

A、倒水

source: 瞎编的, 个人感觉难度 < 1800。

直觉告诉我, 这个过程应该是这样的:

定义操作5为: 操作 (1,2,4) 若干次, 然后此时的水都倒进桶里。

那么应该是: 操作5执行若干次, 然后再执行若干次, 把此时一部分水倒进桶里。

对拍之后发现是对的。

于是我们定义 $cost[x]$ 表示最少几次, 能让三个杯子恰好凑够 x 的水, 且都倒进了桶里, $cost2[x]$ 表示最少几次, 我能让三个杯子中一部分水恰好是 x , 且都倒进了桶里。

显然 $cost$ 随时可以用, $cost2$ 只有最后一次可以用。

那么我们就可以开心 dp 了, 没有细节。

复杂度 $O(xyz + N(x + y + z))$ 。

B、让他们连通

部分分做法略。这题简单死了。

第一种做法就是重构树了。

我们根据操作时间建立一棵重构树, 在重构树上求出 i 和 $i + 1$ 最早连通的时间 a_i 。

那么, 对于每次询问, 答案就是 $\max([a_{l_i}, a_{r_i-1}])$ 。

其实我想让大家练练整体二分的。

我们也可以通过整体二分来求 a_i 。

一个超级好写的方式是, 我们动态开点建一棵线段树, 每个节点存当前答案在 $[l, r]$ 的询问有哪些。

然后直接跑 \log 遍模拟, 每一遍模拟的过程中, 一旦合并到询问 $[l, r]$ 对应的一半的时候, 就把所有询问算一下, 看看应该往左丢还是往右丢就行。

复杂度多一个 \log , 但是不是每道题都会多这个 \log 的。

需要注意的一个细节是, 你不能递归建树, 只能 bfs 的形式来建树, 因为这样你编号的顺序才是按层数编号。

C、通信网络

对于一个部分分做法, 我们只需要枚举每个点作为中继点 z , 然后二分答案, dfs 一下每棵子树, 看看子树内有多少个在范围内的点即可。

这个查询过程显然可以通过按 dfs 序建立的主席树来加速, 可以做到两个 \log 。

一个 \log 的做法也很明显: 我们直接把这个点当根的时候, 对应的所有主席树都拿出来, 然后从这些主席树的根节点处同时二分, 这样复杂度就只有一个 \log 了。

D、3SUM

SOURCE: arc180D

部分分做法略。

这题当T4其实有点简单的（但是去年CSP/NOIP的T4好像还不如这个难）。

我们考虑对于每组询问，区间内的最大值显然是不可避免的要被选到的。

除了最大值所在位置 x 以外（如果有多个，可以钦定最左/最右），一共就这么三种情况：

(1) 选了 $[L+1, R-1]$ ，以及 L, R 两个端点。

(2) 选了 $[L, t-1], [t, t], [t+1, R]$ 三个区间。

为啥只有这两种形式呢？

我们考虑假设 $t < x$ ，那么， $[t+1, R]$ 的最大值一定是 A_x ， $[L, t]$ 需要划分成两段区间，无论第二段区间是什么，我都可以疯狂把它右端点归给 $[t+1, R]$ 这一段，依旧不会改变 $[t+1, R]$ 的最大值。

所以一定只有上述两种情况。

第一种情况非常容易处理，不说了。

第二种情况，我们可以分 t 在 x 左边还是右边分别做。其实只用做一边，另一边就是翻转序列/询问再做一遍。

以下用 t 在 x 右边来设计算法：

我们考虑建立一个笛卡尔树。

那么每一个位置 i ，都有一个管辖范围 $[l_i, r_i]$ 。

我们对于询问 $[L, R], x$ ，想找的分割位置，实际上就是满足：

- $x < i \leq R$
- $r_i \geq R$

的所有 i 中， $A_i + \min(l_i, i-1)$ 的最小值。

对于每一个 i ，我们可以在建笛卡尔树的过程中预处理出 $r_i, A_i + \min(l_i, i-1)$ 。

关键是，怎么对于每一组询问去求答案。

考虑扫描线。

我们按照 i 从 n 到1的顺序来枚举。

首先，把所有 $r_j = i$ 的位置 j ，插入到线段树中。在线段树中的下标是 j ，值是 $A_j + \min(l_j, j-1)$ 。

然后，我们枚举所有 $R = i$ 的询问。此时，线段树中存储的所有元素，都满足 $r_j \geq R$ ，我们就只关心 $x < j \leq R$ 一个限制了，直接在线段树中查询区间 $[x+1, R]$ 的最小值即可。

时间复杂度 $O((q+n)\log n)$ ，常数有点大。