Infos pratiques

- notes de cours
  (+ exos corrigés)

- CC1 20% CC2 30% ex 50%
  pas de max

- 2e session qui efface tout.

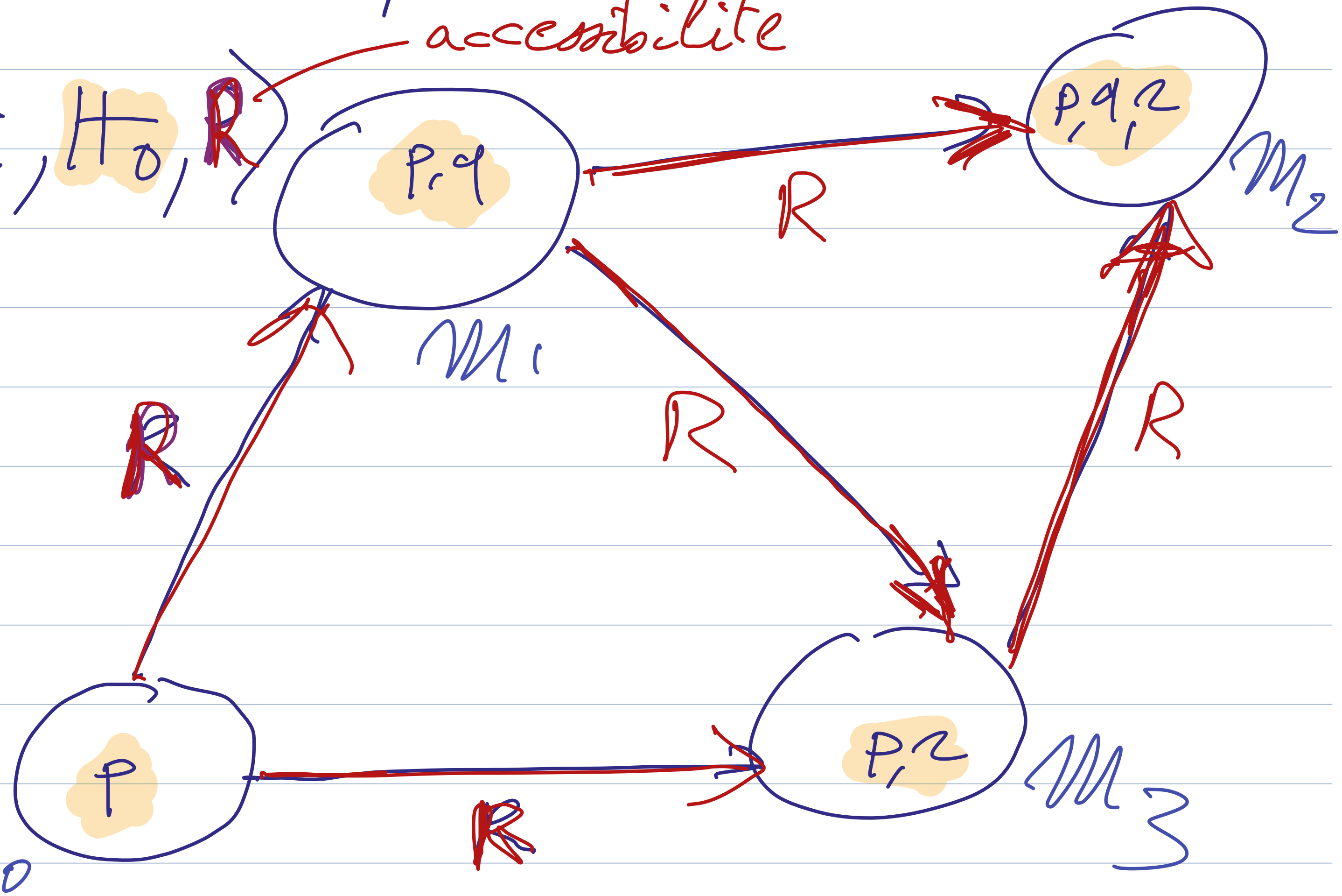
(aucun document autorisé.
→ exos simples
comme en TD en cours)

