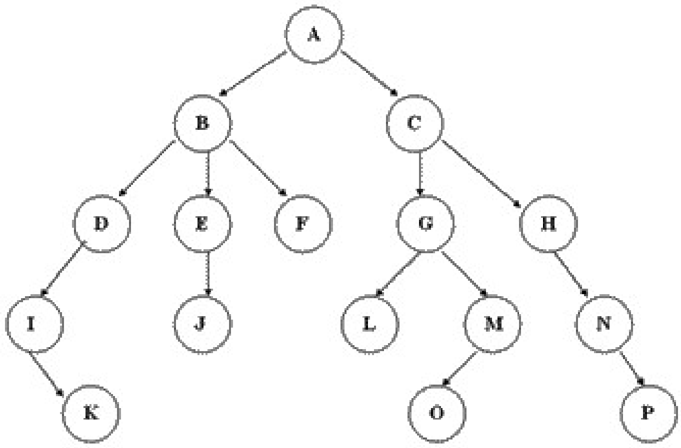
树 (数据结构)

维基百科，自由的百科全书

在计算机科学中，**树**（英语：tree）是一种抽象数据类型（ADT）或是实作这种抽象数据类型的数据结构，用来模拟具有树状结构性质的数据集合。它是由n（n>0）个有限节点组成一个具有层次关系的集合。把它叫做“树”是因为它看起来像一棵倒挂的树，也就是说它是根朝上，而叶朝下的。它具有以下的特点：

- 每个节点有零个或多个子节点；
- 没有父节点的节点称为根节点；
- 每一个非根节点有且只有一个父节点；
- 除了根节点外，每个子节点可以分为多个不相交的子树；



目录

术语

1. **节点的度**：一个节点含有的子树的个数称为该节点的度；
2. **树的度**：一棵树中，最大的节点的度称为树的度；
3. **叶节点**或**终端节点**：度为零的节点；
4. **非终端节点**或**分支节点**：度不为零的节点；
5. **父亲节点**或**父节点**：若一个节点含有子节点，则这个节点称为其子节点的父节点；
6. **孩子节点或子节点**：一个节点含有的子树的根节点称为该节点的子节点；
7. **兄弟节点**：具有相同父节点的节点互称为兄弟节点；
8. 节点的**层次**：从根开始定义起，根为第1层，根的子节点为第2层，以此类推；
9. 树的**高度**或**深度**：树中节点的最大层次；
10. **堂兄弟节点**：父节点在同一层的节点互为堂兄弟；
11. **节点的祖先**：从根到该节点所经分支上的所有节点；
12. **子孙**：以某节点为根的子树中任一节点都称为该节点的子孙。
13. **森林**：由m（m>=0）棵互不相交的树的集合称为森林；

树的种类

- 无序树：树中任意节点的子节点之间没有顺序关系，这种树称为无序树，也称为自由树；
- 有序树：树中任意节点的子节点之间有顺序关系，这种树称为有序树；
  - 二叉树：每个节点最多含有两个子树的树称为二叉树；

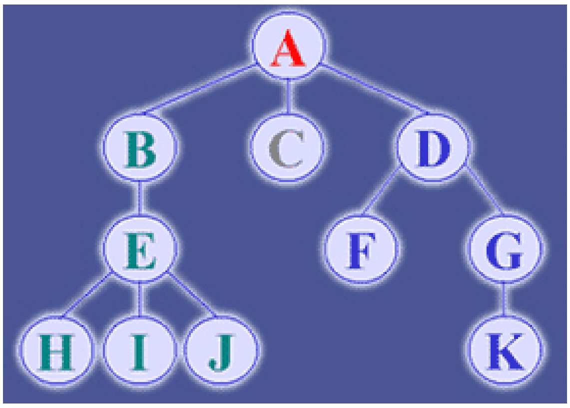
        - 完全二叉树：对于一颗二叉树，假设其深度为d（d>1）。除了第d层外，其它各层的节点数目均已达最大值，且第d层所有节点从左向右连续地紧密排列，这样的二叉树被称为完全二叉树；
            - 满二叉树：所有叶节点都在最底层的完全二叉树；
        - 平衡二叉树（AVL树）：当且仅当任何节点的两棵子树的高度差不大于1的二叉树；
        - 排序二叉树(二叉查找树（英语：Binary Search Tree），也称二叉搜索树、有序二叉树)；
    - 霍夫曼树：带权路径最短的二叉树称为哈夫曼树或最优二叉树；
    - B树：一种对读写操作进行优化的自平衡的二叉查找树，能够保持数据有序，拥有多余两个子树。

