実験3日目

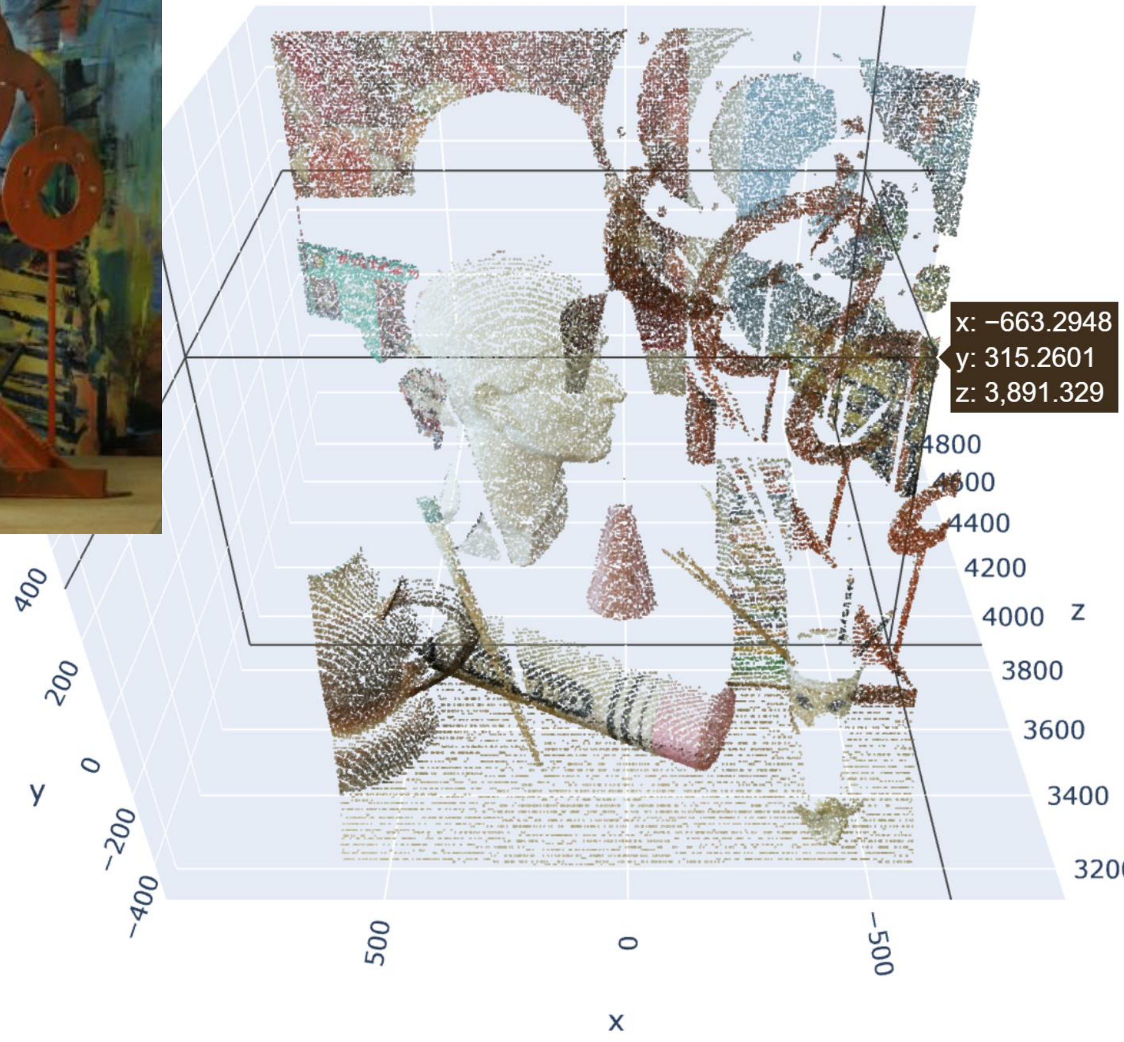
「平面の方程式」, 「RANSAC」, 「検出の誤り」

equation of a plane　random sample consensus　type I and type II errors

これらについて, What? / Why? / How? の
あらゆる疑問を解消する文書(実験レポート)を期待しています.

