

1

একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ

QUADRATIC EQUATIONS WITH ONE VARIABLE

আজ রবিবার। আমরা আজকে ধূবদের বাগানে খেলা করতে পারব না। আজ ওদের বাগান পরিষ্কার করা হবে এবং বাগানের নারকেল গাছ থেকে নারকেল পেড়ে নেওয়া হবে।



- 1 ধূবদের বাগানে যতগুলি নারকেল গাছ ছিল প্রতি গাছ থেকে তার থেকে একটি বেশি নারকেল পাড়া হয়েছে। ধূবদের বাগান থেকে মোট 132 টি নারকেল পাড়া হলো। কিন্তু ওদের বাগানে কতগুলি নারকেল গাছ ছিল কীভাবে পাব?

ধরি, ধূবদের বাগানে x টি নারকেল গাছ ছিল।

\therefore প্রতিটি গাছ থেকে নারকেল পাড়া হয়েছে $(x+1)$ টি।

\therefore মোট নারকেলের সংখ্যা = $x(x+1)$ টি



শর্তানুসারে, $x(x+1) = 132$

$$\text{বা, } x^2 + x = 132$$

$$\text{বা, } x^2 + x - 132 = 0 \quad \text{(i)}$$

ধূবদের নারকেল গাছের সংখ্যা (i) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করবে।

কিন্তু (i) নং সমীকরণটিকে কী বলা হয়?

(i) নং সমীকরণটি একটি **বাস্তব সহগ যুক্ত একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ**।

যে সমীকরণকে $ax^2+bx+c = 0$ আকারে লেখা যায়, যেখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$, তাকে একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ বলা হয়।

- 2 ধূবদের আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের চেয়ে 5 মিটার বেশি এবং বাগানের ক্ষেত্রফল 204 বর্গ মিটার। বাগানের প্রস্থ কীভাবে পাবো দেখি।

ধরি, ধূবদের আয়তাকার বাগানের প্রস্থ x মিটার।



\therefore বাগানের দৈর্ঘ্য $(x+5)$ মিটার।

সুতরাং, বাগানের ক্ষেত্রফল = $x(x+5)$ বর্গ মিটার।

শর্তানুসারে, $x(x+5) = 204$

$$\text{বা, } x^2 + 5x - 204 = 0 \quad \text{(ii)}$$

ধূবদের বাগানের প্রস্থ (ii) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে এবং (ii) নং একটি [একধাত/দ্বিঘাত] সমীকরণ।

[নিজে লিখি]

৩ ধুবদের বাগানে যতজন বাগান পরিষ্কার করছিল প্রত্যেককে ততগুণ 30 টাকা দেওয়া হলো। যদি মোট 1080 টাকা দেওয়া হয়ে থাকে, তবে কতজন বাগান পরিষ্কার করছিল সেটি পাবার জন্য একটি সমীকরণ তৈরি করি।

ধরি, ধুবদের বাগান x জন পরিষ্কার করছিল।

$$\therefore \text{প্রত্যেকে পায়} = x \times 30 \text{ টাকা} = 30x \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{মোট দেওয়া হয়েছে} = 30x \times x \text{ টাকা} = 30x^2 \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তানুসারে}, 30x^2 = 1080$$

$$\text{বা, } x^2 = 36$$

$$\text{বা, } x^2 - 36 = 0 \quad \text{_____ (iii)}$$



যতজন ধুবদের বাগান পরিষ্কার করেছিল সেই সংখ্যা (iii) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে এবং (iii) নং একটি [একঘাত/দ্বিঘাত] সমীকরণ। **[নিজে লিখি]**

প্রয়োগ : 1. আমি নীচের সমীকরণগুলিকে $ax^2+bx+c=0$, যেখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$, আকারে লেখা যায় কিনা দেখি।

$$(i) (x+1)(x+3)-x(x+2)=15 \quad (ii) x^2-3x=5(2-x) \quad (iii) x-1+\frac{1}{x}=6 \quad (x \neq 0)$$

$$(iv) (x-2)^2=x^3-4x+4 \quad (v) (x-3)^3=2x(x^2-1)$$

$$(i) \quad (x+1)(x+3)-x(x+2)=15$$

$$\text{বা, } x^2 + x + 3x + 3 - x^2 - 2x = 15$$

$$\text{বা, } 2x + 3 - 15 = 0$$

$$\text{বা, } 2x - 12 = 0$$

$$\text{বা, } x - 6 = 0 \quad \text{_____ (i)}$$



(i) নং সমীকরণটির আকার $ax^2+bx+c=0$ [যেখানে, a, b, c বাস্তব সংখ্যা, $a \neq 0$]-এর মতো নয়।

∴ প্রদত্ত সমীকরণটি দ্বিঘাত সমীকরণ নয়।

.. কোনো সমীকরণ আপাত দেখে দ্বিঘাত সমীকরণ মনে হলেও সর্বদা দ্বিঘাত সমীকরণ নাও হতে পারে।

$$(ii) \quad x^2 - 3x = 5(2-x)$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x = 10 - 5x$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x + 5x - 10 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 2x - 10 = 0 \quad \text{_____ (ii)}$$

(ii) নং সমীকরণটির আকার $ax^2+bx+c=0$ [a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$]-এর মতো।

∴ প্রদত্ত সমীকরণটি একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

$$(iii) \quad x-1+\frac{1}{x}=6$$

$$\text{বা, } \frac{x^2-x+1}{x}=6$$

$$\text{বা, } x^2-x+1=6x$$

$$\text{বা, } x^2-7x+1=0 \quad \text{_____ (iii)}$$

(iii) নং সমীকরণ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। **কারণ নিজে বুঝে লিখি।**



(iv) $(x-2)^2 = x^3 - 4x + 4$

বা, $x^2 - 4x + 4 = x^3 - 4x + 4$

বা, $-x^3 + x^2 = 0 \quad \text{_____ (iv)}$

(iv) নং সমীকরণটি দ্বিঘাত সমীকরণ কিনা নিজে বুঝে লিখি ও কারণ দেখাই, [নিজে করি]

(v) নং সমীকরণটি দ্বিঘাত সমীকরণ কিনা নিজে বুঝে লিখি। [নিজে করি]



প্রয়োগ : 2. আমরা নবম ও দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীরা মুখ্যমন্ত্রীর ভাগ তহবিলে 1824 টাকা জমা দিয়েছি। চাঁদা হিসাবে দশম ও নবম শ্রেণির প্রত্যেক শিক্ষার্থী যথাক্রমে তাদের শ্রেণির শিক্ষার্থীদের সংখ্যার সমান 50 পয়সা এবং 1 টাকা করে দিয়েছি। নবম শ্রেণির শিক্ষার্থীর সংখ্যা যদি দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের থেকে 8 বেশি হয়, তবে একচল বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণটি নির্ণয় করি।

মনে করি, দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীর সংখ্যা = x জন

\therefore নবম শ্রেণির শিক্ষার্থীর সংখ্যা হবে $(x+8)$ জন

নবম শ্রেণির শিক্ষার্থীরা দিয়েছে $(x+8) \times 1 \times (x+8)$ টাকা = $(x+8)^2$ টাকা

দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীরা দিয়েছে $(x \times 50 \times x)$ পয়সা = $x \times \frac{1}{2} \times x$ টাকা = $\frac{x^2}{2}$ টাকা

শর্তানুসারে, $\frac{x^2}{2} + (x+8)^2 = 1824$

বা, $\frac{x^2 + 2(x+8)^2}{2} = 1824$

বা, $x^2 + 2(x^2 + 16x + 64) = 3648$

বা, $x^2 + 2x^2 + 32x + 128 - 3648 = 0$

বা, $3x^2 + 32x - 3520 = 0 \quad \text{_____ (i)}$

\therefore (i) নং সমীকরণটি হলো নির্ণেয় দ্বিঘাত সমীকরণ।



প্রয়োগ : 3. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থের চেয়ে 36 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 460 বর্গ মিটার। বিবৃতিটি থেকে একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন করি ও x^2 , x ও x^0 -এর সহগ নির্ণয় করি।

ধরি, প্রস্থ = x মিটার

\therefore দৈর্ঘ্য = $(x+36)$ মিটার এবং ক্ষেত্রফল = $x(x+36)$ বর্গ মিটার।

শর্তানুসারে, $x(x+36) = 460$

বা, $x^2 + 36x = 460$

বা, $x^2 + 36x - 460 = 0 \quad \text{_____ (i)}$

(i) নং হলো নির্ণেয় একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ, এখানে x^2 -এর সহগ 1, x -এর সহগ 36 এবং x^0 -এর সহগ – 460

অন্যভাবে দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন করি ও কী পাই দেখি।

ধরি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার। \therefore প্রস্থ = $(x-36)$ মিটার

