25 ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের প্রয়োগ : উচ্চতা ও দূরত্ব

APPLICATION OF TRIGONOMETRIC RATIOS : HEIGHTS & DISTANCES

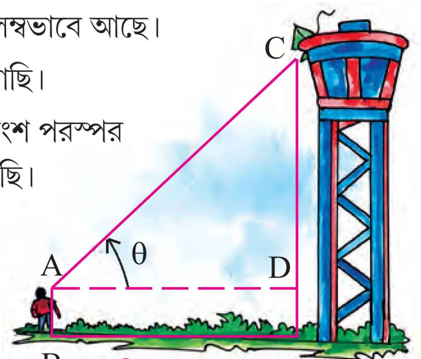
আমরা যে বড়ো মাঠে রোজ বিকালে খেলা করি সেই মাঠের একদিকে রামুদের বাগানবাড়ি। কিছু দূরে ওই এলাকার জলের ট্যাঙ্ক অনেক উঁচু থামের উপর রাখা আছে। আমরা মাঝে মাঝে ওই মাঠে ঘুড়ি ওড়াই। প্রায় প্রতিদিনই সতীশের ঘুড়ি ভূমি থেকে সবচেয়ে উঁচুতে ওঠে এবং ওই উঁচুতে রাখা জলের ট্যাঙ্কের উপরে উঠে যায়।

(1) কিন্তু ওই এলাকার জলের ট্যাঙ্কটি ভূমি থেকে কত উপরে আছে কীভাবে পাব ছবি এঁকে দেখি।

ধরি, CE জলের ট্যাঙ্কের উচ্চতা এবং জলের ট্যাঙ্কটি ভূমিতলে লম্বভাবে আছে।

AB আমার উচ্চতা এবং আমি ভূমিতলে লম্বভাবে দাঁড়িয়ে আছি।

জলের ট্যাঙ্ক থেকে আমি BE দূরত্বে আছি, AD ও BE সরলরেখাংশ পরস্পর সমান্তরাল। আমি জলের ট্যাঙ্কের শীর্ষবিন্দু AC রেখা বরাবর দেখছি।



চিত্র (i)

(2) এই AC রেখাকে কী বলা হয়?

এই AC রেখাকে **দৃষ্টির রেখা [Line of Sight]** বলা হয়।

বুঝেছি, কোনো পর্যবেক্ষক যখন কোনো বস্তু দেখেন পর্যবেক্ষকের চোখ ও ওই বস্তুর ওপর কোনো বিন্দুর সংযোজক রেখাই হলো দৃষ্টির রেখা। [Line of Sight]

দেখছি ট্যাঙ্কের চূড়া দেখার জন্য আমার দৃষ্টিররেখা AC অনুভূমিক রেখা AD-এর সঙ্গে একটি কোণ (θ) করে আছে।

(3) এই θ কোণটিকে কী বলা হয়?

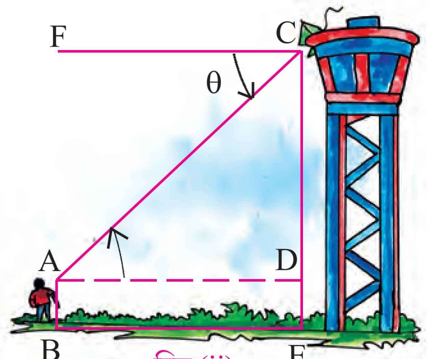
এই কোণকে **উন্নতি কোণ [Angle of Elevation]** বলা হয়।

বুঝেছি, যখন পর্যবেক্ষক ভূমিতে দাঁড়িয়ে ভূমি থেকে উপরে অবস্থিত কোনো বস্তু দেখেন, তখন পর্যবেক্ষকের দৃষ্টির রেখা অনুভূমিক রেখার সঙ্গে যে কোণ করে থাকে তাকে উন্নতি কোণ বলা হয় এবং উন্নতি কোণের ক্ষেত্রে পর্যবেক্ষকের মাথা উপরের দিকে উঠে থাকে।

(4) কিন্তু আমি যদি ট্যাঙ্কের উপরে C বিন্দুতে থাকতাম এবং সেখান থেকে ভূমিতে AB অবস্থানে দাঁড়ানো আমার বন্ধুর মাথার দিকে তাকাতাম তখন কী ধরনের কোণ পেতাম ছবি এঁকে দেখি।

ধরি, আমার বন্ধু ভূমিতে AB অবস্থানে আছে। আমি জলের ট্যাঙ্কের চূড়ার C বিন্দু থেকে A বিন্দু দেখছি।

