

# 全国青少年信息学奥林匹克联赛模拟赛

None

## 模拟赛

题目名称	询问	k-绍兴序列	二次根式	浙江旅行团
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
目录	sosoo	splay	sosqrt	hangzhou
可执行文件名	sosoo	splay	sosqrt	hangzhou
输入文件名	sosoo.in	splay.in	sosqrt.in	hangzhou.in
输出文件名	sosoo.out	splay.out	sosqrt.out	hangzhou.out
每个测试点时限	1.0 秒	2.0 秒	1.0 秒	4.0 秒
内存限制	1024.0 MB	1024.0 MB	1024.0 MB	1024.0 MB
测试点数目	4	11	10	6
测试点是否等分	否	否	是	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	sosoo.cpp	splay.cpp	sosqrt.cpp	hangzhou.cpp
-----------	-----------	-----------	------------	--------------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14
-----------	----------------

注意事项（请仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C/C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 提交的程序代码文件的放置位置请参考各省的具体要求。
4. 因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
5. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
6. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
7. 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
8. 全国统一评测时采用的机器配置为：Inter(R) Core(TM) i7-8700K CPU @3.70GHz，内存 32GB。上述时限以此配置为准。
9. 只提供 Linux 格式附加样例文件。
10. 评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行，各语言的编译器版本以此为准。

## 询问 (sosoo)

本题评测时请务必开启子任务依赖：子任务 2、3 依赖子任务 1，子任务 4 依赖子任务 2、3。

### 【题目描述】

从前有一组函数  $f_i(a, b)$  接受整数二元组返回整数二元组，定义为：

$$f_i(a, b) = (\max(2b - i, a + i), \max(2a - i, b + i))$$

可以发现这个函数的形式很对称。为了破坏对称性，现在要进行一些无聊的询问，每次给出三个整数  $n, a, b$ ，你需要输出二元组  $f_n(f_{n-1}(\cdots f_2(f_1(a, b)) \cdots))$  分别对  $10^9 + 7$  取模的结果。

注意：二元组是**有序**的。

### 【输入格式】

从文件 `sosoo.in` 中读入数据。

本题包含多组测试数据。

输入的第一行包含一个整数  $T$ ，表示测试数据的组数。

接下来包含  $T$  组数据，每组数据的格式如下：

第一行包含三个整数  $n, a, b$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 `sosoo.out` 中。

对于每组测试数据输出一行，包含两个**非负**整数，表示答案二元组中的两个整数对  $10^9 + 7$  取模的结果。

### 【样例 1 输入】

```
5
7 1 2
2 2 2
8 1 1
9 2 1
2 1 0
```

【样例 1 输出】

```
57 57
5 5
90 90
203 203
4 3
```

【样例 2】

见选手目录下的 *sosoo/sosoo2.in* 与 *sosoo/sosoo2.ans*。  
该组样例满足数据范围中描述的测试点 1 的限制。

【样例 3】

见选手目录下的 *sosoo/sosoo3.in* 与 *sosoo/sosoo3.ans*。  
该组样例满足数据范围中描述的测试点 2 的限制。

【样例 4】

见选手目录下的 *sosoo/sosoo4.in* 与 *sosoo/sosoo4.ans*。  
该组样例满足数据范围中描述的测试点 3 的限制。

【样例 5】

见选手目录下的 *sosoo/sosoo5.in* 与 *sosoo/sosoo5.ans*。  
该组样例满足数据范围中描述的测试点 4 的限制。

【子任务】

对于所有数据， $1 \leq T \leq 100$ ， $1 \leq n \leq 10^{18}$ ， $0 \leq a, b < 10^9 + 7$ 。

测试点编号	$n \leq$	$a, b <$	分数
1	40	10	10
2		1,000,000,007	20
3	$10^{18}$	10	20
4		1,000,000,007	50

