

## golem

如果数列的总和是  $sum$ ，那么就是要找一个和最大并且小于  $sum - k$  的子段。

对于一个前缀和为  $now$  的前缀。要找到在他之前的前缀和  $\geq now - sum + k$  的最大前缀和，用 set 查后继即可。

## fire

考虑对于每个员工找出他在哪一天加入和被裁，那么我们就可以在这两天之间加入一条边，意思是这两天的人事不能相同。然后就变成了图染色问题。

公司人员进出遵循先进先出的原则，因此公司中的员工显然可以用一个栈来表示。本质不同的边只有  $O(n)$  条。

首先能用一或二染色的可以直接特判。下面我们证明这个图一定能被三染色。

这个图有什么特殊性质呢？还是栈的结构。由于先进先出的性质，所以一定不存在边  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  使得  $x_1 < x_2, y_1 < y_2$ 。

归纳地构造。假设一个图的两边的点  $x, y$  的颜色已经被确定了，中间的点还不知道。我们选一个点  $z$  使得不存在边  $(x, x_2)$  使得  $x_2 > z$  和边  $(y_2, y)$  使得  $y_2 < z$ 。由于上面图的性质这样的点一定存在。那么把  $z$  染成和  $x, y$  不一样的那个颜色，然后把图分成两个部分就可以了。看不懂可以画图理解一下。

## gene

题意就是可以单点加，超集加，子集加，询问子集和。

先规定  $|S|$  是  $S$  二进制下 1 的个数。

设  $S$  拆成前  $\frac{n}{2}$  位和后  $\frac{n}{2}$  位后是  $S_1, S_2$ ,

对于单点加，有一个经典的折半：设  $g_{i,j}$  表示  $S_1 = i, S_2 \subseteq j$  的  $f_S$  之和。修改的时候只需要改  $g_{S_1,*}$ ，查询的时候查询  $g_{*,S_2}$ ，枚举量都是  $2^{\frac{n}{2}}$  的。

对于超集加和子集加，我们可以考虑修改对询问的贡献，如果给  $S$  的超集加 1，查询  $T$  的子集和，那么贡献是  $[S \subseteq T] 2^{|T|-|S|}$ 。这个根据定义就能得出来。发现和单点加是差不多的，单点加的贡献是  $[S \subseteq T]$ ，相当于说我们再开一个数组维护超集加，只需要和单点加一样做，只是加的时候  $c := c * 2^{-|S|}$ ，查的时候把答案乘上  $2^{|T|}$  就可以。

对于子集加修改对询问的贡献是  $2^{|S \& T|}$ 。这个可以类似地维护。那么  $2^{|S \& T|} = 2^{|S_1 \& T_1|} 2^{|S_2 \& T_2|}$ 。我们维护  $f_{i,j}$  表示  $\sum_{S_1=i} 2^{j \& S_2}$ ，发现修改只需要修改  $f_{S_1,*}$ ，查询时答案就是  $\sum_i 2^{T_1 \& i} f_{i,T_2}$ 。复杂度就是  $2^{\frac{n}{2}}$ 。

应该还可以根号重构做到  $q 2^{\frac{n}{2}} \sqrt{n}$ ，不知道能不能过。

## contest

既有取 min 又有取 max 实在是太麻烦了，我们先把所有取 min 操作拿出来，设其中最小的那一个为  $x$ 。那么首先原序列应对  $x$  取 min， $\leq x$  的取 max 操作没有用（一定会被原样执行）。这样就变成了所有操作的参数全部  $> x$ ，然而原序列全部  $< x$ ，所以原序列没有用。

进一步地，我们将取 min 操作从小到大排序。取 max 操作都可以放在任意对  $c$  取 min 操作的前面，可以看作对  $c$  取 max。这就相当于我们扔掉所有取 min 操作，然后取 max 可以对原来的这个值，或者任意比它小的取 min 操作的值取 max。

于是记  $f(l, r, k)$  表示通过取  $\max$  操作将  $[l, r]$  这个区间全部变成  $\geq k$  的方案数（序列种类数）。这样只有  $[l, r]$  以内的取  $\max$  操作才有用，从大到小枚举  $k$  转移即可，具体地，固定  $l, k$  扫  $r$ ，维护  $g_i$  表示用  $[l, r]$  中的操作把  $[l, i]$  变成  $\geq k$  的方案数，维护每个位置可不可以通过取  $\max$  变成  $k$ ，称作是否被激活，转移就是：

$g_{i-1} * f_{i+1, j, k+1} \rightarrow g_j$  ( $i$  被激活)

$g_r \rightarrow f_{l, r, k}$  (处理完右端点  $\leq r$  的区间后)

直接转移有  $O(n^5)$ ，预处理一些东西就可以有  $O(n^4)$ 。