15 fev   22 fev correction   vacances | logique temporelle + model checking

modèles de Kripke

accessibilité

$\mathcal{M}\ (m_i, H_0, R)$



$v \quad P \longrightarrow \{0,1\}$

$p, r \longrightarrow 0$

$q \longrightarrow 1$

$\mathcal{M}_i \underset{\text{forces satisfait}}{\Vdash} G$ définie par induction sur G

$\mathcal{M}_i \Vdash q$ → var prop ssi $\mathcal{M}_i \Vdash_0 q$ donné dans l'exemple $\mathcal{M}_i \Vdash q$

$\mathcal{M}_i \Vdash \neg G$ ssi $\mathcal{M}_i \not\Vdash G$

$\mathcal{M}_i \Vdash G \wedge H$ ssi $\underline{\mathcal{M}_i \Vdash G}$ et $\underline{\mathcal{M}_i \Vdash H}$

$G \vee H$ ou

$M_i \vdash \Box G$

si dans tous les mondes M_k accessibles par R on a

$M_k \vdash G$

la "vérité" d'une formule ($\Box G$) dans un monde dépend de la vérité d'autres formules (G) dans d'autres mondes

$M_i \Vdash \Diamond G$

si il existe un monde M_K accessible par R à partir de M_i tel que

$$M_K \Vdash G$$

$M_i \Vdash \neg \Box G$ équivaut à $M_i \Vdash \Diamond \neg G$

$$\neg \Box G \equiv \Diamond \neg G$$

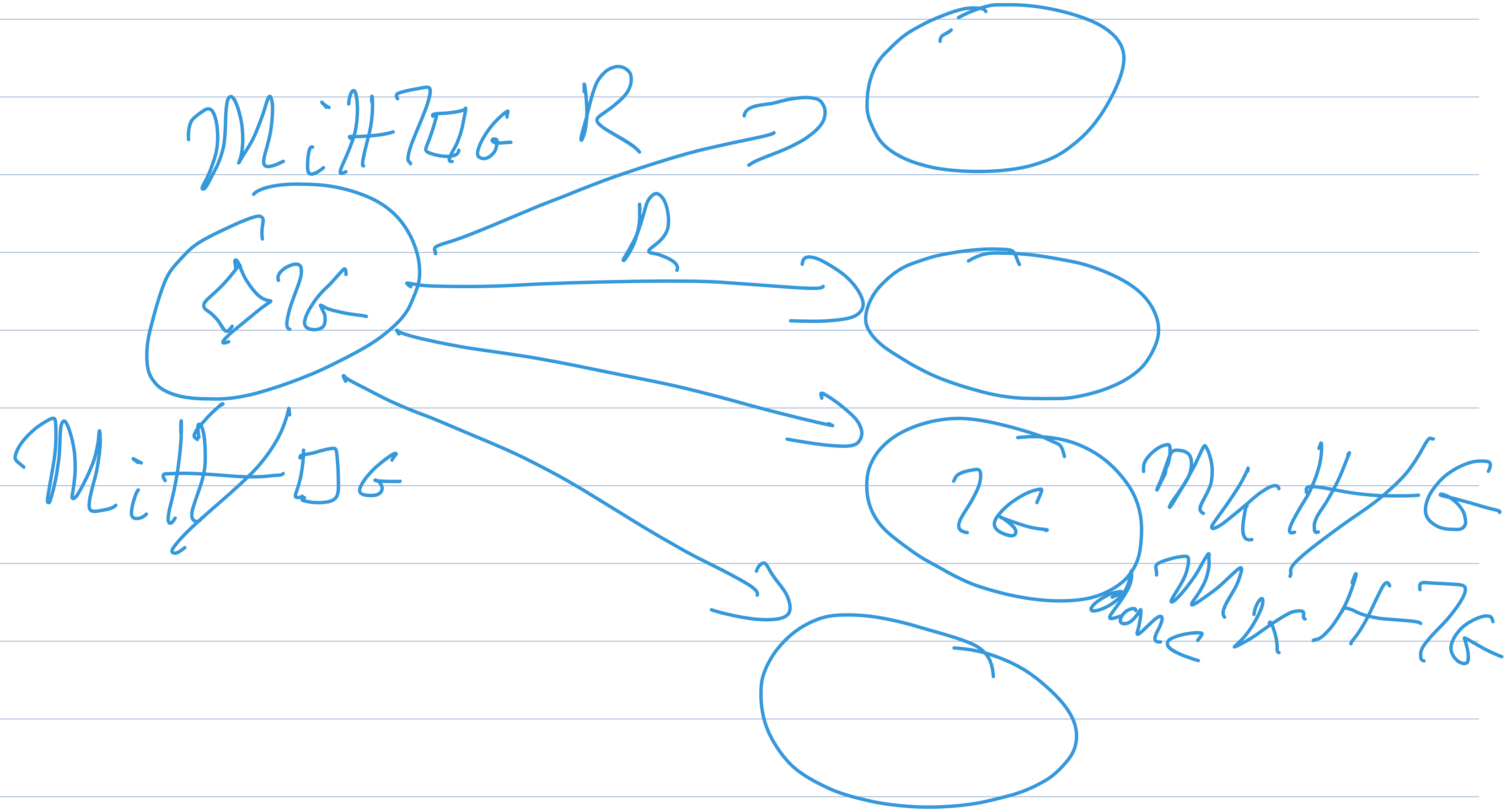
(cf. $\neg \forall x\, G(x) \equiv \exists x\, \neg G(x)$)