## k-绍兴序列 (splay)

### 【题目描述】

$k$ -绍兴序列是一种很绍兴的序列，今天我们将对它进行研究。对于一个整数  $k$ ，一个长度为  $n$  的非负整数序列  $a$  是  $k$ -绍兴序列，当且仅当它满足以下条件：

$$\min_{1 \leq i < j \leq n, a_j \neq 0} \frac{a_i}{a_j} < k$$

注意，如果不存在  $i, j$  使得  $1 \leq i < j \leq n, a_j \neq 0$ ，则序列不是  $k$ -绍兴序列。例如  $n = 1$  的序列或者全零的序列都不是  $k$ -绍兴序列。

有多少个长度为  $n$ ，值域为  $[0, m]$  的非负整数序列是  $k$ -绍兴序列？答案对  $10^9 + 7$  取模。

### 【输入格式】

从文件 *splay.in* 中读入数据。

输入的第一行包含一个整数  $T$ ，表示测试数据的组数。

接下来包含  $T$  组数据，每组数据的格式如下：

第一行包含三个整数  $n, m, k$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 *splay.out* 中。

对于每组测试数据输出一行，包含一个整数，表示对应的答案。

### 【样例 1】

见选手目录下的 *splay/splay1.in* 与 *splay/splay1.ans*。

该样例一共有 50 组测试数据，每 10 组测试数据为一大组，每个大组内的测试数据满足它们的  $n, m, k$  分别不超过 8, 50, 500, 5000,  $2 \times 10^5$ 。

### 【子任务】

对于所有的测试数据，保证： $1 \leq T \leq 256$ ， $1 \leq n, m, k \leq 2 \times 10^5$ 。

测试点编号	$T \leq$	$n, m, k \leq$	特殊性质	分数
1	1	8	无	8
2		50		8
3		500		8
4		5,000		8
5	4	$2 \times 10^5$	A	20
6			无	8
7				8
8				8
9				8
10				8
11				8

- 特殊性质 A:  $k = 1$ 。

## 二次根式 (sosqrt)

### 【题目描述】

对于正整数  $n$ ，它的算术平方根  $\sqrt{n}$  可以被化简为  $a\sqrt{b}$  的形式 ( $a, b$  为正整数)。例如  $\sqrt{48} = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$ ， $(a, b)$  有  $(2, 12)$  和  $(4, 3)$  两种可能的取值。我们取其中  $b$  最小的一对  $(a, b)$ ，称  $a\sqrt{b}$  为  $\sqrt{n}$  的最简二次根式形式，并记  $f(n) = a, g(n) = b$ 。例如  $4\sqrt{3}$  是  $\sqrt{48}$  的最简二次根式形式， $f(48) = 4, g(48) = 3$ 。

给你一个正整数  $N$ ，你要求出  $F = \prod_{i=1}^N f(i)$  和  $G = \prod_{i=1}^N g(i)$ 。

答案对  $10^9 + 7$  取模。

### 【输入格式】

从文件 *sosqrt.in* 中读入数据。

本题包含多组测试数据。

输入的第一行包含一个整数  $T$ ，表示测试数据的组数。

接下来包含  $T$  组数据，每组数据的格式如下：

第一行包含一个正整数  $N$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 *sosqrt.out* 中。

对于每组测试数据输出一行，包含两个整数  $F, G$ ，表示对应的答案。

### 【样例 1 输入】

```
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
```

## 【样例 1 输出】

```

1 1
1 2
1 6
2 6
2 30
2 180
2 1260
4 2520
12 2520
12 25200

```

## 【样例 1 解释】

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\sqrt{n}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	$2\sqrt{2}$	3	$\sqrt{10}$
$f(n)$	1	1	1	2	1	1	1	2	3	1
$g(n)$	1	2	3	1	5	6	7	2	1	10

## 【样例 2】

见选手目录下的 *sosqrt/sosqrt2.in* 与 *sosqrt/sosqrt2.ans*。

## 【子任务】

对于所有数据， $1 \leq T \leq 400$ ， $1 \leq N < 10^9 + 7$ 。

测试点编号	$N$
1	$\leq 400$
2	$\leq 10^3$
3	$= 5,555$
4	$\leq 10^4$
5	$\leq 10^5$
6	$\leq 10^6$
7	$\leq 10^7$
8	$\leq 10^8$
9	$= 1,000,000,006$
10	$\leq 1,000,000,006$

