্দুতে ছেদ করল।  $\angle BAT = 21^\circ$  হলে, PAQ-এর মান হিসাব করে লিখি।
- কোনো বৃত্তের XY একটি ব্যাস। বৃত্তটির উপর অবস্থিত A বিন্দুতে PAQ বৃত্তের স্পর্শক। X বিন্দু থেকে বৃত্তের স্পর্শকের উপর অঙ্কিত লম্ব PAQ-কে Z বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করি যে, XA, YXZ-এর সমন্বিতগুরু।
- একটি বৃত্ত অঙ্কন করলাম যার PR একটি ব্যাস। P বিন্দুতে একটি স্পর্শক অঙ্কন করলাম এবং এই স্পর্শকের উপরে S এমন একটি বিন্দু নিলাম যাতে  $PR = PS$  হয়। RS, বৃত্তকে T বিন্দুতে ছেদ করলে, প্রমাণ করি যে, ST = RT = PT
- একটি O কেন্দ্রীয় বৃত্ত অঙ্কন করি যার দুটি ব্যাসার্ধ OA ও OB পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত। A ও B বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় পরস্পরকে T বিন্দুতে ছেদ করলে, প্রমাণ করি যে, AB = OT এবং তারা পরস্পরকে লম্বভাবে সমন্বিতভিত্তি করে।
- দুটি এককেন্দ্রীয় বৃত্তের বৃহত্তরটির AB ও AC জ্যা দুটি অপর বৃত্তকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে স্পর্শ করলে, প্রমাণ করি যে,  $PQ = \frac{1}{2} BC$ .
- O কেন্দ্রীয় কোনো বৃত্তের উপর অবস্থিত A বিন্দুতে স্পর্শকের উপর X যে-কোনো একটি বিন্দু। X বিন্দু থেকে অঙ্কিত একটি ছেদক বৃত্তকে Y ও Z বিন্দুতে ছেদ করে। YZ-এর মধ্যবিন্দু P হলে, প্রমাণ করি যে, XAPO বা XAOP একটি বৃত্তভূজ।
- O কেন্দ্রীয় কোনো বৃত্তের একটি ব্যাসের উপর P যে-কোনো একটি বিন্দু। ওই ব্যাসের উপর O বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব বৃত্তকে Q বিন্দুতে ছেদ করে। বর্ধিত QP বৃত্তকে R বিন্দুতে ছেদ করে। R বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বর্ধিত OP-কে S বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, SP = SR
- রুমেলা O কেন্দ্রীয় একটি বৃত্ত অঙ্কন করেছি যার QR একটি জ্যা। Q ও R বিন্দুতে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করেছি যারা পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। QM বৃত্তের একটি ব্যাস হলে, প্রমাণ করি যে,  $\angle QPR = 2 \angle RQM$ .
- কোনো বৃত্তের AC ও BD দুটি জ্যা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। A ও B বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক দুটি পরস্পরকে P বিন্দুতে এবং C ও D বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক দুটি পরস্পরকে Q বিন্দুতে ছেদ করলে, প্রমাণ করি যে,  $\angle P + \angle Q = 2\angle BOC$ .

**প্রয়োগ :** 17. সুমিতা দুটি বৃত্ত অঙ্কন করেছে যারা পরস্পরকে O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। যদি PQ ও RS দুটি বৃত্তের ব্যাস হয় যারা পরস্পর সমান্তরাল, তবে প্রমাণ করি যে, P, O এবং S বিন্দু তিনটি সমরেখ।

**প্রদত্ত :** দুটি বৃত্ত পরস্পরকে O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। বৃত্ত দুটির ব্যাস PQ ও RS সমান্তরাল।

**প্রমাণ করতে হবে :** P, O, S বিন্দু তিনটি সমরেখ।

**অঙ্কন :** ধরি বৃত্ত দুটির কেন্দ্র A ও B ; O, A; O, B; O, P;

O, Q; O, R; O, S যুক্তি করি।

**প্রমাণ :** বৃত্তদুটির কেন্দ্র A ও B.

O বিন্দুতে বৃত্তদুটি পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করেছে।

∴ A, O ও B একই সরলরেখায় অবস্থিত।

$\Delta AOP$ -এর  $AP = AO$ , ∴  $\angle APO = \angle AOP$

আবার  $\angle PAO + \angle APO + \angle AOP = 180^\circ$

∴  $2\angle AOP = 180^\circ - \angle PAO$

অনুরূপভাবে,  $\Delta BOR$  থেকে পাই  $2\angle ROB = 180^\circ - \angle RBO$

∴  $2\angle AOP + 2\angle ROB = 360^\circ - (\angle PAO + \angle RBO)$

=  $360^\circ - 180^\circ$  [∵ PQ || RS এবং AB ভেদক]