3次元座標を たくさん調べたら・・・！

点群（point cloud）



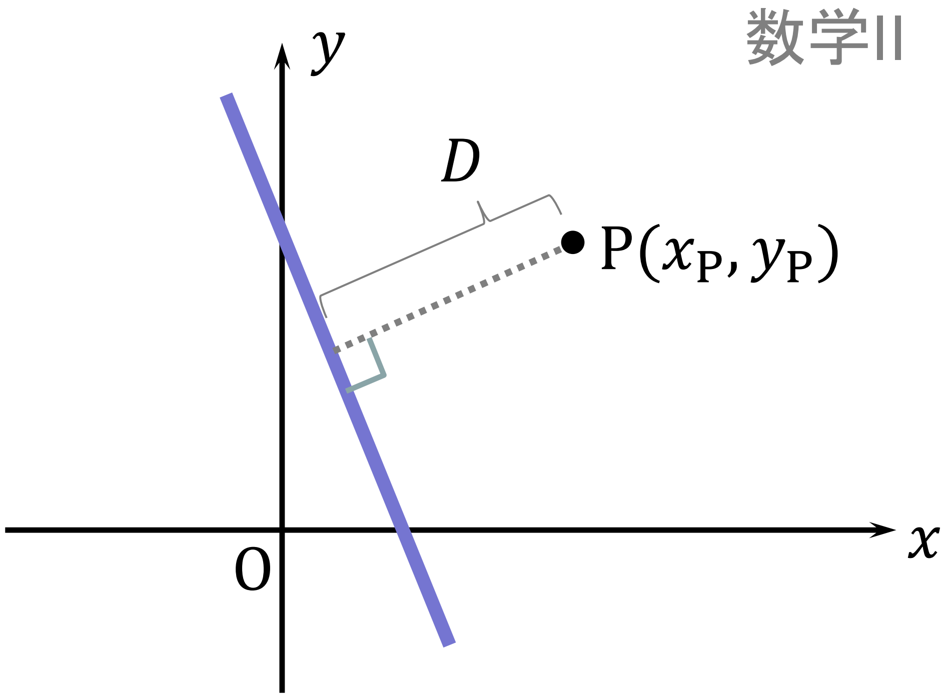
手順1　$\mathrm{p_L}(u_\mathrm{L}, v_\mathrm{L})$ に対応する $\mathrm{p_R}(u_\mathrm{R}, v_\mathrm{R})$ を見つける。

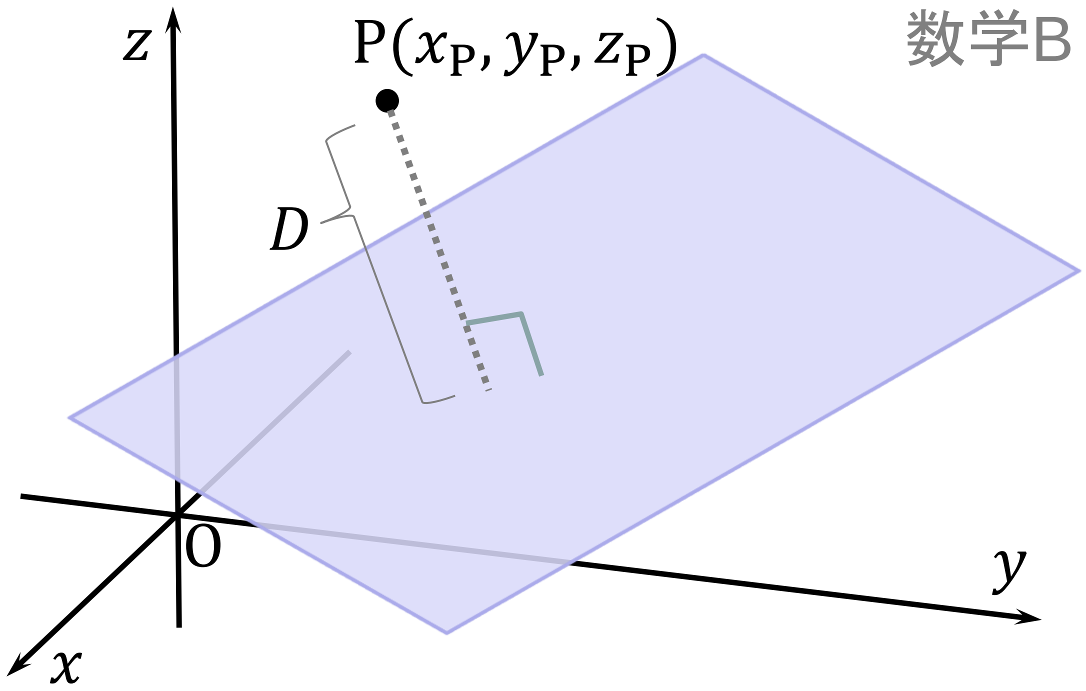
手順2　視差を測る。　$d = |u_\mathrm{R} - u_\mathrm{L}|$