## 浙江旅行团 (hangzhou)

本题评测时请务必开启子任务依赖：子任务 3、4 依赖子任务 2，子任务 5 依赖 1、3、4，子任务 6 依赖子任务 5。

### 【题目背景】

(min, +) 矩阵乘法

$n \times m$  的矩阵  $A$  和  $m \times r$  的矩阵  $B$  进行 (min, +) 矩阵乘法所得到的  $n \times r$  的矩阵  $C$  的定义如下：

$$C_{i,k} = \min_{j=1}^m \{A_{i,j} + B_{j,k}\}$$

可以简单记作  $A \times B = C$ 。

256 进制的表示

$x = (\overline{abcd})_{256}$  的意思是将  $x$  写成 256 进制数  $\overline{abcd}$ ，即  $x = 256^3a + 256^2b + 256c + d$ ，且  $0 \leq a, b, c, d < 256$ 。

### 【题目描述】

浙江省有  $n$  个城市，编号从 1 到  $n$ 。由于浙江省的景色非常美丽，尤其是杭州的西湖风景区，所以目前有  $m$  个机器人，编号从 1 到  $m$ ，正在浙江省内旅行。初始时，第  $i$  个机器人将乘坐地铁进入城市  $a_i$ 。每个机器人都有一个关于他们目前在浙江省的游览有多有趣的评分，用一个数字表示，初始的评分均为 0。此外每个机器人还有一个  $2 \times 2$  矩阵，初始时均为  $\begin{pmatrix} 0 & 10^9 \\ 10^9 & 0 \end{pmatrix}$ 。

为了进一步鼓励机器人到更多的城市游览，浙江省政府希望通过在选定的城市组织活动来提高机器人的评分。当一个活动在城市  $c$  举行时，所有目前在那里的机器人的矩阵都会乘上一个矩阵  $B$ （即若原来的矩阵为  $A$ ，则将其修改为  $A \times B$ ，其中  $(\times)$  是 (min, +) 矩阵乘法），其中  $B$  是一个取决于活动类型的  $2 \times 2$  矩阵。

一些机器人计划在浙江省逗留期间在各城市之间旅行，而他们的矩阵用于评价某一段时间他们在某个城市的旅行。当某个机器人离开他所在的城市时，他会将他的矩阵  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  转化为评价  $(a \oplus A) + (b \oplus B) + (c \oplus C) + (d \oplus D)$ ，并将这个评价异或到他的评分当中，最后再重置他的矩阵为  $\begin{pmatrix} 0 & 10^9 \\ 10^9 & 0 \end{pmatrix}$ ，这个过程称之为“结算”。其中  $A, B, C, D$  是所有机器人共用的四个评价参数。

浙江省政府要求你记录下机器人旅行时的评分，有时他们会问你，假设某个机器人离开了浙江省，那么他对浙江省的最终评分是多少。作为要求的一部分，你将得到  $q$  个查询作为输入的一部分。你应该按照输入的顺序回答所有的询问。



由于你已经是机器人了，以上都是你生前的幻想，所以操作需要进行完全可持久化，且部分测试点要求强制在线。具体来说，你要维护  $n + 1$  个版本，第 0 个版本是初始状态，第  $i$  个版本先从第  $t_i$  个版本复制而来，然后再在第  $i$  个版本的基础上进行第  $i$  次询问。第  $i$  个版本在第  $i$  次询问之后就不变了。

