

# Hledání polytopu maximální dimenze a minimálního obvodu s vrcholy v dané množině bodů

Eric Dusart

17. května 2024

# Co je to polytop?

## Informace o polytopu

- *Polytop* dimenze  $n \in \mathbb{N}$  je uzavřená podmnožina  $P \subseteq \mathbb{R}^n$ .
- Polytop maximální dimenze a minimálního obvodu má  $n + 1$  vrcholů.
- Neexistuje nadrovina (podprostor dimenze  $n - 1$ ), která by obsahovala všechny vrcholy polytopu dimenze  $n$ .



(a) Úsečka



(b) Mnohoúhelník



(c) Mnohostěn

# Moje práce

## Výzkumná otázka

Jak najít polytop maximální dimenze a minimálního obvodu s vrcholy v dané množině bodů?

## Rozdělení práce:

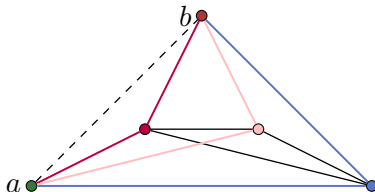
- ☑ Problém v 1D, 2D a  $n$ D
  - ☑ Najít algoritmus.
  - ☑ Dokázat, že funguje.
  - ☑ Naprogramovat algoritmus.

## Proč jsem si vybral toto téma:

- Zájem o matematiku.
- Zajímavé téma.
- Problém v  $n$  dimenzích.

Proč je užití Dijkstrova algoritmu v dvoudimenzionální variantě problému stejně efektivní jako procházení všech možností?

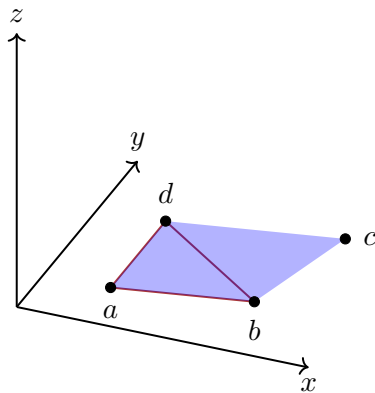
- Dijkstrův algoritmus hledá nejkratší cestu mezi dvěma vrcholy.
- Graf je skoro úplný (bez hrany  $\{a, b\}$ ), který je přejatý z roviny, proto zde platí trojúhelníková nerovnost.
- Cesta povede právě přes jeden vrchol.



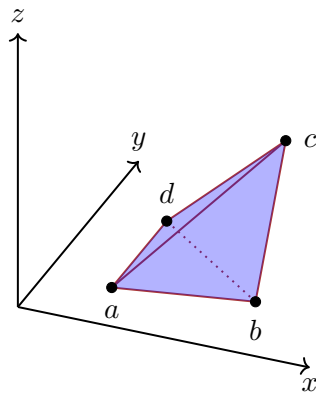
Obrázek: Graf  $K_5$

## Co když leží všechny vstupní body v jedné nadrovině?

- Hledaný polytop neexistuje.
- Hledaný polytop by měl mít dimenzi prostoru určeného vstupními body.



(a) 3D s polytopem dimenze 2



(b) 3D s polytopem dimenze 3

Co má větší vliv na časovou náročnost algoritmu? Dimenze či počet bodů?  
V jakém smyslu a proč?

- Ani jedno, vzájemně se doplňují.
- Pro fixní dimenzi se zvyšováním počtu bodů algoritmus výrazně zpomaluje.
- Pro fixní počet bodů je algoritmus:
  - nejrychlejší, když  $n = 1, m - 1$ , a
  - nejpomalejší, když  $n = \lfloor m/2 \rfloor$ , kde  $m$  je počet bodů.
- Časová náročnost se odvíjí od počtu polytopů:  $\binom{m}{n+1}$ .

Můžeš odhadnout náročnost tvého algoritmu pro  $n = 10$  (alespoň přibližně)?

- Časová náročnost algoritmu v 10D s náhodně generovanými body:
  - $\mathcal{O}(m^{11} \cdot \log m)$ , kde  $m$  je počet bodů.