手順3　深度（奥行き）を計算する。　$Z = \frac{f}{d} l$

手順4　3次元座標を得る。　$X = \frac{u_\mathrm{L}}{f} Z$,　$Y = \frac{v_\mathrm{L}}{f} Z$

点と平面の距離





直線の方程式　$ax + by + c = 0$

点$\mathrm{P}(x_\mathrm{P}, y_\mathrm{P})$と直線の距離

$$D = \frac{|ax_\mathrm{P} + by_\mathrm{P} + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

平面の方程式　$ax + by + cz + d = 0$

点$\mathrm{P}(x_\mathrm{P}, y_\mathrm{P}, z_\mathrm{P})$と平面の距離

$$D = \frac{|ax_\mathrm{P} + by_\mathrm{P} + cz_\mathrm{P} + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

平面を自動検出する

【平面を検出するRANSAC】 [F. T-Kurdi et al., 2008]

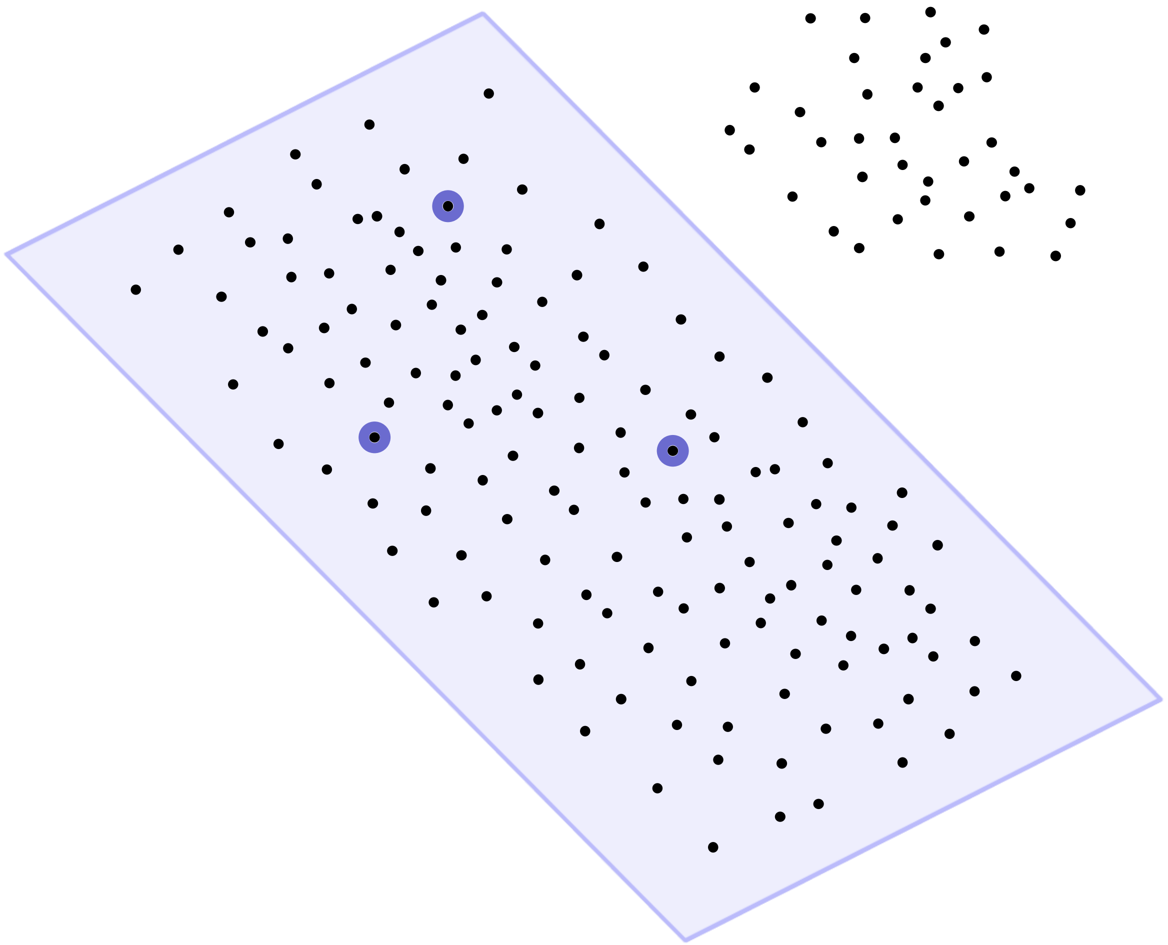
以下の手順1～4を繰り返す。

手順1　点群からランダムに3点を選ぶ。

手順2　3点を通る平面の方程式を作る。

手順3　平面にとても近い点を数える。

手順4　点の数が記録更新なら,
その平面を覚えておく。



平面を自動検出する

【平面を検出するRANSAC】 [F. T-Kurdi et al., 2008]

