

NOIp 2025 模拟测试

2025 年 10 月 21 日 07:30-12:00

| | | | | |
|--------|--------|----------|---------------|----------|
| 题目名称 | 并非贪心 | 箱客思 | 斐波那契 | 祖宗之法 II |
| 目录 | dp | calc | fibonacci | trad |
| 可执行文件名 | dp | calc | fibonacci | trad |
| 输入文件名 | dp.in | calc.in | fibonacci.in | trad.in |
| 输出文件名 | dp.out | calc.out | fibonacci.out | trad.out |
| 测试点时限 | 1.0 秒 | 1.0 秒 | 1.0 秒 | 2.0 秒 |
| 内存限制 | 512 MB | 512 MB | 512 MB | 512 MB |
| 测试点数目 | 42 | 27 | 50 | 28 |
| 测试点等分 | 否 | 否 | 否 | 否 |
| 子任务数目 | 5 | 9 | 4 | 7 |
| 子任务捆绑 | 是 | 是 | 是 | 是 |

提交源程序文件名

| | | | | |
|--------|--------|----------|---------------|----------|
| C++ 语言 | dp.cpp | calc.cpp | fibonacci.cpp | trad.cpp |
|--------|--------|----------|---------------|----------|

编译选项

| | |
|--------|--------------------|
| C++ 语言 | -lm -O2 -std=c++14 |
|--------|--------------------|

【注意事项（请仔细阅读）】

1. 选手提交的源程序请**直接放在个人目录下**，无需建立子文件夹；
2. 文件名（包括程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
3. C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，值必须为 0。
4. **对于因未遵守以上规则对成绩造成的影响，相关申诉不予受理。**
5. 若无特殊说明，结果比较方式为**忽略行末空格、文末回车后的全文比较。**
6. 程序可使用的栈空间大小与该题内存空间限制一致。
7. 在终端中执行命令 `ulimit -s unlimited` 可将当前终端下的栈空间限制放大，但你使用的栈空间大小不应超过题目限制。

8. 若无特殊说明，每道题的代码大小限制为 100KB。
9. 若无特殊说明，输入与输出中同一行的相邻整数、字符串等均使用一个空格分隔。
10. 输入文件中可能存在行末空格，请选手使用更完善的读入方式（例如 scanf 函数）避免出错。
11. 直接复制 PDF 题面中的跨页样例，数据将带有页眉页脚，建议选手直接使用对应目录下的样例文件进行测试。
12. 使用 std::deque 等 STL 容器时，请注意其内存空间消耗。
13. 请务必使用题面中规定的编译参数，保证你的程序在本机能够通过编译。此外不允许在程序中手动开启其他编译选项，一经发现，本题成绩以 0 分处理。
14. 全国统一评测时采用的机器配置为：Inter(R) Core(TM) i7-8700K CPU @3.70GHz，内存 32GB。上述时限以此配置为准。
15. 只提供 Linux 格式附加样例文件。
16. 评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行，各语言的编译器版本以此为准。
17. 题目不按照难度顺序排列。

并非贪心 (dp)

【题目背景】

对于此题在比赛里出现，我们深表歉意（鞠躬）。

【题目描述】

有 n 个物品，每个物品有两个属性 a_i, b_i ，你需要选择一个物品集合 S ，使得满足 $l \leq \sum_{j \in S} b_j \leq r$ ，求下式的最大值：

$$\sqrt{\sum_{j \in S} b_j \prod_{j \in S} a_j}$$

【输入格式】

从文件 `dp.in` 中读入数据。
第 1 行 3 个整数 n, l, r 。
第 2 至 $n + 1$ 行，第 $i + 1$ 行 2 个整数 a_i, b_i 。

【输出格式】

输出到文件 `dp.out` 中。
一行 1 个整数，表示答案（绝对或相对误差不超过 10^{-6} ），保证有解。

【样例 1 输入】

```
10 10 18
18 3
4 3
10 2
1 1
17 3
14 1
4 2
7 2
8 1
8 2
```

【样例 1 输出】

3.5767941

【样例 1 解释】

$S = \{1, 3, 5, 6, 9\}, \prod_{j \in S} a_j = 342720, \sum_{j \in S} b_j = 10$

【样例 2 至 5 输入】

见选手目录下的 `dp/ex_dp2.in` 至 `dp/ex_dp5.in`，分别满足子任务 2 至 5 的限制。

【样例 2 至 5 输出】

见选手目录下的 `dp/ex_dp2.ans` 至 `dp/ex_dp5.ans`。

【测试点约束】

$n \leq 5000, 1 \leq \sum b_i \leq 8000, 1 \leq l \leq r \leq \sum b_i, 2 \leq a_i \leq 10^{18}$ 。