সেক্ষেত্রে আমার দৃষ্টি রেখা CA অনুভূমিক রেখার সমান্তরাল রেখা CF-এর সঙ্গে θ কোণ করে আছে। [$\because \angle DAC = \theta$, $CF \parallel AD$, সুতরাং একান্তর $\angle DAC = \angle FCA$]

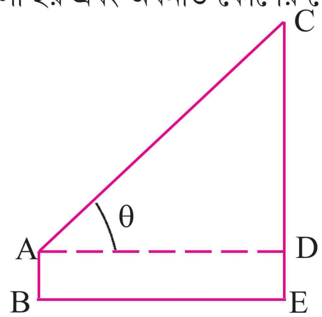


চিত্র (ii)

(5) এইরকম θ কোণকে কী বলা হয়?

এই কোণকে **অবনতি কোণ [Angle of Depression]** বলা হয়।

বুঝেছি, যখন পর্যবেক্ষক তার অবস্থানের নীচের দিকে অবস্থিত কোনো বস্তু দেখে তখন তার দৃষ্টির রেখা অনুভূমিক রেখার সঙ্গে যে কোণ করে সেই কোণকে অবনতি কোণ বলা হয় এবং অবনতি কোণের ক্ষেত্রে পর্যবেক্ষকের মাথা নীচু হয়ে থাকে।



6 চিত্র (i) থেকে জলের ট্যাঙ্কের উচ্চতা কীভাবে পাব দেখি।

জলের ট্যাঙ্কের উচ্চতা CE $=$ CD$+$DE

$= $ CD$+$AB

সমকোণী ত্রিভুজ ADC-এর $\angle D = 90^\circ$

উন্নতি কোণ $\angle DAC = \theta$

$\therefore$ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে নির্ণয়ের জন্য AC অথবা AD-র মান জানা প্রয়োজন।

7 যদি $\theta = 30^\circ$,অর্থাৎ A বিন্দু থেকে ট্যাঙ্কের চূড়ার উন্নতি কোণ 30° এবং AD$=$120 মিটার অর্থাৎ জলের ট্যাঙ্ক থেকে আমার দূরত্ব 120 মিটার হয়, তবে জলের ট্যাঙ্কের উচ্চতা কী হবে হিসাব করে লিখি।

সমকোণী ত্রিভুজ ACD-এর ($\angle D = 90^\circ$) ; CD নির্ণয় করতে হবে। এক্ষেত্রে এমন একটি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নেব যেখানে CD ও AD আছে।

সমকোণী ত্রিভুজ ACD-তে, $\tan\theta = \dfrac{CD}{AD}$ বা, $\tan 30^\circ = \dfrac{CD}{120 \text{ মি.}}$

বা, $\dfrac{CD}{120 \text{ মি.}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore CD = \dfrac{120 \text{ মি.}}{\sqrt{3}} = \dfrac{40\times 3 \text{ মি.}}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3}$ মি.

$\therefore$ সেক্ষেত্রে ট্যাঙ্কের উচ্চতা $= [40\sqrt{3}$ মিটার $+$ আমার উচ্চতা (AB)]

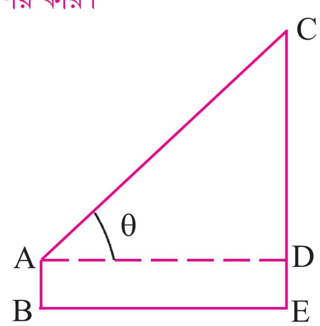
কোনো উচ্চতা নির্ণয়ের জন্য আমরা কী কী করলাম লিখি।

(i) আমার অবস্থান থেকে যার উচ্চতা নির্ণয় করব তার দূরত্ব নির্ণয় করলাম।

(ii) যার উচ্চতা নির্ণয় করব তার শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ নির্ণয় করলাম।

(iii) এবার ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে উচ্চতা নির্ণয় করলাম।

8 কিন্তু যদি $\theta = 30^\circ$ এবং AC$=$150 মিটার হয়, তবে উচ্চতা কী হবে নির্ণয় করি।



সমকোণী ত্রিভুজ ACD-এর $\angle D = 90^\circ$; CD নির্ণয় করতে হবে।

এমন ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নেব যেখানে CD ও AC আছে,

সমকোণী ΔACD-তে; $\sin 30^\circ = \dfrac{CD}{AC}$

বা, $\dfrac{1}{2} = \dfrac{CD}{150 \text{ মি.}}$

বা, $CD = \dfrac{150 \text{ মি.}}{2} = 75$ মি.

