

Trabajo práctico especial

Santiago Alberto Balog

Modelos y Simulaciones 2020

Introducción

El problema que se presentó en este trabajo fue realizar simulaciones de dos modelos diferentes para una sucursal bancaria, donde tienen dos cajeros para operar extracciones o depósitos de dinero. Estos modelos tienen en común las siguientes características:

- Los clientes llegan al banco de acuerdo a un *proceso de Poisson homogéneo NC* con tasa $\lambda = 6$ clientes por minuto.
- El *tiempo de servicio al cliente provisto por el cajero 1, TS1*, es una variable aleatoria independiente del proceso de arribo de los clientes a la cola y tiene densidad exponencial con razón $\lambda = 4$ minutos.
- El *tiempo de servicio al cliente provisto por el cajero 2, TS2*, es una variable aleatoria independiente del proceso de arribo de los clientes a la cola y tiene densidad exponencial con razón $\lambda = 3$ minutos.
- Cuando un cliente se retira de un cajero, inmediatamente ingresa el siguiente (si hay alguno esperando) o queda libre, es decir, el tiempo entre la salida de un cliente y la llegada del siguiente en la cola es despreciable.

Por otro lado, los dos modelos a estudiar se diferencian en la cantidad de colas que tienen y cómo se comportan los clientes con respecto a estas.

El primer modelo consiste en tener una sola cola común a los dos cajeros y al llegar un cliente pueden ocurrir las siguientes situaciones:

- Que el cajero 1 esté desocupado y no hay clientes en la fila, entonces el cliente utiliza ese cajero,
- o que el cajero 1 esté ocupado y el cajero 2 está libre, en cuyo caso el cliente se dirige directamente al cajero 2.
- Si ambos cajeros se encuentran ocupados el cliente se coloca al final de la cola.
- Cuando un cajero se desocupa la persona que se encuentra al principio de la cola comienza a utilizar ese cajero de forma inmediata.

El segundo modelo consiste en que cada cajero automático tiene su propia cola de espera y que al llegar un cliente se comporta de la siguiente manera:

- Si ambos cajeros se encuentran disponibles el cliente utiliza el cajero 1.
- Si el cajero 1 se encuentra ocupado, pero el cajero 2 está disponible el cliente utiliza el cajero 2.
- Si ambos cajeros se encuentran ocupados el cliente se forma en la fila que tenga menos clientes esperando.
- Si al llegar un cliente ambas colas tienen el mismo tamaño (o ambas están vacías), va al cajero 1.
- Cuando un cajero se desocupa la persona que se encuentra al principio de la cola correspondiente a ese cajero comienza a utilizarlo.

El procedimiento que se realizó para simular los modelos fue mantener en una lista con los datos de los clientes, ya sea que tenían que esperar o que estaban usando algún cajero, de esta forma se pudo

procesarlos de acuerdo al tiempo en que llegaban a la sucursal bancaria y a el tiempo que pasaban en los cajeros.

Algoritmo y descripción de las Variables

El algoritmo que se implementó para la simulación contempló que cualquier cliente que llegaba tenía que pasar por la fila de espera aunque los cajeros estén disponibles (es el caso en que la fila está vacía), pero en el caso de que los cajeros estén ocupados el cliente queda esperando el final de la fila.

Para el caso de dos filas, primero se controló cuan ocupadas estaban las filas y los cajeros para saber porque fila debía pasar el cliente, porque una vez que entra en una fila ya no tiene posibilidad de cambiarse.

Constantes

- **NC** : proceso de Poisson homogéneo con tasa $\lambda = 6$ clientes por minuto
- **TS1** : tiempo de servicio al cliente provisto por el cajero 1 y tiene densidad exponencial con razón $\lambda = 4$ minutos.
- **TS2** : tiempo de servicio al cliente provisto por el cajero 2 y tiene densidad exponencial con razón $\lambda = 3$ minutos.
- **nClientes** : Cantidad de clientes que llegan a la sucursal bancaria.

