Esercizi Svolti su Amplificatori Operazionali

Giacomo Sturm

AA: 2023/2024 - Ing. Informatica

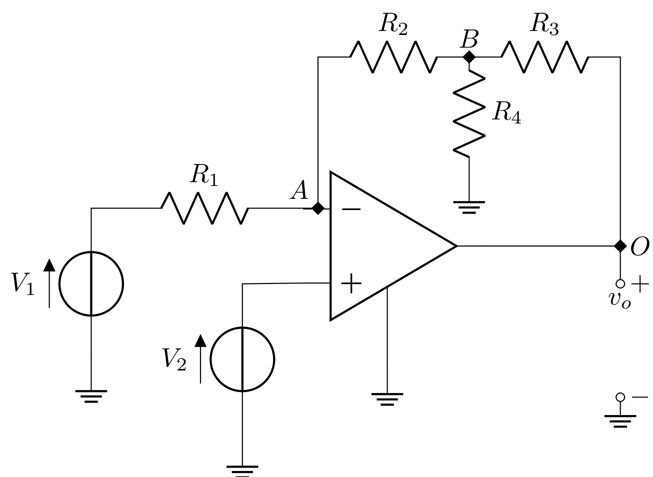
Sorgente del file LaTeX disponibile su
https://github.com/00Darxk/Elettrotecnica-ed-Elettronica

Indice

1 Esercizi Svolti il 10 Gennaio

1.1 Esercizio 1.1

Determinare la tensione in uscita V_o dal seguente circuito:



Il generatore V_2 connesso all'ingresso non invertente del circuito non verrà considerato nel calcolo dei nodi, poiché il suo contributo in corrente è nullo. Per la legge costitutiva di un operazionale ideale si ricava l'equazione di vincolo, ovvero il nodo A, all'ingresso invertente, si trova allo stesso potenziale dell'ingresso non invertente, ovvero ha una tension V_2, nota. Si risolve mediante il metodo dei nodi:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_3} \\ 0 & -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A = V_2 \\ V_B \\ V_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \frac{1}{R_1} \\ 0 \\ -i_x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_3} \\ 1 & -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ V_B \\ V_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}V_2 + \frac{1}{R_1}V_1 \\ \frac{1}{R_2}V_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si applica il metodo di Cramer per ottenere la tensione in uscita:

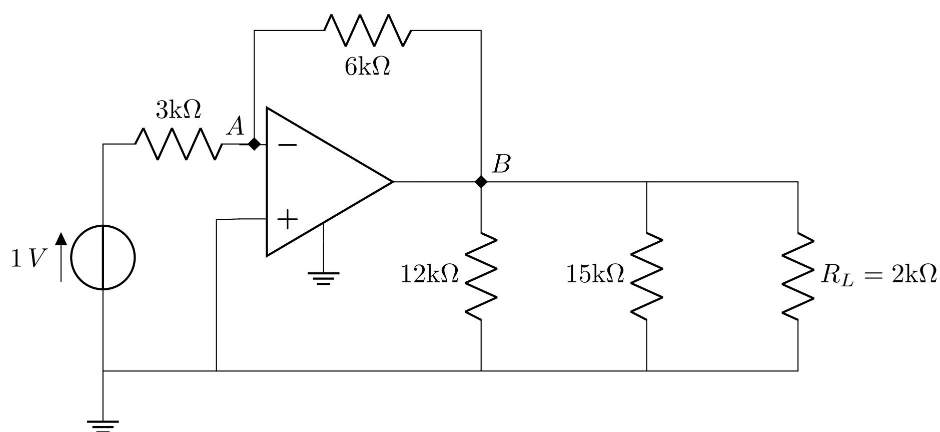
$$V_o = R_2R_3 \begin{vmatrix} 0 & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}V_2 + \frac{1}{R_1}V_1 \\ 0 & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_2}V_2 \\ 1 & -\frac{1}{R_3} & 0 \end{vmatrix}$$

$$V_o = V_2R_2R_3 \left[-\frac{1}{R_2^2}V_2 + \frac{1}{R_1}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) + \frac{1}{R_2}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)\right]$$
$$+V_1R_2R_3 \left[-\frac{1}{R_1}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)\right]$$

$$V_o = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_3R_4}{R_1R_3}V_2 - \frac{R_2(R_3 + R_3) + R_3R_4}{R_1R_4}V_1 \tag{1}$$

