

প্রয়োগ : 12. আমি $(2 + \sqrt{3})$ ও $(2 - \sqrt{3})$ -এর সমষ্টি নির্ণয় করি।

$$(2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 2 + 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 4$$

∴ দেখছি, দুটি দ্বিঘাত করণীর সমষ্টি মূলদ সংখ্যা পেলাম।



প্রয়োগ : 13. আমি অন্য যে-কোনো দুটি দ্বিঘাত করণী লিখি যাদের সমষ্টি মূলদ সংখ্যা। [নিজে করি]

কষে দেখি 9.1

- মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার গুণফল আকারে লিখি—
(i) $\sqrt{175}$ (ii) $2\sqrt{112}$ (iii) $\sqrt{108}$ (iv) $\sqrt{125}$ (v) $5\sqrt{119}$
- প্রমাণ করি যে, $\sqrt{108} - \sqrt{75} = \sqrt{3}$
- দেখাই যে, $\sqrt{98} + \sqrt{8} - 2\sqrt{32} = \sqrt{2}$
- দেখাই যে, $3\sqrt{48} - 4\sqrt{75} + \sqrt{192} = 0$
- সরলতম মান নির্ণয় করি :
 $\sqrt{12} + \sqrt{18} + \sqrt{27} - \sqrt{32}$
- (a) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ -এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল $2\sqrt{5}$ হবে, হিসাব করে লিখি।
(b) $7 - \sqrt{3}$ -এর থেকে কত বিয়োগ করলে বিয়োগফল $3 + \sqrt{3}$ হবে, নির্ণয় করি।
(c) $2 + \sqrt{3}$, $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ এবং $2 + \sqrt{7}$ -এর যোগফল লিখি।
(d) $(10 - \sqrt{11})$ থেকে $(-5 + 3\sqrt{11})$ বিয়োগ করি ও বিয়োগফল লিখি।
(e) $(-5 + \sqrt{7})$ এবং $(\sqrt{7} + \sqrt{2})$ -এর যোগফল থেকে $(5 + \sqrt{2} + \sqrt{7})$ বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় করি।
(f) দুটি দ্বিঘাত করণী লিখি যাদের সমষ্টি মূলদ সংখ্যা।

12 এবার আমাদের বন্ধু অমিয় বোর্ডে লিখল 7 ও 11

দেখছি, বোর্ডে লেখা সংখ্যাদুটি মৌলিক সংখ্যা।

$\sqrt{7}$ ও $\sqrt{11}$ দুটি শুদ্ধ দ্বিঘাত করণীর যোগফল ও বিয়োগফল নিজে লিখি।

13 কিন্তু $\sqrt{7}$ ও $\sqrt{11}$ -এর গুণফল ও ভাগফল হিসাব করে লিখি।

যেহেতু $a^m \times b^m = (ab)^m$ [$a \neq 0$, $b \neq 0$, m একটি মূলদ সংখ্যা]

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{7} \times \sqrt{11} &= 7^{1/2} \times 11^{1/2} \\ &= (7 \times 11)^{1/2} \\ &= 77^{1/2} \\ &= \sqrt{77} \end{aligned}$$

এখানে $\sqrt{77}$ একটি শুদ্ধ দ্বিঘাত করণী।



$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad (\sqrt{2}+\sqrt{3}) \div (\sqrt{2}-\sqrt{3}) &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{2+3+2\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2-3} \\ &= \frac{5+2\sqrt{6}}{-1} \end{aligned}$$

প্রয়োগ : 30. হরের করণী নিরসন করি :

(i) $(4+2\sqrt{3}) \div (2-\sqrt{3})$ (ii) $(\sqrt{5}+\sqrt{3}) \div (\sqrt{5}-\sqrt{3})$ [নিজে করি]



কষে দেখি 9.2

- (a) $3^{1/2}$ ও $\sqrt{3}$ -এর গুণফল নির্ণয় করি।

(b) $2\sqrt{2}$ -কে কত দিয়ে গুণ করলে 4 পাব লিখি।

(c) $3\sqrt{5}$ এবং $5\sqrt{3}$ -এর গুণফল নির্ণয় করি।

(d) $\sqrt{6} \times \sqrt{15} = x\sqrt{10}$ হলে, x-এর মান হিসাব করে লিখি।

(e) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3}) = 25 - x^2$ একটি সমীকরণ হলে, x-এর মান হিসাব করে লিখি।
- গুণফল নির্ণয় করি :

(a) $\sqrt{7} \times \sqrt{14}$ (b) $\sqrt{12} \times 2\sqrt{3}$ (c) $\sqrt{5} \times \sqrt{15} \times \sqrt{3}$ (d) $\sqrt{2}(3+\sqrt{5})$

(e) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ (f) $(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})(4\sqrt{2}+\sqrt{5})$

