

# NOIP 模拟赛题解

namespace\_std

2021 年 11 月 2 日

---

## 谜之阶乘

容易发现，由于阶乘的增长速率， $b - a$  不会太大。

因此我们暴力枚举  $d = b - a$ ，容易发现必然有  $a \leq \sqrt[d]{n}$  且  $b \geq \sqrt[d]{n}$ ，因此可能的  $a$  值只有  $O(d)$  个，暴力验证即可。

复杂度  $O(T \log_2^2 n)$ 。

## 子集

特判掉  $k = 1$  的情况。

我们记  $m = \frac{n}{k}$ ，若  $m = 1$  显然无解。

同时，若  $n$  是偶数而  $m$  是奇数，不难发现  $1\ n$  的和不是  $k$  的倍数，也无解。

若  $m$  是偶数，那么我们可以将  $i$  和  $n - i$  配对，将同一对中两个数放在同一集合内，不难证明这个做法的正确性。

若  $n, m$  均是奇数，我们可以取出按照上述方式配对剩下的  $3n$  个数，将其从小到大编号为  $0, 1, 2, 3, \dots, 3n - 1$ ，并使用以下构造：（... 表示等差数列）

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & \dots & \frac{n-1}{2} & \frac{n+1}{2} & \dots & n-2 & n-1 \\ \frac{n+1}{2} + n & \frac{n+3}{2} + n & \dots & n & n+1 & \dots & \frac{n-3}{2} + n & \frac{n-1}{2} + n \\ 3n-2 & 3n-4 & \dots & 3n-1 & 3n-3 & \dots & 2n+2 & 2n \end{array}$$

即可得到一组合法的解。

复杂度  $O(n)$ 。

## 混凝土粉末

询问本质是：作若干次区间加，并询问  $x$  位置上的值最早  $\geq y$  的时间。

一种暴力的实现是使用主席树或整体二分暴力计算，复杂度  $O(q \log_2^2 n)$ ，依实现常数可以得到 80 100 分。

将询问离线，并在序列下标上执行扫描线，开一棵以询问编号为下标的树状数组。

扫描到一个修改的左端点时，在树状数组上这个修改的标号位置加上  $h_i$ ，扫到右端点时减去。

扫描到一个询问时，在树状数组上二分即可。

复杂度  $O((n + q) \log_2 n)$ 。

## 排水系统

显然我们不能暴力将所有答案都算一遍，因此我们考虑整体统计。

我们能观察到，若  $x$  点的排水管道堵塞，从  $x$  点经过的污水吨数必然不变。

因此，我们可以借此考虑  $(x, y)$  堵塞的影响：我们可以将管道堵塞视为  $y$  的经过污水吨数凭空减少一个定值，而  $x$  其他出点的污水吨数凭空增加一个定值。

---

而这个凭空增加、减少可以  $x$  吨的污水又可以视为初始这个点上有  $x$  或  $-x$  吨污水。

因此，我们可以将题目转化回原始的情况，即没有边被堵塞时的情况。

我们对此暴力统计，即可通过大部分特殊性质数据。

而我们又发现， $x$  出点增加的定值可以视为加在  $x$  上并在  $y$  上减去，因此可以只修改  $x, y$  两个点上的信息。

复杂度  $O(n + k)$ 。