সূতরাং, ক্ষেত্রফল = $x(x-36)$ বর্গ মিটার

প্রশ্নানুসারে, $x(x-36) = 460$

বা, $x^2 - 36x - 460 = 0 \quad \text{_____ (i)}$



\therefore (i) নং হলো নির্ণেয় একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ। এখানে x^2 -এর সহগ $\boxed{}$, x -এর সহগ $\boxed{}$ এবং x^0 -এর সহগ $\boxed{}$ । [নিজে লিখি]

- (iv) একজন ঘড়ি বিক্রেতা একটি ঘড়ি ক্রয় করে 336 টাকায় বিক্রি করলেন। তিনি যত টাকায় ঘড়িটি ক্রয় করেছিলেন শতকরা তত টাকা তাঁর লাভ হলো।
- (v) শ্রোতের বেগ ঘণ্টায় 2 কিমি। হলে, রতনমাবির শ্রোতের অনুকূলে 21 কিমি. গিয়ে ওই দূরত্ব ফিরে আসতে 10 ঘণ্টা সময় লাগে।
- (vi) আমাদের বাড়ির বাগান পরিষ্কার করতে মহিম অপেক্ষা মজিদের 3 ঘণ্টা বেশি সময় লাগে। তারা উভয়ে একসঙ্গে কাজটি 2 ঘণ্টায় শেষ করতে পারে।
- (vii) দুটি অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কটি দশক স্থানীয় অঙ্ক অপেক্ষা 6 বেশি এবং অঙ্কদ্঵য়ের গুণফল সংখ্যাটির চেয়ে 12 কম।
- (viii) 45 মিটার দীর্ঘ ও 40 মিটার প্রশস্ত একটি আয়তক্ষেত্রাকার খেলার মাঠের বাইরের চারিপাশে সমান চওড়া একটি রাস্তা আছে এবং ওই রাস্তার ক্ষেত্রফল 450 বর্গ মিটার।

৪ **ধূবদের বাগানের নারকেল গাছের সংখ্যা $x^2+x-132 = 0$** _____ (i) এই দ্বিঘাত সমীকরণকে সিদ্ধ করে।
কিন্তু এই নারকেল গাছের সংখ্যা কীভাবে পাব?

$x^2+x-132 = 0$ — এই দ্বিঘাত সমীকরণের বামপক্ষ $x^2+x-132$ — একটি দ্বিঘাত বহুপদী সংখ্যামালা।

আমি $x^2+x-132$ — দ্বিঘাত বহুপদী সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।



$$\begin{aligned}x^2+x-132 &= x^2+12x-11x-132 \\&= x(x+12)-11(x+12) \\&= (x+12)(x-11)\end{aligned}$$

$\therefore x^2+x-132 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণকে লিখতে পারি $(x+12)(x-11) = 0$

$\therefore (x+12)(x-11) = 0$ হলে পাই,

হয়, $x+12 = 0 \quad \therefore x = -12$

অথবা, $x-11 = 0 \quad \therefore x = 11$

$\therefore x = 11$, অথবা $x = -12$.

কিন্তু নারকেল গাছের সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। $\therefore x \neq -12$

\therefore ধূবদের বাগানে নারকেল গাছ আছে 11টি।

যেহেতু, $pq = 0 \quad \therefore p = 0$ অথবা
 $q = 0$, যেখানে p, q বাস্তব সংখ্যা।

৫ আমি (i) নং দ্বিঘাত সমীকরণে $x = 11$ ও $x = -12$ বসিয়ে কী পাই দেখি।



$$x^2+x-132 = 0 \quad \text{_____ (i)}$$

(i) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বামপক্ষে $x = 11$ ও $x = -12$ বসিয়ে দেখছি, $(11)^2+11-132 = 0$ এবং $(-12)^2+(-12)-132 = 0$

অর্থাৎ $x = 11$ ও $x = -12$ মানগুলি (i) নং দ্বিঘাত সমীকরণকে সিদ্ধ করেছে।

11 ও -12 সংখ্যা দুটিকে (i) নং দ্বিঘাত সমীকরণের কী বলা হয়?

11 এবং -12 (i) নং দ্বিঘাত সমীকরণের দুটি **বীজ (roots)**। এই $x = 11$ ও $x = -12$ (i) নং দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান (Solution)।

একটি বাস্তব সংখ্যা α , $ax^2+bx+c = 0$ [a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$] দ্বিঘাত সমীকরণের একটি বীজ হবে যদি $a\alpha^2+b\alpha+c = 0$ হয়। অর্থাৎ সেক্ষেত্রে $x = \alpha$, $ax^2+bx+c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণকে সিদ্ধ করবে।

$\therefore ax^2+bx+c = 0$ [a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$] দ্বিঘাত বহুপদী সংখ্যামালার শূন্যগুলোই (Zeroes)

$ax^2+bx+c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ (Roots) হবে।

যেহেতু, দ্বিঘাত সংখ্যামালার শূন্য [1/2] টি, সুতরাং, দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ [1/2] টি।

6. আমি $x^2+5x-204 = 0$ _____ (ii) দ্বিঘাত সমীকরণটির বীজ নির্ণয় করে ধুবদের বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ লিখি।

$$x^2+5x-204 = 0 \quad \text{(ii)}$$

বা, $x^2+17x-12x-204 = 0$

বা, $x(x+17)-12(x+17) = 0$

বা, $(x+17)(x-12) = 0$

হয়, $x+17 = 0 \quad \therefore x = -17$

অথবা, $x-12 = 0 \quad \therefore x = 12$



যেহেতু, $x = -17$ ও $x = 12$ (ii) নং দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান (Solution),

সুতরাং (ii) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ দুটি -17 ও 12

যেহেতু, বাগানের প্রস্থ ঝুঁতুক হতে পারে না, সুতরাং $x \neq -17$

$$\therefore x = 12;$$

∴ বাগানের প্রস্থ 12 মিটার এবং বাগানের দৈর্ঘ্য $= (x+5)$ মিটার $= 17$ মিটার।

প্রয়োগ : 6. পাশের কোনগুলি $2x^2-5x-3 = 0$ সমীকরণের বীজ বুঝে লিখি। (i) 5 (ii) 3 (iii) $-\frac{1}{2}$

$$2x^2-5x-3 = 0 \quad \text{(I)}$$

(i) (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বামপক্ষে $x = 5$ বসিয়ে পাই,

$$2.(5)^2-5.5-3 = 50-25-3 = 22 \neq 0$$

∴ $x = 5$, (I) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে না। ∴ 5, (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ নয়।

(ii) (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বামপক্ষে $x = 3$ বসিয়ে পাই,

$$2 \times 3^2-5.3-3 = 0$$

∴ $x = 3$, (I) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে। ∴ 3, (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের একটি বীজ।

(iii) (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণে $x = -\frac{1}{2}$ বসিয়ে দেখছি $-\frac{1}{2}$, (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের একটি বীজ [নিজে করি]

প্রয়োগ : 7. k -এর মান কত হলে $kx^2+2x-3 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের একটি বীজ 2 হবে হিসাব করে লিখি।

যেহেতু, $kx^2+2x-3 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের একটি বীজ 2

সুতরাং, $k \times 2^2+2.2-3 = 0$

বা, $4k + 1 = 0$

বা, $k = -\frac{1}{4}$

∴ $k = -\frac{1}{4}$ হলে $kx^2+2x-3 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের একটি বীজ 2 হবে।



প্রয়োগ : 8. k -এর মান কত হলে $x^2+kx+3 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের একটি বীজ 1 হবে হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

প্রয়োগ : 9. আমি নীচের দ্বিঘাত সমীকরণগুলি উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে সমাধান করার চেষ্টা করি।

(i) $6x^2 - x - 2 = 0$ (ii) $25x^2 - 20x + 4 = 0$ (iii) $x^2 + 5x = 0$ (iv) $4x^2 - 9 = 0$

(i) $6x^2 - x - 2 = 0$ _____ (I)

বা, $6x^2 - 4x + 3x - 2 = 0$

বা, $2x(3x-2) + 1(3x-2) = 0$

বা, $(3x-2)(2x+1) = 0$

হয়, $3x-2 = 0$ বা, $3x = 2 \quad \therefore x = \frac{2}{3}$

অথবা, $2x+1 = 0$ বা, $2x = -1 \quad \therefore x = -\frac{1}{2}$

অর্থাৎ, $x = \frac{2}{3}$ ও $x = -\frac{1}{2}$ (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান। \therefore (I) নং সমীকরণের বীজ দুটি $\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$



