

প্রয়োগ : 12. আমি $(2 + \sqrt{3})$ ও $(2 - \sqrt{3})$ -এর সমষ্টি নির্ণয় করি।

$$(2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 2+2+\sqrt{3}-\sqrt{3} = 4$$

∴ দেখছি, দুটি দ্বিঘাত করণীর সমষ্টি মূলদ সংখ্যা পেলাম।



প্রয়োগ : 13. আমি অন্য যে-কোনো দুটি দ্বিঘাত করণী লিখি যাদের সমষ্টি মূলদ সংখ্যা। [নিজে করি]

কবে দেখি | 9.1

1. মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার গুণফল আকারে লিখি—

(i) $\sqrt{175}$ (ii) $2\sqrt{112}$ (iii) $\sqrt{108}$ (iv) $\sqrt{125}$ (v) $5\sqrt{119}$

2. প্রমাণ করি যে, $\sqrt{108} - \sqrt{75} = \sqrt{3}$

3. দেখাই যে, $\sqrt{98} + \sqrt{8} - 2\sqrt{32} = \sqrt{2}$

4. দেখাই যে, $3\sqrt{48} - 4\sqrt{75} + \sqrt{192} = 0$

5. সরলতম মান নির্ণয় করি :

$$\sqrt{12} + \sqrt{18} + \sqrt{27} - \sqrt{32}$$

6. (a) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ -এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল $2\sqrt{5}$ হবে, হিসাব করে লিখি।

(b) $7 - \sqrt{3}$ -এর থেকে কত বিয়োগ করলে বিয়োগফল $3 + \sqrt{3}$ হবে, নির্ণয় করি।

(c) $2 + \sqrt{3}$, $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ এবং $2 + \sqrt{7}$ -এর যোগফল লিখি।

(d) $(10 - \sqrt{11})$ থেকে $(-5 + 3\sqrt{11})$ বিয়োগ করি ও বিয়োগফল লিখি।

(e) $(-5 + \sqrt{7})$ এবং $(\sqrt{7} + \sqrt{2})$ -এর যোগফল থেকে $(5 + \sqrt{2} + \sqrt{7})$ বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় করি।

(f) দুটি দ্বিঘাত করণী লিখি যাদের সমষ্টি মূলদ সংখ্যা।

12) এবার আমাদের বন্ধু অমিয় বোর্ডে লিখল 7 ও 11

দেখছি, বোর্ডে লেখা সংখ্যাদুটি মৌলিক সংখ্যা।

$\sqrt{7}$ ও $\sqrt{11}$ দুটি শুন্দি দ্বিঘাত করণীর যোগফল ও বিয়োগফল নিজে লিখি।

13) কিন্তু $\sqrt{7}$ ও $\sqrt{11}$ -এর গুণফল ও ভাগফল হিসাব করে লিখি।

যেহেতু $a^m \times b^m = (ab)^m$ [$a \neq 0, b \neq 0, m$ একটি মূলদ সংখ্যা]

$$\therefore \sqrt{7} \times \sqrt{11} = 7^{\frac{1}{2}} \times 11^{\frac{1}{2}}$$

$$= (7 \times 11)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 77^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{77}$$

এখানে $\sqrt{77}$ একটি শুন্দি দ্বিঘাত করণী।



$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \div (\sqrt{2} - \sqrt{3}) &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{2+3+2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2-3} \\
 &= \frac{5+2\sqrt{6}}{-1}
 \end{aligned}$$

প্রয়োগ : 30. হরের করণী নিরসন করি :

(i) $(4+2\sqrt{3}) \div (2-\sqrt{3})$ (ii) $(\sqrt{5}+\sqrt{3}) \div (\sqrt{5}-\sqrt{3})$ [নিজে করি]