每个测试点的具体限制见下表：

| 子任务编号 | n | a_i | $\sum b_i$ | 特殊性质 | 子任务分值 |
|-------|---------------------|----------------------|----------------------------|--------------|-------|
| 1 | $1 \leq n \leq 18$ | $2 \leq a_i \leq 10$ | $1 \leq \sum b_i \leq 80$ | - | 10 |
| 2 | $1 \leq n \leq 200$ | - | $1 \leq \sum b_i \leq 800$ | - | 10 |
| 3 | - | - | $\sum b_i = n$ | $b_i = 1$ | 10 |
| 4 | - | - | - | $b_i \geq 1$ | 10 |
| 5 | - | - | - | - | 60 |

箱客思 (calc)

【题目背景】

争者留其名。

【题目描述】

一个箱子中有 n 个球,每个球上有一个数字。这些球上数字构成的可重集为 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 。在一次游戏中, 玩家执行以下操作:

1. 初始设置 $X = 0, Y = 0$ 。
2. 如果 $X = 1$, 终止操作。
3. 从箱子中抽取一个球, 可以认为抽出箱子中所有球的概率是相等的。
4. 假设抽出的球上数字为 x , 则使: $X \leftarrow \gcd(X, x), Y \leftarrow Y + 1$ 。
5. 选择是否将球放回箱子 (这取决于玩家的策略)。
6. 重复执行 2. 3. 4. 5. 6. 。
7. 终止操作后, 记录此时的 Y 为这次游戏的得分。

在第一次游戏中, 玩家的策略是最小化得分, 得到得分 Y_1 ; 在第二次游戏中, 玩家的策略是最大化得分, 得到得分 Y_2 。

假设玩家足够聪明。请求出 Y_1 的期望值 $E[Y_1]$ 和 Y_2 的期望值 $E[Y_2]$ 。

答案对 998244353 取模。

保证 $\gcd_{i=1}^n a_i = 1$ 。

【输入格式】

从文件 *calc.in* 中读入数据。

第一行两个整数 n, o , 其中 n 的定义见题目描述。

第二行 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n 。

【输出格式】

输出到文件 *calc.out* 中。

当 $o = 1$ 时, 输出唯一一行一个整数表示 $E[Y_1]$ 。

当 $o = 2$ 时, 输出唯一一行一个整数表示 $E[Y_2]$ 。

当 $o = 3$ 时, 输出两行分别为 $E[Y_1], E[Y_2]$ 。

【样例 0 输入】

```
4 3
1 2 2 3
```

【样例 0 输出】

```
415935149
332748120
```

【样例 0 解释】

$E[Y_1] = \frac{23}{12}, E[Y_2] = \frac{7}{3}。$

【样例 1 至 9 输入】

见选手目录下的 *calc/ex_calc1.in* 至 *calc/ex_calc9.in*，分别满足子任务 1 至 9 的限制。

【样例 1 至 9 输出】

见选手目录下的 *calc/ex_calc1.ans* 至 *calc/ex_calc9.ans*。

【测试点约束】

$n \leq 5 \times 10^5, a_i \leq 10^6。$

每个测试点的具体限制见下表：

| 子任务编号 | $n, V = \max a_i$ | o | 特殊性质 | 子任务分值 |
|-------|-------------------|---------|----------------------------------|-------|
| 1 | $n \leq 10$ | $o = 1$ | - | 10 |
| 2 | $n \leq 17$ | $o = 1$ | - | 6 |
| 3 | $V \leq 10^5$ | $o = 1$ | $\prod_{i=1}^n a_i$ 的质因数个数不超过 2 | 10 |
| 4 | - | $o = 1$ | - | 14 |
| 5 | $n \leq 17$ | $o = 2$ | - | 6 |
| 6 | $V \leq 10^5$ | $o = 2$ | $\prod_{i=1}^n a_i$ 的质因数个数不超过 2 | 10 |
| 7 | - | $o = 2$ | $\prod_{i=1}^n a_i$ 的质因数个数不超过 14 | 10 |
| 8 | - | $o = 2$ | - | 14 |
| 9 | - | $o = 3$ | - | 20 |