$\therefore$ সেক্ষেত্রে জলের ট্যাঙ্কের উচ্চতা $=$ [75 মিটার $+$ AB]

মনে রাখতে হবে : বিশেষভাবে কিছু বলা না থাকলে এই ধরনের সমস্যায় যে ব্যক্তির সাপেক্ষে উন্নতি বা অবনতি কোণ সংক্রান্ত তথ্য দেওয়া থাকবে, ওই ব্যক্তির উচ্চতাকে অগ্রাহ্য করে ছবি আঁকতে হবে। অর্থাৎ এই সমস্যাগুলিতে ব্যক্তিকে একটি বিন্দু হিসাব ধরে নিতে হবে। গাছ, স্তম্ভ, লাইট-পোস্ট ইত্যাদি ভূমিতলের উপর লম্বভাবে আছে ধরে নিতে হবে।

প্রয়োগ : 1. রীতাদের পুকুরের পাড়ে একটি নারকেল গাছ আছে। পুকুরের পাড় ধরে 12 মিটার দূরে একটি বিন্দুর সাপেক্ষে ওই গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60º হলে, রীতাদের পুকুর পাড়ের ওই নারকেল গাছটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি। [$\sqrt{3}$ =1.732 (প্রায়)]

ধরি, AB নারকেল গাছের উচ্চতা যা ভূমিতলের উপর লম্বভাবে আছে। B বিন্দু থেকে পুকুরের পাড় ধরে C বিন্দুতে গিয়ে C বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর উন্নতি কোণ 60º হয়েছে।

A ও C বিন্দুদ্বয় যুক্ত করে ABC সমকোণী ত্রিভুজ পেয়েছি যার $\angle B=90^\circ$ এবং $\angle ACB=60^\circ$

$\therefore$ $\angle ACB$-এর পরিপ্রেক্ষিতে ভূমি BC=12 মিটার। সমকোণী ΔABC-তে, ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে পাই,

$$\tan\angle ACB = \tan 60^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{12 \text{ মি.}}$$

বা, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{12 \text{ মি.}}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AB}{12 \text{ মি.}}$

বা, $AB = 12\sqrt{3}$ মি. = 12×1.732 মি. (প্রায়)

= 20.784 মি. (প্রায়)

$\therefore$ নারকেল গাছটির উচ্চতা = 20.784 মিটার (প্রায়)।

প্রয়োগ : 2. যদি একটি নারকেল গাছের গোড়া থেকে অনুভূমিক তলে 20 মিটার দূরের একটি বিন্দুর সাপেক্ষে গাছটির অগ্রভাগের উন্নতি কোণ 60º হয়, তবে গাছটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি। **[নিজে করি]**

প্রয়োগ : 3. গতকাল ঝড়ে একটি লাইটপোস্ট মচকে গিয়ে তার অগ্রভাগ পাদবিন্দু থেকে 4 মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করেছে এবং অনুভূমিক রেখার সঙ্গে 45º কোণ উৎপন্ন করেছে। লাইটপোস্টটি কত লম্বা ছিল হিসাব করে লিখি। [$\sqrt{2}$ =1.414 (প্রায়)]

ধরি, AB দৈর্ঘ্যের লাইটপোস্টটি O বিন্দুতে মচকে গিয়ে তার অগ্রভাগ C বিন্দুতে ভূমি স্পর্শ করেছে।

$\therefore$ AO = OC = x মি. (ধরি)

$\therefore$ AB = AO+OB = CO+OB

$\therefore$ OBC একটি সমকোণী ত্রিভুজ তৈরি হয়েছে যার $\angle B=90^\circ$, BC=4 মিটার ও OC=x মি.

সমকোণী ΔOBC -তে, $\cos 45^\circ = \frac{BC}{OC} = \frac{4}{x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{x}$ $\quad\therefore x = 4\sqrt{2}$

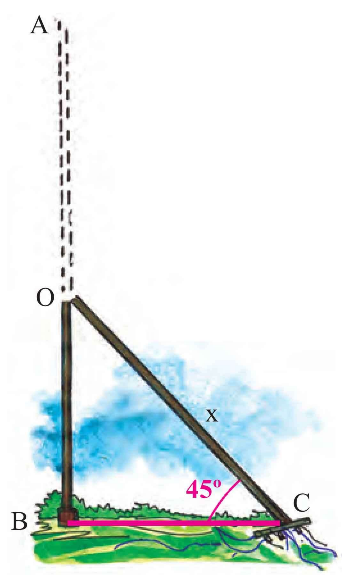
$\therefore$ $OC = 4\sqrt{2}$ মি. = 4×1.414 মি. = 5.656 মি. (প্রায়)