$M_i \Vdash \neg \Box G$ par déf $M_i \nVdash \Box G$

il est faux que $M_k \Vdash G$ pour tout monde M_k accessible par R depuis M_i

$M_k \Vdash \neg G$ pour au moins 1 M_k tq $M_i R M_k$

dac Mi H ◇7G



$$\neg \Box G \equiv \Diamond \neg G \qquad \text{(Aristotle)}$$

$$\neg \Diamond G \equiv \Box \neg G$$

Certaines propriétés de R $(\mathcal{W}, R)$
cadre/frame
correspond à des axiomes
"naturel" de la logique modale

K(ripke) toujours vrai

$$\Box(p \to q) \to (\Box p \to \Box q)$$

$\Box A \to A$

$\hookrightarrow$ R reflexive

si (M, R) réflexive

alors l'axiome $\Box A \to A$

(toutes ses instances)

est vrai dans tout modèle de Kripke

de cadre $\langle M, R \rangle$

(T) $\Box A \to A$ vrai dans $\langle \mathcal{M}, R \rangle$

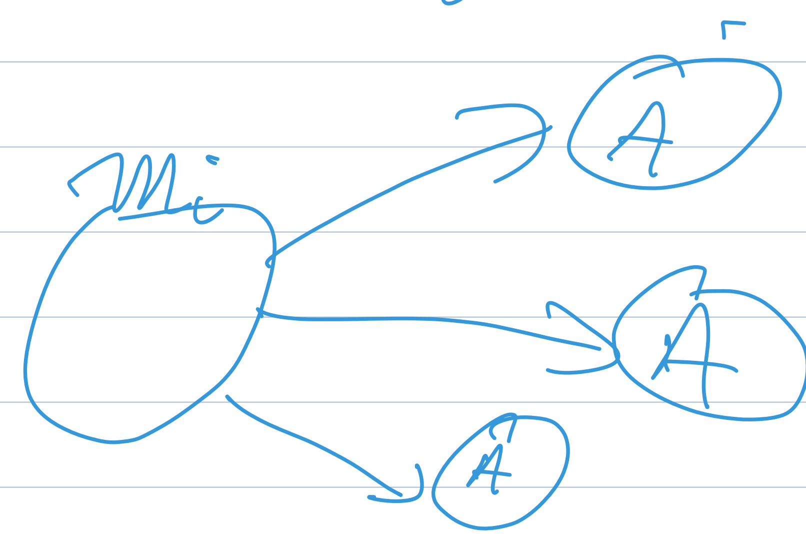
pour tout M_i de $\mathcal{M}$

pourtant $M_i \Vdash \Box A \to A$?