$ax^2 + bx + c = 0$ [যেখানে a, b ও c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$] দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ নির্ণয়ের জন্য $ax^2 + bx + c$ দ্বিঘাত সংখ্যামালাকে দুটি রৈখিক উৎপাদকে [Linear factors] বিশ্লেষণ করে প্রতিটি উৎপাদককে শূন্য (0)-এর সঙ্গে সমান করে বীজ দুটি নির্ণয় করা যায়।

(ii) $25x^2 - 20x + 4 = 0$ _____ (II)

বা, $25x^2 - 10x - 10x + 4 = 0$

বা, $5x(5x-2) - 2(5x-2) = 0$

বা, $(5x-2)(5x-2) = 0$

হয়, $5x-2 = 0 \quad \therefore x = \frac{2}{5}$ অথবা, $5x-2 = 0 \quad \therefore x = \frac{2}{5}$

যেহেতু দুটি উৎপাদক সমান, \therefore (II) নং সমীকরণের সমাধান $x = \frac{2}{5}$ ও $x = \frac{2}{5}$

\therefore বীজদুটি পেলাম $\frac{2}{5}$ ও $\frac{2}{5}$ অর্থাৎ বীজদুটিও সমান। \therefore (II) নং সমীকরণের বীজদ্বয় $\frac{2}{5}$ ও $\frac{2}{5}$

(iii) $x^2 + 5x = 0$ _____ (III)

বা, $x(x+5) = 0$

হয়, $x = 0$ অথবা, $x+5 = 0 \quad \therefore x = -5$

অর্থাৎ, $x = 0$ ও $x = -5$, $x^2 + 5x = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান।

$\therefore x^2 + 5x = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় 0 এবং -5

$ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের $c = 0$ হলে একটি বীজ সর্বদা 0 হবে।

(iv) $4x^2 - 9 = 0$ _____ (IV)

বা, $(2x+3)(2x-3) = 0$

হয়, $2x+3 = 0 \quad \therefore x = -\frac{3}{2}$ অথবা, $2x-3 = 0 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$

(IV) নং দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান $x = -\frac{3}{2}$ ও $x = \frac{3}{2}$; (IV) নং সমীকরণের বীজদ্বয় $-\frac{3}{2}$ এবং $\frac{3}{2}$

অন্যভাবে (IV) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ নির্ণয় করি।

$4x^2 - 9 = 0$

বা, $4x^2 = 9$ বা, $x^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore x = \pm \frac{3}{2}$ [$x = \pm \frac{3}{2}$ অর্থাৎ $x = +\frac{3}{2}$ ও $x = -\frac{3}{2}$]

\therefore (IV) নং সমীকরণের সমাধান পেলাম, $x = \frac{3}{2}$ এবং $x = -\frac{3}{2}$; \therefore (IV) নং সমীকরণের বীজদ্বয় $-\frac{3}{2}$ ও $\frac{3}{2}$

(v) $x^2 + (3 - \sqrt{5})x - 3\sqrt{5} = 0$

বা, $x^2 + 3x - \sqrt{5}x - 3\sqrt{5} = 0$

বা, $x(x+3) - \sqrt{5}(x+3) = 0$

বা, $(x+3)(x-\sqrt{5}) = 0$

হয়, $x+3 = 0 \therefore x = -3$ অথবা, $x-\sqrt{5} = 0 \therefore x = \sqrt{5}$

\therefore বীজদ্বয় -3 ও $\sqrt{5}$

\therefore বাস্তব সহগযুক্ত একচল বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় সর্বদা মূলদ বা সর্বদা অমূলদ নয়।



প্রয়োগ : 10. সমাধান করি : $(x+4)(2x-3) = 6$

$(x+4)(2x-3) = 6$

বা, $2x^2 + 8x - 3x - 12 - 6 = 0$

বা, $2x^2 + 5x - 18 = 0$

বা, $2x^2 + 9x - 4x - 18 = 0$

বা, $x(2x+9) - 2(2x+9) = 0$

বা, $(2x+9)(x-2) = 0$

হয়, $2x+9 = 0, \therefore x = -\frac{9}{2}$

অথবা, $x-2 = 0, \therefore x = 2$

$\therefore x = -\frac{9}{2}$ অথবা $x = 2$.

অর্থাৎ, $x = -\frac{9}{2}$ ও $x = 2, (x+4)(2x-3) = 6$ দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান (Solution)।



প্রয়োগ : 11. $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = 4\frac{1}{4}, (x \neq 0)$ — দ্বিঘাত সমীকরণটি সমাধান করি।

$$\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = 4\frac{1}{4}$$

বা, $\frac{x^2 + 9}{3x} = \frac{17}{4}$

বা, $4x^2 + 36 = 51x$

বা, $4x^2 - 51x + 36 = 0$

বা, $4x^2 - 48x - 3x + 36 = 0$

বা, $4x(x-12) - 3(x-12) = 0$

বা, $(x-12)(4x-3) = 0$

হয়, $x-12 = 0, \therefore x = 12$

অথবা, $4x-3 = 0, \therefore x = \frac{3}{4}$

\therefore প্রদত্ত সমীকরণটির সমাধান (Solution),

$x = \frac{3}{4}$ ও $x = 12$

আমি অন্যভাবে $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = 4\frac{1}{4}, (x \neq 0)$ — দ্বিঘাত সমীকরণটি সমাধান করি।

ধরি, $\frac{x}{3} = a$

\therefore প্রদত্ত সমীকরণটি হবে, $a + \frac{1}{a} = 4\frac{1}{4}$

বা, $a + \frac{1}{a} = 4 + \frac{1}{4}$

বা, $(a-4) + \frac{1}{a} - \frac{1}{4} = 0$

বা, $(a-4) - \frac{1}{4a}(a-4) = 0$

বা, $(a-4) (1 - \frac{1}{4a}) = 0$

হয়, $a-4 = 0$ অথবা $1 - \frac{1}{4a} = 0$

$a-4 = 0$ হলে $a = 4, \therefore \frac{x}{3} = 4 \therefore x = 12$

আবার, $1 - \frac{1}{4a} = 0$ হলে $\frac{1}{4a} = 1$

বা, $4a = 1$ বা, $a = \frac{1}{4} \therefore \frac{x}{3} = \frac{1}{4} \therefore x = \frac{3}{4}$

$\therefore x = \frac{3}{4}$ ও $x = 12$ হলো প্রদত্ত সমীকরণটির

সমাধান (Solution)।

প্রয়োগ : 12. আমি $\frac{a}{x-b} + \frac{b}{x-a} = 2$ ($x \neq b, a$) দিঘাত সমীকরণটি সমাধান করি ও বীজদ্বয় লিখি।

$$\frac{a}{x-b} + \frac{b}{x-a} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x-b} - 1 + \frac{b}{x-a} - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{a-x+b}{x-b} + \frac{b-x+a}{x-a} = 0$$

$$\text{বা, } (a+b-x) \left[\frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-a} \right] = 0$$

$$\text{বা, } (a+b-x) \left[\frac{x-a+x-b}{(x-a)(x-b)} \right] = 0$$

$$\text{বা, } (a+b-x) \left[\frac{(2x-a-b)}{(x-a)(x-b)} \right] = 0$$



$$\text{হয়, } a+b-x = 0 \quad \text{অথবা, } \frac{2x-a-b}{(x-a)(x-b)} = 0$$

$$\text{হয়, } a+b-x = 0, \quad \therefore x = a+b$$

$$\text{অথবা, } \frac{2x-a-b}{(x-a)(x-b)} = 0, \quad \text{বা, } 2x-a-b = 0, \quad \therefore x = \frac{a+b}{2}$$

$\therefore x = a+b$ ও $x = \frac{a+b}{2}$ প্রদত্ত দিঘাত সমীকরণটির সমাধান (Solution)।

এবং বীজদ্বয় $(a+b)$ এবং $(\frac{a+b}{2})$

প্রয়োগ : 13. $\frac{a}{ax-1} + \frac{b}{bx-1} = a+b$, $[x \neq \frac{1}{a}, \frac{1}{b}]$ দিঘাত সমীকরণটি সমাধান করি ও বীজদ্বয় লিখি।

[নিজে করি]