ΔOBC -এর, $\angle OCB=45^\circ$ $\quad\therefore \angle BOC=90^\circ-45^\circ = 45^\circ$

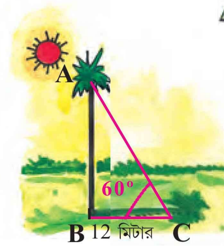
$\therefore$ BO = CO = 4 মি.

$\therefore$ লাইটপোস্টের দৈর্ঘ্য = (4+5.656) মিটার (প্রায়)

= 9.656 মিটার (প্রায়)



প্রয়োগ : 4. সূর্যের উন্নতি কোণ 60° হলে একটি তালগাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য 12 মিটার হয়। তালগাছটির উচ্চতা নির্ণয় করি।



পাশের চিত্রে, AB তালগাছের উচ্চতা এবং BC তালগাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য যখন $\angle ACB=60^\circ$

সমকোণী ΔABC-তে, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AB}{12 \text{ মি.}}$

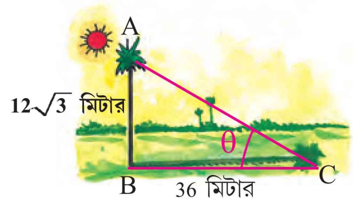
বা, $AB = 12\sqrt{3}$ মি.

$\therefore$ তালগাছের উচ্চতা $12\sqrt{3}$ মিটার।

কিন্তু ওই তালগাছটির (যার উচ্চতা $12\sqrt{3}$ মিটার) ছায়ার দৈর্ঘ্য যখন 36 মিটার হবে তখন সূর্যের উন্নতি কোণ কী হবে হিসাব করে লিখি।

ধরি, $12\sqrt{3}$ মিটার দৈর্ঘ্যের AB তালগাছটির ছায়ার দৈর্ঘ্য BC যখন 36 মিটার তখন সূর্যের উন্নতি কোণ θ

সমকোণী ΔABC-তে, $\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{12\sqrt{3}}{36} = \frac{12\sqrt{3}}{12\times 3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$



সুতরাং, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ \quad \therefore \theta = 30^\circ$

$\therefore$ তখন সূর্যের উন্নতি কোণ 30°

প্রয়োগ : 5. সূর্যের উন্নতি কোণ কত হলে 20 মিটার লম্বা লাঠির ছায়ার দৈর্ঘ্য $20\sqrt{3}$ মিটার হবে হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

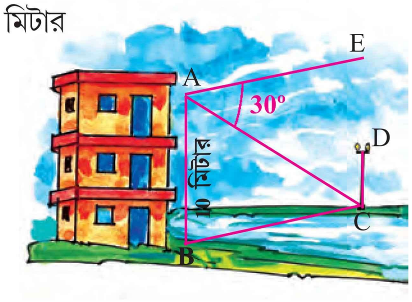
প্রয়োগ : 6. হাঁসখালি পোলের বড়ো খালের ঠিক পাড়ে অবস্থিত সমীরণদের তিনতলা বাড়ির ছাদ থেকে সে সোজাসুজি খালের ঠিক অপর পারের একটি লাইটপোস্ট দেখছিল। সমীরণের চোখ থেকে সেই পোস্টের পাদবিন্দুর অবনতি কোণ যদি 30° হয় এবং বাড়িটির উচ্চতা যদি 10 মিটার হয়, তাহলে ছবি এঁকে ওই খালটি কত চওড়া হিসাব করি। [$\sqrt{3}$ =1.732 (প্রায়)]

ধরি, AB তিনতলা বাড়িটি এবং CD পোস্টটি BC চওড়া খালের দুই পারে এবং ঠিক বিপরীত দিকে অবস্থিত। সমীরণ A বিন্দু থেকে CD পোস্টের পাদবিন্দু C-কে 30° অবনতি কোণে দেখছিল।

$\therefore \angle EAC = 30^\circ$ [ধরি, $AE \parallel BC$]

$\therefore$ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ পেলাম যার $\angle B=90^\circ$, AB=10 মিটার

এবং $\angle ACB =$ একান্তর $\angle EAC$ [$\because AE \parallel BC$]