Variables

- **Cajero1 / Cajero2** : Estado de los cajeros, *True* significa que están disponibles y *False* si se están ocupando.
- **uso_de_cajero1** : Guarda la cantidad de clientes que usaron el cajero 1.
- **FilaDeEspera / FilaDeEspera1 / FilaDeEspera2** : Colas de tipo FIFO (First Input - First Out), utilizadas para simular las colas de la sucursal.
- **TiemposDeUso** : Tiempo que el cliente *i*-ésimo utilizó el servicio.
- **LlegadaDeCliente** : Lista donde almacena el tiempo en que llegan los *N* clientes simulados, el *i*-ésimo elemento corresponde al tiempo de llegada del cliente *i*-ésimo.
- **ProximoCliente** : Contiene a los próximos clientes que debe procesar el sistema y los almacena de la forma (tiempo, cliente, estado):
 - tiempo : tiempo en que sucede la acción.
 - cliente : identificador del cliente, funciona como un id.
 - estado : estados en que los clientes pueden estar:
 - "espera" significa que el cliente llega a la sucursal, los clientes inician siempre en dicho estado aunque sea el primero.
 - "cajero1" significa que el cliente utilizó el cajero 1.
 - "cajero2" significa que el cliente utilizó el cajero 2.

Variable Temporal

- **datosActualizados** : mantiene temporalmente los datos actualizados de un cliente para que el sistema lo procese.

Algoritmos

El programa empieza con las constantes *nClientes*, *NC*, *TS1* y *TS2* definidas con 1000, 6, 4 y 3 respectivamente.

Ambos modelos empiezan inicializando las variables y listas que se usarán en el algoritmo, primero tenemos a *Cajero1* y *Cajero2* que se les da el valor *True* para marcar que están disponibles, también

está la variable *uso_de_cajero1* que inicializa en 0 porque aún no fue usado el cajero 1 por ningún cliente. Después siguen las listas, donde cada una tiene una forma diferente de inicializarse:

- *FilaDeEspera* (en el modelo de una cola) y *FilaDeEspera1* / *FilaDeEspera2* (en el modelo de dos colas), las tres listas se inicializan con el módulo Queue que tiene la particularidad de hacer que las listas funcionan como FIFO.
- *TiemposDeUso* empieza siendo una lista de 0 (ceros) de tamaño nClientes.
- *LlegadaDeCliente* que toma sus valores de la lista que retorna la función eventosPisbon.
- *ProximoCliente* inicializa siendo una lista de ternas de tamaño nClientes, donde el primer parámetro de cada terna corresponde a los tiempos almacenados en *LlegadaDeCliente*, luego el segundo parámetro es el identificador del cliente, y por último en el tercer parámetro todas las ternas empiezan con el estado "espera".

Ahora si, una vez que se terminó de inicializar toda variable y lista, viene el primer chequeo en un *while*, que lo que hace es chequear que haya clientes por procesar, la única forma de que no entre en el *while* es que ya haya procesado a todos los clientes ó que nunca llegue ninguno, lo cual es absurdo que suceda lo último ya que inicializamos la constante nClientes con 1000

Modelo de una cola

Para la simulación se procesa uno por uno los eventos hasta que no quede ninguno en *ProximoCliente*.

El procesar un evento consiste en:

- Si el estado del cliente es "esperar" : se agrega el identificador del cliente a la cola *FilaDeEspera*
- Si el estado del cliente es "cajero1" : esto implica que el cliente ya usó el cajero 1, por lo que ahora lo liberamos poniendo *Cajero1* en True, y se calcula el tiempo que el cliente estuvo en el sistema.
- Si el estado del cliente es "cajero2" : esto implica que el cliente ya usó el cajero 2, por lo que ahora lo liberamos poniendo *Cajero2* en True, y se calcula el tiempo que el cliente estuvo en el sistema.

Una vez procesado el cliente, pasamos a chequear si se encuentra en la fila de espera, lo cual es lo mismo que chequear si hay algún cliente en la fila de espera dado que esta es de tipo FIFO:

- Si hay algún cliente en la cola, pasamos a comprobar si algún cajero está disponible:
 - De ser el caso en que el cajero 1 está disponible, entonces el cliente lo ocupa cambiando la variable *Cajero1* como False, luego actualizamos los datos del cliente (al tiempo anterior del cliente le sumamos lo que tardó en usar el cajero 1, y el estado pasa a ser "cajero1"), a estos datos actualizados se los inserta en la lista *ProximoCliente*, aumentamos en 1 a la variable *uso_de_cajero1*.
 - Para el caso en que el cajero 1 está ocupado y el cajero 2 está disponible, realizamos de manera análoga el procedimiento anterior para el cajero 1, pero esta vez para el cajero 2, salvo que para el cajero 2 no tenemos una variable que cuente la cantidad de clientes que usaron el cajero 2.

