Tableaux et notes de cours :

regardez plutôt les

NOTES DE COURS

Ces tableaux blancs

sont juste la trace des sujets

effectivement abordés lors d'un cours

Ils leur manque les EXPLICATIONS

GL Specif / verif Model Checking
logique temporelle
prog cyber physique LT
parallélisme / nondet

IA . modélisation du raisonnement logiques épistémique

. représentation des connaissances logique de descrip.

Logique modales avec 1er ordre

Logiques modales

Aristote — syllogismes modaux

$\Box \varphi$ il est nécessaire que φ

$\Diamond \varphi$ il est possible que φ

Mondes possibles

variant au cours du temps

$p \Longrightarrow p$

Syllogisme modaux

$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } \Box A \text{ alors } A \\ \text{si } A \text{ alors } \Diamond A \end{array} \right.$

monde possible

X^e siècle Al Farabi

$XVII^e$ siècle Leibnitz

Carnap

Prior / Kripke 1950

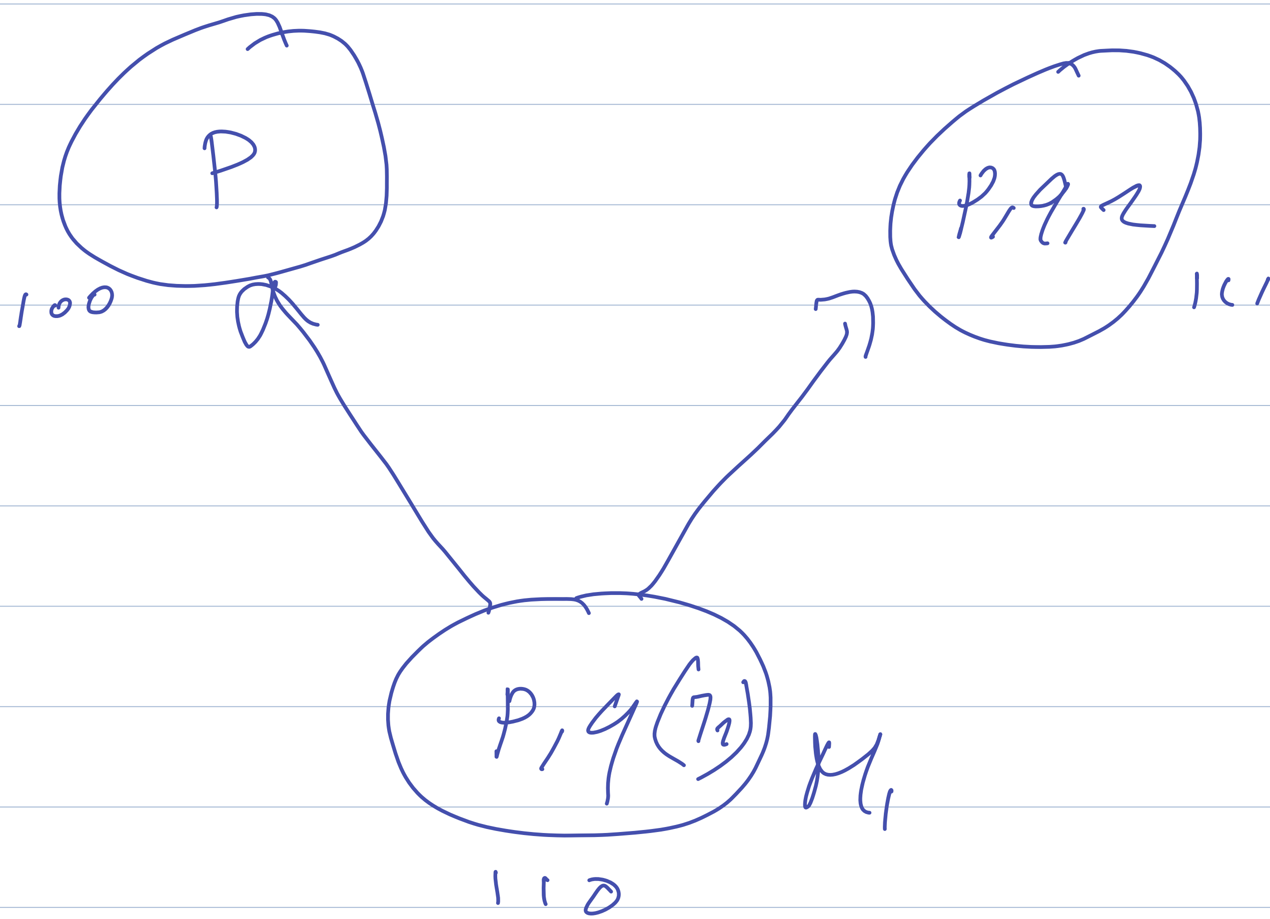
mondes possibles