### 【输入格式】

从文件 `hangzhou.in` 中读入数据。

第一行四个整数  $n, m, q, typ$  —— 城市数、机器人数量、询问数、强制在线参数。

第二行四个整数  $A, B, C, D$ ，表示所有机器人共用的评价参数。

第三行  $m$  个整数  $a_1, a_2, \dots, a_m$ ，表示机器人的起始城市。

接下来  $q$  行，每行描述一个询问。每行先输入  $t_i$ ，表示版本  $i$  要从版本  $t_i$  复制而来；然后的格式是以下三种之一：

- 首先一个字母 **t**，接着三个整数  $l_i, r_i, c_i$ ：所有编号在  $[l_i, r_i]$  的机器人，离开他们所在城市，前往城市  $c_i$ 。注意，如果机器人已经在城市  $c_i$ ，他也要**结算**前段时间在城市  $c_i$  的评价，再重新到达城市  $c_i$ 。
- 首先一个字母 **e**，接着两个整数  $c_i, v_i$ ：浙江省政府在城市  $c_i$  组织了活动，活动的参数矩阵  $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ，其中  $(abcd)_{256} = v_i$ 。
- 首先一个字母 **q**，接着一个整数  $x_i$ ：**假设**机器人  $x_i$  离开了浙江省，那么他对浙江省的最终评分是多少。注意，这样的询问不代表机器人真的离开了浙江省，这只是假设。

强制在线：你需要维护上次操作 **q** 的答案  $lstans$ ，如果没有则  $lstans = 0$ 。所有询问输入的参数（不包括操作类型和  $t_i$ ，包括  $l_i, r_i, c_i, v_i, x_i$ ）都需要异或上  $lstans \times typ$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 `hangzhou.out` 中。

对于所有操作 **q** 输出一行一个整数。

### 【样例 1 输入】

```
8 4 11 0
11 45 14 19
1 4 8 1
0 q 4
1 t 3 4 5
2 t 2 2 7
3 q 4
```

```
4 e 5 19491001
5 e 1 20251001
6 q 4
7 t 1 1 5
8 t 2 2 1
9 q 1
10 q 2
```

**【样例 1 输出】**

```
2000000089
0
2000000327
2000000194
2000000089
```

**【样例 1 解释】**

见选手目录下的 *hangzhou/explanation1.pdf*。

**【样例 2】**

见选手目录下的 *hangzhou/hangzhou2.in* 与 *hangzhou/hangzhou2.ans*。  
该组样例满足数据范围中描述的测试点 1 的限制。

**【样例 3】**

见选手目录下的 *hangzhou/hangzhou3.in* 与 *hangzhou/hangzhou3.ans*。  
该组样例满足数据范围中描述的测试点 2 的限制。

**【样例 4】**

见选手目录下的 *hangzhou/hangzhou4.in* 与 *hangzhou/hangzhou4.ans*。  
该组样例满足数据范围中描述的测试点 3 的限制。

**【样例 5】**

见选手目录下的 *hangzhou/hangzhou5.in* 与 *hangzhou/hangzhou5.ans*。  
该组样例满足数据范围中描述的测试点 4 的限制。

**【样例 6】**

见选手目录下的 *hangzhou/hangzhou6.in* 与 *hangzhou/hangzhou6.ans*。  
该组样例满足数据范围中描述的测试点 5 的限制。

**【样例 7】**

见选手目录下的 *hangzhou/hangzhou7.in* 与 *hangzhou/hangzhou7.ans*。  
该组样例满足数据范围中描述的测试点 6 的限制。

**【子任务】**

对于全部数据,  $1 \leq n, m, q \leq 2 \times 10^5$ ,  $0 \leq typ \leq 1$ ,  $0 \leq A, B, C, D < 2^{30}$ ,  $1 \leq l_i \leq r_i \leq m$ ,  $0 \leq v_i < 2^{32}$ ,  $1 \leq x_i \leq m$ ,  $1 \leq c_i \leq n$ 。

测试点编号	$n, m, q \leq$	特殊性质	分数
1	$10^3$	无	5
2	$8 \times 10^4$	AB	29
3		B	9
4		A	29
5		无	19
6	$2 \times 10^5$		9

- 特殊性质 A:  $typ = 0$ 。
- 特殊性质 B:  $t_i = i - 1$ 。

**【提示】**

1. 可以证明输入文件和输出文件的所有整数都在无符号 32 位整数类型所表示的范围之内。
2. 下发了一个 Python 文件 `convert.py`, 当有输入文件和输出文件时, 可以将  $typ = 0$  的输入文件转换为  $typ = 1$  的。转换数据前请自行做好备份。使用方法: 在同一目录下放好 `data.in` 和 `data.ans`, 然后运行 `./convert.py data` 即可。