

প্রয়োগ : 12. ABC সমবাহু ত্রিভুজটি একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত। BC উপরাপের উপর P যে-কোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে $PA = PB + PC$

প্রদত্ত : ABC সমবাহু ত্রিভুজটি একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত। BC উপরাপের উপর P যে-কোনো একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে : $PA = PB + PC$

অঙ্কন : PA-এর থেকে PB-এর সমান করে PX অংশ কেটে নিলাম। B, X বিন্দুবয় যোগ করলাম।

প্রমাণ : $PB = PX$ [অঙ্কনানুসারে]

$$\therefore \angle PBX = \angle PXB \quad \text{_____ (I)}$$

আবার, $\angle ACB = \angle APB$ [একই বৃত্তাংশস্থ বৃত্তস্ত কোণ]

$$= 60^\circ \text{ [যেহেতু, ABC সমবাহু ত্রিভুজ, সূতরাং } \angle ACB = 60^\circ]$$

$$\therefore \angle PBX + \angle PXB = 180^\circ - 60^\circ = \boxed{}$$

$$\therefore \angle PBX = \angle PXB = 60^\circ \text{ [(I) থেকে পেলাম]}$$

$\therefore PBX$ সমবাহু ত্রিভুজ।

$$\therefore \angle PBC = \angle PBX - \angle CBX = \angle CBA - \angle CBX = \angle XBA \quad \text{_____ (II)}$$

ΔPBC ও ΔABX -এর মধ্যে $AB = BC$ [$\because \Delta ABC$ সমবাহু]

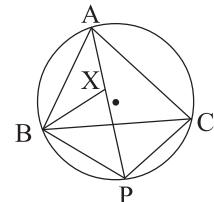
$$\angle ABX = \angle PBC \text{ [(II) থেকে পেলাম]}$$

$$BX = PB \text{ ($\because \Delta BPX$ সমবাহু)}$$

$\therefore \Delta BPC \cong \Delta ABX$ [সর্বসমতার S-A-S শর্তনুসারে]

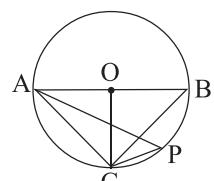
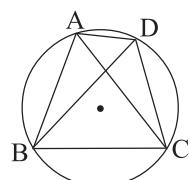
$$\text{সূতরাং, } AX = PC$$

$$\therefore PA = PX + XA = PB + PC \text{ [প্রমাণিত]}$$



কবে দেখি 7.2

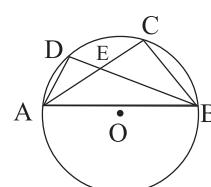
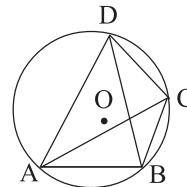
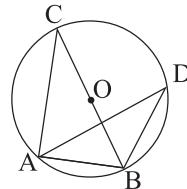
- পাশের ছবিতে $\angle DBA = 40^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$ এবং $\angle CAD = 20^\circ$; $\angle DCA$ ও $\angle BCA$ -এর মান নির্ণয় করি। $\angle BAD$ ও $\angle DCB$ -এর মানের সমষ্টি কত হবে হিসাব করে দেখি।
- পাশের চিত্রে AOB বৃত্তের ব্যাস এবং O বৃত্তের কেন্দ্র। OC ব্যাসাধা AB-এর উপর লম্ব। যদি উপরাপে CB-এর উপর কোনো বিন্দু P হয়, তবে $\angle BAC$ ও $\angle APC$ -এর মান হিসাব করে লিখি।
- ABC ত্রিভুজের O লম্ববিন্দু এবং BC-এর উপর অঙ্কিত লম্ব AD-কে বর্ধিত করলে ΔABC -এর পরিবৃত্তকে G বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, $OD = DG$



