Day7 题解

剖分

subtask 1: 20 pts

二进制暴力都可以过吧。

subtask 2: another 10 pts

菊花。

花心至多只能连 2 条边, 其他的边都被断掉, 所以答案是 $n-3(n\geq 3)$ 。

subtask 3: another 10 pts

链。答案是 ()。

subtask 4: 100 pts

树形 dp。

定义 $f_{i,0/1}$ 表示点 i 不连/连父亲,其子树需要断的边数。不连父亲意味着至多连 2 个儿子,连父亲意味着至多连 1 个儿子。贪心转移即可。时间复杂度 O(n)。

海啸

ARC201B - Binary Knapsack

考虑**从低位到高位**贪心。对于某一位 b,将大小为 2^b 的所有物品按照价值从高到低排序。如果 m 的第 b 位为 1,则将答案加上价值最大的物品,并删掉它。最后枚举所有 i,将第 2i-1,2i 个物品捆绑为新的大小为 2^{b+1} 的物品,价值为它们的和,传递到下一位去。复杂度 $O(n(\log m + \log n))$ 。

修改的部分只需要维护每一层**物品价值**的序列,而不需要关心物品的归属。直接每层二分就是 $O(q\log^2 n)$ 的复杂度。

不稳定金属锭

我们要干的事情就是对输入的序列进行 FWT,求出 $\leq p$ 的位置中最靠右的非零数。对序列建线段树,做 线段树二分。每次访问到一个节点的时候,假设这个节点代表的区间为 [l,r),在这一位上做 FWT(令 k=(r-l)/2,枚举 $i\in [l,(l+r)/2)$,将 (a_i,a_{i+k}) 改成 $(a_i+a_{i+k},a_i-a_{i+k})$)。

如果这时发现 [(l+r)/2,r) 是全零的,那么对它继续做完剩下的 FWT 操作是没有意义的,最后还是全零,因此我们可以跳过 [(l+r)/2,r) 这个区间。

否则,我们继续对这个区间做完剩下的 FWT 操作,一定会有一个非零的数。可以用反证法发现,一个全零的序列做 FWT 仍然是全零的,既然现在这个区间不是全零的,那么它做 FWT 之前一定不是全零的。

有了这些发现,我们就能确定我们往哪个节点走能得到答案。由于还有一个 $\leq p$ 的限制,我们每一层需要对最多两个线段树节点做 FWT,故总加法次数不超过 4×2^n ,正常情况下应当可以通过。

最小生成树

考虑对每个连通块维护一个下标线段树,节点上维护 $\max A, \max B, ans$ 。在 pushup 的时候,如果其中有一边的儿子是空的,就说明那一段都是 B,可以预处理这些空节点,然后拿过来之后,就有 $ans = \max(ans_l, ans_r, \max lA + \max rB)$ 。对于连通块,直接线段树合并即可。复杂度 $O(n\log n)$ 。