$\therefore \angle ACB = 30^\circ$

সমকোণী ΔABC-তে, $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{10 \text{ মি.}}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10 \text{ মি.}}{BC}$

$\therefore$ $BC = 10\sqrt{3}$ মি. $= 10\times 1.732$ মি. (প্রায়)

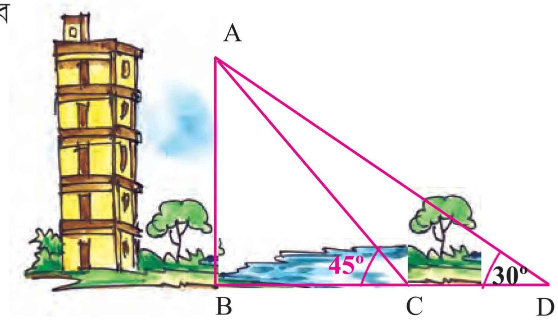
$= 17.32$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ খালটি 17.32 মি. (প্রায়) চওড়া।

প্রয়োগ : 7. কিন্তু কোনো নদীর পাড়ে যদি উঁচু অট্টালিকা থাকে তবে নদীর অপর পারে দাঁড়িয়ে ওই অট্টালিকার উচ্চতা কীভাবে মাপব দেখি।

ধরি, AB অট্টালিকার উচ্চতা = x মিটার

যদি নদীর অপর পারে অট্টালিকার B বিন্দুর ঠিক বিপরীত দিকে নদীর ধার বরাবর C বিন্দু থেকে অট্টালিকার চূড়ার উন্নতি কোণ 45^o এবং C বিন্দু থেকে 14 মিটার বর্ধিত BC সরলরেখাংশ বরাবর দূরে সরে গিয়ে D বিন্দু থেকে অট্টালিকার চূড়ার উন্নতি কোণ 30^o হয়, তবে অট্টালিকার উচ্চতা x নির্ণয় করি।



ধরি, নদীর প্রস্থ (BC) = y মিটার

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজ ABC থেকে পাই, $\tan 45^o = \frac{AB}{BC}$

বা, $1 = \frac{x}{y}$

$\therefore x = y$

আবার সমকোণী ত্রিভুজ ABD থেকে পাই, $\tan 30^o = \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{BC+CD}$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{y+14}$

বা, $y+14 = x\sqrt{3}$

বা, $x+14 = x\sqrt{3}$ [$\because x=y$]

বা, $x(\sqrt{3}-1) = 14$

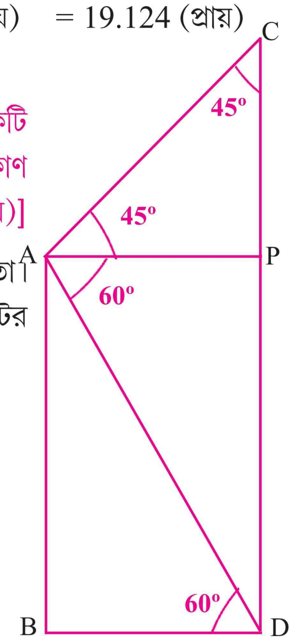
$\therefore x = \frac{14}{\sqrt{3}-1} = \frac{14(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$= \frac{14(1.732+1)}{3-1}$

$= 7\times2.732$ (প্রায়) $= 19.124$ (প্রায়)

$\therefore$ অট্টালিকার উচ্চতা 19.124 মিটার (প্রায়)।

প্রয়োগ : 8. যদি একটি 18 মিটার উঁচু পাঁচতলা বাড়ির ছাদ থেকে দেখলে একটি মনুমেন্টের চূড়ার উন্নতি কোণ 45^o এবং মনুমেন্টের পাদদেশের অবনতি কোণ 60^o হয়, তাহলে মনুমেন্টের উচ্চতা হিসাব করে লিখি। [$\sqrt{3} = 1.732$ (প্রায়)]



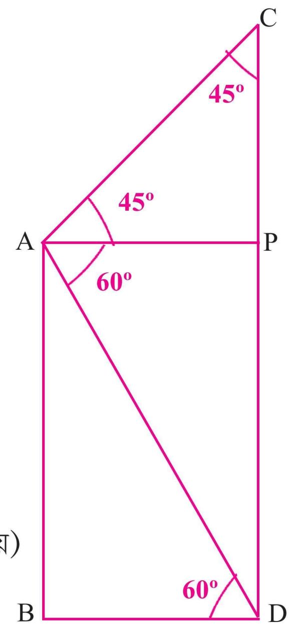
ধরি, পাশের চিত্রে, AB 18 মিটার উঁচু পাঁচতলা বাড়ি এবং CD মনুমেন্টের উচ্চতা। AB-এর A বিন্দু থেকে মনুমেন্টের চূড়ার C বিন্দুর উন্নতি কোণ 45^o ও মনুমেন্টের পাদদেশ D বিন্দুর অবনতি কোণ 60^o.

