

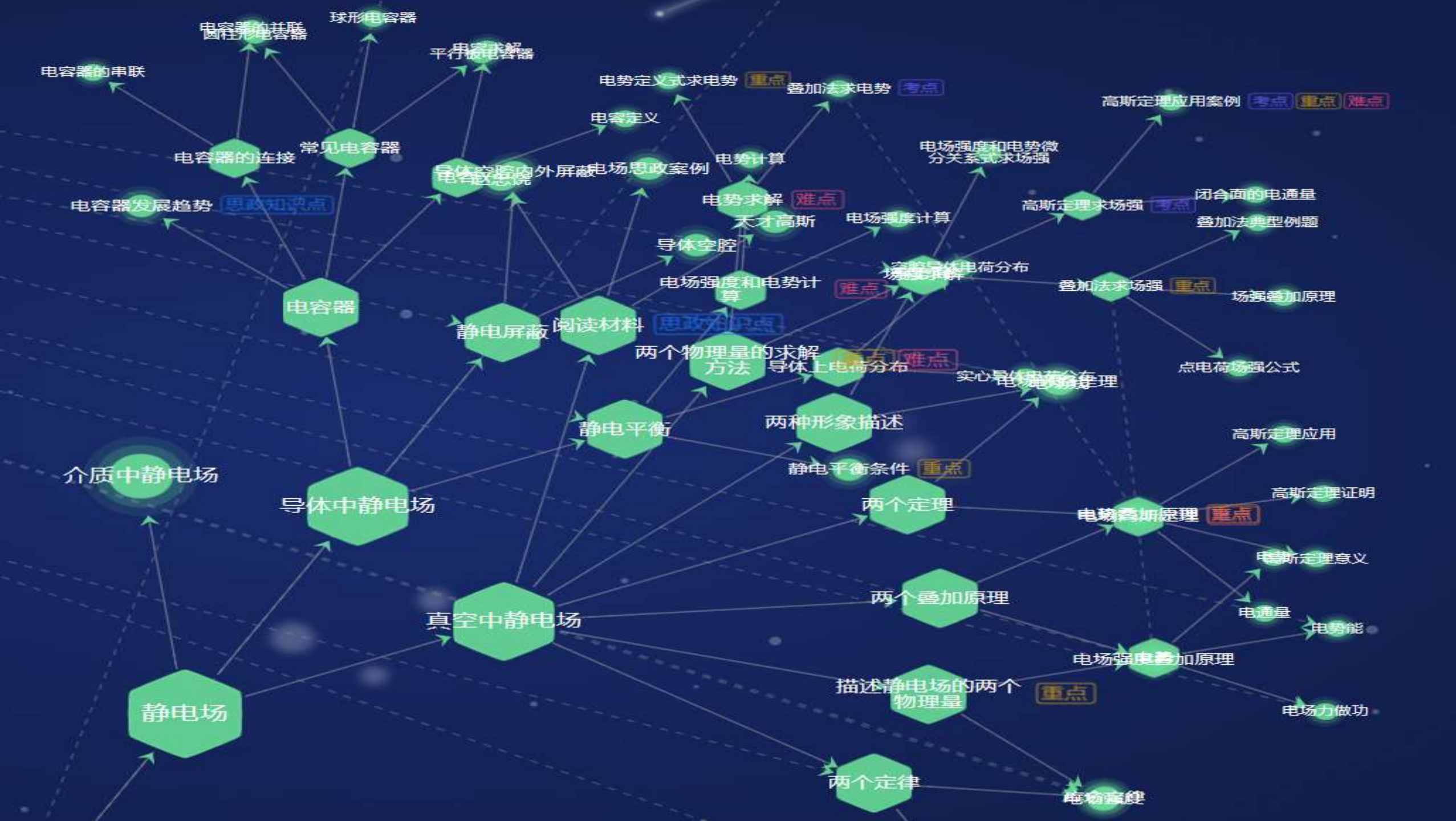


The background is a deep blue gradient. In the center, there is a glowing sphere with a grid of white lines. A bright blue light source is positioned at the top of the sphere, creating a lens flare effect. The text '第六章' is at the top and '静电场' is below it, both in a stylized orange font with a white outline.

# 第六章

## 静电场





## 教学基本要求

---

- 一 **掌握**描述静电场的两个基本物理量——电场强度和电势的概念，理解电场强度  $\vec{E}$  是矢量点函数，而电势  $V$  则是标量点函数.
- 二 **理解**静电场的两条基本定理——高斯定理和环路定理，明确认识静电场是**有源场**和**保守场**.
- 三 **掌握**用点电荷的电场强度和叠加原理以及高斯定理求解带电系统电场强度的方法；能用电场强度与电势梯度的关系求解较简单带电系统的电场强度.