=  $180^\circ$

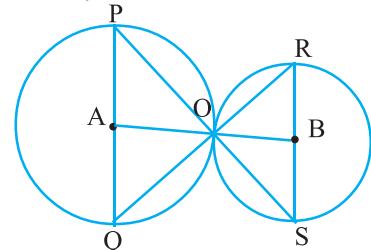
∴  $\angle AOP + \angle ROB = 90^\circ$

∴  $\angle POR = 180^\circ - (\angle AOP + \angle ROB) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\angle POR + \angle ROS = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  (∴  $\angle ROS$  অর্ধবৃত্তস্থ কোণ, সূতরাং  $\angle ROS = 90^\circ$ )

∴  $\angle POS = 180^\circ$

∴ P, O এবং S বিন্দু তিনটি সমরেখ। [প্রমাণিত]



### কষে দেখি | 15.2

- 16 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 17 সেমি. দূরত্বে অবস্থিত বহিঃস্থ একটি বিন্দু থেকে অঙ্কিত বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
- একটি বৃত্তের উপর অবস্থিত P ও Q বিন্দু দুটিতে অঙ্কিত স্পর্শক দুটি A বিন্দুতে ছেদ করেছে।  $\angle PAQ = 60^\circ$  হলে  $\angle APQ$ -এর মান নির্ণয় করি।
- O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু A থেকে অঙ্কিত দুটি স্পর্শক AP ও AQ বৃত্তকে P ও Q বিন্দুতে স্পর্শ করে। PR একটি ব্যাস হলে, প্রমাণ করি যে,  $OA \parallel RQ$
- প্রমাণ করি যে, একটি বৃত্তের পরিলিখিত কোনো চতুর্ভুজের যে-কোনো দুটি বিপরীত বাহুর দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ সম্মুখ কোণ দুটি পরস্পর সম্পূরক।
- প্রমাণ করি যে, বৃত্তের পরিলিখিত সামান্যরিক মাত্রাই রম্পস।
- A ও B কেন্দ্রীয় দুটি বৃত্ত অঙ্কন করেছি যারা পরস্পরকে C বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের উপর O একটি বিন্দু এবং OD ও OE যথাক্রমে A ও B কেন্দ্রীয় বৃত্তকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।  $\angle COD = 56^\circ$ ,  $\angle COE = 40^\circ$ ,  $\angle ACD = x^\circ$  এবং  $\angle BCE = y^\circ$  হলে প্রমাণ করি যে  $OD = OC = OE$  এবং  $x - y = 8$

7. A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি নির্দিষ্ট বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করেছে। অপর একটি বৃত্ত, বৃহত্তর বৃত্তটিকে X বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ এবং ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে Y বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। O যদি ওই বৃত্তের কেন্দ্র হয়, তবে প্রমাণ করি যে,  $AO + BO$  ধূবক হবে।
8. A ও B কেন্দ্রীয় দুটি বৃত্ত অঞ্জন করেছি যারা পরস্পরকে O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। O বিন্দু দিয়ে একটি সরলরেখা অঞ্জন করেছি যা বৃত্ত দুটিকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করি যে,  $AP \parallel BQ$ .
9. তিনটি সমান বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করেছে। প্রমাণ করি যে, ওই বৃত্ত তিনটির কেন্দ্রগুলি একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।
10. একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু A থেকে অঙ্কিত AB ও AC দুটি স্পর্শক বৃত্তকে B ও C বিন্দুতে স্পর্শ করে। উপচাপ BC-এর উপর অবস্থিত X বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক AB ও AC -কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে,  $\Delta ADE$ -এর পরিসীমা = 2 AB.