$\therefore \quad \angle PAC = 45^o$ এবং $\angle PAD = 60^o$ [ধরি, $AP \| BD$]

$\angle PAD =$ একান্তর $\angle ADB$ [$\because AP \| BD$] $\therefore \angle ADB = 60^o$

ধরি, মনুমেন্টের উচ্চতা CD=x মিটার এবং BD=y মিটার = AP

AB = 18 মিটার। সুতরাং, CP = (x–18) মি.



সমকোণী ΔABD থেকে পাই, $\tan 60^\circ = \dfrac{AB}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \dfrac{18}{y} \quad \therefore y = \dfrac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$

সমকোণী ΔAPC থেকে পাই, $\tan \angle PAC = \dfrac{CP}{AP}$

বা, $\tan 45^\circ = \dfrac{x-18}{y} = \dfrac{x-18}{6\sqrt{3}}$

বা, $1 = \dfrac{x-18}{6\sqrt{3}}$

বা, $x-18 = 6\sqrt{3}$

বা, $x = 18+6\sqrt{3} = 6(3+\sqrt{3})$

বা, $x = 6(3+1.732)$ (প্রায়)

বা, $x = 6 \times 4.732$ (প্রায়) $\quad \therefore x = 28.392$ (প্রায়)

$\therefore$ মনুমেন্টের উচ্চতা 28.392 মি. (প্রায়)

প্রয়োগ : 9. 11 মিটার উঁচু একটি বাড়ির ছাদ থেকে দেখলে একটি ল্যাম্পপোস্টের চূড়া ও পাদবিন্দুর অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° এবং 60°; ল্যাম্পপোস্টটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।

ধরি, পাশের চিত্রের, AB = 11 মিটার উঁচু একটি বাড়ি

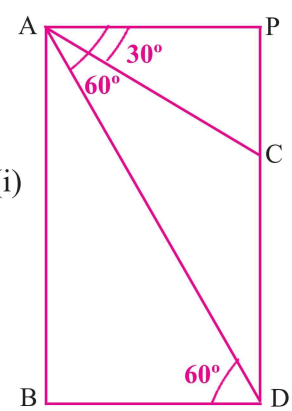
CD = ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা = x মিটার (ধরি)

AB-এর A বিন্দু থেকে ল্যাম্পপোস্টের চূড়া C বিন্দুর অবনতি কোণ 30° এবং A বিন্দু থেকে ল্যাম্পপোস্টের পাদদেশ D বিন্দুর অবনতি কোণ 60°

$\therefore \angle PAC = 30^\circ$ এবং $\angle PAD = 60^\circ$ [ধরি, $AP \parallel BD$ এবং DC-এর বর্ধিতাংশ CP]

$AB = PD = 11$ মি., $CD = x$ মি. $\quad \therefore PC = (11-x)$ মি.

ধরি, $BD = y$ মি. $= AP$



সমকোণী ত্রিভুজ APD থেকে পাই, $\tan 60^\circ = \dfrac{PD}{AP} = \dfrac{11}{y}$

বা, $\sqrt{3} = \dfrac{11}{y} \quad \therefore y = \dfrac{11}{\sqrt{3}}$ ———— (i)

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ APC থেকে পাই, $\tan 30^\circ = \dfrac{PC}{AP}$

বা, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{11-x}{y}$

বা, $y = 11\sqrt{3} - x\sqrt{3}$

বা, $\dfrac{11}{\sqrt{3}} = 11\sqrt{3} - x\sqrt{3}$ [(1) থেকে পাই]

বা, $11 = 33 - 3x$

বা, $3x = 22 \quad \therefore x = \dfrac{22}{3} = 7\dfrac{1}{3}$

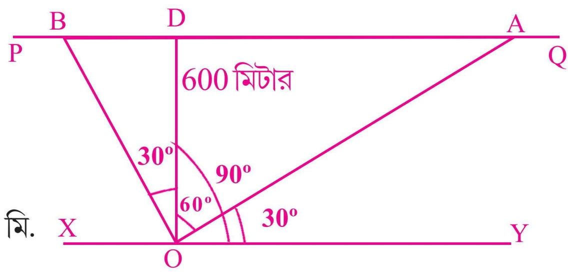
$\therefore$ ল্যাম্পপোস্টটির উচ্চতা $7\frac{1}{3}$ মিটার।