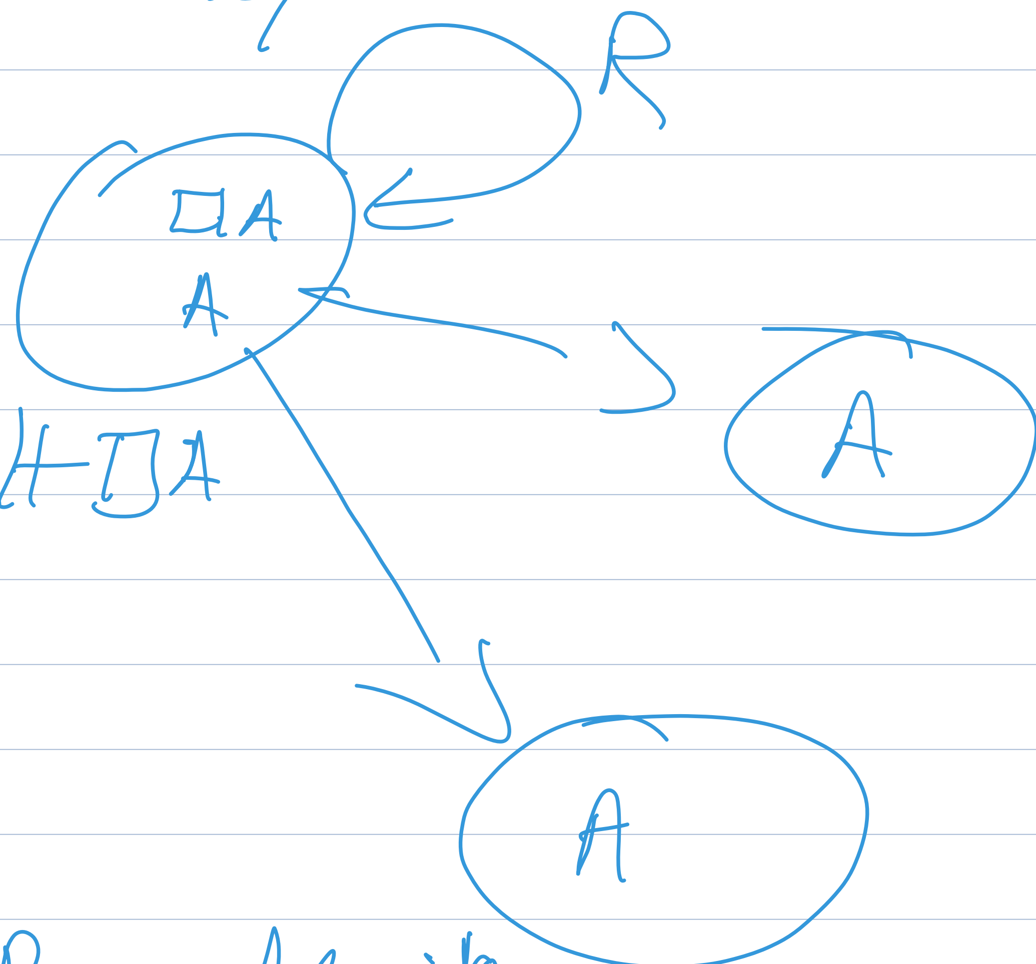
si $M_i \Vdash \Box A$ alors $M_i \Vdash A$?