存储

父节点表示法

存储结构

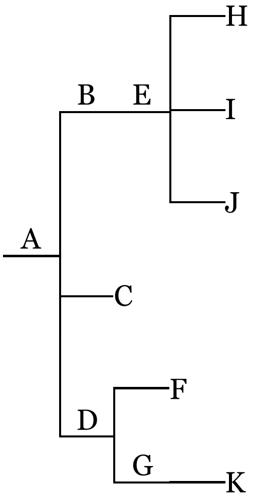
```c
/* 树节点的定义 */
#define MAX_TREE_SIZE 100
typedef struct
{
  TElemType data;
  int parent; /* 父节点位置域 */
} PTNode;
typedef struct
{
  PTNode nodes[MAX_TREE_SIZE];
  int n; /* 节点数 */
} PTree;
```



	data	parent
0	A	-1
1	B	0
2	E	1
3	H	2
4	I	2
5	J	2
6	C	0
7	D	0
8	F	7
9	G	7
10	K	9

r=0

n=11



基本操作

设已有链队列类型LinkQueue的定义及基本操作（参见队列）。

构造空树

清空或销毁一个树也是同样的操作

```
void ClearTree(PTree *T)
{
  T->n = 0;
}
```

构造树

```
void CreateTree(PTree *T)
{
  LinkQueue q;
  QElemType p,qq;
  int i=1,j,l;
  char c[MAX_TREE_SIZE]; /* 临时存放孩子节点数组 */
  InitQueue(&q); /* 初始化队列 */
  printf("请输入根节点(字符型, 空格为空): ");
  scanf("%c%*c",&T->nodes[0].data); /* 根节点序号为0, %*c吃掉回车符 */
  if(T->nodes[0].data!=Nil) /* 非空树 */
  {
    T->nodes[0].parent=-1; /* 根节点无父节点 */
    qq.name=T->nodes[0].data;
    qq.num=0;
    EnQueue(&q,qq); /* 入队此节点 */
    while(i<MAX_TREE_SIZE&&!QueueEmpty(q)) /* 数组未满且队不空 */
    {
      DeQueue(&q,&qq); /* 节点加入队列 */
      printf("请按长幼顺序输入节点%c的所有孩子: ",qq.name);
      gets(c);
      l=strlen(c);
      for(j=0;j<l;j++)
      {
        T->nodes[i].data=c[j];
        T->nodes[i].parent=qq.num;
        p.name=c[j];
        p.num=i;
        EnQueue(&q,p); /* 入队此节点 */
        i++;
      }
    }
    if(i>MAX_TREE_SIZE)
    {
      printf("节点数超过数组容量\n");
      exit(OVERFLOW);
    }
    T->n=i;
  }
  else
    T->n=0;
}
```

判断树是否为空

```
Status TreeEmpty(PTree *T)
{ /* 初始条件: 树T存在。操作结果: 若T为空树, 则返回TRUE, 否则返回FALSE */
  return T->n==0;
}
```

获取树的深度

```
int TreeDepth(PTree *T)
{ /* 初始条件：树T存在。操作结果：返回T的深度 */
  int k,m,def,max=0;
  for(k=0;k<T->n;++k)
  {
    def=1; /* 初始化本节点的深度 */
    m=T->nodes[k].parent;
    while(m!=-1)
    {
      m=T->nodes[m].parent;
      def++;
    }
    if(max<def)
      max=def;
  }
  return max; /* 最大深度 */
}
```

获取根节点

```
TElemType Root(PTree *T)
{ /* 初始条件：树T存在。操作结果：返回T的根 */
  int i;
  for(i=0;i<T->n;i++)
    if(T->nodes[i].parent<0)
      return T->nodes[i].data;
  return Nil;
}
```

获取第i个节点的值

```
TElemType Value(PTree *T,int i)
{ /* 初始条件：树T存在，i是树T中节点的序号。操作结果：返回第i个节点的值 */
  if(i<T->n)
    return T->nodes[i].data;
  else
    return Nil;
}
```

改变节点的值

```
Status Assign(PTree *T,TElemType cur_e,TElemType value)
{ /* 初始条件：树T存在，cur_e是树T中节点的值。操作结果：改cur_e为value */
  int j;
  for(j=0;j<T->n;j++)
  {
    if(T->nodes[j].data==cur_e)
    {
      T->nodes[j].data=value;
      return OK;
    }
  }
  return ERROR;
}
```

获取节点的父节点

```c
TElemType Parent(PTree *T,TElemType cur_e)
{ /* 初始条件：树T存在，cur_e是T中某个节点 */
  /* 操作结果：若cur_e是T的非根节点，则返回它的父节点，否则函数值为＂空＂*/
  int j;
  for(j=1;j<T->n;j++) /* 根节点序号为0 */
    if(T->nodes[j].data==cur_e)
      return T->nodes[T->nodes[j].parent].data;
  return Nil;
}
```