1 ~~Mondes~~ ~~possibles~~ . 1 valuation

$\{p, q, r\} \longrightarrow \mathbb{B} = \{0, 1\}$

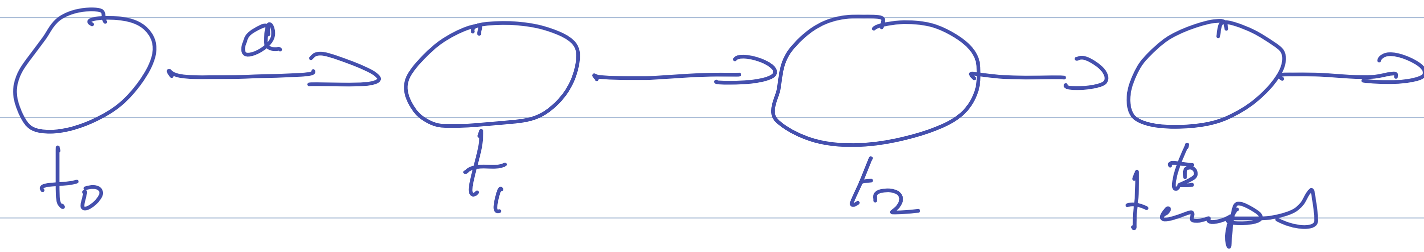
Modèle de Kripke

- des mondes possibles M_i
- relation d'accessibilité entre mondes possibles



p, q, r

LTL linear temporal logic



passage à niveau

$\Box$ tjs le futur

$\Diamond$ à un moment futur

$\Box$ (train arrive $\longrightarrow$ barrière baissée)

lx barrière se lève
le barrière est levée
a train arrive
p train passé
bx barrière se baisse
be barrière est baissée

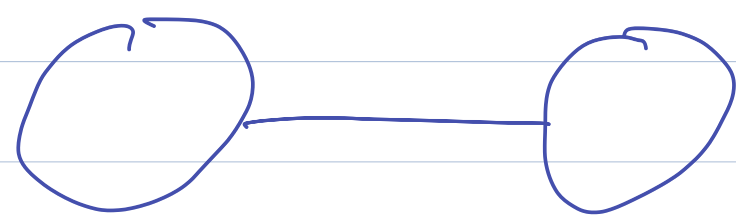
$$\Box \left[\begin{array}{l} \Box(p \longrightarrow be) \\ \Box(a \longrightarrow bx) \\ \Box(b \longrightarrow \Diamond f) \end{array} \right.$$

Logique épistémique

$\Box = K_a$ l'agent a
sait que

K_b ~~l'agent~~ b sait que

—



Muddy Children

$$K_a \varphi \rightarrow \varphi$$

$$\neg K_a \varphi \rightarrow K_a \neg K_a \varphi$$

introspection negative

Kripke

$M_i \Vdash \varphi$

force

(forcing)