$M_i \Vdash \Box A$

signifie



si R réflexive



$M_i \Vdash \Box A$

si R réflexive
et $M_i \Vdash \Box A$
alors $M_i \Vdash A$

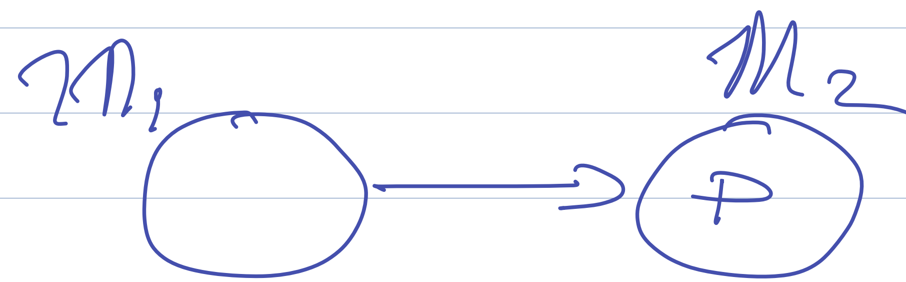
si R n'est pas reflexive

il existe ~~et~~ | une relation de forcing $\Vdash_0$

un monde possible M_i

et une instance de $\Box A \to A$

tq $M_i \nVdash H$



(R pas refl.)

