질문 정리

1. 복소 푸리에급수를 전개할 때 n=0에서 C0가 발산 하는 경우에 C0를 다시 구해야 했었는데, 푸리에 변환에서 sin α / α 으로 나온다면 α =0 일 때 값을 다시 구해줘야 하는가?

이경우 구해주지 않아도 됩니다.

푸리에 변환한 것을 다시 역변환할 때 α에 대해 적분하게 되는데, 이 적분은 원래 $\lim_{p\to\infty}\sum_1^\infty \mathrm{f(n/p)} * 1/\mathrm{p}$ 입니다. n/p가 α이고, α가 0에서도 우극한과 좌극한값이 있으면, 연속하는 것이고 그러면 적분에 문제가 없습니다. 그래서 α가 0일때도 적분이 가능한 것이기 때문에 개념적으로 문제는 없습니다. 하지만, 푸리에 변환한 진동수 스펙트럼을 그래프에 그리려고 그 함수를 그대로 넣을 때는 약간의 문제가 생기기 때문에 그래프 그릴때는 α값을 구해줘도 되겠습니다.

2. 진동수 스팩트럼을 그릴 때 푸리에변환한 것이 분모가 0일 때 좌극한 우극한도 무한대가 되는 경우가 있는데 괜찮은가?

원래 그렇습니다. 이건 델타 함수를 사용해서 표현하게 되는데, 이것은 "라플라스 변환"을 조금 배울때 설명을 해보겠습니다.

3. 푸리에 적분할 때 $\frac{1}{2\pi}\int\int f(x) * e^{-i\alpha x}dx * e^{i\alpha x}\, d\alpha$ 와 $\frac{1}{2\pi}\int\int f(x) * e^{i\alpha x}dx * e^{-i\alpha x}\, d\alpha$ 가 같은 것으로 배웠지만, 푸리에 변환을 할때는 달라지지 않는가?

푸리에 적분, 그러니까 푸리에 변환과 역변환을 모두 하면 같아집니다. 그런데, 푸리에 변환 테이블을 사용하거나, 진동수 스펙트럼을 표현하고자 할 때, $\int f(x) * e^{-i\alpha x}dx$ 이렇게 된 형태를 보통 사용하기 때문에(전통적으로) 푸리에 변환에서는 $e^{-i\alpha x}$를 사용하고 역변환에서 $e^{i\alpha x}$이렇게 사용해야 합니다.

4. 책에서 푸리에 변환 할 때 $\sqrt{\frac{\pi}{2}}\int f(x) * e^{-i\alpha x}dx$ 라고 되있고, 강의노트에는 $\int f(x) * e^{-i\alpha x}dx$라고 되어있던데, 무엇이 맞는가.

책에서 $\sqrt{\frac{1}{2\pi}}\int f(x) * e^{-i\alpha x}dx$ 라고 되어있는 것은 푸리에 적분에 있던 $\frac{1}{2\pi}\int\int f(x) * e^{-i\alpha x}dx * e^{i\alpha x}\, d\alpha$ 의 앞의 상수 $\frac{1}{2\pi}$를 푸리에 변환과 푸리에 역변환을 대칭적으로 나누기 위해 그렇게 되어있는 것입니다. 역변환까지 하면 두개가 같아지는 것이라, 결과적으로는 같은 변환입니다. 푸리에 변환을 $\int f(x) * e^{-i\alpha x}dx$로 표현하면, 주파수로 변환을 할 때 더 낫습니다. 어떤 방식이 낫다 라고 생각된다면, 그 방식으로 하고 그렇게 표현했다고 말하면 되겠습니다. 그렇지 않으면, 역변환할때 $\frac{1}{2\pi}$를 곱하는 것으로 할께요.

5. 왜 어떤 구간에서 f(x)가 절대 적분가능 해야하나?

어떤 구간이란 좌극한,우극한 구간을 포함하기 때문에 우극한 좌극한 범위에서 적분이 가능해야 합니다. 그래야 푸리에 변환과정에서의 f'(x), f''(x)가 좌,우 극한에서 0으로 가게 되기 때문에 변환

을 적용할수 있게 됩니다.

6. 강의 6번에서 마지막 문제

이 문제는 같이 풀어보지 않고 넘어갔었는데, 강의노트에서 풀이는 일반사 확장한 것으로 풀이가 되어있습니다. 그래서 P=1로 풀이 되어있습니다.