le monde i satisfait φ

$M_i \Vdash \varphi$ par induction sur φ

$M_i \Vdash p$ ssi c'est dans la définition de M_i : $p = 1$ dans M_i

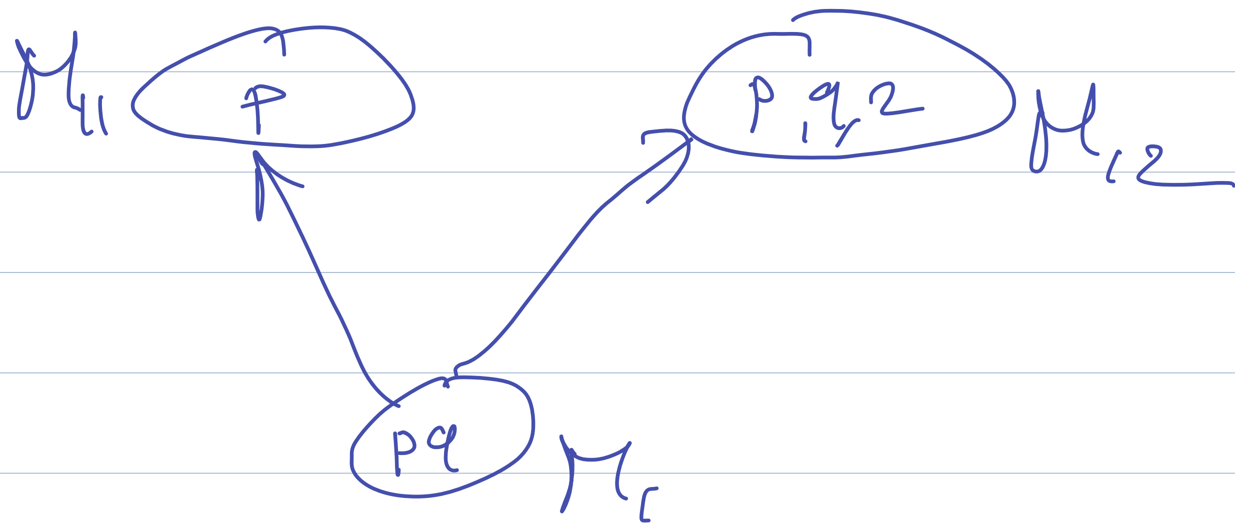
$M_i \Vdash \neg A$ ssi $M_i \nVdash A$

$M_i \Vdash A \wedge B$ $\quad$ $M_i \Vdash A$ et $M_i \Vdash B$

$M_i \Vdash A \vee B$ $\quad$ $M_i \Vdash A$ ou $M_i \Vdash B$

$M_i \Vdash \Box A$ $\quad$ $M_i \Vdash A \to B$ ssi (si $M_i \Vdash A$ alors $M_i \Vdash B$)

$M_i \Vdash \Diamond A$



$M_i \Vdash \Box(p \vee q)$

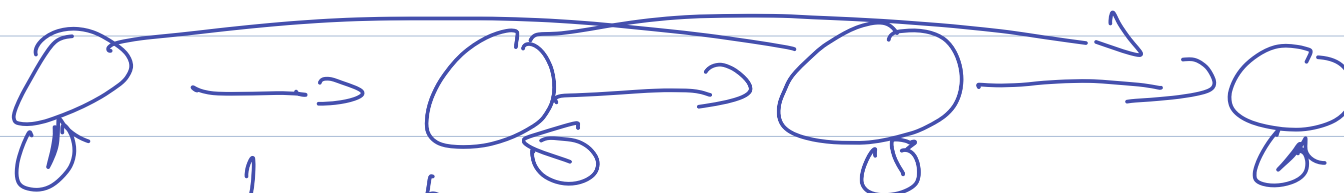
~~Sq~~ ssi $M_j \Vdash p \vee q$ pour tout monde accessible à partir de M_i

T+G
M+G
L

une formule est vraie dans le modèle de Kripke (M_i, R) si partout monde possible M_i

$$M_i \Vdash \varphi$$

$$(M_i, R) \models \varphi$$



transitive

$\Box$: partout dans le futur

système déductif

$$(\Box A) \to A \ ?$$

calcul des séquents S4 S5

axiomes S : $(p \to (q \to r)) \to (p \to q) \to (p \to r)$

K $\quad p \to (q \to p)$

$p = 1$ $\quad \underbrace{p \to \underbrace{(q \to \underset{1}{p})}_{1}}_{1}$

$p = 0$ $\quad \cancel{p}\,0 \to \underset{1}{\cancel{(q \to p)}}$

une démonstration formelle est une suite de formules

- une instance d'un axiome

$$p \to (q \to p)$$

$p = (a \to (b \vee c))$

$q = (a \vee c)$

$\vdots$

- 1 règle

$$\begin{array}{rl|l} m & : & A \to B \\ p & : & A \\ & & \overline{} \\ & & \overline{} \\ & & B \end{array}$$