$M_i \Vdash \Box p$

$\Box p$ vraie en M_1

$M_i \nVdash p$

p fausse en M_1

donc $\Box p \to p$ fausse en M_1

$M_i \nVdash \Box p \to p$

(4) $\Box G \longrightarrow \Box\Box G$

$K_a G \longrightarrow K_a K_a G$

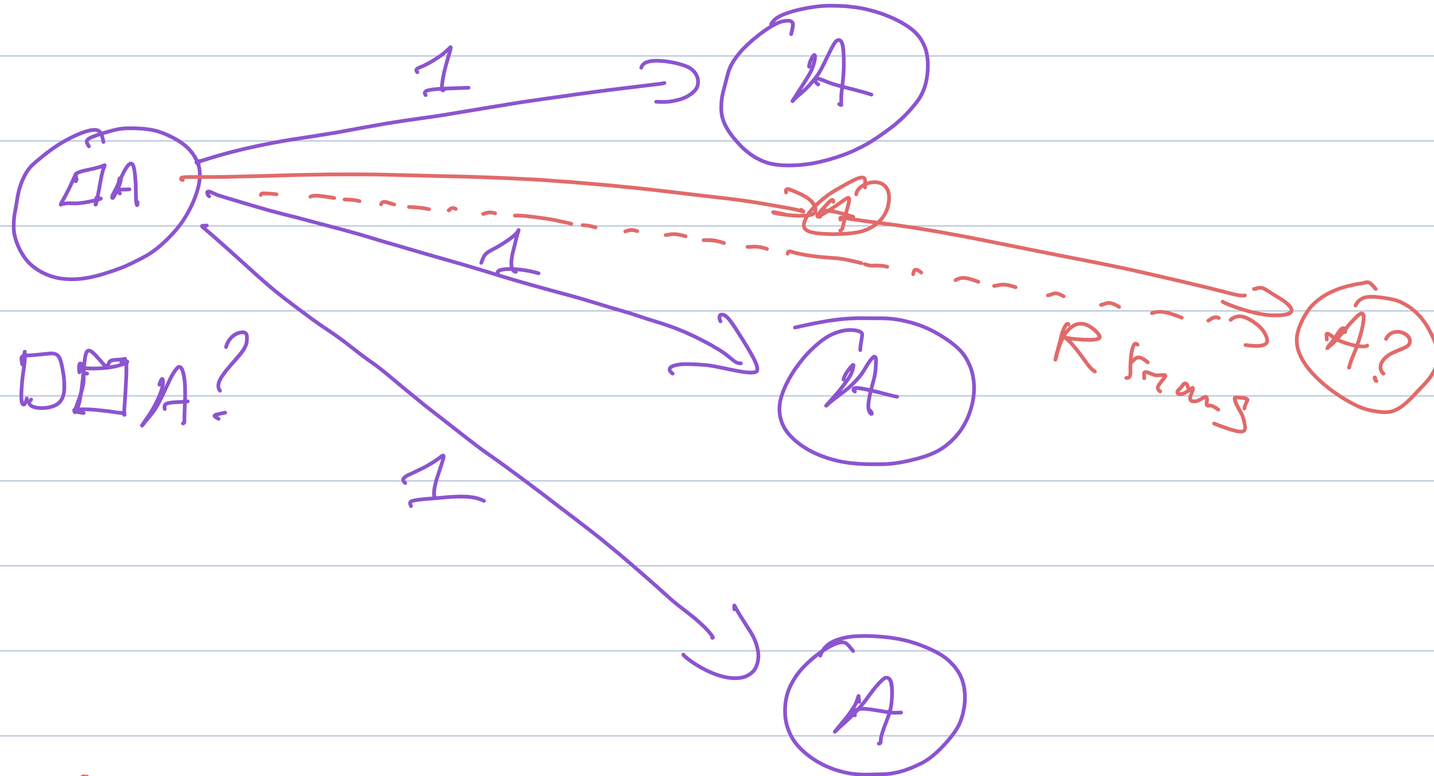
S4 $K_a G$ l'agent a sait que G

$K_a G \longrightarrow G$

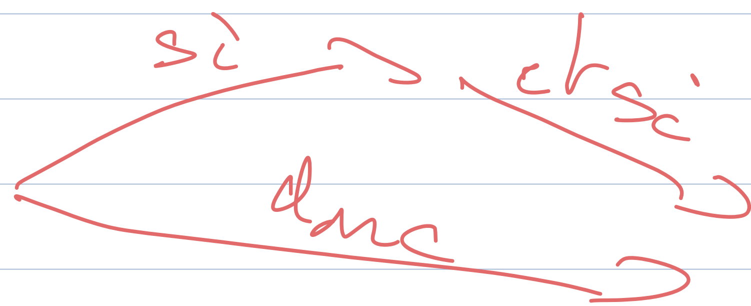
si l'agent a sait que G
alors il sait qu'il sait que G

$\longrightarrow$ cadre transitif

Le cadre est transitif
si et seulement si
toute instance de $\Box A \to \Box\Box A$
est vraie en tout monde.



transitivité



(5) $\neg\Box G \rightarrow \Box\neg\Box G$

$\neg K_a G \rightarrow K_a \neg K_a G$

toutes les instances de K
sont valides dans tous les
mondes
si et seulement si
le cadre est symétrique

$$\text{Axiome}(K)\ \overbrace{T\ (4)}^{S4}\ (5)\ :\ \underline{S5}$$

refl Trans sym.