প্রয়োগ : 14. আমি $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} + 6\frac{6}{7} = 0$ ($x \neq -3, 3$) দিঘাত সমীকরণটি সমাধান করি।

$$\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} + 6\frac{6}{7} = 0$$

$$\text{বা, } a - \frac{1}{a} + 6\frac{6}{7} = 0 \quad \text{_____ (i) } [\text{ধরি, } \frac{x-3}{x+3} = a]$$

$$\text{বা, } \frac{a^2-1}{a} + \frac{48}{7} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{a^2-1}{a} = -\frac{48}{7}$$

$$\text{বা, } 7a^2 - 7 = -48a$$

$$\text{বা, } 7a^2 + 48a - 7 = 0$$

$$\text{বা, } 7a(a+7) - 1(a+7) = 0$$

$$\text{বা, } (a+7)(7a-1) = 0$$



$\therefore (a+7)$ ও $(7a-1)$ -এর একটি অবশ্যই শূন্য হবে।

$$\text{হয়, } a+7 = 0, \quad \therefore a = -7, \quad \text{অথবা, } 7a-1 = 0, \quad \therefore a = \frac{1}{7}$$

$$\text{এবার } a = -7 \text{ থেকে পাই, } \frac{x-3}{x+3} = -7$$

প্রয়োগ : 17. আমার বন্ধু অজয় তার খাতায় দুই অঙ্কের একটি সংখ্যা লিখেছে যার দশকের ঘরের অঙ্ক এককের ঘরের অঙ্ক অপেক্ষা 4 কম। সংখ্যাটি থেকে তার অঙ্ক দুটির গুণফল বিয়োগ করলে বিয়োগফল সংখ্যাটির অঙ্ক দুটির অন্তরের বর্গের সমান হয়। অজয় তার খাতায় কী সংখ্যা লিখতে পারে হিসাব করে লেখার চেষ্টা করি।

মনে করি অজয়ের লেখা দুই অঙ্কের সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক x ; ∴ দশক স্থানীয় অঙ্ক $(x-4)$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10(x-4) + x = 11x - 40$$

$$\text{শর্তানুসারে}, (11x-40)-x \times (x-4) = \{x-(x-4)\}^2$$

$$\text{বা, } 11x-40-x^2+4x = 16$$

$$\text{বা, } -x^2+15x-56 = 0$$

$$\text{বা, } x^2-15x+56 = 0$$

$$\text{বা, } x^2-7x-8x+56 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-7)-8(x-7) = 0$$

$$\text{বা, } (x-7)(x-8) = 0$$

দশক একক

 $x-4$ x 

$$\text{হয়, } x-7 = 0, \therefore x = 7 \quad \text{অথবা, } x-8 = 0, \therefore x = 8$$

$$\therefore x = 7 \text{ অথবা, } x = 8$$

$$x = 7 \text{ হলে, দুই অঙ্কের সংখ্যাটি হবে} = 11 \times 7 - 40 = 37$$

$$x = 8 \text{ হলে, দুই অঙ্কের সংখ্যাটি হবে} = 11 \times 8 - 40 = 48$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় দুই অঙ্কের সংখ্যা } 37 \text{ অথবা } 48$$

প্রয়োগ : 18. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কটি দশক স্থানীয় অঙ্ক অপেক্ষা 6 বেশি এবং অঙ্কদ্বয়ের গুণফল সংখ্যাটির চেয়ে 12 কম। দুই অঙ্কের সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক কী কী হতে পারে হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

প্রয়োগ : 19. আন্দুল স্কুলের এক বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় শিক্ষার্থীরা 6 গভীরতাবিশিষ্ট শূন্যগর্ভ বর্গাকারে দাঁড়াল। এরফলে সম্মুখ সারিতে যতজন শিক্ষার্থী দাঁড়াল, শিক্ষার্থীরা যদি নিরেট বর্গাকারে দাঁড়াত সম্মুখ সারিতে 24 জন কম শিক্ষার্থী থাকত। শিক্ষার্থীর সংখ্যা হিসাব করে লিখি।

ধরি শূন্যগর্ভ বর্গাকারে দাঁড়ালে সম্মুখ সারিতে শিক্ষার্থীর সংখ্যা = x জন

$$\therefore \text{মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা হবে} = x^2 - (x-2 \times 6)^2 = x^2 - (x-12)^2$$

$$\text{আবার নিরেট বর্গাকারে দাঁড়ালে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা} (x-24)^2$$

$$\text{শর্তানুসারে, } x^2 - (x-12)^2 = (x-24)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - (x^2 + 144 - 24x) = x^2 - 48x + 576$$

$$\text{বা, } -x^2 + 72x - 720 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 72x + 720 = 0$$

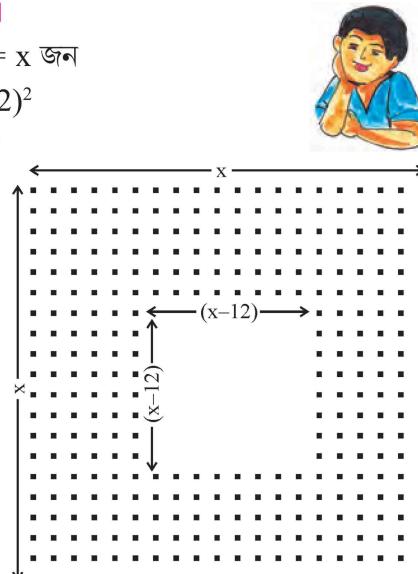
$$\text{বা, } x^2 - 60x - 12x + 720 = 0$$

$$\text{বা, } (x-60)(x-12) = 0$$

$$\text{হয়, } x-60 = 0, \therefore x = 60$$

$$\text{অথবা, } x-12 = 0, \therefore x = 12$$

$$\therefore x = 60 \text{ এবং } x = 12$$



কিন্তু এখানে $x = 12$ হতে পারে না। কারণ 6 গভীরতাবিশিষ্ট শূন্যগর্ভ বর্গের সম্মুখ সারির শিক্ষার্থীর সংখ্যা অবশ্যই 12-এর বেশি হবে। ∴ $x = 60$

$$\therefore \text{নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা} = (x-24)^2 \text{ জন} = (60-24)^2 \text{ জন} = 36^2 \text{ জন} = 1296 \text{ জন}$$

$$\therefore \text{মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা} 1296 \text{ জন।}$$

7 $4x^2 + 9 = 0$ দিঘাত সমীকরণের কীরূপ বীজ পাব দেখি।

$$4x^2 + 9 = 0$$

$$\text{বা, } 4x^2 = -9$$

$$\text{বা, } x^2 = -\frac{9}{4}$$

কিন্তু x -এর কোনো বাস্তব মানের জন্য $x^2 = -\frac{9}{4}$ হতে পারে না। কারণ বাস্তব সংখ্যার বর্গ কখনই ঋণাত্মক নয়।

\therefore দেখছি, $4x^2+9 = 0$ দিঘাত সমীকরণের কোনো বাস্তব বীজ নেই।

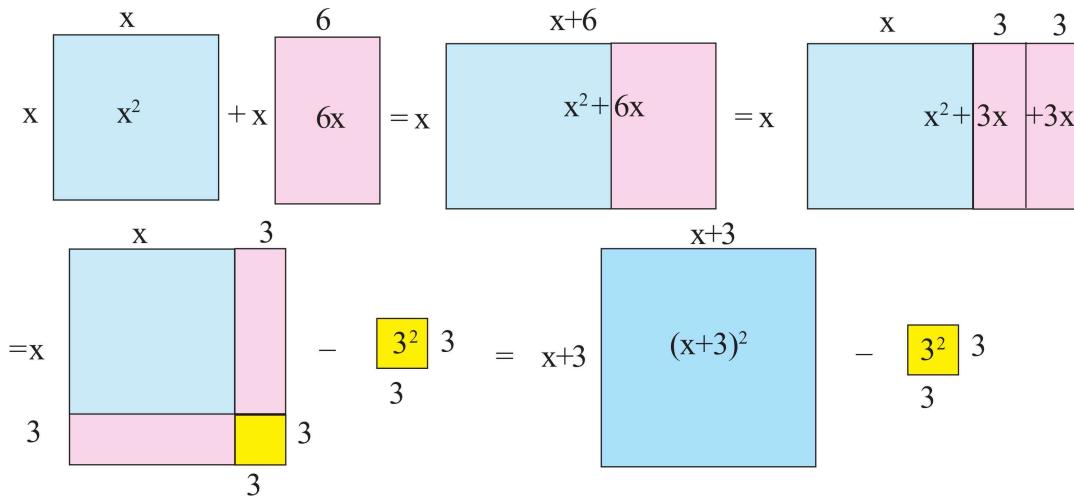


কিন্তু কোনো দিঘাত সমীকরণের কখন বাস্তব বীজ পাব এবং কখন বাস্তব বীজ পাব না কীভাবে জানব?