কষে দেখি | 9.2

1. (a) $3^{1/2}$ ও $\sqrt{3}$ -এর গুণফল নির্ণয় করি।
 (b) $2\sqrt{2}$ -কে কত দিয়ে গুণ করলে 4 পাব লিখি।
 (c) $3\sqrt{5}$ এবং $5\sqrt{3}$ -এর গুণফল নির্ণয় করি।
 (d) $\sqrt{6} \times \sqrt{15} = x\sqrt{10}$ হলে, x-এর মান হিসাব করে লিখি।
 (e) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3}) = 25 - x^2$ একটি সমীকরণ হলে, x-এর মান হিসাব করে লিখি।
2. **গুণফল নির্ণয় করি :**
 (a) $\sqrt{7} \times \sqrt{14}$ (b) $\sqrt{12} \times 2\sqrt{3}$ (c) $\sqrt{5} \times \sqrt{15} \times \sqrt{3}$ (d) $\sqrt{2}(3+\sqrt{5})$
 (e) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ (f) $(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})(4\sqrt{2}+\sqrt{5})$
 (g) $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})$
3. (a) $\sqrt{5}$ -এর করণী নিরসক উৎপাদক \sqrt{x} হলে, x-এর ক্ষুদ্রতম মান কত হবে তা হিসাব করে লিখি।
 [যেখানে x একটি পূর্ণসংখ্যা]
 (b) $3\sqrt{2} \div 3$ -এর মান নির্ণয় করি।
 (c) $7 \div \sqrt{48}$ -এর হরের করণী নিরসন করতে হরকে ন্যূনতম কত দিয়ে গুণ করতে হবে তা লিখি।
 (d) $(\sqrt{5}+2)$ -এর করণী নিরসক উৎপাদক নির্ণয় করি যা করণীটির অনুবন্ধী করণী।
 (e) $(\sqrt{5}+\sqrt{2}) \div \sqrt{7} = \frac{1}{7}(\sqrt{35}+a)$ হলে, a-এর মান নির্ণয় করি।
 (f) $\frac{5}{\sqrt{3}-2}$ -এর হরের একটি করণী নিরসক উৎপাদক লিখি যা অনুবন্ধী করণী নয়।
4. $(9-4\sqrt{5})$ ও $(-2-\sqrt{7})$ মিশ্র দ্বিঘাত করণীয়ের অনুবন্ধী করণীয় লিখি।
5. নীচের মিশ্র দ্বিঘাত করণীর 2 টি করে করণী নিরসক উৎপাদক লিখি:
 (i) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ (ii) $13+\sqrt{6}$ (iii) $\sqrt{8}-3$ (iv) $\sqrt{17}-\sqrt{15}$

6. হরের করণী নিরসন করি :

- (i) $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ (ii) $\frac{\sqrt{2}-1+\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ (iii) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$
 (iv) $\frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ (v) $\frac{3\sqrt{2}+1}{2\sqrt{5}-1}$ (vi) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$



7. প্রথমটিকে দ্বিতীয়টি দিয়ে ভাগ করে ভাজককে মূলদ সংখ্যায় পরিণত করি।

$$(i) 3\sqrt{2} + \sqrt{5}, \sqrt{2} + 1 \quad (ii) 2\sqrt{3} - \sqrt{2}, \sqrt{2} - \sqrt{3} \quad (iii) 3 + \sqrt{6}, \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

8. মান নির্ণয় করি : (i) $\frac{2\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} - \frac{4\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1}$ (ii) $\frac{8+3\sqrt{2}}{3+\sqrt{5}} - \frac{8-3\sqrt{2}}{3-\sqrt{5}}$

প্রয়োগ : 31. সরল করি : $\frac{3\sqrt{4.2}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}$

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{4.2}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}} &= \frac{3\sqrt{4.2}-2\sqrt{4.3}+\sqrt{4.5}}{3\sqrt{9.2}-2\sqrt{9.3}+\sqrt{9.5}} = \frac{3.2\sqrt{2}-2.2\sqrt{3}+2\sqrt{5}}{3.3\sqrt{2}-2.3\sqrt{3}+3\sqrt{5}} \\ &= \frac{6\sqrt{2}-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}}{9\sqrt{2}-6\sqrt{3}+3\sqrt{5}} \\ &= \frac{2(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{5})}{3(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলফল} = \frac{2}{3}$$

প্রয়োগ : 32. সরল করি : $\frac{3\sqrt{20}+2\sqrt{28}+\sqrt{12}}{5\sqrt{45}+2\sqrt{175}+\sqrt{75}}$ [নিজে করি]

প্রয়োগ : 33. সরল করি : $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$



$$\text{প্রদত্ত} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \quad \text{_____ (i)}$$

$$\text{প্রথম অংশ} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{3-2} = \sqrt{15}-\sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} \text{দ্বিতীয় অংশ} &= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{15}-3\sqrt{6}}{5-2} = \frac{3(\sqrt{15}-\sqrt{6})}{3} \\ &= \sqrt{15}-\sqrt{6} \end{aligned}$$

প্রয়োগ : 38. $(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ এবং $(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ -এর মধ্যে কোনটি বড়ো লিখি।

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{15} + 3 = 8 + 2\sqrt{15}$$

$$(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 6 + 2\sqrt{12} + 2 = 8 + 2\sqrt{12}$$

যেহেতু, $\sqrt{15} > \sqrt{12}$, সুতরাং $8 + 2\sqrt{15} > 8 + 2\sqrt{12}$ $\therefore (\sqrt{5} + \sqrt{3})$ সংখ্যাটি বড়ো।



কষে দেখি | 9.3

1. (a) $m + \frac{1}{m} = \sqrt{3}$ হলে, (i) $m^2 + \frac{1}{m^2}$ এবং (ii) $m^3 + \frac{1}{m^3}$ -এর সরলতম মান নির্ণয় করি।

$$(b) \text{ দেখাই যে, } \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = 2\sqrt{15}$$