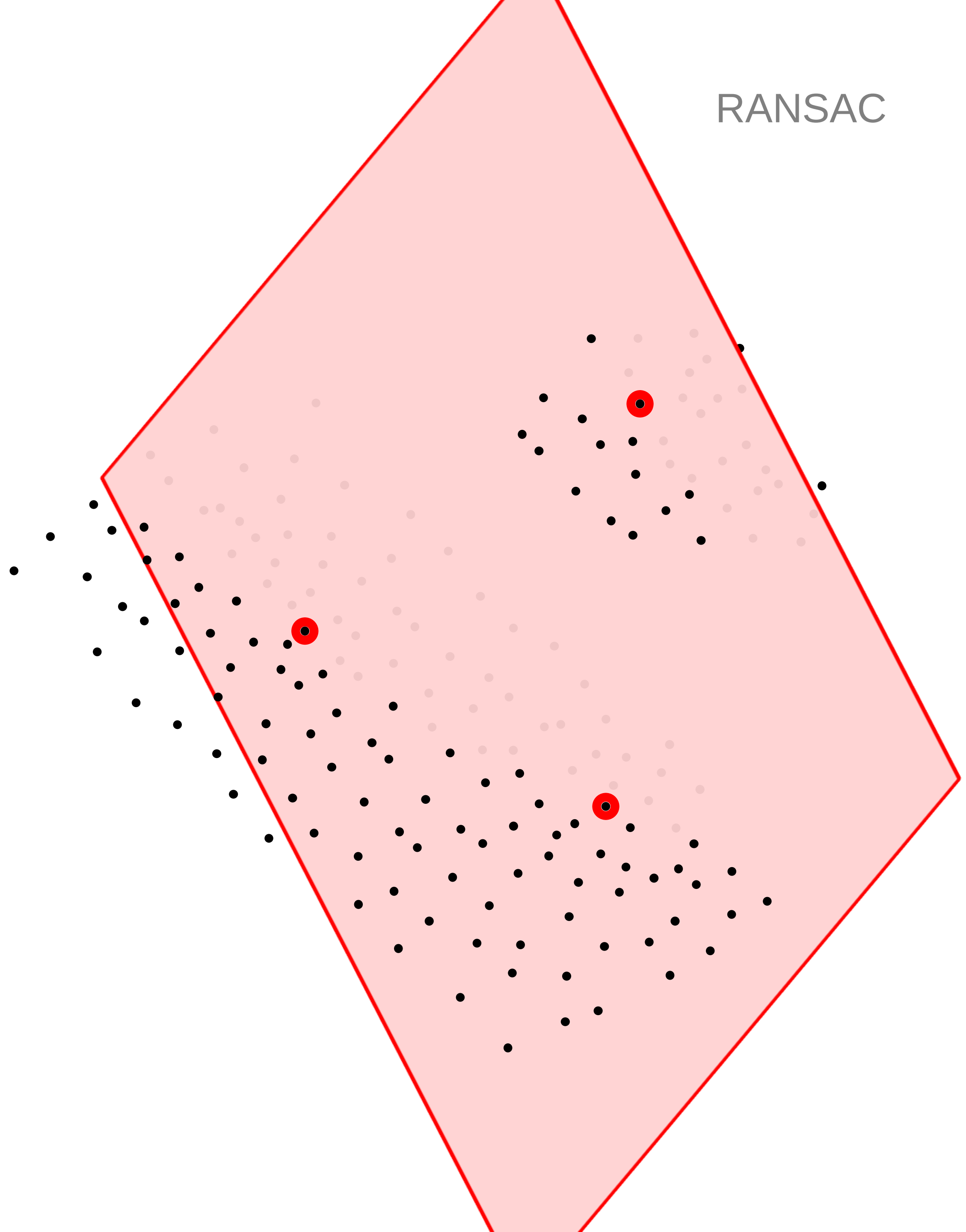
以下の手順1～4を繰り返す。

手順1　点群からランダムに3点を選ぶ。

手順2　３点を通る平面の方程式を作る。

手順3　平面にとても近い点を数える。

手順4　点の数が記録更新なら，
その平面を覚えておく。



補遺:平面 と 符号付き距離

（後期「パターン認識と機械学習」でも活躍します）

位置ベクトル

- 法線 $\boldsymbol{w}$, 通る点 $\boldsymbol{c}$ の超平面: $\mathcal{P}(\boldsymbol{w},\boldsymbol{c}) = \{\, \boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{w}\cdot(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{c}) = 0 \,\}$