Por último borramos los datos viejos del cliente que ya procesamos.

Al final del programa de simulación retornamos la lista *TiemposDeUso* que tendrá los tiempos que cada cliente paso en el sistema, y también retornamos la proporción de clientes que usaron el cajero 1.

Modelo de dos colas

El procedimiento para simular los clientes es similar a como lo hicimos en el modelo anterior de una cola, solo que acá se tiene en cuenta lo que se aclaró en un principio de cómo tenía que funcionar:

- Para los dos casos en que el estado podía ser “cajero1” o “cajero2”, se resuelve igual que en el modelo anterior.
- Cambia si el estado del cliente es “esperar” :
 - Primero se chequea si una fila tiene menos clientes que la otra, en cuyo caso el cliente se forma en la fila más liberada.
 - Pero si ambas filas tienen igual cantidad de clientes, entonces se chequean los estados de los cajeros:
 - Si el cajero 1 está disponible o si ambos cajeros están ocupados, entonces el cliente se forma en la fila 1.
 - De lo contrario, el cliente se forma en la fila 2.

Una vez que ya se haya procesado el cliente chequeamos, como se hizo en el modelo anterior de una cola, si hay algún cliente esperando por usar los servicios de algún cajero:

- Si hay algún cliente en la fila de espera para el cajero 1 y además este está disponible, entonces el cliente lo ocupa. Los pasos son los mismo que el algoritmo del modelo anterior.
- Para el caso en que haya algún cliente en la fila de espera para el cajero 1 y además este está disponible, este se resolverá de forma análoga al caso anterior

El resto es igual al modelo de una cola.

Resultados

Las simulaciones que realice son de 1000 clientes, y se obtuvo lo siguiente:

Modelo una cola - 1000 clientes

- El tiempo medio que el cliente pasa en el sistema es: 0.77 min
- Su correspondiente desviación estándar es: 0.64 min
- La proporción de clientes atendidos por el cajero 1 es: 60.3%