## 11. অতিসংক্ষিপ্ত উন্নরধমী প্রশ্ন (V.S.A.)

### (A) বহুবিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.):

- (i) O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বহিঃস্থ A বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শক বৃত্তকে B বিন্দুতে স্পর্শ করে।  $OB = 5$  সেমি.,  $AO = 13$  সেমি. হলে, AB-এর দৈর্ঘ্য  
 (a) 12 সেমি. (b) 13 সেমি. (c) 6.5 সেমি. (d) 6 সেমি.
- (ii) দুটি বৃত্ত পরস্পরকে C বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে। AB বৃত্ত দুটির একটি সাধারণ স্পর্শক বৃত্ত দুটিকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করে।  $\angle ACB$ -এর পরিমাপ  
 (a)  $60^\circ$  (b)  $45^\circ$  (c)  $30^\circ$  (d)  $90^\circ$
- (iii) O কেন্দ্রীয় বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 5 সেমি। O বিন্দু থেকে 13 সেমি. দূরত্বে P একটি বিন্দু। P বিন্দু থেকে বৃত্তের দুটি স্পর্শকের দৈর্ঘ্য PQ এবং PR; PQOR চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল  
 (a) 60 বর্গ সেমি. (b) 30 বর্গ সেমি. (c) 120 বর্গ সেমি. (d) 150 বর্গ সেমি.
- (iv) দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 5 সেমি. ও 3 সেমি। বৃত্ত দুটি পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। বৃত্তদুটির কেন্দ্রদুয়ের মধ্যে দূরত্ব  
 (a) 2 সেমি. (b) 2.5 সেমি. (c) 1.5 সেমি. (d) 8 সেমি.
- (v) দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 3.5 সেমি. ও 2 সেমি। বৃত্ত দুটি পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করে। বৃত্ত দুটির কেন্দ্রদুয়ের মধ্যে দূরত্ব  
 (a) 5.5 সেমি. (b) 1 সেমি. (c) 1.5 সেমি. (d) কোনোটিই নয়

### (B) নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লিখি :

- (i) একটি বৃত্তের অন্তঃস্থ একটি বিন্দু P ; বৃত্তে অঙ্কিত কোনো স্পর্শক P বিন্দুগামী নয়।
- (ii) একটি বৃত্তে একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল দুইয়ের অধিক স্পর্শক অঞ্জন করা যায়।

### (C) শূন্যস্থান পূরণ করি :

- (i) একটি সরলরেখা বৃত্তকে দুটি বিন্দুতে ছেদ করলে সরলরেখাটিকে বৃত্তের \_\_\_\_\_ বলে।
- (ii) দুটি বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ বা স্পর্শ না করলে বৃত্তদুটির সর্বাধিক সংখ্যায় \_\_\_\_\_ টি সাধারণ স্পর্শক অঞ্জন করা যায়।
- (iii) দুটি বৃত্ত পরস্পরকে A বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে। A বিন্দুতে অঙ্কিত বৃত্ত দুটির সাধারণ স্পর্শক হলো \_\_\_\_\_ সাধারণ স্পর্শক (সরল / ত্রিকোণ)।

## 12. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (S.A.)

- (i) পাশের চিত্রে বৃত্তের কেন্দ্র  $O$  এবং  $BOA$  বৃত্তের ব্যাস।  
বৃত্তের  $P$  বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বর্ধিত  $BA$ -কে  $T$  বিন্দুতে  
চেদ করে।  $\angle PBO = 30^\circ$  হলে,  $\angle PTA$ -এর মান নির্ণয়  
করি।
- (ii) পাশের চিত্রে  $ABC$  ত্রিভুজটি একটি বৃত্তে পরিলিখিত এবং  
বৃত্তকে  $P, Q, R$  বিন্দুতে স্পর্শ করে। যদি  $AP = 4$  সেমি.,  
 $BP = 6$  সেমি.,  $AC = 12$  সেমি. এবং  $BC = x$  সেমি.  
হয়। তাহলে  $x$ -এর মান নির্ণয় করি।
- (iii) পাশের চিত্রে  $A, B, C$  কেন্দ্রবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে  
বহিঃস্পর্শ করে। যদি  $AB = 5$  সেমি.,  $BC = 7$  সেমি. এবং  
 $CA = 6$  সেমি. হয়, তাহলে  $A$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধের  
দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।
- (iv) পাশের চিত্রে  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে বহিঃস্থ বিন্দু  $C$  থেকে  
অঙ্কিত দুটি স্পর্শক বৃত্তকে যথাক্রমে  $P$  ও  $Q$  বিন্দুতে স্পর্শ  
করে। বৃত্তের অপর একটি বিন্দু  $R$ -তে অঙ্কিত স্পর্শক  $CP$   
ও  $CQ$ -কে যথাক্রমে  $A$  ও  $B$  বিন্দুতে ছেদ করে। যদি,  
 $CP = 11$  সেমি. এবং  $BC = 7$  সেমি. হয়, তাহলে  $BR$ -এর  
দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।
- (v) দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 8 সেমি. ও 3 সেমি. এবং তাদের  
কেন্দ্রদুয়োর মধ্যে দূরত্ব 13 সেমি। বৃত্ত দুটির একটি সরল  
সাধারণ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