(g) $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})$
- (a) $\sqrt{5}$ -এর করণী নিরসক উৎপাদক \sqrt{x} হলে, x-এর ক্ষুদ্রতম মান কত হবে তা হিসাব করে লিখি। [যেখানে x একটি পূর্ণসংখ্যা]

(b) $3\sqrt{2} \div 3$ -এর মান নির্ণয় করি।

(c) $7 \div \sqrt{48}$ -এর হরের করণী নিরসন করতে হরকে ন্যূনতম কত দিয়ে গুণ করতে হবে তা লিখি।

(d) $(\sqrt{5}+2)$ -এর করণী নিরসক উৎপাদক নির্ণয় করি যা করণীটির অনুবন্ধী করণী।

(e) $(\sqrt{5}+\sqrt{2}) \div \sqrt{7} = \frac{1}{7}(\sqrt{35}+a)$ হলে, a-এর মান নির্ণয় করি।

(f) $\frac{5}{\sqrt{3}-2}$ -এর হরের একটি করণী নিরসক উৎপাদক লিখি যা অনুবন্ধী করণী নয়।
- $(9-4\sqrt{5})$ ও $(-2-\sqrt{7})$ মিশ্র দ্বিঘাত করণীদ্বয়ের অনুবন্ধী করণীদ্বয় লিখি।
- নীচের মিশ্র দ্বিঘাত করণীর 2 টি করে করণী নিরসক উৎপাদক লিখি:

(i) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ (ii) $13+\sqrt{6}$ (iii) $\sqrt{8}-3$ (iv) $\sqrt{17}-\sqrt{15}$

6. হরের করণী নিরসন করি :

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} & \text{(ii)} \frac{\sqrt{2}-1+\sqrt{6}}{\sqrt{5}} & \text{(iii)} \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \\ \text{(iv)} \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} & \text{(v)} \frac{3\sqrt{2}+1}{2\sqrt{5}-1} & \text{(vi)} \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} \end{array}$$



7. প্রথমটিকে দ্বিতীয়টি দিয়ে ভাগ করে ভাজককে মূলদ সংখ্যায় পরিণত করি।

$$\text{(i)} 3\sqrt{2}+\sqrt{5}, \sqrt{2}+1 \quad \text{(ii)} 2\sqrt{3}-\sqrt{2}, \sqrt{2}-\sqrt{3} \quad \text{(iii)} 3+\sqrt{6}, \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

8. মান নির্ণয় করি : (i) $\frac{2\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} - \frac{4\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1}$ (ii) $\frac{8+3\sqrt{2}}{3+\sqrt{5}} - \frac{8-3\sqrt{2}}{3-\sqrt{5}}$

প্রয়োগ : 31. সরল করি : $\frac{3\sqrt{4.2}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}$

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{4.2}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}} &= \frac{3\sqrt{4.2}-2\sqrt{4.3}+\sqrt{4.5}}{3\sqrt{9.2}-2\sqrt{9.3}+\sqrt{9.5}} = \frac{3.2\sqrt{2}-2.2\sqrt{3}+2\sqrt{5}}{3.3\sqrt{2}-2.3\sqrt{3}+3\sqrt{5}} \\ &= \frac{6\sqrt{2}-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}}{9\sqrt{2}-6\sqrt{3}+3\sqrt{5}} \\ &= \frac{2(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{5})}{3(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলফল} = \frac{2}{3}$$

প্রয়োগ : 32. সরল করি : $\frac{3\sqrt{20}+2\sqrt{28}+\sqrt{12}}{5\sqrt{45}+2\sqrt{175}+\sqrt{75}}$ [নিজে করি]

প্রয়োগ : 33. সরল করি : $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

$$\text{প্রদত্ত} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \quad \text{--- (i)}$$

$$\text{প্রথম অংশ} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{3-2} = \sqrt{15}-\sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} \text{দ্বিতীয় অংশ} &= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{15}-3\sqrt{6}}{5-2} = \frac{3(\sqrt{15}-\sqrt{6})}{3} \\ &= \sqrt{15}-\sqrt{6} \end{aligned}$$



প্রয়োগ : 38. $(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ এবং $(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ -এর মধ্যে কোনটি বড়ো লিখি।

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{15} + 3 = 8 + 2\sqrt{15}$$

$$(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 6 + 2\sqrt{12} + 2 = 8 + 2\sqrt{12}$$

যেহেতু, $\sqrt{15} > \sqrt{12}$, সুতরাং $8 + 2\sqrt{15} > 8 + 2\sqrt{12} \therefore (\sqrt{5} + \sqrt{3})$ সংখ্যাটি বড়ো।