règle pour la modalité $\Box$

$$\frac{\varphi}{\Box\varphi}$$

$\cancel{\varphi \to \Box\varphi}$

$\Box\varphi \to \varphi$

$$\frac{\vdash \varphi}{\vdash \Box \varphi}$$

$\varphi \vdash \Box \varphi$

psudex

$$\frac{\vdash \varphi(x)}{\vdash \forall x\, \varphi x}$$

Modèles de Kripke $\mathcal{M}$

$$\mathcal{M} \models \varphi$$

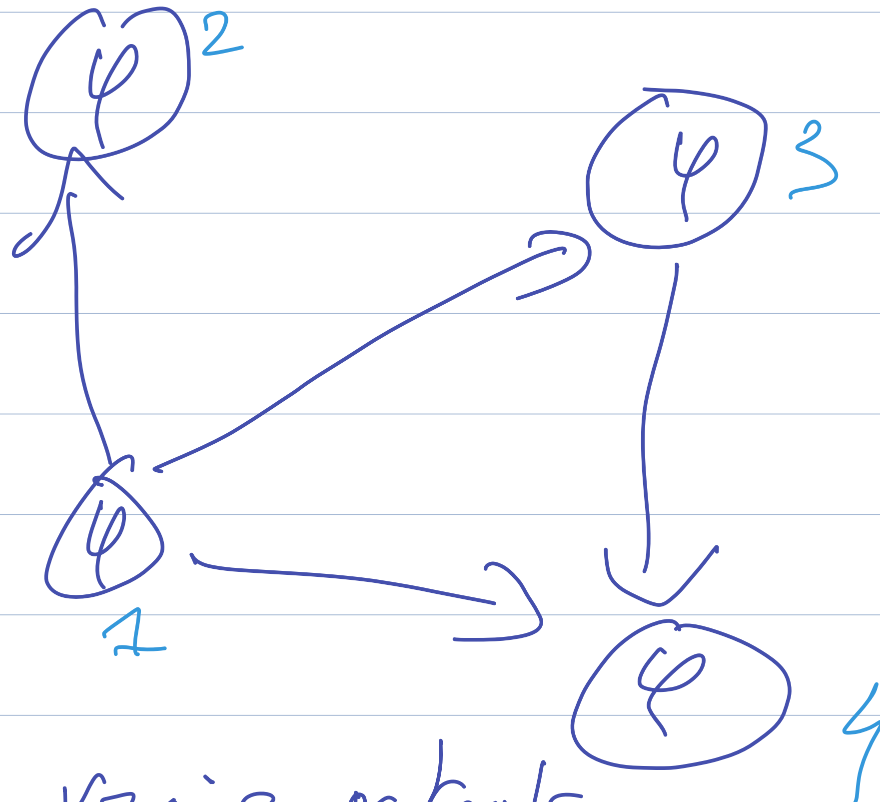
- $\forall M_i \quad M_i \Vdash \varphi$

on en déduit

- $\forall M_i \quad M_i \Vdash \Box\varphi$

$$\mathcal{M} \models \Box\varphi$$

φ vraie partout



$M_3 \Vdash \Box\varphi$ oui car $M_4 \Vdash \varphi$

$M_1 \Vdash \Box\varphi$?

$\left(M_3 \Vdash \varphi \text{ et } M_4 \Vdash \varphi\right)$ oui

$\Box\varphi$. vraie partout

$\Box \varphi$ vrai en M_i

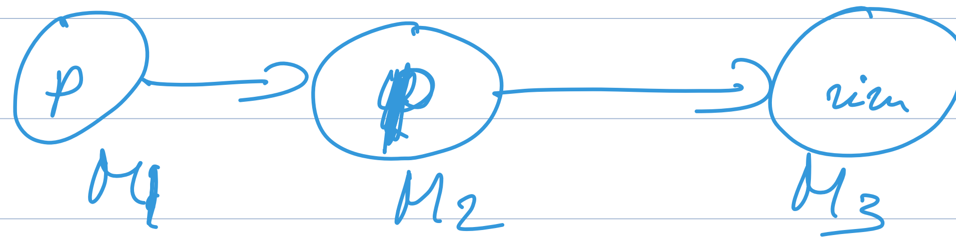
ssi

φ vraie dans tous les mondes accessible à partir de M_i

K — T 4 5 B 4 $\Box\varphi \to \Box\Box\varphi$

Tyes

Kripke



$\boxed{M_1 \models \Box p \quad ? \quad \text{oui}}$

non si ax 4

R transitive

On parle de logique.
intentionnelle

la vérité d'un formule
dans 1 monde
dépend de la vérité
d'autres formules
dans d'autres mondes.

p	q	$\Box((p \vee q) \to q)$	$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$	$\leftrightarrow p \wedge q$
0	0			
0	1			
1	0	0/1	0/1	
1	1			

$$\frac{\forall x \; P(x)}{P(x_0) \wedge \ldots \wedge P(x_n)}$$

Calcul propositionnel

systèmes déductifs K_0

systèmes axiomatique à la Hilbert $\equiv$

$$(\Box\varphi) \to \varphi$$

$$\frac{\Gamma \vdash \Box\varphi}{\Gamma \vdash \varphi}$$

$$\frac{\Box A, \Box B \vdash \varphi}{\Box A, \Box B \vdash \Box\varphi}$$

$$\cancel{\frac{\Box A, B \vdash \varphi}{\Box A, B \vdash \Box\varphi}}$$