প্রয়োগ : 10. 60 মিটার উঁচু একটি অট্টালিকার চূড়া থেকে কোনো টাওয়ারের চূড়া ও পাদদেশের অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60° হলে, টাওয়ারের উচ্চতা হিসাব করে লিখি। **[নিজে করি]**

প্রয়োগ : 11. 600 মিটার চওড়া কোনো নদীর একটি ঘাট থেকে দুটি নৌকা দুটি আলাদা অভিমুখে নদীর ওপারে যাওয়ার জন্য রওনা দিল। যদি প্রথম নৌকাটি নদীর এপারের সঙ্গে 30° কোণে এবং দ্বিতীয় নৌকাটি প্রথম নৌকার গতিপথের সঙ্গে 90° কোণ করে চলে ওপারে পৌঁছায়, তাহলে ওপারে পৌছানোর পরে নৌকাদুটির মধ্যে দূরত্ব কত হবে নির্ণয় করি। [$\sqrt{3}=1.732$ (প্রায়)]

ধরি, পাশের ছবিতে নদীর XY পাড়ের O বিন্দুতে অবস্থিত ঘাট থেকে প্রথম নৌকা OA বরাবর গিয়ে নদীর অপর পাড় PQ-এর A বিন্দুতে এবং অপর নৌকা OB বরাবর গিয়ে B বিন্দুতে ওপারে পৌঁছায়।

$\therefore \angle YOA=30^\circ$, $\angle AOB=90^\circ$; O বিন্দু থেকে AB-এর উপর OD লম্ব অঙ্কন করি।



$\therefore \angle AOD=60^\circ$ এবং $\angle DOB=30^\circ$

সমকোণী ত্রিভুজ AOD থেকে পাই, $\tan 60^\circ = \frac{AD}{OD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AD}{600 \text{ মি.}}$

$\therefore AD = 600\sqrt{3}$ মি.

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ BOD থেকে পাই, $\tan 30^\circ = \frac{BD}{OD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BD}{600 \text{ মি.}}$

বা, $BD = \frac{600 \text{ মি.}}{\sqrt{3}} = \frac{600\sqrt{3} \text{ মি.}}{3}$

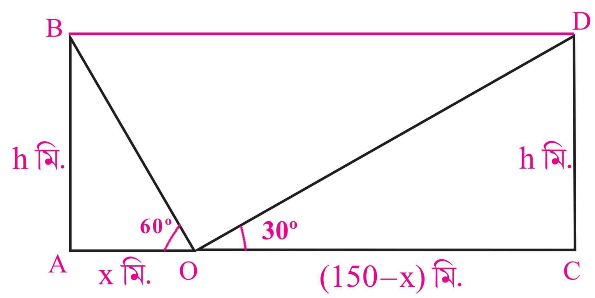
$= 200\sqrt{3}$ মি.

$AD+BD = (600\sqrt{3}+200\sqrt{3})$ মি.

$AB = 800\sqrt{3}$ মি. $= 800\times1.732$ মি. (প্রায়) $= 1385.6$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ ওপারে পৌঁছালে নৌকা দুটির মধ্যে দূরত্ব হবে 1385.6 মিটার (প্রায়)

প্রয়োগ : 12. একটি 150 মিটার চওড়া রাস্তার দু-পাশে ঠিক বিপরীতে দুটি সমান উচ্চতার স্তম্ভ আছে। স্তম্ভ দুটির মাঝখানে রাস্তার উপর কোনো এক নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে স্তম্ভ দুটির চূড়ার উন্নতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30° হলে, প্রতিটি স্তম্ভের উচ্চতা নির্ণয় করি।



ধরি, AB ও CD দুটি সমান উচ্চতার স্তম্ভ।

ধরি, AB=CD=h মিটার।

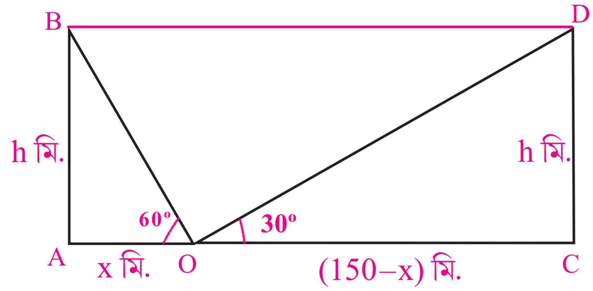
ধরি, AC রাস্তার উপর নির্দিষ্ট বিন্দু O

ধরি, OA=x মি. $\therefore$ OC=(150–x) মি.