获取节点的最左孩子节点

```c
TElemType LeftChild(PTree *T,TElemType cur_e)
{ /* 初始条件：树T存在，cur_e是T中某个节点 */
  /* 操作结果：若cur_e是T的非叶子节点，则返回它的最左孩子，否则返回＂空＂*/
  int i,j;
  for(i=0;i<T->n;i++)
    if(T->nodes[i].data==cur_e) /* 找到cur_e，其序号为i */
      break;
  for(j=i+1;j<T->n;j++) /* 根据树的构造函数，孩子的序号>其父节点的序号 */
    if(T->nodes[j].parent==i) /* 根据树的构造函数，最左孩子(长子)的序号<其它孩子的序号 */
      return T->nodes[j].data;
  return Nil;
}
```

获取节点的右兄弟节点

```c
TElemType RightSibling(PTree *T,TElemType cur_e)
{ /* 初始条件：树T存在，cur_e是T中某个节点 */
  /* 操作结果：若cur_e有右(下一个)兄弟，则返回它的右兄弟，否则返回＂空＂*/
  int i;
  for(i=0;i<T->n;i++)
    if(T->nodes[i].data==cur_e) /* 找到cur_e，其序号为i */
      break;
  if(T->nodes[i+1].parent==T->nodes[i].parent)
  /* 根据树的构造函数，若cur_e有右兄弟的话则右兄弟紧接其后 */
    return T->nodes[i+1].data;
  return Nil;
}
```

输出树

```c
void Print(PTree *T)
{ /* 输出树T。加 */
  int i;
  printf("节点个数=%d\n",T->n);
  printf(" 节点 父节点\n");
  for(i=0;i<T->n;i++)
  {
    printf("    %c",Value(T,i)); /* 节点 */
    if(T->nodes[i].parent>=0) /* 有父节点 */
      printf("    %c",Value(T,T->nodes[i].parent)); /* 父节点 */
    printf("\n");
  }
}
```

向树中插入另一棵树

```
Status InsertChild(PTree *T,TElemType p,int i,PTree c)
{ /* 初始条件：树T存在，p是T中某个节点，1≤i≤p所指节点的度+1，非空树c与T不相交 */
  /* 操作结果：插入c为T中p节点的第i棵子树 */
  int j,k,l,f=1,n=0; /* 设交换标志f的初值为1，p的孩子数n的初值为0 */
  PTNode t;
  if(!TreeEmpty(T)) /* T不空 */
  {
    for(j=0;j<T->n;j++) /* 在T中找p的序号 */
      if(T->nodes[j].data==p) /* p的序号为j */
        break;
    l=j+1; /* 如果c是p的第1棵子树，则插在j+1处 */
    if(i>1) /* c不是p的第1棵子树 */
    {
      for(k=j+1;k<T->n;k++) /* 从j+1开始找p的前i-1个孩子 */
        if(T->nodes[k].parent==j) /* 当前节点是p的孩子 */
        {
          n++; /* 孩子数加1 */
          if(n==i-1) /* 找到p的第i-1个孩子，其序号为k1 */
            break;
        }
      l=k+1; /* c插在k+1处 */
    } /* p的序号为j，c插在l处 */
    if(l<T->n) /* 插入点l不在最后 */
      for(k=T->n-1;k>=l;k--) /* 依次将序号l以后的节点向后移c.n个位置 */
      {
        T->nodes[k+c.n]=T->nodes[k];
        if(T->nodes[k].parent>=l)
          T->nodes[k+c.n].parent+=c.n;
      }
    for(k=0;k<c.n;k++)
    {
      T->nodes[l+k].data=c.nodes[k].data; /* 依次将树c的所有节点插于此处 */
      T->nodes[l+k].parent=c.nodes[k].parent+l;
    }
    T->nodes[l].parent=j; /* 树c的根节点的父节点为p */
    T->n+=c.n; /* 树T的节点数加c.n个 */
    while(f)
    { /* 从插入点之后，将节点仍按层序排列 */
      f=0; /* 交换标志置0 */
      for(j=l;j<T->n-1;j++)
        if(T->nodes[j].parent>T->nodes[j+1].parent)
        {/* 如果节点j的父节点排在节点j+1的父节点之后（树没有按层序排列），交换两节点*/
          t=T->nodes[j];
          T->nodes[j]=T->nodes[j+1];
          T->nodes[j+1]=t;
          f=1; /* 交换标志置1 */
          for(k=j;k<T->n;k++) /* 改变父节点序号 */
            if(T->nodes[k].parent==j)
              T->nodes[k].parent++; /* 父节点序号改为j+1 */
            else if(T->nodes[k].parent==j+1)
              T->nodes[k].parent--; /* 父节点序号改为j */
        }
    }
    return OK;
  }
  else /* 树T不存在 */
    return ERROR;
}
```