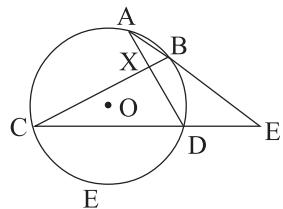
4. $\triangle ABC$ -এর অন্তর্ভুক্তের কেন্দ্র I ; বর্ধিত AI ত্রিভুজের পরিবৃত্তকে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, $PB = PC = PI$
5. তিমির দুটি বৃত্ত এঁকেছে যারা পরস্পরকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। P বিন্দু দিয়ে দুটি সরলরেখা টানলাম যারা একটি বৃত্তকে A, B বিন্দুতে এবং অপর বৃত্তকে যথাক্রমে C, D বিন্দুতে ছেদ করল। প্রমাণ করি যে $\angle AQC = \angle BQD$
6. একটি বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি পরস্পর লম্ব। AB ও CD জ্যা দুটির ছেদবিন্দু P থেকে AD -এর উপর অঙ্কিত লম্বকে বর্ধিত করলে সেটি BC -কে E বিন্দুতে ছেদ করে, তবে প্রমাণ করি যে, E, BC -এর মধ্যবিন্দু।
7. যদি $ABCD$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের $AB = DC$ হয়, তবে প্রমাণ করি যে $AC = BD$ হবে।
8. O কেন্দ্রীয় বৃত্তে OA ব্যাসার্ধ এবং AQ একটি জ্যা। বৃত্তের উপর C একটি বিন্দু। O, A, C বিন্দুগামী বৃত্ত AQ জ্যা-কে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, $CP = PQ$
9. একটি বৃত্তে ABC ত্রিভুজটি অন্তলিখিত। AX, BY এবং CZ যথাক্রমে $\angle BAC, \angle ABC$ ও $\angle ACB$ -এর সমদ্বিখণ্ডক এবং বৃত্তে যথাক্রমে X, Y ও Z বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করি যে, AX, YZ -এর উপর লম্ব।
10. একটি বৃত্তে ABC ত্রিভুজটি অন্তলিখিত। $\angle BAC, \angle ABC$ ও $\angle ACB$ -এর সমদ্বিখণ্ডক বৃত্তে যথাক্রমে X, Y ও Z বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করি $\triangle XYZ$ -এর, $\angle YXZ = 90^\circ - \frac{\angle BAC}{2}$
11. $\triangle ABC$ -এর A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব BC বাহুকে D বিন্দুতে এবং B বিন্দু থেকে CA বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব CA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, A, B, D, E বিন্দু চারটি সমবৃত্তস্থ।
12. **অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (V.S.A.)**

(A) **বহুবিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.) :**

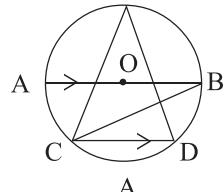
 - (i) পাশের চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র ; $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle DAB = 35^\circ$ এবং $\angle DBC = x^\circ$ হলে, x -এর মান
 (a) 35° (b) 70° (c) 65° (d) 55°
 - (ii) পাশের চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র।
 $\angle BAD = 65^\circ$, $\angle BDC = 45^\circ$ হলে,
 $\angle CBD$ -এর মান
 (a) 65° (b) 45° (c) 40° (d) 20°
 - (iii) পাশের চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র। $\angle AEB = 110^\circ$ এবং $\angle CBE = 30^\circ$ হলে, $\angle ADB$ -এর মান
 (a) 70° (b) 60° (c) 80° (d) 90°



- (iv) পাশের চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র। $\angle BCD = 28^\circ$,
 $\angle AEC = 38^\circ$ হলে, $\angle AXB$ -এর মান
 (a) 56° (b) 86° (c) 38° (d) 28°

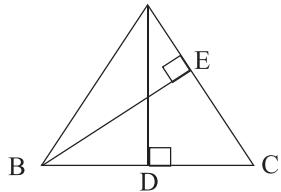


- (v) পাশের চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ব্যাস।
 $AB \parallel CD$. $\angle ABC = 25^\circ$ হলে, $\angle CED$ -এর মান
 (a) 80° (b) 50° (c) 25° (d) 40°



(B) সত্য বা মিথ্যা লিখি :

- (i) পাশের চিত্রে AD ও BE যথাক্রমে ABC ত্রিভুজের BC ও AC বাহুর উপর লম্ব। A, B, D, E বিন্দু চারটি সমবৃত্তস্থ।



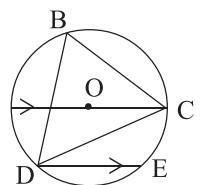
- (ii) ABC ত্রিভুজের $AB = AC$; BE ও CF যথাক্রমে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ -এর সমদ্বিখণ্ডক এবং AC ও AB বাহুকে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। B, C, E, F বিন্দু চারটি সমবৃত্তস্থ নয়।

(C) শূন্যস্থান পূরণ করি :

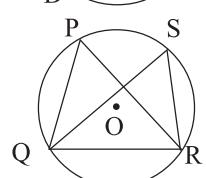
- (i) একই বৃত্তাংশস্থ বৃত্তস্থ কোণ _____।
 (ii) দুটি বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাংশ তার একই পার্শ্বে অপর দুটি বিন্দুতে সমান সম্মুখ কোণ উৎপন্ন করলে বিন্দু চারটি _____ হবে।
 (iii) একই বৃত্তে দুটি চাপ দ্বারা উৎপন্ন বৃত্তস্থ কোণ দুটি সমান হলে চাপ দুটির দৈর্ঘ্য _____।

13. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (S.A.)