puzzle des enfants sales

(K) $\Box(p \to q) \to \Box p \to \Box q$

vrai dans tous les modèles de Kripke

$K_a(p \to q) \to K_a p \to K_a q$

$K_a(p \to q) \,\&\, K_a p \to K_a q$

logical omniscience

Puzzle des enfants sales

3 enfants a b c

il peuvent avoir de la boue sur le front ou pas

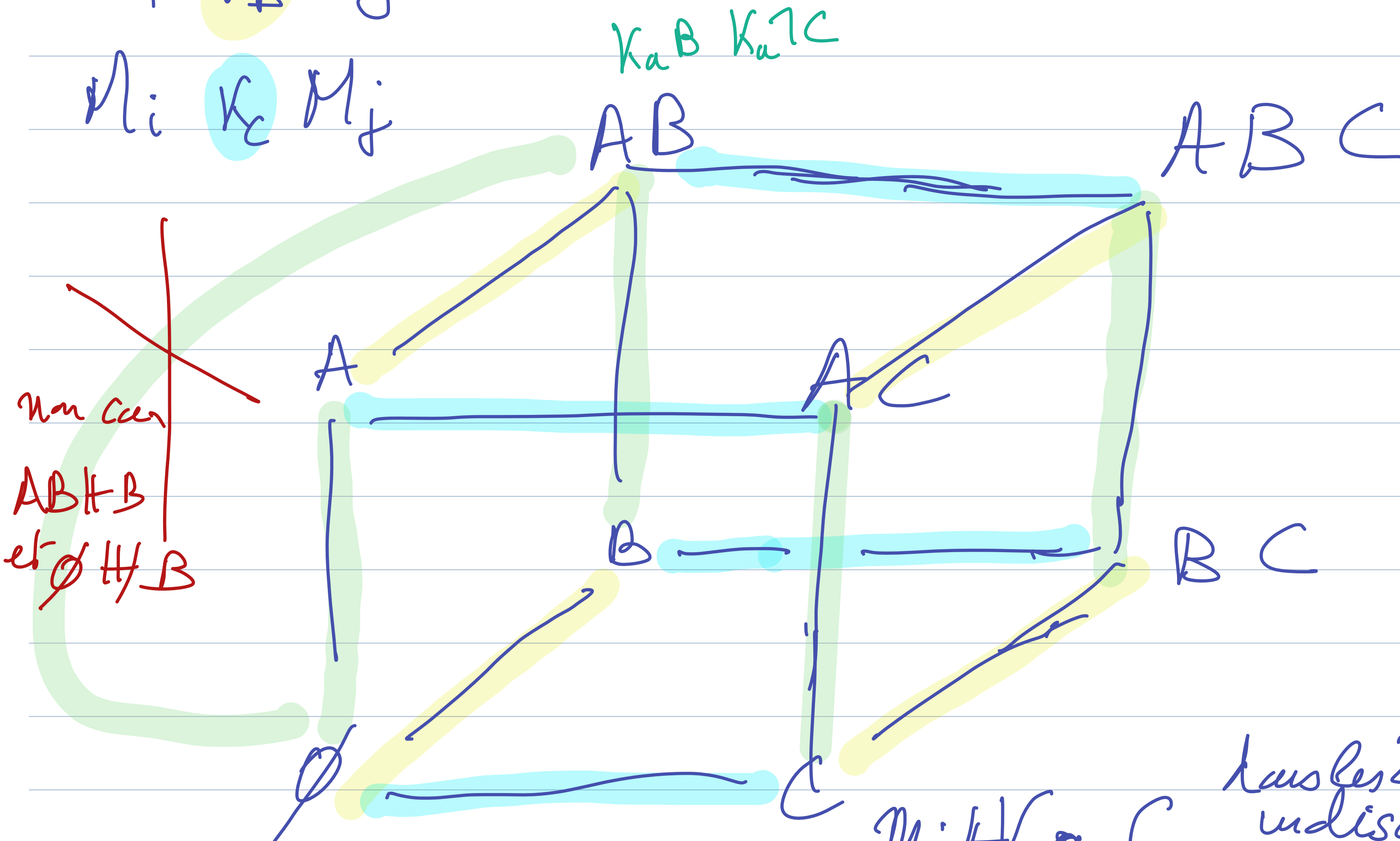
A

↳ l'enfant a a de la boue sur le front

$M_i \; K_a \, M_j$ si l'enfant a ne fait pas de différence entre les 2 situations !

$M_i \; K_b \, M_j$

$M_i \; K_c \, M_j$



$M_i \Vdash K_a C$

dans les 2 mondes indiscernables pour a on a C

La ~~déf~~ de $M_i \vdash K_a B$

est respectée pour tout

M_j indiscernable pour A

on a $M_j \vdash \underline{B}$

$K_a A$? dans un monde ?

A

$K_a B$ ✓

$K_a A$?

B

$K_b B$?

$K_b A$ ✓