কষে দেখি 9.3

1. (a) $m + \frac{1}{m} = \sqrt{3}$ হলে, (i) $m^2 + \frac{1}{m^2}$ এবং (ii) $m^3 + \frac{1}{m^3}$ -এদের সরলতম মান নির্ণয় করি।

(b) দেখাই যে, $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = 2\sqrt{15}$

2. সরল করি : (a) $\frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)} - \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}$ (b) $\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

(c) $\frac{4\sqrt{3}}{2-\sqrt{2}} - \frac{30}{4\sqrt{3}-\sqrt{18}} - \frac{\sqrt{18}}{3-\sqrt{12}}$ (d) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

3. যদি $x=2$, $y=3$ এবং $z=6$ হয় তবে,

$\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{y}+\sqrt{z}} - \frac{4\sqrt{y}}{\sqrt{z}+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ -এর মান হিসাব করে লিখি।

4. $x = \sqrt{7} + \sqrt{6}$ হলে (i) $x - \frac{1}{x}$ (ii) $x + \frac{1}{x}$ (iii) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এবং (iv) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ -এদের সরলতম মান নির্ণয় করি।

5. সরল করি : $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}}$

সরলফল 14 হলে, x -এর মান কী কী হবে হিসাব করে লিখি।

6. যদি $a = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ ও $b = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$ হয়, তবে নীচের মানগুলি নির্ণয় করি।

(i) $\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2}$ (ii) $\frac{(a-b)^3}{(a+b)^3}$ (iii) $\frac{3a^2+5ab+3b^2}{3a^2-5ab+3b^2}$ (iv) $\frac{a^3+b^3}{a^3-b^3}$

7. যদি $x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$ হয়, তবে নিম্নলিখিতগুলির সরলতম মান নির্ণয় করি।

(a) (i) $x - \frac{1}{x}$ (ii) $y^2 + \frac{1}{y^2}$ (iii) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ (iv) $xy + \frac{1}{xy}$
(b) $3x^2 - 5xy + 3y^2$

8. $x = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ এবং $xy=1$ হলে, দেখাই যে, $\frac{x^2+xy+y^2}{x^2-xy+y^2} = \frac{12}{11}$

9. $(\sqrt{7} + 1)$ এবং $(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ -এর মধ্যে কোনটি বড়ো লিখি।

10. অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (V.S.A.)

(A) বহুবিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q) :

(i) $x = 2 + \sqrt{3}$ হলে, $x + \frac{1}{x}$ -এর মান (a) 2 (b) $2\sqrt{3}$ (c) 4 (d) $2 - \sqrt{3}$

(ii) যদি $p+q=\sqrt{13}$ এবং $p-q=\sqrt{5}$ হয়, তাহলে pq -এর মান (a) 2 (b) 18 (c) 9 (d) 8

(iii) যদি $a+b=\sqrt{5}$ এবং $a-b=\sqrt{3}$ হয়, তাহলে (a^2+b^2) -এর মান
(a) 8 (b) 4 (c) 2 (d) 1

(iv) $\sqrt{125}$ থেকে $\sqrt{5}$ বিয়োগ করলে বিয়োগফল হবে

(a) $\sqrt{80}$ (b) $\sqrt{120}$ (c) $\sqrt{100}$ (d) কোনটিই নয়

(v) $(5 - \sqrt{3})(\sqrt{3} - 1)(5 + \sqrt{3})(\sqrt{3} + 1)$ -এর গুণফল (a) 22 (b) 44 (c) 2 (d) 11

(B) নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লিখি :

(i) $\sqrt{75}$ এবং $\sqrt{147}$ সদৃশ করণী।

(ii) $\sqrt{\pi}$ একটি দ্বিঘাত করণী।

(C) শূন্যস্থান পূরণ করি :

(i) $5\sqrt{11}$ একটি _____ সংখ্যা। (মূলদ/অমূলদ)

(ii) $(\sqrt{3} - 5)$ -এর অনুবন্ধী করণী _____।

(iii) দুটি দ্বিঘাত করণীর যোগফল ও গুণফল একটি মূলদ সংখ্যা হলে করণীদ্বয় _____ করণী।

11. সংক্ষিপ্তধর্মী উত্তরপ্রশ্ন (S.A.)

(i) $x = 3 + 2\sqrt{2}$ হলে, $x + \frac{1}{x}$ -এর মান লিখি।

(ii) $(\sqrt{15} + \sqrt{3})$ এবং $(\sqrt{10} + \sqrt{8})$ -এর মধ্যে কোনটি বড়ো লিখি।

(iii) দুটি মিশ্র দ্বিঘাত করণী লিখি যাদের গুণফল একটি মূলদ সংখ্যা।

(iv) $\sqrt{72}$ থেকে কত বিয়োগ করলে $\sqrt{32}$ হবে তা লিখি।

(v) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} \right)$ -এর সরলতম মান লিখি।