A、稻田灌溉

SOURCE：瞎编的，但感觉应该有原题

5分：我不会。

$n,m\le 5$：爆搜一下。

$m=2$：暴力枚举第一次的区间，然后枚举第二个区间的过程中处理一下合法位置个数即可。

$m=3$：暴力枚举前两个区间，那么你可以知道每个位置有如下三种情况：

（1）一定要被第三个区间包含。

（2）一定不能被第三个区间包含。

（3）无所谓。

我们把每个位置按情况写成$1,2,3$，那么：我的第三个区间必须得包含所有的1，一定不能包含所有的2。扫一遍就知道区间左/右端点的合法区间了。

$n,m\le 50$：

我们考虑把这个问题转化一下模型，变成：你需要指定m对括号，使得每个位置被包含的次数恰好在l_i,r_i范围内。

那么：我们用$dp_{i,j,k}$表示当前已经考虑到了第i个位置，目前一共出现过j对括号，其中k对括号目前只出现了`(`，$j-k$对括号目前已经出现了`()`，的方案数。

那么，我们就可以枚举在第$i+1$个位置一共出现了几个`(`，几个`)`，来算方案数了。

这样时间复杂度是$O(nm^4)$的。

正解：

我们考虑把`(`和`)`的流程分开：在每个位置，先处理`)`，再处理`(`，即可。

也就是：$dp1_{i,j,k}$表示我该考虑在i处添加右括号时的方案，$dp2_{i,j,k}$表示我该考虑在i处添加左括号时候的方案。

具体转移不表，复杂度$O(nm^3)$，但实际上，这个`dp`在满数据下只需要`3e8`次循环，所以开了$3s$：

B、最长模区间

SOURCE：CF1548B

20分：

考虑枚举左端点l，向右维护哪些m是可行的，以及对应的$a_i \mod m$是多少即可。

复杂度$O(n^2a)$。

40分：

我们考虑先枚举m是多少，把所有数字变成$a_i \mod m$，接下来的问题就变成：给你一个序列，问最长的全相同的序列有多长了。

随便怎么做，复杂度$O(na)$。

70分：

考虑a和b在什么情况下可以模m相同？

我们换种表示：$a=k_am+t,b=k_bm+t$。

换句话说，$a-b=(k_a-k_b)m$一定是m的倍数。

也就是说，只要选择的m，是a,b差的倍数，就一定能满足条件。（其实也可以打表看出来）。

那么我们维护一个差分数组b_i。

问题就变成：我最多能选多长一段b，使得这一段的gcd非1了。

预处理$g_{i,j}$表示从i出发，向右2^j个元素的gcd，则这个问题可以通过枚举左端点l，倍增右端点r来完成。

C、三只小猪和狼

SOURCE：CF1548C加强了一点

直接考虑正解吧。

我们定义$f_{i,x}=\sum_{j=1}^{n}C_{tj+i}^{x}$。

那么对于每次询问x，要的其实就是$f_{0,x}$。

现在我们知道：

$\sum_{i=0}^{t-1}f_{i,x}=\sum_{i=t}^{tn}C_i^x$

以及一个组合恒等式：

$\sum_{i=1}^{tn}C_i^x=C_{tn+1}^{x+1}$。（式子1）

以及另外一个简单推理：

$f_{i,x}=\sum_{j=1}^{n}C_{tj+i}^{x}$

$f_{i-1,x-1}=\sum_{j=1}^{n}C_{tj+i-1}^{x}$

$f_{i-1,x}=\sum_{j=1}^{n}C_{tj+i-1}^{x-1}$

显然的：

$f_{i,x}=f_{i-1,x-1}+f_{i-1,x}$（式子2）

于是，我们可以考虑按x从小到大，依次求出$f_{i,x}$。

具体怎么求呢？

当我们要求$f_{i,x}$的时候，我们假设$f_{i,x-1}$已经求出来了。

那么：我可以根据式子1和式子2，列一个t元一次方程组来高斯消元，这样对于每一个x，复杂度是t^3的。总复杂度是$nt\times t^3$的。

反正$t=3$是完全可以做出来的。

怎么求正解呢？答案就是代入消元了。

我们用$f_{0,x}$来表示$f_{1,x}$，再继续用$f_{0,x}$来表示$f_{2,x}$，...，这么表示完以后，把他们加起来，就变成了$af_{0,x}+b=\sum_{i=t}^{tn}C_i^x$了，就可以解出$f_{0,x}$以及其他变量了。

复杂度$O(nt^2)$。给5秒是因为我写的有点屎，懒得卡常，以及要给n^3高斯消元的分数（虽然我感觉没什么人能想到$O(t^3)$但想不到$O(t)$。

D、黑色连通块

SOURCE：CF1548E

懒得再写一遍题解，大概嘴一下思路：

就是说，我们对于每一个黑色连通块，找到一个黑点来代表这个连通块。

我们只需要计算有多少个这样的黑色代表点即可。

对于每个连通块，我们认为具有代表性的连通块是a_i+b_j最小的那一个。如果有多个，则按i为第一关键字，j为第二关键字选取。

那么，记L_i,R_i为i左侧第一个a_{L_i}小于等于a_i的位置，以及右侧第一个a_{R_i}小于a_i的位置。U_i,D_i同理。

那么，假设(i,j)不是代表元，那必然可以走到刚求出来的上下左右对应的四个位置之一。（这个不难证明）

反过来来说，如果(i,j)是代表元，则走不到。

对应成条件是：

我们求一下i向左右走到对应位置，理想情况下中间经过的最大的$a+b$，那么走不到就相当于$a_i+\min(\max(b_{[L_i,i]}),\max(b_{[i,R_i]}))>x$

上下同理。

以及$a_i+b_j\le x$。

一共三个不等式，但在确定了i的时候只涉及j对应的两个值。就是【模板-二维偏序】了，树状数组即可。