প্রথমে $ax^2+bx+c = 0$ [যেখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণকে $(x+p)^2-q^2=0$ [যেখানে p, q বাস্তব সংখ্যা]-এই আকারে প্রকাশ করি ও বর্গমূলের সাহায্যে বীজদ্বয়ের প্রকৃতি (Nature) জানার চেষ্টা করি।

আমি $x^2+6x+5 = 0$ -এই দিঘাত সমীকরণকে $(x+p)^2-q^2=0$ [যেখানে p, q বাস্তব সংখ্যা] আকারে প্রকাশ করি।

আমি প্রথমে হাতেকলমে (x^2+6x) -কে দুটি বর্গের অন্তরূপে প্রকাশ করি।



হাতেকলমে কী পেলাম লিখি।

$$\begin{aligned} x^2+6x &= (x^2+\frac{6x}{2})+\frac{6x}{2} \\ &= x^2+3x+3x = (x+3)x+3x+3\times 3-3\times 3 = (x+3)x+(x+3)3-3\times 3 = (x+3)^2-3^2 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2+6x+5 = (x+3)^2-9+5 = (x+3)^2-2^2$$

8 $x^2+6x+5 = 0$ —কে $(x+3)^2-4 = 0$ আকারে লেখার পদ্ধতিকে কী বলা হয়?

একে পূর্ণবর্গিকারে প্রকাশ করার পদ্ধতি বলা হয় [Method of Completing the square].

$x^2+6x+5 = 0$ —দিঘাত সমীকরণকে লেখা যেতে পারে,

$$(x+3)^2-9+5 = 0$$

$$\text{বা, } (x+3)^2-4 = 0$$

$$\text{বা, } (x+3)^2 = 4$$

$$\text{বা, } x+3 = \pm 2$$

$$\text{হয়, } x+3 = 2 \quad \therefore x = -1$$

$$\text{অথবা, } x+3 = -2 \quad \therefore x = -5 \quad \therefore x^2+6x+5 = 0 \text{ দিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় হলো } -1 \text{ এবং } -5.$$



9) $3x^2+x-10=0$ -এই দ্বিঘাত সমীকরণটির পূর্ণবর্গকার প্রকাশ পদ্ধতিতে কীভাবে বীজদ্বয় নির্ণয় করব দেখি।

$3x^2+x-10=0$ -এই দ্বিঘাত সমীকরণের x^2 -এর সহগ 3 যা পূর্ণবর্গ নয়।

$\therefore 3x^2+x-10=0$ সমীকরণটির উভয়পক্ষকে 3 দিয়ে গুণ করে পাই,

$$9x^2+3x-30=0$$

$$\begin{aligned} \text{এখন } 9x^2+3x-30 &= (3x)^2+2 \cdot 3x \cdot \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 - (\frac{1}{2})^2 - 30 \\ &= (3x+\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} - 30 = (3x+\frac{1}{2})^2 - (\frac{1}{4} + 30) = (3x+\frac{1}{2})^2 - \frac{121}{4} \end{aligned}$$



$$\therefore 9x^2+3x-30=0\text{-কে লিখতে পারি, } (3x+\frac{1}{2})^2 - \frac{121}{4} = 0$$

$$\text{বা, } (3x+\frac{1}{2})^2 = \frac{121}{4} = (\frac{11}{2})^2$$

$$\text{বা, } 3x+\frac{1}{2} = \pm \frac{11}{2}$$

$$\text{হয়, } 3x+\frac{1}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\text{অথবা, } 3x+\frac{1}{2} = -\frac{11}{2}$$

$$\text{বা, } 3x = \frac{11}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 3x = -\frac{11}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 3x = \frac{10}{2} \quad \therefore x = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } 3x = -\frac{12}{2} \quad \therefore x = -2$$

$$\therefore 3x^2+x-10=0 \text{ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় } -2 \text{ এবং } \frac{5}{3}$$

10) আমি অন্যভাবে $3x^2+x-10=0$ সমীকরণের উভয়পক্ষকে 3 দিয়ে ভাগ করে বীজদ্বয় নির্ণয় করি।

$$3x^2+x-10=0$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{x}{3} - \frac{10}{3} = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + (\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3})^2 - (\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3})^2 - \frac{10}{3} = 0$$

$$\text{বা, } (x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3})^2 - (\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3})^2 - \frac{10}{3} = 0$$

$$\text{বা, } (x + \frac{1}{6})^2 - (\frac{1}{6})^2 - \frac{10}{3} = 0$$

$$\text{বা, } (x + \frac{1}{6})^2 - \frac{1}{36} - \frac{10}{3} = 0$$

$$\text{বা, } (x + \frac{1}{6})^2 - [\frac{1+120}{36}] = 0$$

$$\text{বা, } (x + \frac{1}{6})^2 = \frac{121}{36}$$

$$\text{বা, } (x + \frac{1}{6})^2 = (\frac{11}{6})^2$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{6} = \pm \frac{11}{6}$$

$$\text{হয়, } x + \frac{1}{6} = \frac{11}{6} \quad \text{অথবা, } x + \frac{1}{6} = -\frac{11}{6}$$

$$\text{বা, } x = \frac{11}{6} - \frac{1}{6} \quad \text{বা, } x = -\frac{11}{6} - \frac{1}{6}$$

$$\therefore x = \frac{5}{3} \quad \therefore x = -2$$



$$\therefore 3x^2+x-10=0 \text{ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় } -2 \text{ এবং } \frac{5}{3}$$

প্রয়োগ : 20. আমি $5x^2+23x+12 = 0$ দিঘাত সমীকরণটির পূর্ণবর্গাকার প্রকাশ পদ্ধতিতে বীজদ্বয় নির্ণয় করি।

$$5x^2+23x+12 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{23}{5}x + \frac{12}{5} = 0$$



$$\text{বা, } \left\{x + \frac{1}{2}\left(\frac{23}{5}\right)\right\}^2 - \left\{\frac{1}{2}\left(\frac{23}{5}\right)\right\}^2 + \frac{12}{5} = 0$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{23}{10}\right)^2 - \left(\frac{23}{10}\right)^2 + \frac{12}{5} = 0$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{23}{10}\right)^2 - \frac{529}{100} + \frac{12}{5} = 0$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{23}{10}\right)^2 = \frac{529}{100} - \frac{12}{5} = \frac{529 - 240}{100} = \frac{289}{100} = \left(\frac{17}{10}\right)^2$$

$$\text{বা, } x + \frac{23}{10} = \pm \frac{17}{10}$$

$$\text{হয়, } x + \frac{23}{10} = \frac{17}{10} \quad \text{অথবা, } x + \frac{23}{10} = -\frac{17}{10}$$

$$\text{অর্থাৎ হয়, } x = \boxed{}$$

$$\text{অথবা, } x = \boxed{}$$

[নিজে করি]

$\therefore 5x^2+23x+12 = 0$ দিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় $\boxed{}$ ও $\boxed{}$

প্রয়োগ : 21. আমি অন্যভাবে অর্থাৎ $5x^2+23x+12 = 0$ দিঘাত সমীকরণের বামপক্ষ ও ডানপক্ষকে 5 দিয়ে গুণ করে সমীকরণটি পূর্ণবর্গাকার প্রকাশ পদ্ধতিতে বীজদ্বয় নির্ণয় করি। [নিজে করি]

প্রয়োগ : 22. আমি $2x^2-6x+1 = 0$ দিঘাত সমীকরণটির পূর্ণবর্গাকার প্রকাশ পদ্ধতিতে সমাধান করি।

$$2x^2-6x+1 = 0 \text{ সমীকরণটির উভয়পক্ষকে 2 দিয়ে গুণ করে}$$

$$\text{পাই, } 4x^2-12x+2 = 0$$



$$\text{বা, } (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 - 3^2 + 2 = 0$$

$$\text{বা, } (2x-3)^2 - 9 + 2 = 0$$

$$\text{বা, } (2x-3)^2 = 7$$

$$\text{বা, } 2x-3 = \pm \sqrt{7}$$

$$\text{বা, } 2x = 3 \pm \sqrt{7}$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$\therefore \text{বীজগুলি পেলাম } \frac{3+\sqrt{7}}{2} \text{ ও } \frac{3-\sqrt{7}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{3-\sqrt{7}}{2} \text{ ও } x = \frac{3+\sqrt{7}}{2} \text{ দিঘাত সমীকরণটির সমাধান (Solution)।}$$

প্রয়োগ : 23. আমি $9x^2+30x+31 = 0$ দিঘাত সমীকরণটির পূর্ণবর্গাকার প্রকাশ পদ্ধতিতে সমাধান করি।

$$9x^2+30x+31 = 0$$

$$\text{বা, } (3x)^2+2\cdot 3x\cdot 5+(5)^2-(5)^2+31 = 0$$

$$\text{বা, } (3x+5)^2-25+31 = 0$$

$$\text{বা, } (3x+5)^2 = -6$$

কিন্তু x -এর কোনো বাস্তব মানের জন্য $(3x+5)^2$ ঋগাত্মক হতে পারে না।

$\therefore 9x^2-30x+31 = 0$ দিঘাত সমীকরণের কোনো বাস্তব বীজ নেই।



দিঘাত সমীকরণগুলির পূর্ণবর্গাকার প্রকাশ পদ্ধতিতে বীজ নির্ণয়ের মাধ্যমে দেখলাম কোনো কোনো দিঘাত সমীকরণের বাস্তব বীজ আছে, আবার কোনো কোনো দিঘাত সমীকরণের বাস্তব বীজ নেই।

(11) আমি $ax^2+bx+c = 0$ [a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণের পূর্ণবর্গাকার প্রকাশ পদ্ধতিতে বীজ নির্ণয় করে বীজের প্রকৃতি কখন কী হবে জানার চেষ্টা করি।

$$ax^2+bx+c = 0 \quad [a, b, c \text{ বাস্তব সংখ্যা এবং } a \neq 0]$$

উভয়পক্ষকে a দিয়ে ভাগ করে পেলাম,

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\text{বা, } (x + \frac{b}{2a})^2 - (\frac{b}{2a})^2 + \frac{c}{a} = 0$$

$$\text{বা, } (x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\text{বা, } (x + \frac{b}{2a})^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) = 0$$

$$\text{বা, } (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

যদি $b^2 - 4ac \geq 0$ হয়, তবে উভয়পক্ষের বর্গমূল নিয়ে পাই,

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$\text{বা, } x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore ax^2+bx+c = 0$ [$a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণের দুটি বাস্তব বীজ হলো

$$\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ এবং } \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ যখন } b^2-4ac \geq 0$$

কিন্তু $b^2-4ac < 0$ হলে কী হবে?