$\therefore \angle AOB=60^\circ$ এবং $\angle COD=30^\circ$

সমকোণী ত্রিভুজ AOB থেকে পাই, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{AO} = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ $\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ———— (i)



আবার, সমকোণী ত্রিভুজ COD থেকে পাই,

$$\tan 30^{\circ} = \frac{CD}{OC} = \frac{h}{150-x}$$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{150-x}$

বা, $150-x = h\sqrt{3}$

$\therefore \quad x = 150-h\sqrt{3}$ ———— (ii)

$\therefore$ (i) ও (ii) নং তুলনা করে পাই, $\frac{h}{\sqrt{3}} = 150-h\sqrt{3}$

বা, $h = 150\sqrt{3}-3h$

বা, $4h = 150\sqrt{3}$ $\quad \therefore h = \frac{150\sqrt{3}}{4} = \frac{75\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ প্রতিটি স্তম্ভের উচ্চতা $\frac{75\sqrt{3}}{2}$ মিটার।

প্রয়োগ : 13. একটি পাখি ভূমিতলের সঙ্গে সমান্তরাল রেখায় 200 মিটার উঁচু দিয়ে উত্তর থেকে দক্ষিণদিকে যাচ্ছিল। মাঠের মাঝখানে দাঁড়িয়ে সুশোভন প্রথমে পাখিটিকে উত্তরদিকে 30º কোণে দেখতে পেল। 3 মিনিট পরে আবার দক্ষিণদিকে 45º কোণে দেখতে পেল। আসন্ন পূর্ণসংখ্যায় কিলোমিটারে পাখিটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত ছিল হিসাব করে লিখি। [$\sqrt{3} = 1.732$ (প্রায়)]

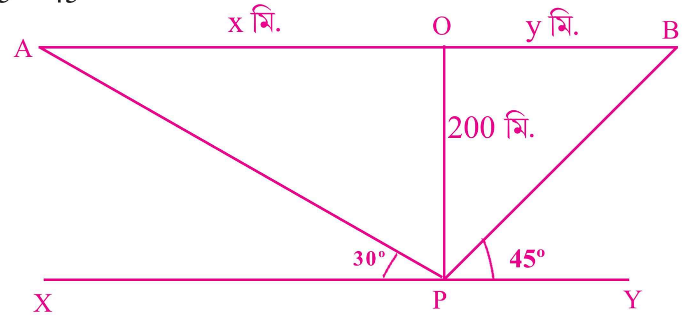
মনে করি, P বিন্দু থেকে সুশোভন প্রথমে পাখিটিকে 30º কোণে A বিন্দুতে দেখতে পেল এবং 3 মিনিট পরে 45º কোণে B বিন্দুতে দেখতে পেল।

ধরি, AO = x মি. এবং BO = y মি.

P বিন্দু থেকে AB-এর উপর PO লম্ব। $\therefore$ PO = 200 মি.

$\because \angle XPA = 30^{\circ}$, $\therefore \angle APO = 90^{\circ}-30^{\circ} = 60^{\circ}$;

$\because \angle BPY = 45^{\circ}$, $\therefore \angle BPO = 90^{\circ}-45^{\circ} = 45^{\circ}$



সমকোণী ত্রিভুজ APO-তে

$\tan \angle APO = \tan 60^{\circ} = \frac{x}{200}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{x}{200} \quad \therefore x = 200\sqrt{3}$

সমকোণী ত্রিভুজ BPO-তে

$\tan \angle BPO = \tan 45^{\circ} = \frac{y}{200}$

বা, $1 = \frac{y}{200} \quad \therefore y = 200$

সুতরাং, $x+y = 200\sqrt{3}+200 = 200(\sqrt{3}+1) = 200 \times 2.732 = 546.4$

3 মিনিটে পাখিটি যায় 546.4 মিটার

1 মিনিটে পাখিটি যায় $\frac{546.4 \text{ মি.}}{3}$

60 মিনিটে পাখিটি যায় $\frac{546.4}{3} \times 60$ মিটার $= 10928$ মিটার $= 10.928$ কিমি.

$\therefore$ আসন্ন পূর্ণসংখ্যায় পাখিটির গতিবেগ ঘণ্টায় 11 কিলোমিটার।