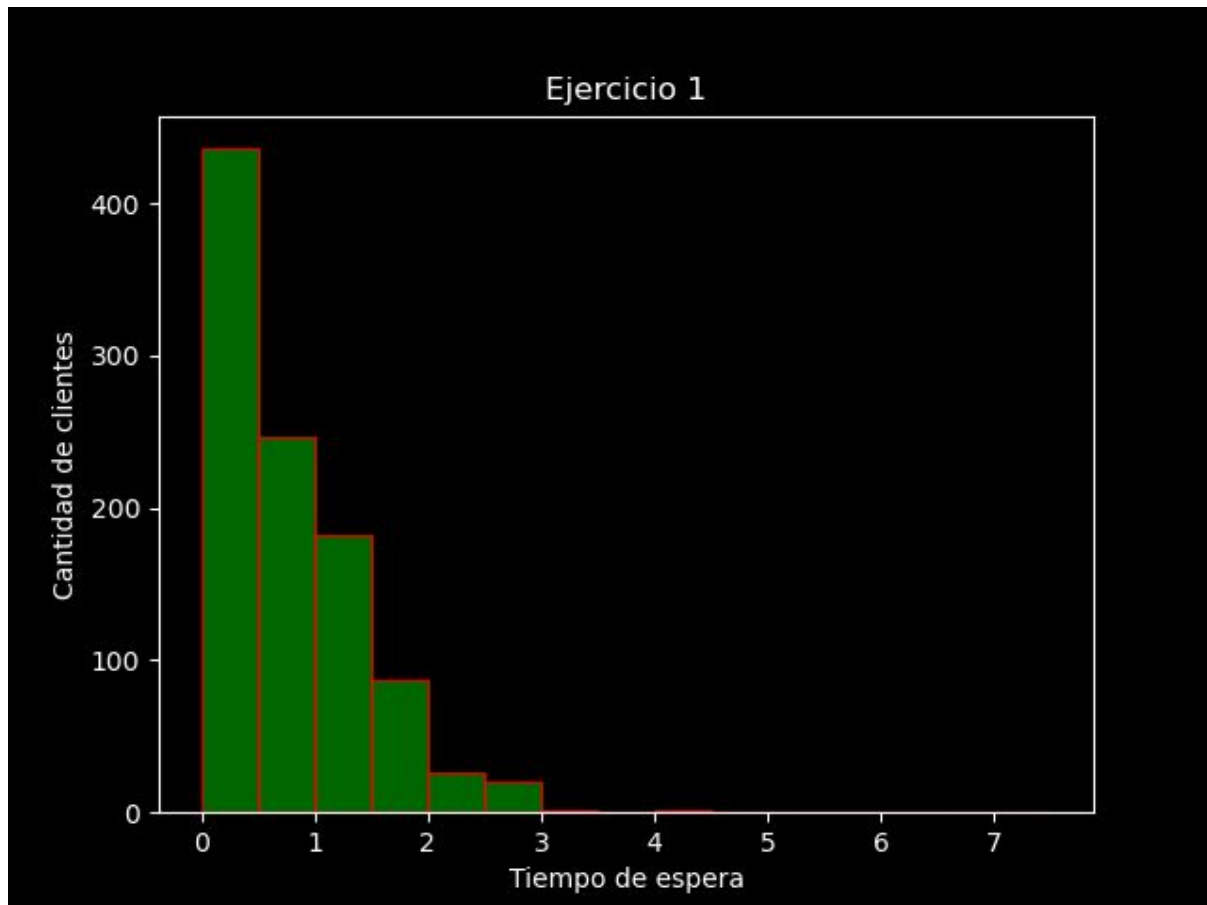


Figura 1: Tiempos que los clientes permanecen en el sistema - Modelo de una cola

En el histograma de la Figura 1 se puede observar la gran cantidad de clientes que permanecen menos de un minuto en el sistema, pero también se ven muchos clientes que permanecen 1 minuto o más tiempo en el sistema.

Modelo dos cola - 1000 clientes

- El tiempo medio que el cliente pasa en el sistema es: 0.808 min
- Su correspondiente desviación estándar es: 0.73 min
- La proporción de clientes atendidos por el cajero 1 es: 59.8%

En el histograma de la Figura 2 se aprecia que hubo un aumento en la cantidad de personas que permanecen más de 3 minutos en el sistema.