  超平面（hyperplane）: 2次元空間の直線, 3次元空間の平面, ・・・

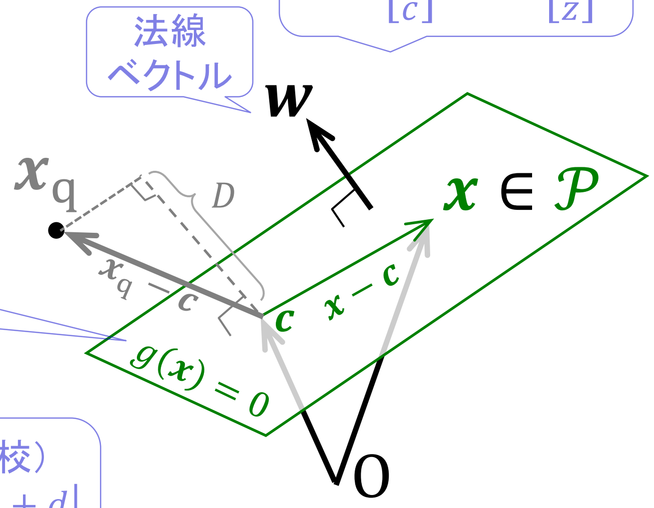
  $\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

  $\boldsymbol{x}$ の一次関数

  - $g(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{w}\cdot(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{c}) = -\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{c} + \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{x} = w_0 + w_1 x_1 + \cdots + w_n x_n = 0$

  定数なので w_0と置く

  例（$n = 3$次元）: 平面の方程式 $ax + by + cz + d = 0$



位置ベクトル

- 点 $\boldsymbol{x}_\mathrm{q}$ と超平面 $\mathcal{P}(\boldsymbol{w},\boldsymbol{c})$ の符号付き距離（signed distance）

$$D(\boldsymbol{x}_\mathrm{q},\mathcal{P}) = \left(\frac{\boldsymbol{w}}{\|\boldsymbol{w}\|}\right)\cdot(\boldsymbol{x}_\mathrm{q}-\boldsymbol{c}) = \frac{\boldsymbol{w}\cdot(\boldsymbol{x}_\mathrm{q}-\boldsymbol{c})}{\|\boldsymbol{w}\|}$$

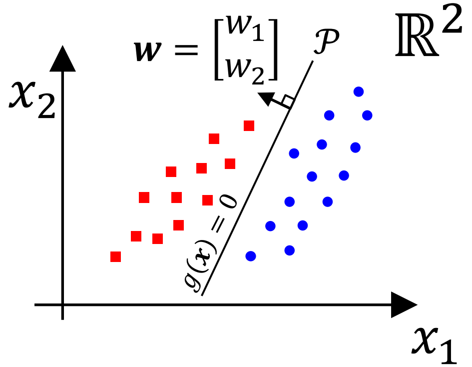
点と平面の距離（高校）

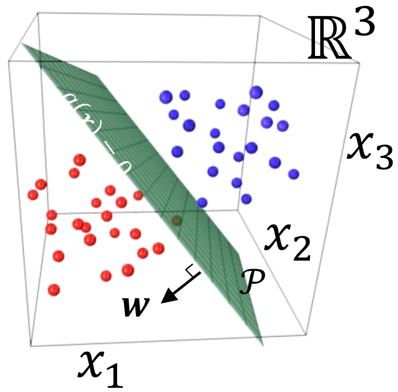
$$D = \frac{|ax_\mathrm{q} + by_\mathrm{q} + cz_\mathrm{q} + d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

  - $D(\boldsymbol{x}_\mathrm{q},\mathcal{P}) > 0 \Leftrightarrow g(\boldsymbol{x}_\mathrm{q}) > 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{x}_\mathrm{q}$ は $\boldsymbol{w}$ の正の側

    $D(\boldsymbol{x}_\mathrm{q},\mathcal{P}) = 0 \Leftrightarrow g(\boldsymbol{x}_\mathrm{q}) = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{x}_\mathrm{q} \in \mathcal{P}$ （面上）

    $D(\boldsymbol{x}_\mathrm{q},\mathcal{P}) < 0 \Leftrightarrow g(\boldsymbol{x}_\mathrm{q}) < 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{x}_\mathrm{q}$ は $\boldsymbol{w}$ の負の側





高次元データを符号で「識別」できます.

最後のメッセージ

情報科学・データ科学

『見る・聞く・考える』を『数学』に翻訳！

コンピュータ

(ﾟДﾟ)ｳﾏｰ ⇒ ~~明日~~今日から本気出す！