斐波那契 (fibonacci)

【题目背景】

赛博打雪仗。

【题目描述】

定义斐波那契数列 $f_i = \begin{cases} f_{i-1} + f_{i-2} & i \geq 3 \\ 1 & i \leq 2 \end{cases}$ 。

求 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gcd(f_i, f_j) \bmod 998244353$ 。

【输入格式】

从文件 *fibonacci.in* 中读入数据。

一行一个整数 n 。

【输出格式】

输出到文件 *fibonacci.out* 中。

一行一个整数，表示答案。

【样例 1 输入】

1

【样例 1 输出】

1

【样例 2 输入】

6

【样例 2 输出】

52

【样例 3 输入】

1145

【样例 3 输出】

709511323

【样例 4 输入】

1919810

【样例 4 输出】

150105112

【样例 5 输入】

8284291515

【样例 5 输出】

524323649

【测试点约束】

每个测试点的具体限制见下表：

| 子任务编号 | n | 子任务分值 |
|-------|------------------------|-------|
| 1 | $n \leq 50$ | 20 |
| 2 | $n \leq 2000$ | 20 |
| 3 | $n \leq 2 \times 10^7$ | 59 |
| 4 | $n \leq 10^{10}$ | 1 |

祖宗之法 II (trad)

【题目背景】

石碑上的字是：“比赛的最后一题，一定要放……”。

【题目描述】

给出节点数为 n 的有根树，树根为 1。每个节点 i 有一个权值 w_i 。

记一个集合 $\{q_1, q_2, q_3, \dots\}$ 的价值为：这个集合中的元素关于取模乘法运算构成的生成子群大小，模数取 998244353。

你需要维护两种操作，操作一共 q 次：

- $o_i = 1 \ u_i \ x_i$ 表示将 u_i 子树内的所有点的权值乘以 x_i 再对 998244353 取模。
- $o_i = 2 \ u_i \ v_i$ 需要你输出 u_i 到 v_i 链上的节点中，权值所构成的集合的价值。

请注意本题特殊的模数。

【输入格式】

从文件 **trad.in** 中读入数据。

第一行两个数 n, q 。

之后 1 行 n 个整数，代表 w_1, w_2, \dots, w_n 。

之后 $n - 1$ 行每行两个数 u, v ，代表题目中的树的一条边。

之后 q 行每行三个数 o_i, u_i, x_i 或 o_i, u_i, v_i ，代表一次操作。

【输出格式】

输出到文件 **trad.out** 中。

对每个 $o_i = 2$ 的操作输出一行表示你的答案。

【样例 0 输入】

```
5 11
929031873 911660635 998244352 452798380 929031873
2 1
3 2
4 2
5 4
```

```
2 5 2
2 5 5
2 5 1
2 1 3
1 5 998244352
2 5 3
1 3 929031873
1 5 452798380
1 2 998244352
1 5 929031873
2 3 5
```

【样例 0 输出】

```
32
16
32
16
32
32
```

【样例 1 至 7 输入】

见选手目录下的 *trad/ex_trad1.in* 至 *trad/ex_trad7.in*，分别满足子任务 1 至 7 的限制。

【样例 1 至 7 输出】

见选手目录下的 *trad/ex_trad1.ans* 至 *trad/ex_trad7.ans*。

【测试点约束】

$n, q \leq 2 \times 10^5; 0 < w_i, x < 998244353$ 。

每个测试点的具体限制见下表：

| 子任务编号 | n, q | 特殊性质 | 子任务分值 |
|-------|------------------|------------------------------------|-------|
| 1 | $n, q \leq 10^2$ | - | 8 |
| 2 | - | $\forall o_i = 2$ | 8 |
| 3 | - | $o_i = 1$ 的 i 不超过 20 个 | 8 |
| 4 | - | $o_i = 2$ 的 i 不超过 20 个 | 16 |
| 5 | - | $\forall i > 1, i$ 在树上的父亲为 $i - 1$ | 12 |
| 6 | - | fa_i 从 $[1, i)$ 中等概率选取 | 12 |
| 7 | - | - | 36 |