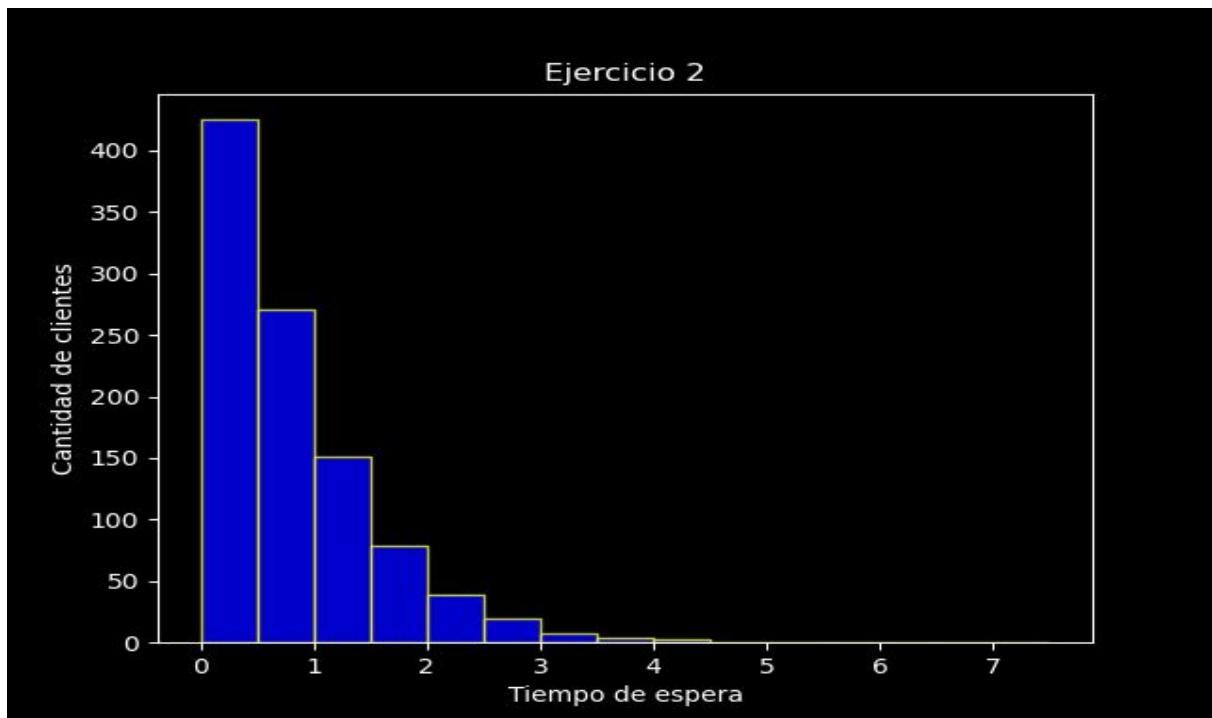


Figura 2: Tiempos que los clientes permanecen en el sistema - Modelo de dos colas

Comparación entre modelos - 1000 clientes

La diferencia más clara la podemos notar si superponemos ambos histogramas como se ve en la Figura 3.