$b^2-4ac < 0$ হলে $ax^2+bx+c = 0$ [a, b, c বাস্তব এবং $a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণের কোনো বাস্তব বীজ পাব না।



প্রয়োগ : 25. x -এর প্রাপ্তি মানদুটি অর্থাৎ $x = 10$ এবং $x = -7$ (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণটি সিদ্ধ করে কিনা যাচাই করি। [নিজে করি]

x -এর দুটি মান একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণকে সিদ্ধ করলে তবেই নিশ্চিতভাবে বলা যায় যে ওই মান দুটিই ওই দ্বিঘাত সমীকরণটির সমাধান বা বীজ।

প্রয়োগ : 26. দুটি ক্রমিক ধনাত্মক অযুগ্ম সংখ্যার গুণফল 143; সমীকরণ গঠন করি এবং শ্রীধর আচার্য-এর সূত্র প্রয়োগ করে অযুগ্ম সংখ্যা দুটি লিখি। [নিজে করি]

প্রয়োগ : 27. কোনো দলের কাছে 195 টাকা জমা ছিল এবং দলে যতজন সদস্য প্রত্যেকে তত টাকা চাঁদা দেওয়ার পর দলের মোট অর্থ দলের সকলের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করলে প্রত্যেকে 28 টাকা করে পাবে। শ্রীধর আচার্যের সূত্র প্রয়োগ করে ওই দলের সদস্য সংখ্যা নির্ণয় করি।

ধরি, ওই দলের সদস্য সংখ্যা x জন

$$\therefore \text{প্রত্যেকে } x \text{ টাকা করে দিলে মোট অর্থের পরিমাণ} = x \times x \text{ টাকা} = x^2 \text{ টাকা}$$

আগে জমা ছিল 195 টাকা

$$\therefore \text{মোট অর্থের পরিমাণ} = (x^2 + 195) \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } x^2 + 195 = 28 \times x$$

$$\text{বা, } x^2 - 28x + 195 = 0 \quad (\text{I})$$

শ্রীধর আচার্যের সূত্র ব্যবহার করার জন্য (I) নং কে $ax^2 + bx + c = 0$ -এর সাথে তুলনা করে পাই, $a=1$, $b=-28$ এবং $c=\boxed{}$

\therefore শ্রীধর আচার্যের সূত্র থেকে পাই,

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-28) \pm \sqrt{(-28)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 195}}{2 \cdot 1} \\ &= \frac{28 \pm \sqrt{\boxed{} - 780}}{2} \quad [\text{নিজে করি}] \\ &= \frac{28 \pm 2}{2} \end{aligned}$$



$$\text{হয়, } x = \frac{28+2}{2} = \boxed{} \quad \text{অথবা, } x = \frac{28-2}{2} = \boxed{}$$

\therefore সদস্য সংখ্যা 15 হতে পারে আবার 13 হতে পারে।

$x=15$ এবং $x=13$, (I) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করছে কিনা নিজে যাচাই করি [নিজে করি]

প্রয়োগ : 28. শ্রীধর আচার্যের সূত্র প্রয়োগ করে একটি ধনাত্মক সংখ্যা লিখি যা তার বগের চেয়ে 30 কম।

উত্তর সংকেত : ধরি সংখ্যাটি = x

$$\therefore \text{শর্তানুসারে } x^2 - x = 30$$

শ্রীধর আচার্য-এর সূত্রের সাহায্যে পেলাম $x=6$ অথবা -5 [নিজে করি]

যেহেতু সংখ্যাটি ধনাত্মক, তাই -5 মানটি গ্রহণযোগ্য নয়।

$$\therefore \text{নির্ণেয় সংখ্যা} = 6$$



প্রয়োগ : 29. প্রীতম একটি কাজ যতদিনে করতে পারে মেহের তার থেকে ৫ দিন কমে কাজটি শেষ করে। প্রীতম ও মেহের একত্রে কাজটি করলে ৬ দিনে কাজটি শেষ করে। প্রীতম একা কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারবে শ্রীধর আচার্যের সূত্র প্রয়োগ করে নির্ণয় করি।

মনে করি, প্রীতম একা x দিনে কাজটি শেষ করে।

মেহের একা $(x-5)$ দিনে কাজটি শেষ করে।

$$\therefore \text{প্রীতম } 1 \text{ দিনে করে কাজটির \frac{1}{x} \text{ অংশ}$$

$$\text{মেহের } 1 \text{ দিনে করে কাজটির \frac{1}{x-5} \text{ অংশ}$$



প্রীতম ও মেহের একত্রে ৬ দিনে কাজটি শেষ করে।

$$\therefore \text{ওরা } 6 \text{ দিনে একত্রে } 1 \text{ দিনে করে \frac{1}{6} \text{ অংশ কাজ}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} = \frac{1}{6} \quad (\text{I})$$

$$\text{বা, } \frac{x-5+x}{x(x-5)} = \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{2x-5}{x^2-5x} = \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } x^2-5x = 12x-30$$

$$\text{বা, } x^2-17x+30=0 \quad (\text{II})$$

(I) নং সমীকরণের সরল রূপ (II) নং দিঘাত সমীকরণ। এই (II) নং সমীকরণটির সমাধান, শ্রীধর আচার্য-এর সূত্র অনুসারে হবে—

$$x = \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30}}{2 \cdot 1} = \frac{17 \pm \sqrt{289-120}}{2} = \frac{17 \pm \square}{2}$$

$$\text{হয়, } x = \frac{17+13}{2} = \boxed{} \quad \text{অথবা, } x = \frac{17-13}{2} = \boxed{}$$

$$\therefore x = 15 \text{ অথবা } 2$$

এখানে $x=2$ হলে প্রীতম 2 দিনে কাজটি শেষ করবে। যেহেতু মেহের প্রীতমের থেকে 5 দিন কমে কাজটি শেষ করে, সুতরাং মেহের যতদিনে কাজটি শেষ করবে তা হবে $2-5=-3$ । কিন্তু দিন সংখ্যা কোনোভাবেই ঋণাত্মক হয় না। তাই এখানে $x=2$ হবে না।

$\therefore x=15$ অর্থাৎ প্রীতম একা 15 দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

প্রয়োগ : 30. নীচের দিঘাত সমীকরণগুলির যদি বাস্তব বীজ থাকে তবে শ্রীধর আচার্যের সূত্রের সাহায্যে বীজগুলি নির্ণয় করি।

$$(i) x^2-6x+4=0 \quad (ii) 9x^2+7x-2=0 \quad (iii) x^2-6x+9=0 \quad (iv) 2x^2+x+1=0$$

$$(v) 1-x=2x^2 \quad (vi) 2x^2-9x+7=0 \quad (vii) x^2-(\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}=0$$



$$(i) x^2-6x+4=0 \quad (\text{I})$$

(I) নং দিঘাত সমীকরণকে $ax^2+bx+c=0$ [$a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a=1$, $b=-6$ এবং $c=4$

$$\therefore b^2-4ac = (-6)^2-4 \cdot 1 \cdot 4 = 36-16 = 20 > 0$$

(I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বাস্তব বীজ আছে।

$$\begin{aligned}
 \text{বীজগুলি} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} \\
 &= \frac{6 \pm \sqrt{36-16}}{2} \\
 &= \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4 \times 5}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2} = \frac{2(3 \pm \sqrt{5})}{2} = 3 \pm \sqrt{5}
 \end{aligned}$$