1.2 Esercizio 1.2

Determinare la potenza assorbita dal resistore R_L:



Per le leggi costitutive dell'amplificatore operazionale si ha $V_A = 0$, per cui si può direttamente esprimere l'equazione risolutiva del metodo dei nodi, con già sostituita la corrente i_x in uscita al posto di V_A:

$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{6} \\ 1 & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si applica il metodo di Cramer:

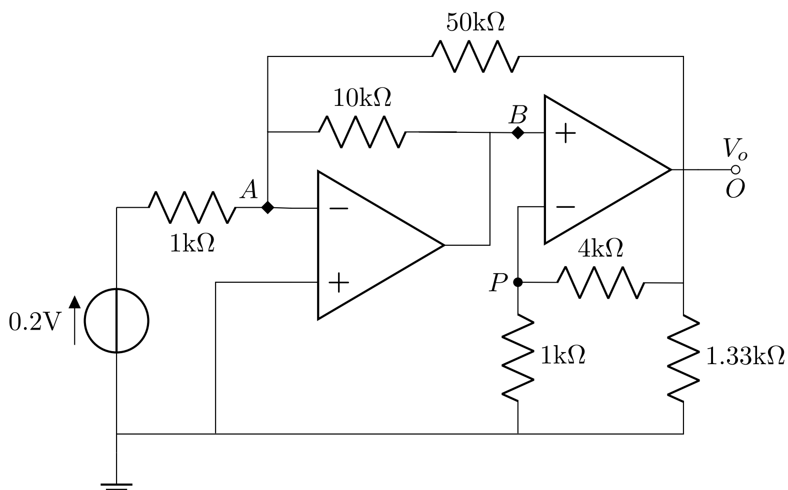
$$V_B = 6 \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 6\left(-\frac{1}{3}\right) = -2$$

La potenza si ottiene quindi come:

$$P_{R_L} = \frac{V_B^2}{R_L} = \frac{4\text{V}^2}{2\text{k}\Omega} = 2\text{mW} \tag{2}$$

1.3 Esercizio 1.3

Determinare il valore di V_o:



La tensione in uscita al secondo operazionale V_o è indipendente da ciò che entra nella sua entrata invertente. Passa una stessa corrente attraverso le due resistenze connesse al nodo P, poiché la corrente in entrata all'amplificatore è nulla, quindi non si biforca la corrente. Poiché la tensione di uscita V_o è fissata, e misurata rispetto alla massa comune, si può determinare la tensione del nodo P per la legge dei partitori di tensione, dato che le due resistenze sono virtualmente in serie:

$$V_P = 1\text{k}\Omega \frac{V_o}{5\text{k}\Omega} = \frac{V_o}{5}$$

Per la legge costitutiva degli amplificatori operazionali, la tensione misurata in P coincide alla tensione misurata sul nodo B, l'ingresso non invertente dell'amplificatore.

Quindi è possibile risolvere questo circuito utilizzando solo tre nodi A, B e O:

$$\begin{bmatrix} 1+\frac{1}{10}+\frac{1}{50} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{50} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} & 0 \\ -\frac{1}{50} & 0 & G_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -ix_1 \\ -i_{x_2} \end{bmatrix}$$

Si inseriscono i vincoli ottenuti precedentemente:

$$V_A = 0$$
$$V_B = \frac{V_o}{5}$$

L'equazione risolutiva diventa:

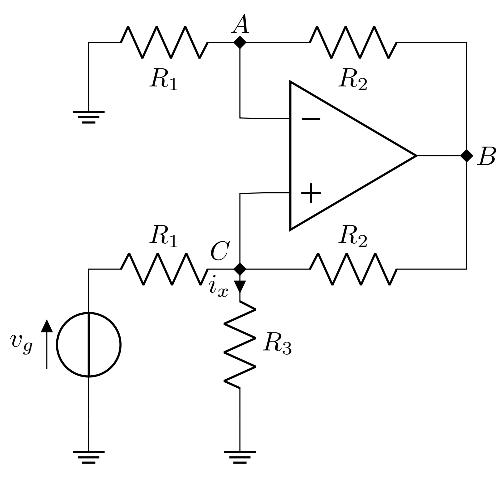
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{50}-\frac{1}{50} \\ 1 & 0 & -\frac{1}{50}+0 \\ 0 & 1 & G_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{x_1} \\ i_{x_2} \\ V_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si ricava la tensione in uscita tramite il metodo di Cramer:

$$V_o = -25 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0.2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -25 \cdot 0.2 = -5\text{V} \tag{3}$$

1.4 Esercizio 1.4

Determinare l'espressione della corrente i_x:



Per la legge costitutiva degli amplificatori operazionali, si ha che $V_A = V_C$. Si risolve mediante il metodo dei nodi:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{2}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C = V_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -i_{xo} \\ \frac{v_g}{R_1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ -\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_2} & \frac{2}{R_2} & 1 \\ \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ i_{xo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v_g}{R_1} \end{bmatrix}$$

Utilizzando il metodo di Cramer, si ottiene la seguente espressione per la tensione V_A:

$$V_A = V_C = \frac{1}{\frac{1}{R_2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+\frac{1}{R_2}\left(-\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3}\right)} \begin{vmatrix} 0 & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{R_2} & 1 \\ \frac{v_g}{R_1} & -\frac{1}{R_2} & 0 \end{vmatrix}$$

$$\frac{\frac{1}{R_2}\left(-\frac{v_g}{R_1}\right)}{\frac{1}{R_2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+\frac{1}{R_2}\left(-\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3}\right)}$$

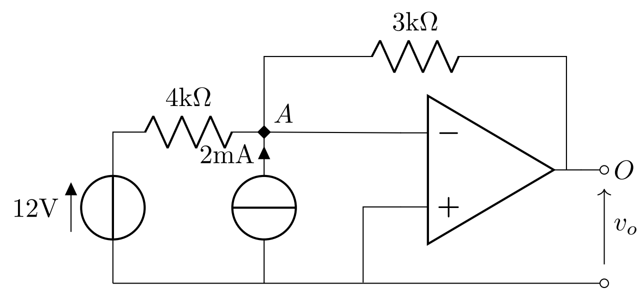
$$V_A = \frac{v_g R_3}{R_1}$$

La corrente i_x risulta quindi essere:

$$i_x = \frac{V_A}{R_3} = \frac{v_g}{R_1} \tag{4}$$

1.5 Esercizio 1.5

Determinare il valore di v_o:



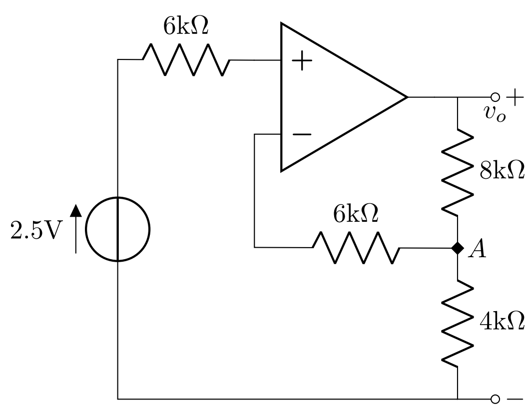
Poiché $V_A = 0$, si indica come incognita la corrente in uscita dall'amplificatore i_x:

$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{3} \\ 1 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ V_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12}{4} + 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_o = 3 \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -15\text{V} \tag{5}$$

1.6 Esercizio 1.6

Determinare il valore di v_o:

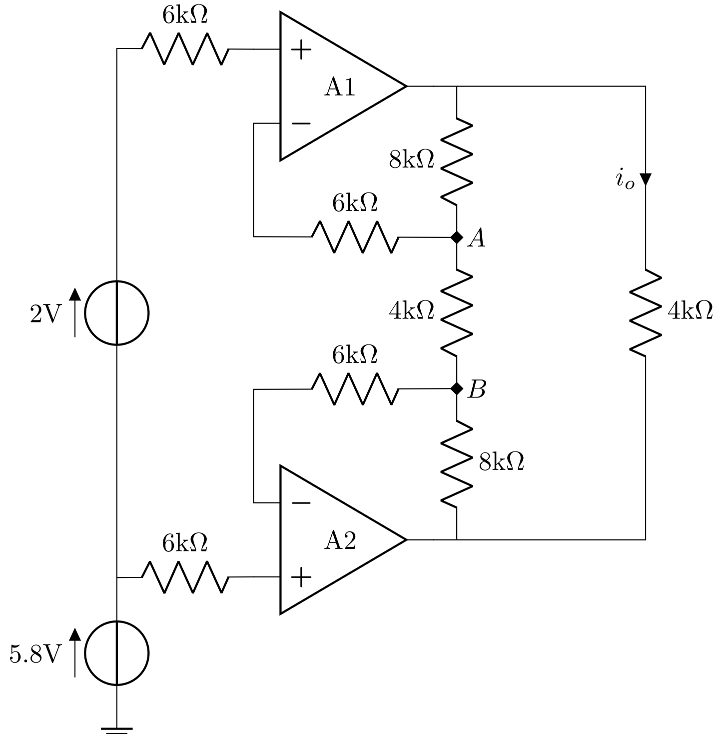


Poiché la corrente in entrata all'ingresso non invertente è nulla, per la legge costitutiva degli amplificatori, la tensione allo stesso ingresso coincide con la tensione erogata dal generatore a valle. Poiché anche la corrente in entrata all'ingresso invertente è nulla, la tensione che si trova al morsetto di ingresso, coincide alla tensione sul nodo A, poiché la resistenza che li collega non provoca una caduta di tensione, essendo attraversata da una corrente nulla. A questo punto per la legge del partitore di tensione inversa si ricava la tensione v_o, poiché la tensione V_A è fissa:

$$V_A = \frac{4\text{k}\Omega}{(8+4)\text{k}\Omega} v_o$$
$$v_o = 3V_A = 3 \cdot 2.5\text{V} = 7.5\text{V}$$

1.7 Esercizio 1.7

Determinare il valore di corrente i_o:



Per la legge costitutiva degli amplificatori, il potenziale sulla porta in entrata di A1 è pari alla somma delle tensioni erogate tra i generatori:

$$v_{1,in} = 7.8\text{V}$$

Mentre il potenziale in entrata al secondo operazionale equivale alla tensione erogata dal generatore più a valle:

$$v_{2,in} = 5.8\text{V}$$

Poiché le correnti in entrata sono nulle, le resistenze di 6kΩ non provocano una caduta di tensione, per cui sui nodi A e B sono presenti rispettivamente i potenziali $v_{1,in}$ e $v_{2,in}$. Per cui la tensione sul resistore da 4kΩ si ottiene come la differenza tra i potenziali di A e B:

$$V_{4\mathrm{k}\Omega} = V_A - V_B = v_{1,in} - v_{2,in} = 2\mathrm{V}$$

La corrente che fluisce per la resistenza 4kΩ è la stessa che attraversa le due resistenza da 8kΩ, per cui si può ricavare la tensione ai capi della tre resistenze in serie:

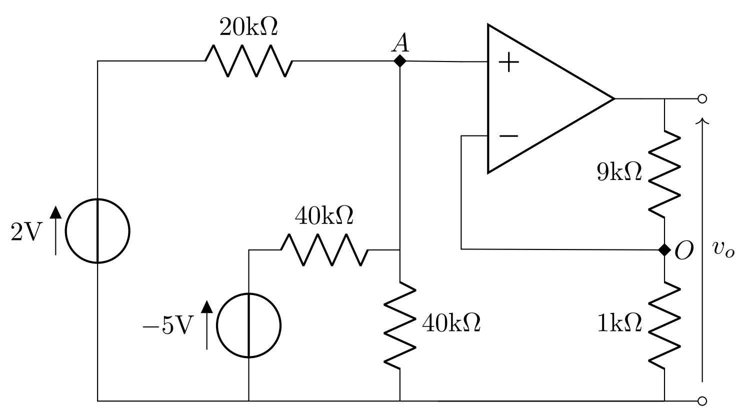
$$i_{4\mathrm{k}\Omega} = \frac{2\mathrm{V}}{4\mathrm{k}\Omega} = \frac{1}{2}\mathrm{mA}$$
$$V_x = (8+8+4)\mathrm{k}\Omega \cdot \frac{1}{2}\mathrm{mA} = 10\mathrm{V}$$

La corrente i_o si ottiene quindi come:

$$i_x = \frac{V_x}{4\mathrm{k}\Omega} = \frac{10}{4}\mathrm{mA} = 2.5\mathrm{mA} \tag{6}$$

1.8 Esercizio 1.8

Determinare il valore di v_o:



Questo circuito rappresenta un inseguitore di tensione, poiché l'amplificatore è connesso in modo tale che il potenziale inserito nel morsetto non invertente viene trasferito sul nodo O. Poiché la corrente in entrata è nulla, non è presente una retroazione, può essere risolto separatamente dall'amplificatore il circuito di sinistra per calcolare il potenziale del nodo A, in seguito si applica al nodo O e tramite la legge dei partitori di tensione si ottiene la tensione in uscita dalla rete. Si calcola mediante il metodo dei nodi il potenziale V_A:

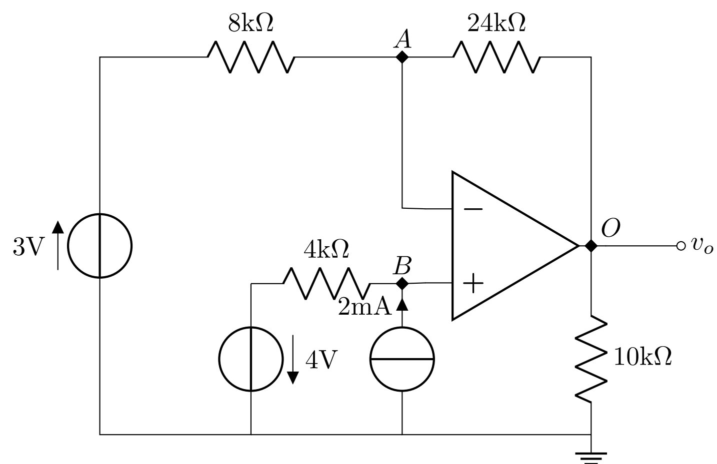
$$V_A = \frac{\frac{2}{20} - \frac{5}{40}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{40}}\mathrm{V} = -\frac{1}{4}\mathrm{V}$$

La tensione in uscita si ottiene come:

$$V_o = \frac{(1+9)\text{k}\Omega}{1\text{k}\Omega} V_A = -2.5\text{V}$$

1.9 Esercizio 1.9

Determinare la tensione in uscita v_o:



Si calcola il potenziale sul nodo B, morsetto non invertente dell'operazionale, tramite la legge dei partitori di tensione:

$$V_B = \frac{-\frac{4}{4}+2}{\frac{1}{4}}\text{V} = 4\text{V}$$

I potenziali ad entrambi i morsetti dell'operazionale sono uguali, per cui $V_A = V_B$, si inserisce questa equazione di vincolo direttamente nell'equazione risolutiva mediante il metodo dei nodi:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{8}+\frac{1}{24} & -\frac{1}{24} \\ -\frac{1}{24} & \frac{1}{24}+\frac{1}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} \\ -i_x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{24} \\ 1 & G_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{8}-\frac{4}{6} \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

Si calcola la tensione in uscita tramite il metodo di Cramer:

$$v_o = 24 \begin{vmatrix} 0 & \dfrac{9-16}{25} \\ 1 & \dfrac{1}{6} \end{vmatrix} = 7\text{V} \tag{7}$$