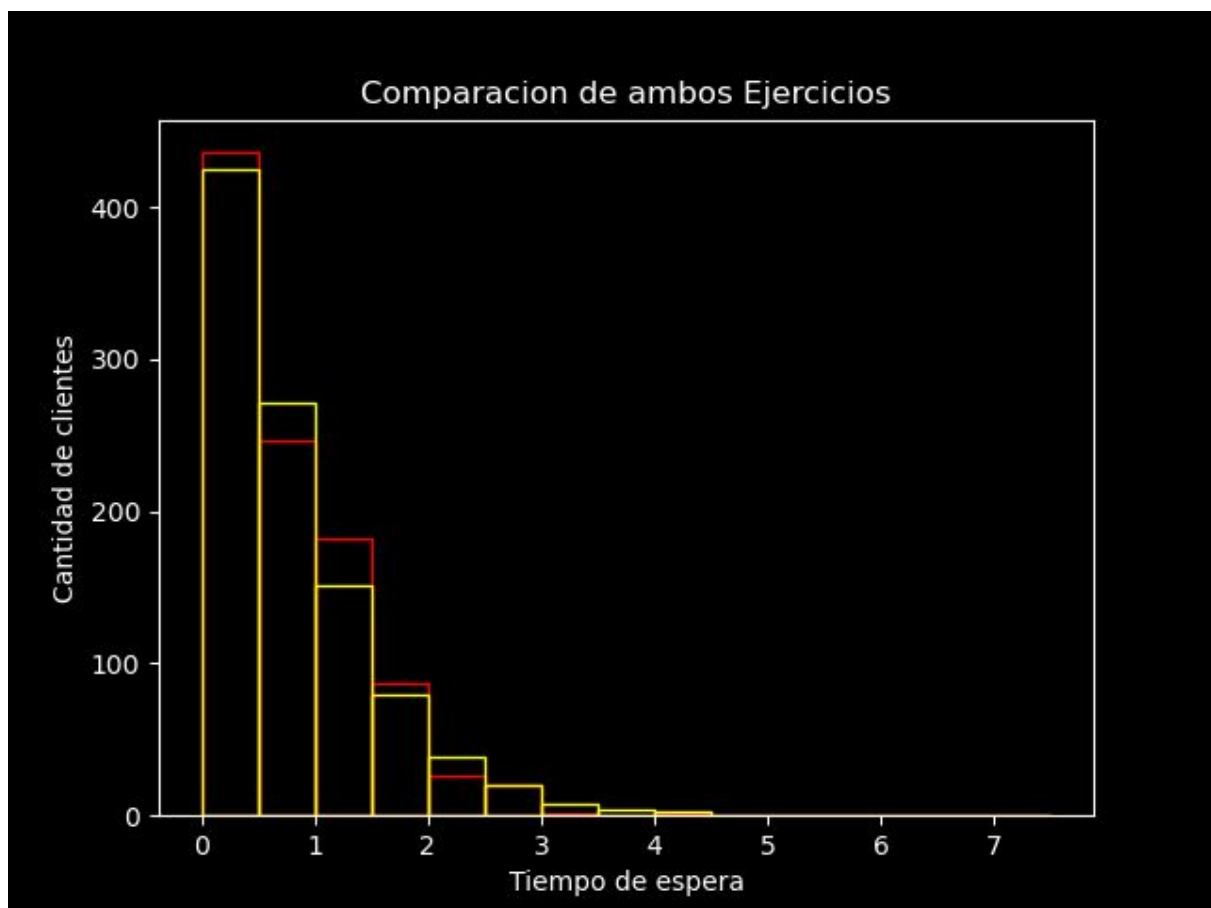


Figura 3: Tiempos que el cliente permanece en el sistema - Una cola y dos colas

Para notar mayor diferencia entre un modelo y otro se realizó una segunda simulación pero con 10000 clientes.

Modelo una cola - 10000 clientes

- El tiempo medio que el cliente pasa en el sistema es: 1.139 min
- Su correspondiente desviación estándar es: 1.049 min
- La proporción de clientes atendidos por el cajero 1 es: 58.68%