\therefore (I) নং সমীকরণের বীজদ্বয় $(3+\sqrt{5})$ এবং $(3-\sqrt{5})$ ।

(ii) $9x^2+7x-2=0$ _____ (I)

(I) নং দ্বিঘাত সমীকরণকে $ax^2+bx+c=0$ [$a \neq 0$] দ্বিঘাত সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a=9$, $b=7$ এবং $c=-2$

$\therefore b^2-4ac = \boxed{\quad} > 0$ [নিজে হিসাব করি]

(I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বাস্তব বীজ আছে।

$$\text{বীজগুলি} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-2)}}{2 \cdot 9} = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{18} = \frac{-7 \pm 11}{18}$$

$$\text{হয়, } x = \frac{-7+11}{18} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9} \text{ অথবা, } x = \frac{-7-11}{18} = -1$$

\therefore (I) নং সমীকরণের বীজদ্বয় -1 ও $\frac{2}{9}$

(iii) $x^2-6x+9=0$ _____ (I)

(I) নং দ্বিঘাত সমীকরণকে $ax^2+bx+c=0$ [$a \neq 0$] দ্বিঘাত সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a=1$, $b=-6$ এবং $c=9$

$$\therefore b^2-4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$

\therefore (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বাস্তব বীজ আছে।

$$\text{বীজগুলি} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 0}{2}$$

$$\text{হয়, } x = \frac{6+0}{2} = 3 \text{ অথবা, } x = \frac{6-0}{2} = 3$$

\therefore (I) নং সমীকরণের বীজদ্বয় 3 এবং 3



(iv) $2x^2+x+1=0$ _____ (I)

(I) নং দ্বিঘাত সমীকরণকে $ax^2+bx+c=0$ [$a \neq 0$] দ্বিঘাত সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a=2$, $b=1$ এবং $c=1$

$$\therefore b^2-4ac = (1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = -7 < 0$$

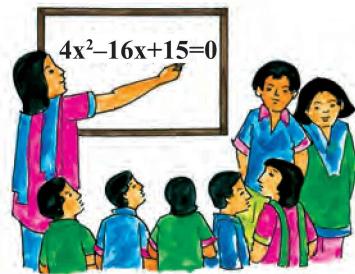
\therefore (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের কোনো বাস্তব বীজ নেই।

(v), (vi) ও (vii) নিজে বুঝে শ্রীধর আচার্য-এর সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান করি এবং বীজগুলি নির্ণয় করি।

আজ আমরা ক্ষুলে একটি মজার খেলা খেলব। আমরা প্রত্যেকে ক্ষুলের ব্ল্যাকবোর্ডে একটি যে-কোনো দ্বিঘাত সমীকরণ লিখব এবং অন্য বন্ধুরা ওই দ্বিঘাত সমীকরণটির বাস্তব বীজ আছে কিনা পরীক্ষা করে বীজগুলি নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে নির্ণয় করবে ও তাদের জানাবে।

(12) প্রথমে আমি বোর্ডে লিখলাম $4x^2 - 16x + 15 = 0$

$$4x^2 - 16x + 15 = 0 \quad \text{.....(I)}$$



(I) নং দ্বিঘাত সমীকরণকে $ax^2 + bx + c = 0$ [$a \neq 0$] দ্বিঘাত সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a=4$, $b=-16$ এবং $c=15$

$$\therefore b^2 - 4ac = (-16)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 15 = 16 > 0$$

\therefore (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বাস্তব বীজ আছে।

\therefore (I) নং সমীকরণের বাস্তব বীজদ্বয় $\boxed{}$ ও $\boxed{}$ [নিজে করি]

\therefore পেলাম (I) নং সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও অসমান।



(13) এবার নিবেদিতা বোর্ডে লিখল $4x^2 + 12x + 9 = 0$

$$4x^2 + 12x + 9 = 0 \quad \text{.....(II)}$$

(II) নং দ্বিঘাত সমীকরণ কে $ax^2 + bx + c = 0$ [$a \neq 0$] দ্বিঘাত সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a=4$, $b=12$ এবং $c=9$

$$\therefore b^2 - 4ac = (12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 144 - 144 = 0$$

\therefore (II) নং দ্বিঘাত সমীকরণের বাস্তব বীজ আছে।

$$4x^2 + 12x + 9 = 4x^2 + 6x + 6x + 9 = 2x(2x+3) + 3(2x+3) = (2x+3)(2x+3)$$

$$4x^2 + 12x + 9 = 0$$

$$\therefore (2x+3)(2x+3) = 0$$

$$\therefore \text{বীজদ্বয় } -\frac{3}{2} \text{ এবং } -\frac{3}{2}$$

\therefore পেলাম (II) নং সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান।

(14) এবার প্রদীপ লিখল $4x^2 - 16x + 21 = 0$

$$4x^2 - 16x + 21 = 0 \quad \text{.....(III)}$$

(III) নং দ্বিঘাত সমীকরণ কে $ax^2 + bx + c = 0$ [$a \neq 0$] দ্বিঘাত সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a=4$, $b=-16$ এবং $c=21$

$$\therefore b^2 - 4ac = (-16)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 21 = 256 - 336 = -80 < 0$$

\therefore (III) নং দ্বিঘাত সমীকরণের কোনো বাস্তব বীজ পাব না।

(15) আমি $ax^2 + bx + c = 0$ [a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$] দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় নির্ণয় করি ও বীজের প্রকৃতি জানার চেষ্টা করি।

$ax^2 + bx + c = 0$ [a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$]

$$\text{এই দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় } \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{এবং } \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



(I) যদি $b^2 - 4ac = 0$ হয়, বীজদ্বয় পাই $\frac{-b}{2a}$ এবং $\frac{-b}{2a}$

অর্থাৎ বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান পাই।

(II) যদি $b^2 - 4ac > 0$ হয়, বীজদ্বয় পাই $\left(\frac{-b}{2a} + \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}}\right)$ এবং $\left(\frac{-b}{2a} - \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}}\right)$

অর্থাৎ বীজদ্বয় বাস্তব ও অসমান পাই।

(III) যদি $b^2 - 4ac < 0$ হয়, কোনো বাস্তব বীজ পাব না।

বুঝেছি, $ax^2 + bx + c = 0$ [$a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণের বীজের প্রকৃতি ($b^2 - 4ac$) মানের উপর নির্ভর করে।

16 $(b^2 - 4ac)$ -কে $ax^2 + bx + c = 0$ দিঘাত সমীকরণের কী বলা হয়?

$b^2 - 4ac$, $ax^2 + bx + c = 0$ [a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণের বীজের প্রকৃতি নিরূপণ করে বলে, $b^2 - 4ac$ -কে ওই দিঘাত সমীকরণের **নিরূপক (Discriminant)** বলা হয়।

পেলাম, $ax^2 + bx + c = 0$ [$a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণের বীজদুটি

- (I) বাস্তব ও সমান হবে যখন $b^2 - 4ac = 0$ হয়
 - (II) বাস্তব ও অসমান হবে যখন $b^2 - 4ac > 0$ হয়
 - (III) কোনো বাস্তব বীজ পাব না যখন $b^2 - 4ac < 0$ হয়
- (I),(II),(III) এর বিপরীত উক্তিগুলিও সত্য।



প্রয়োগ : 31. আমি নীচের দিঘাত সমীকরণগুলির বীজদ্বয়ের প্রকৃতি নির্ণয় করি।

(i) $3x^2 + x - 1 = 0$ (ii) $4x^2 - 4x + 1 = 0$ (iii) $x^2 + x + 1 = 0$ (iv) $2x^2 + x - 2 = 0$

(i) $3x^2 + x - 1 = 0$ দিঘাত সমীকরণকে $ax^2 + bx + c = 0$ [$a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a=3$, $b=1$ এবং $c=-1$

$$\begin{aligned}\therefore \text{নিরূপক} &= b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) \\ &= 13 > 0\end{aligned}$$

\therefore প্রদত্ত দিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও অসমান।

$$\begin{aligned}\text{(ii)} \quad 4x^2 - 4x + 1 &= 0 \text{ দিঘাত সমীকরণের নিরূপক} = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 \\ &= 16 - 16 \\ &= 0\end{aligned}$$

\therefore প্রদত্ত দিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান।

$$\begin{aligned}\text{(iii)} \quad x^2 + x + 1 &= 0 \text{ দিঘাত সমীকরণের নিরূপক} = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 \\ &= -3 < 0\end{aligned}$$

\therefore প্রদত্ত দিঘাত সমীকরণের বাস্তব বীজ পাবো না।

(iv) নং দিঘাত সমীকরণের বীজের প্রকৃতি কী হবে নিজে বুঝে লিখি।



প্রয়োগ : 32. k -এর মান কত হলে $9x^2+3kx+4=0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে লিখি।