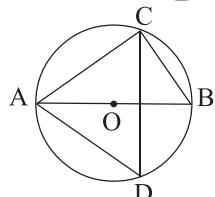
- (i) পাশের চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র, AC ব্যাস এবং জ্যা DE ও ব্যাস AC সমান্তরাল। $\angle CBD = 60^\circ$ হলে, $\angle CDE$ -এর মান নির্ণয় করি।



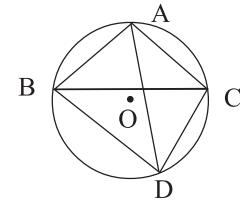
- (ii) পাশের চিত্রে $\angle PQR$ -এর সমদ্বিখণ্ডক QS; $\angle SQR = 35^\circ$ এবং $\angle PRQ = 32^\circ$ হলে, $\angle QSR$ -এর মান নির্ণয় করি।



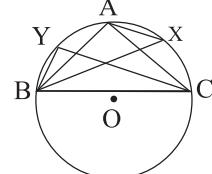
- (iii) পাশের চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ব্যাস। AB ও CD পরস্পর লম্ব এবং $\angle ADC = 50^\circ$; $\angle CAD$ -এর মান নির্ণয় করি।



- (iv) পাশের চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $AB = AC$; $\angle ABC = 32^\circ$ হলে, $\angle BDC$ -এর মান নির্ণয় করি।



- (v) পাশের চিত্রে BX ও CY যথাক্রমে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ -এর সমদ্বিখণ্ডক। $AB = AC$ এবং $BY = 4$ সেমি. হলে, AX-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

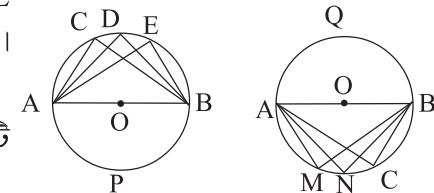


রাবেয়া একটি O কেন্দ্রীয় বৃত্ত এঁকেছে। শাকিল রাবেয়ার আঁকা বৃত্তে একটি ব্যাস AB আঁকল।

এই O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB ব্যাস বা APB বৃত্তচাপ কীরূপ বিভিন্ন বৃত্তস্থ কোণ উৎপন্ন করবে এঁকে ও মেপে লিখি।

মেপে দেখছি, AB ব্যাস বা APB বৃত্তচাপ বৃত্তের উপর C, D ও E প্রতিটি বিন্দুতে ডিগ্রি মাপের বৃত্তস্থ কোণ উৎপন্ন করেছে।
[নিজে এঁকে ও মেপে লিখি]

আবার AB ব্যাস বা AQP বৃত্তচাপ বৃত্তের উপর M, N ও S প্রতিটি বিন্দুতে ডিগ্রি মাপের বৃত্তস্থ কোণ উৎপন্ন করেছে।



- 3) এই $\angle ACB$, $\angle ADB$, $\angle AEB$, $\angle AMB$, $\angle ANB$ ও $\angle ASB$ কোণগুলি অর্থাৎ একটি বৃত্তের ব্যাস যে-কোনো অর্ধবৃত্তে যে সম্মুখ বৃত্তস্থ কোণ উৎপন্ন করে তাদের কী বলা হয়?

একটি বৃত্তের ব্যাস অর্ধবৃত্তে যে সম্মুখ বৃত্তস্থ কোণ উৎপন্ন করে তাকে অর্ধবৃত্তস্থ কোণ বলা হয়। এখানে $\angle ACB$, $\angle ADB$, $\angle AEB$ এবং $\angle AMB$, $\angle ANB$ ও $\angle ASB$ প্রত্যেকে অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

হাতেকলমে যাচাই করে দেখি যে অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ।

হাতেকলমে

- (1) O কেন্দ্রীয় বৃত্তে যে-কোনো একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ $\angle APB$ আঁকলাম।
- (2) ট্রেসিং পেপারের সাহায্যে দুটি $\angle APB$ এঁকে কেটে নিলাম এবং O কেন্দ্রীয় বৃত্তে AB ব্যাসের উপর O বিন্দুতে কোণদুটি নীচের ছবির মতো পাশাপাশি বসিয়ে দেখছি $\angle APB$, কোণদুটি পরস্পর সম্পূরক এবং সমান। (যেহেতু একই মাপের কোণ)
 \therefore প্রত্যেকে এক সমকোণ।