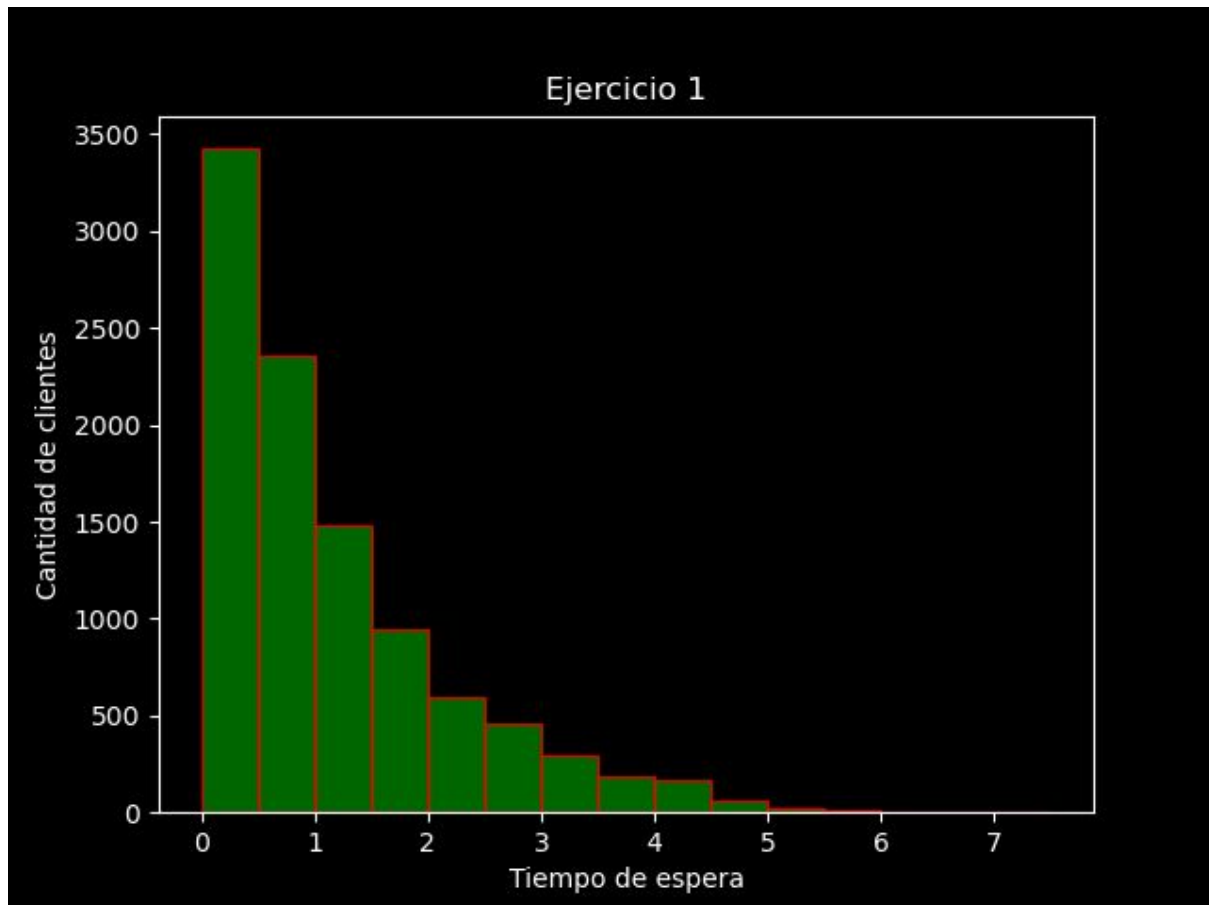


Figura 1: Tiempos que los clientes permanecen en el sistema - Modelo de una cola

En el histograma de la Figura 1 a diferencia de la simulación anterior ahora se puede observar la gran cantidad de clientes que permanecen más de un minuto en el sistema incluso más de 3 minutos.

Modelo dos cola - 10000 clientes

- El tiempo medio que el cliente pasa en el sistema es: 1.193 min
- Su correspondiente desviación estándar es: 1.132 min
- La proporción de clientes atendidos por el cajero 1 es: 58.38%

En el histograma de la Figura 2 se aprecia que hubo un aumento en la cantidad de personas que permanecen más de 3 minutos en el sistema, más que en el modelo de una cola.

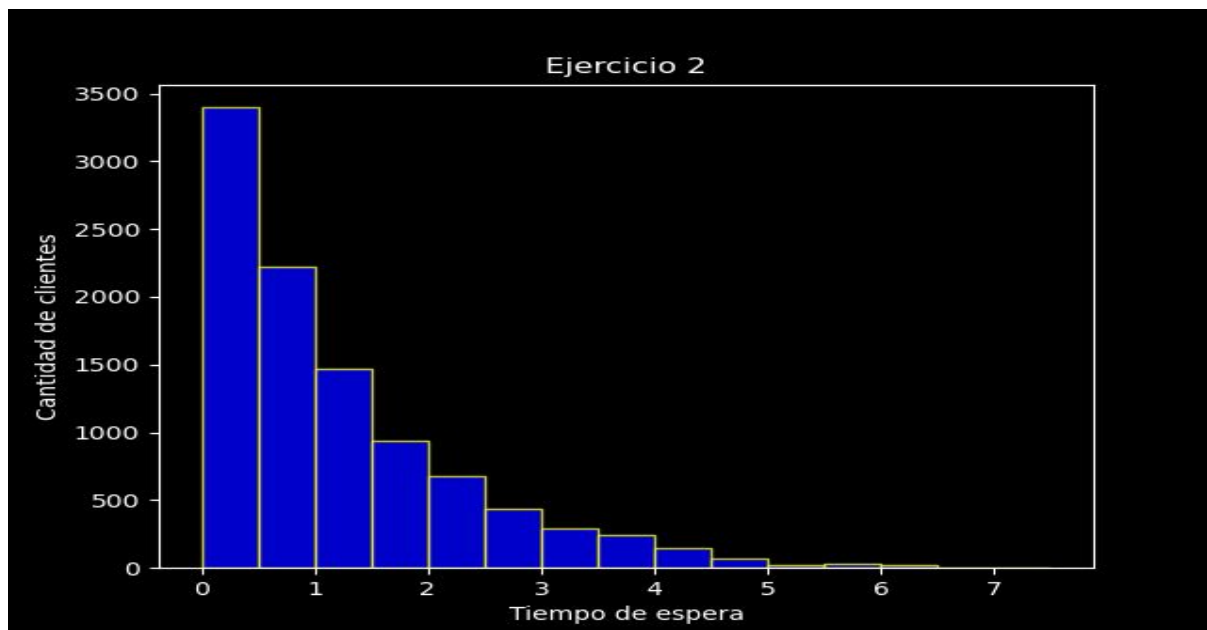


Figura 2: Tiempos que los clientes permanecen en el sistema - Modelo de dos colas