删除子树

```
Status deleted[MAX_TREE_SIZE+1]; /* 删除标志数组(全局量) */
void DeleteChild(PTree *T,TElemType p,int i)
{ /* 初始条件：树T存在，p是T中某个节点，1≤i≤p所指节点的度 */
  /* 操作结果：删除T中节点p的第i棵子树 */
  int j,k,n=0;
  LinkQueue q;
  QElemType pq,qq;
  for(j=0;j<=T->n;j++)
    deleted[j]=0; /* 置初值为0(不删除标记) */
  pq.name='a'; /* 此成员不用 */
  InitQueue(&q); /* 初始化队列 */
  for(j=0;j<T->n;j++)
    if(T->nodes[j].data==p)
      break; /* j为节点p的序号 */
  for(k=j+1;k<T->n;k++)
  {
    if(T->nodes[k].parent==j)
      n++;
    if(n==i)
      break; /* k为p的第i棵子树节点的序号 */
  }
  if(k<T->n) /* p的第i棵子树节点存在 */
  {
    n=0;
    pq.num=k;
    deleted[k]=1; /* 置删除标记 */
    n++;
    EnQueue(&q,pq);
    while(!QueueEmpty(q))
    {
      DeQueue(&q,&qq);
      for(j=qq.num+1;j<T->n;j++)
        if(T->nodes[j].parent==qq.num)
        {
          pq.num=j;
          deleted[j]=1; /* 置删除标记 */
          n++;
          EnQueue(&q,pq);
        }
    }
    for(j=0;j<T->n;j++)
      if(deleted[j]==1)
      {
        for(k=j+1;k<=T->n;k++)
        {
          deleted[k-1]=deleted[k];
          T->nodes[k-1]=T->nodes[k];
          if(T->nodes[k].parent>j)
            T->nodes[k-1].parent--;
        }
        j--;
      }
    T->n-=n; /* n为待删除节点数 */
  }
}
```

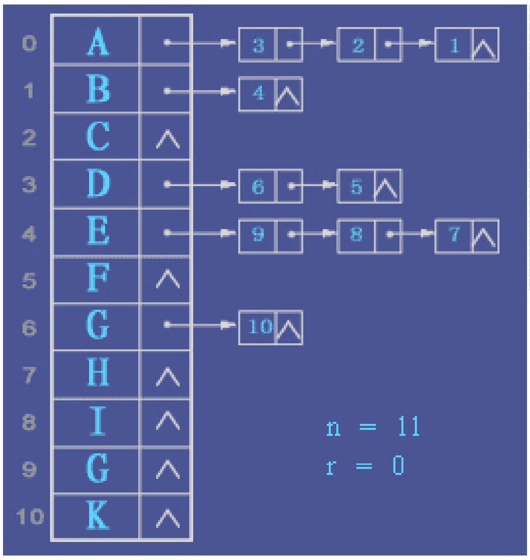
层序遍历树

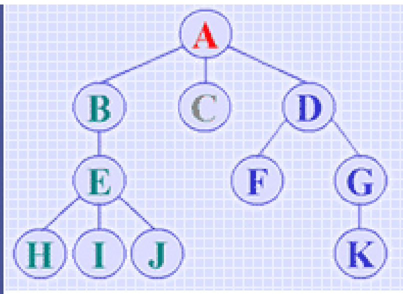
```
void TraverseTree(PTree *T,void(*Visit)(TElemType))
{ /* 初始条件：二叉树T存在,Visit是对节点操作的应用函数 */
  /* 操作结果：层序遍历树T,对每个节点调用函数Visit一次且仅一次 */
  int i;
  for(i=0;i<T->n;i++)
    Visit(T->nodes[i].data);
  printf("\n");
}
```

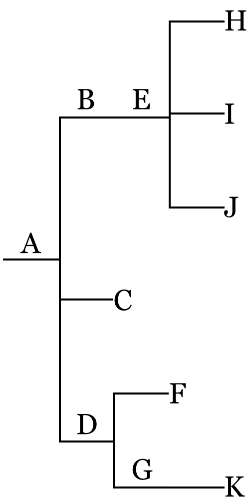
孩子链表表示法

存储结构

```
/*树的孩子链表存储表示*/
typedef struct CTNode { // 孩子节点
  int child;
  struct CTNode *next;
} *ChildPtr;
typedef struct {
  ElemType data;  // 节点的数据元素
  ChildPtr firstchild;  // 孩子链表头指针
} CTBox;
typedef struct {
  CTBox nodes[MAX_TREE_SIZE];
  int n, r;  // 节点数和根节点的位置
} CTree;
```







森林、树与二叉树的转换

见二叉树相应章节

参考文献