string

首先,只会交换不同的字符。考虑第一次交换了 i,i+1 和 i+1,i+2,则原本 $c_i \neq c_{i+1} = c_{i+2}$,从 011 变成了 110。则可以通过两次取反达成这个效果。因此,不存在一个位置参与了至少两次交换,只会出现 01 变成 10。贪心一下即可。

ball

假设选出的球的 a 从小往大是 $a_1\sim a_k$,则方案数为 $\prod_{i=1}^k(a_i-i+1)$ 。证明我们在放第 i 个球时前缀中恰有i-1 个位置已被占用,方案数为每一步方案数之积。

考虑我们不要求 a 从小往大,则答案并不会变大,计算方案数时只会少考虑情况。因此我们可以给选出的每个 a 任意分配不同的 i (即插入顺序)。

设 $f_{i,S}$ 表示考虑了前 i 个球,已分配的插入位置集合为 S,从 $f_{i-1,S}$ 和 $f_{i-k,S-2}$ 转移过来。需要实现一个 m 位的高精度。时间复杂度 $O(nm^22^m)$ 。

tree

一个权值集合能被删空,当且仅当集合大小是偶数,且出现最多的元素出现次数不超过集合大小一半。

先计算集合大小是偶数的方案数,然后再枚举超过一半的元素 c,将这部分贡献减去。可以将 c 当成 1,其他当成 -1,那么要求这个连通块的权值和为正偶数。显然这个值不超过 c 的出现次数 cnt_c 。

考虑树形 dp, $f_{i,j}$ 表示 i 子树内权值为 j 的方案数,则 j 只用保留 $-cnt_c \sim cnt_c$ 的部分,时间复杂度 $O(n\sum cnt_c) = O(n^2)$,可以通过。

graph

结论: 所有生成树异或和相同等价于同一点双内的边权值相同。

证明:首先前者等价于一个简单环上的所有边权值相等。如果两条边不在一个点双,显然不存在简单环同时经过这两条边。如果在同一个点双,则考虑将每条边 (u,v) 拆点为 (u,w) 和 (v,w),不改变点双性质。问题转化为存在一个简单环经过这两个拆出来的点,这就是点双的性质。因为只考虑点双内不存在割点,因此任意两个点之间的最大流至少为 2。即存在一个简单环包含这两个点。

然后就是经典问题。如果一个点双内有奇数个点,那么对异或和的贡献就是 $[0,\min w]$,否则令方案数乘上 $(\min w)+1$ 。考虑枚举最高的有一个数脱离上界的位置,那么上方异或和要和 z 一致,其他数下面可以随便选,这个脱离上界的数恰有一种方案合法。可以写出 dp: $f_{i,0/1,0/1}$ 表示考虑到 i,当前异或和以及是否已经有一个数脱离上界。发现不需要记是否有脱离上界,最后减掉全都不脱离的情况即可。那么 $f_{i,0/1}$ 和加入顺序无关,删除一个数是好做的,需要特判这个数下面的位全是 1 的情况,可能没有逆元。考虑要求 $O(n\log V)$ 次逆元,可以预处理 $1\sim 2^{25}$ 的逆元。时间复杂度 $O((n+q)\log V(\log V-25))$