Comparación entre modelos - 10000 clientes

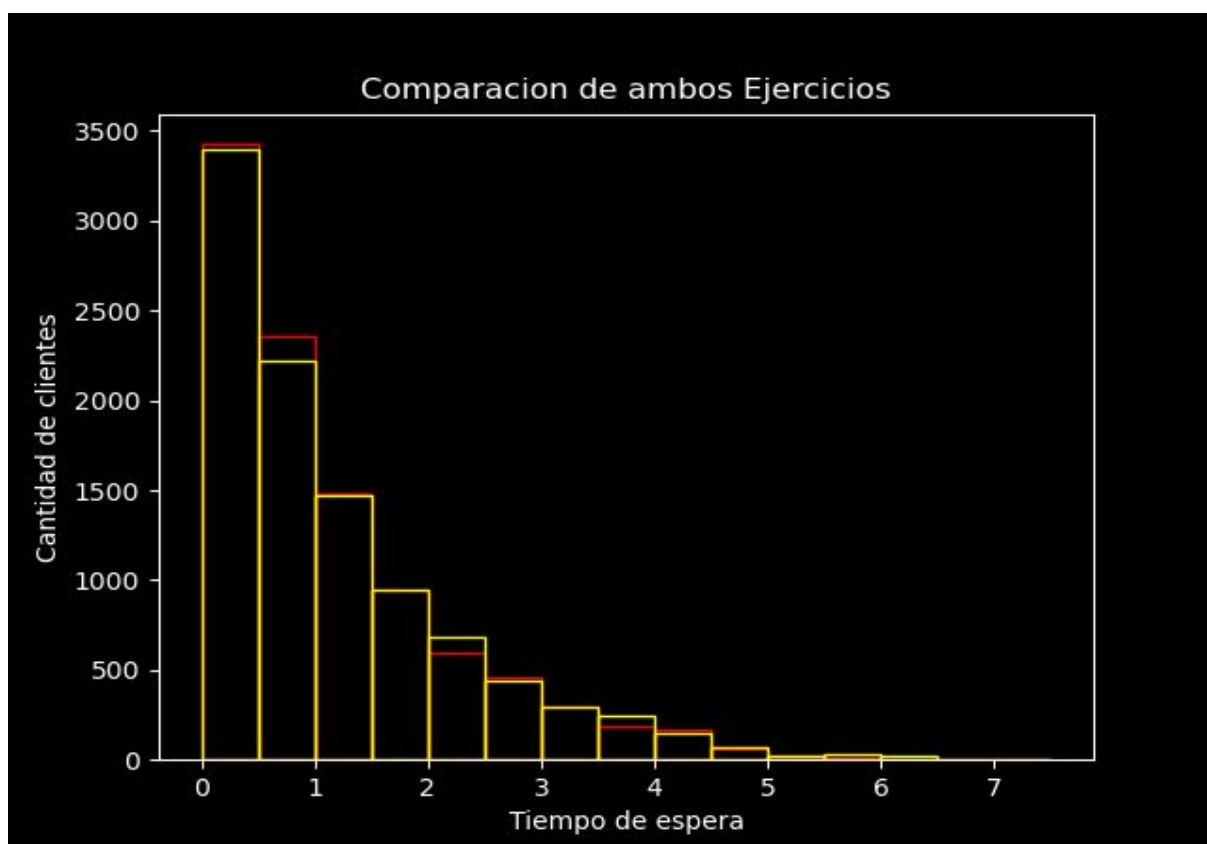


Figura 3: Tiempos que el cliente permanece en el sistema - Una cola y dos colas

Conclusión

Después de haber hecho las simulaciones y haber recopilado los datos, llegué a la conclusión de que para la sucursal bancaria de dos cajeros automáticos de depósito y extracción conviene el modelo de una cola debido a que tiene una menor cantidad de espera que el modelo de dos colas, es decir, hubo una disminución tiempo de espera del 0.05 en el modelo de una cola con respecto a la media del modelo de dos colas. Además la proporción de la cantidad de personas que esperan más de 2 min

también se ve disminuida en el modelo de una cola, a diferencia del de dos colas donde se vio que hubieron personas que esperaron más de 6 minutos.

Y con respecto al uso del cajero 1, no me esperaba que tuviese una mayor proporción de uso en el modelo de una cola, ya que esperaba que fuese más equitativo que en el modelo de dos colas. Pero la diferencia sigue siendo mínima.