$9x^2+3kx+4=0$ দ্বিঘাত সমীকরণকে $ax^2+bx+c=0$ [$a \neq 0$] দ্বিঘাত সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই,
 $a=9$, $b=3k$ এবং $c=4$

যেহেতু বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান,

$$\therefore \text{নিরূপক} = 0$$

$$\text{সুতরাং, } b^2-4ac = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } (3k)^2-4 \cdot 9 \cdot 4 = 0$$

$$\text{বা, } 9k^2 = 4 \times 9 \times 4$$

$$\text{বা, } k^2 = 4 \times 4 \quad \therefore k = \pm 4$$



$\therefore k = \pm 4$ -এর জন্য প্রদত্ত দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে।

প্রয়োগ : 33. k -এর মান কত হলে $2x^2-10x+k=0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে
বুঝে লিখি। [নিজে করি]

প্রয়োগ : 34. প্রমাণ করি যে $x^2(a^2+b^2)+2(ac+bd)x+(c^2+d^2)=0$ দ্বিঘাত সমীকরণের কোনো বাস্তব বীজ
নেই, যখন $ad \neq bc$.

$$x^2(a^2+b^2)+2(ac+bd)x+(c^2+d^2)=0 \quad \text{(I)}$$

$$(I) \text{ নং দ্বিঘাত সমীকরণের নিরূপক} = [2(ac+bd)]^2 - 4(a^2+b^2)(c^2+d^2)$$

$$= 4(ac+bd)^2 - 4(a^2c^2+b^2c^2+a^2d^2+b^2d^2)$$

$$= 4[a^2c^2 + b^2d^2 + 2acbd - a^2c^2 - b^2c^2 - a^2d^2 - b^2d^2]$$

$$= 4[-(b^2c^2 - 2acbd + a^2d^2)]$$

$$= -4(bc-ad)^2 < 0$$

[যেহেতু $ad \neq bc \Rightarrow bc-ad \neq 0$]

\therefore (I) নং দ্বিঘাত সমীকরণের কোনো বাস্তব বীজ নেই, যখন $ad \neq bc$

প্রয়োগ : 35. $(1+m^2)x^2+2mcx+(c^2-a^2)=0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদুটি বাস্তব ও সমান হলে, প্রমাণ করি
যে, $c^2 = a^2(1+m^2)$

$$(1+m^2)x^2+2mcx+(c^2-a^2)=0 \quad \text{(I)}$$

$$(I) \text{ নং দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় সমান।} \quad \therefore \text{নিরূপক} = 0$$

$$\therefore (2mc)^2 - 4(1+m^2)(c^2-a^2) = 0$$

$$\text{বা, } 4m^2c^2 - 4(c^2+c^2m^2-a^2-a^2m^2) = 0$$

$$\text{বা, } 4m^2c^2 - 4c^2 - 4c^2m^2 + 4a^2 + 4a^2m^2 = 0$$

$$\text{বা, } 4c^2 = 4a^2 + 4a^2m^2$$

$$\text{বা, } c^2 = a^2 + a^2m^2$$

$$\therefore c^2 = a^2(1+m^2) \quad [\text{প্রমাণিত}]$$



- 17) আমি $ax^2+bx+c=0$ [$a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় যোগ ও গুণ করে কী পাই দেখি।

$$ax^2+bx+c=0 \quad [a, b, c \text{ বাস্তব সংখ্যা এবং } a \neq 0] \quad \text{_____ (I)}$$

ধরি, (I) নং দিঘাত সমীকরণের দুটি বীজ α ও β

$$\therefore \alpha = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \text{এবং} \quad \beta = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$



$$\begin{aligned}\therefore \alpha + \beta &= \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\ &= \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac} - b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = -\frac{2b}{2a} = -\frac{b}{a}\end{aligned}$$

বুঝেছি, দিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয়ের সমষ্টি = $-\frac{x\text{-এর সহগ}}{x^2\text{-এর সহগ}}$

$$\begin{aligned}\alpha \times \beta &= \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\ &= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2-4ac})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2-4ac)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2+4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}\end{aligned}$$

বুঝেছি, দিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয়ের গুণফল = $\frac{\text{সমীকরণটির ধূবক পদ}}{x^2\text{-এর সহগ}}$

অয়ন ব্ল্যাকবোর্ডে দিঘাত সমীকরণ লিখল $6x^2-19x-7=0$

- 18) আমি অয়নের লেখা দিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় নির্ণয় করি এবং বীজদ্বয় যোগ ও গুণ করে কী পাই দেখি।

$$6x^2-19x-7=0 \quad \text{_____ (IV)}$$

(IV) নং দিঘাত সমীকরণকে $ax^2+bx+c=0$ [$a \neq 0$] দিঘাত সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই, $a=6$, $b=-19$ এবং $c=-7$

(IV) নং দিঘাত সমীকরণের নিরূপক $b^2-4ac=(-19)^2-4 \cdot 6 \cdot (-7)>0$

(IV) নং দিঘাত সমীকরণের বাস্তব বীজ আছে এবং বীজদ্বয় $\boxed{}$ ও $\boxed{}$ [নিজে হিসাব করে লিখি]

\therefore পেলাম, বীজদ্বয় $\frac{7}{2}$ ও $-\frac{1}{3}$

$$\therefore \text{বীজদ্বয়ের সমষ্টি} = \frac{7}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{19}{6} = -\frac{(-19)}{6} = -\frac{x\text{-এর সহগ}}{x^2\text{-এর সহগ}}$$



$$\text{বীজদ্বয়ের গুণফল} = \frac{7}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{-7}{6} = \frac{\text{সমীকরণটির ধূবক পদ}}{x^2\text{-এর সহগ}}$$

- 19) আমি অন্য যে-কোনো দিঘাত সমীকরণের বীজ নির্ণয় করে বীজদ্বয়ের সমষ্টি ও গুণফল নির্ণয় করে দেখছি,

$$\text{বীজদ্বয়ের সমষ্টি} = -\frac{x\text{-এর সহগ}}{x^2\text{-এর সহগ}}$$

$$\text{বীজদ্বয়ের গুণফল} = \frac{\text{সমীকরণটির ধূবক পদ}}{x^2\text{-এর সহগ}} \quad [\text{নিজে করি}]$$

প্রয়োগ : 36. আমি নীচের দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয়ের সমষ্টি ও গুণফল নির্ণয় করি।

(i) $6x^2 - x - 2 = 0$ (ii) $4x^2 - 9x = 100$

(i) $6x^2 - x - 2 = 0$ _____ (I)

(I) নং সমীকরণের বীজদ্বয়ের সমষ্টি = $-\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$



বীজদ্বয়ের গুণফল = $\frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$

(ii) নং দ্বিঘাত সমীকরণটির বীজদ্বয়ের সমষ্টি ও গুণফল নিজে লিখি।

প্রয়োগ : 37. যদি $5x^2 + 13x + k = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় একটি অপরটির অন্যোন্যক হয়, তবে k -এর মান হিসাব করে লিখি।

$5x^2 + 13x + k = 0$ _____ (I)

ধরি, (I) নং সমীকরণের বীজদ্বয় α ও $\frac{1}{\alpha}$

$$\therefore \alpha \times \frac{1}{\alpha} = \frac{k}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{k}{5} = 1 \quad \therefore k = 5$$

প্রয়োগ : 38. যদি $3x^2 - 10x + 3 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের 1টি বীজ $\frac{1}{3}$ হয়, তবে অপর বীজটি নির্ণয় করি।

[নিজে করি]

প্রয়োগ : 39. যদি দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ -এর বীজদ্বয়ের অনুপাত $1:r$ হয়, তবে দেখাই যে,

$$\frac{(r+1)^2}{r} = \frac{b^2}{ac}$$

$ax^2 + bx + c = 0$ _____ (I)

ধরি, (I) নং সমীকরণের বীজদ্বয়, α ও $r\alpha$



$$\therefore \alpha + r\alpha = -\frac{b}{a}$$

$$\text{বা, } \alpha(1+r) = -\frac{b}{a}$$

$$\text{বা, } \alpha^2(1+r)^2 = \frac{b^2}{a^2} \quad \text{_____ (II)}$$

আবার, $\alpha \times r\alpha = \frac{c}{a}$

$$\alpha^2 r = \frac{c}{a} \quad \text{_____ (III)}$$

(II)-কে (III) দিয়ে ভাগ করে পাই, $\frac{\alpha^2(1+r)^2}{\alpha^2 r} = \frac{\frac{b^2}{a^2}}{\frac{c}{a}}$

$$\text{বা, } \frac{(r+1)^2}{r} = \frac{b^2}{a^2} \times \frac{a}{c} \quad \therefore \frac{(r+1)^2}{r} = \frac{b^2}{ac} \quad [\text{প্রমাণিত}]$$