2. সরল করি : (a) $\frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)} - \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}$ (b) $\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$
(c) $\frac{4\sqrt{3}}{2-\sqrt{2}} - \frac{30}{4\sqrt{3}-\sqrt{18}} - \frac{\sqrt{18}}{3-\sqrt{12}}$ (d) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

3. যদি $x=2$, $y=3$ এবং $z=6$ হয় তবে,

$$\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{y}+\sqrt{z}} - \frac{4\sqrt{y}}{\sqrt{z}+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - \text{এর মান হিসাব করে লিখি।}$$

4. $x = \sqrt{7} + \sqrt{6}$ হলে (i) $x - \frac{1}{x}$ (ii) $x + \frac{1}{x}$ (iii) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এবং (iv) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ -এর সরলতম মান নির্ণয় করি।

5. সরল করি : $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}}$

সরলফল 14 হলে, x -এর মান কী কী হবে হিসাব করে লিখি।

6. যদি $a = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ ও $b = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$ হয়, তবে নীচের মানগুলি নির্ণয় করি।

$$(i) \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} \quad (ii) \frac{(a-b)^3}{(a+b)^3} \quad (iii) \frac{3a^2+5ab+3b^2}{3a^2-5ab+3b^2} \quad (iv) \frac{a^3+b^3}{a^3-b^3}$$

7. যদি $x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$ হয়, তবে নিম্নলিখিতগুলির সরলতম মান নির্ণয় করি।

$$(a) (i) x - \frac{1}{x} \quad (ii) y^2 + \frac{1}{y^2} \quad (iii) x^3 - \frac{1}{x^3} \quad (iv) xy + \frac{1}{xy}$$

$$(b) 3x^2 - 5xy + 3y^2$$

8. $x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ এবং $xy = 1$ হলে, দেখাই যে, $\frac{x^2+xy+y^2}{x^2-xy+y^2} = \frac{12}{11}$

9. $(\sqrt{7}+1)$ এবং $(\sqrt{5}+\sqrt{3})$ -এর মধ্যে কোনটি বড়ো লিখি।

10. অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (V.S.A.)

(A) বহুবিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q) :

- (i) $x=2+\sqrt{3}$ হলে, $x+\frac{1}{x}$ -এর মান (a) 2 (b) $2\sqrt{3}$ (c) 4 (d) $2-\sqrt{3}$
- (ii) যদি $p+q=\sqrt{13}$ এবং $p-q=\sqrt{5}$ হয়, তাহলে pq -এর মান (a) 2 (b) 18 (c) 9 (d) 8
- (iii) যদি $a+b=\sqrt{5}$ এবং $a-b=\sqrt{3}$ হয়, তাহলে (a^2+b^2) -এর মান
(a) 8 (b) 4 (c) 2 (d) 1
- (iv) $\sqrt{125}$ থেকে $\sqrt{5}$ বিয়োগ করলে বিয়োগফল হবে
(a) $\sqrt{80}$ (b) $\sqrt{120}$ (c) $\sqrt{100}$ (d) কোনটিই নয়
- (v) $(5-\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)(5+\sqrt{3})(\sqrt{3}+1)$ -এর গুণফল (a) 22 (b) 44 (c) 2 (d) 11

(B) নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লিখি :

- (i) $\sqrt{75}$ এবং $\sqrt{147}$ সদৃশ করণী।
- (ii) $\sqrt{\pi}$ একটি দ্বিঘাত করণী।

(C) শূন্যস্থান পূরণ করি :

- (i) $5\sqrt{11}$ একটি _____ সংখ্যা। (মূলদ/অমূলদ)
- (ii) $(\sqrt{3}-5)$ -এর অনুবন্ধী করণী _____।
- (iii) দুটি দ্বিঘাত করণীর যোগফল ও গুণফল একটি মূলদ সংখ্যা হলে করণীদ্বয় _____ করণী।

11. সংক্ষিপ্তধর্মী উত্তরপ্রশ্ন (S.A.)

- (i) $x=3+2\sqrt{2}$ হলে, $x+\frac{1}{x}$ -এর মান লিখি।
- (ii) $(\sqrt{15}+\sqrt{3})$ এবং $(\sqrt{10}+\sqrt{8})$ -এর মধ্যে কোনটি বড়ো লিখি।
- (iii) দুটি মিশ্র দ্বিঘাত করণী লিখি যাদের গুণফল একটি মূলদ সংখ্যা।
- (iv) $\sqrt{72}$ থেকে কত বিয়োগ করলে $\sqrt{32}$ হবে তা লিখি।
- (v) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}\right)$ -এর সরলতম মান লিখি।