Esercizi Svolti su Circuiti a Corrente Alternata

Giacomo Sturm

AA: 2023/2024 - Ing. Informatica

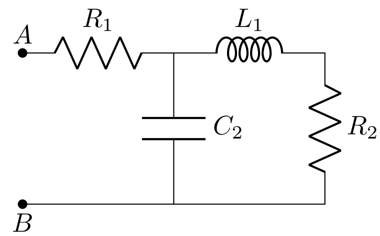
Sorgente del file LaTeX disponibile su
https://github.com/00Darxk/Elettrotecnica-ed-Elettronica

Indice

1 Esercizi Svolti il 24 Novembre

1.1 Esercizio 1

Calcolare i valori di resistenza e capacità equivalente, del seguente circuito in regime sinusoidale alla pulsazione di $\omega = 2\,\mathrm{rad}/s$:



$$C_2 = 0.5\,F$$
$$L_1 = 1\,H$$
$$R_1 = R_2 = 1\,\Omega$$

Si può risolvere applicando trasformazioni in serie ed in parallelo dell'impedenza:

$$z_1 = j\omega L_1 + R_2 = 2j + 1$$
$$z_2 = -j\frac{1}{\omega C_2} = -j$$
$$z_3 = R_1 = 1$$

Si considera il parallelo tra z_1 e z_2:

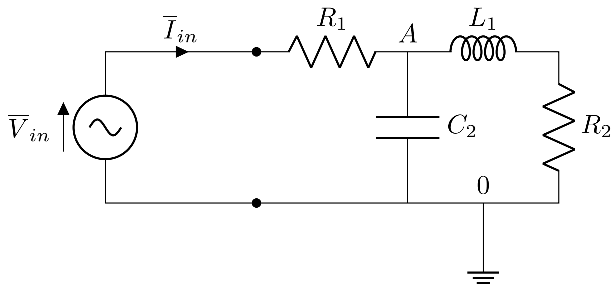
$$z_{p12} = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} = \frac{-j(1+2j)}{1+2j-j} = \frac{-j+2}{1+j} \cdot \frac{1-j}{1-j}$$
$$z_{p12} = \frac{1-3j}{2}$$

Si considera la serie tra z_{p12} e z_3:

$$z_{AB} = z_{p12} + z_3 = \frac{1}{2} + j\frac{3}{2} + 1 = \frac{3}{2} + j\frac{3}{2}$$

$$R_{eq} = \frac{3}{2}\,\Omega \tag{1}$$
$$C_{eq} = \frac{2}{3}\,\Omega \cdot \omega = \frac{1}{3}F \tag{2}$$

Alternativamente per trovare l'impedenza equivalente della rappresentazione Thevenin si considera un generatore che ergoa una tensione $\overline{V}_{in}$, e si risolve mediante il metodo dei nodi o delle maglie:



La matrice delle ammettenze modali diventa solamente l'autoammettenza del nodo A:

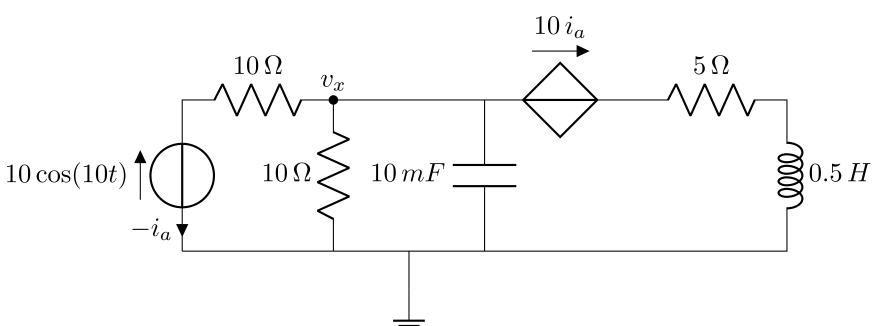
$$(y_1 + y_2 + y_3)\overline{V}_A = \overline{V}_{in} y_3$$
$$\overline{I}_{in} = \frac{\overline{V}_{in} - \overline{V}_A}{z_3}$$
$$z_{in} = \frac{\overline{V}_{in}}{\overline{I}_{in}}$$

Si calcola ora numericamente:

$$\overline{V}_{in} = 1\,V$$
$$\overline{V}_A = \frac{y_3}{y_1 + y_2 + y_3} \cdot 1\,V$$
$$\overline{V}_A = \frac{1}{\frac{1}{1+2j} - \frac{1}{j} + 1} = \frac{1}{\frac{j-1-2j-j(1+2j)}{j(1+2j)}} = \frac{j(1+2j)}{j - 1 - 2j + j - 2}$$
$$\overline{V}_A = \frac{j-2}{-3}$$
$$\overline{I}_{in} = 1 + \frac{j-2}{3} = \frac{3 + j - 2}{3} = \frac{1+j}{3}$$
$$z_{in} = \frac{1}{1+j} \cdot \frac{1-j}{1-j} \cdot 3 = \frac{3}{2} + j\frac{3}{2}$$

1.2 Esercizio 2

Calcolare l'espressione a regime della tensione di nodo v_x:



Si risolve mediante il metodo dei nodi. Si considerano per ogni lato le loro impedenze:

$$z_1 = z_2 = 10\,\Omega$$
$$z_3 = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{10 \cdot 10 \times 10^{-3}} = -10j\,\Omega$$
$$z_4 = 5\,\Omega + \omega L = 5\,\Omega + 5j\,\Omega$$

Poiché oltre al nodo di salto è presente un solo nodo, per il metodo dei nodi si ottiene un'unica equazione:

$$(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)\overline{V}_x = \overline{V}_{in} y_1 - 10\overline{I}_a y_4$$

Si esprime il vincolo del pilota:

$$\overline{I}_a = (\overline{V}_{in} - \overline{V}_x) y_1$$

Per cui l'equazione dei nodi diventa:

$$(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)\overline{V}_x = \overline{V}_{in} y_1 - 10(\overline{V}_{in} - \overline{V}_x) y_1 y_4$$
$$(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 - 10 y_1 y_4)\overline{V}_x = \overline{V}_{in}(y_1 - 10 y_1 y_4)$$
$$\overline{V}_x = \frac{\overline{V}_{in}(y_1 - 10 y_1 y_4)}{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 - 10 y_1 y_4)}$$

Si calcolano le ammettenze:

$$y_1 = y_2 = \frac{1}{10}\,\Omega^{-1}$$
$$y_3 = \frac{j}{10}\,\Omega^{-1}$$
$$y_4 = \frac{1}{5 + 5j}\,\Omega^{-1} = \frac{1}{10}\,\Omega^{-1} - \frac{j}{10}\,\Omega^{-1}$$

Da cui si ottiene un fasore di nodo:

$$\overline{V}_x = 2 + 4i$$
$$|\overline{V}_x| = \frac{10}{\sqrt{5}}$$
$$\varphi = \arctan\left(\frac{4}{2}\right) \cdot \frac{180°}{\pi} = 63.4°$$

Per cui l'espressione della tensione di nodo corrisponde a:

$$v_x = |\overline{V}_x| \cos(\omega t + \varphi) = \frac{10}{\sqrt{5}} \cos(10t + 63.4°) \tag{3}$$