## 第6章 静电场小结：

### 基本理论

- 1.掌握两个基本物理量 $\vec{E}$ 、 $U$ 的定义。
- 2.掌握两个基本规律-库仑定律、叠加原理。
- 3.掌握两个基本定理-高斯定理、环路定理。

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i \text{ (有源场)} \quad \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \text{ (保守场)}$$

### 4.两个形象描述

### 5.两个物理量的求解

## 基本问题

### 1.掌握求 $\vec{E}$ 的三种方法

- (1)由点电荷场强公式及叠加原理求场强。
- (2)由高斯定理求场强（场强分布要具有对称性）。
- (3)由场强和电势的微分关系求场强（已知电势分布）

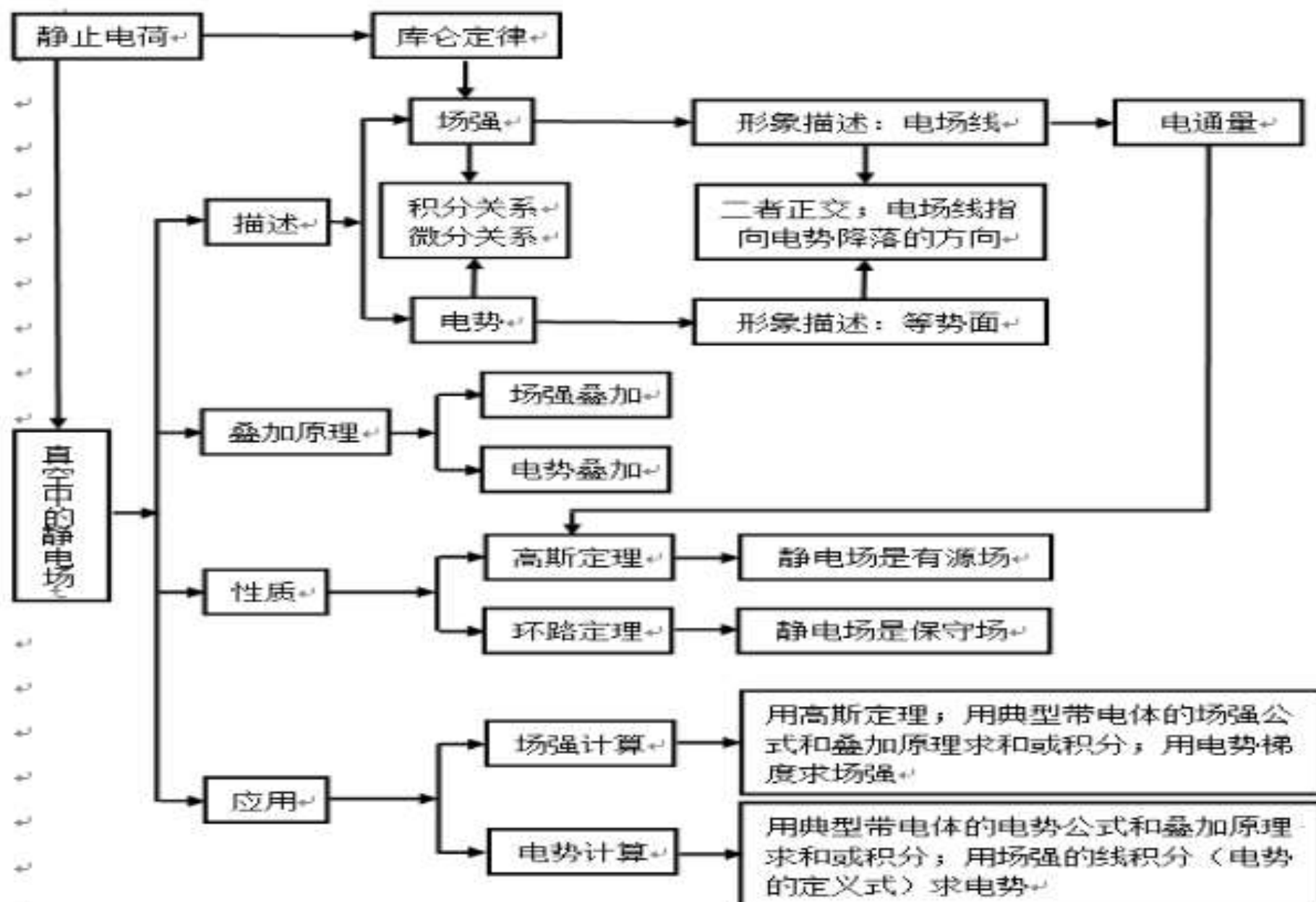
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i \quad \vec{E} = -\nabla V$$

### 2.掌握求V的两种方法

- (1)由点电荷电势公式及叠加原理求电势。
- (2)已知场强分布，由电势的定义式求电势。

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad V_A = \int_A^{''0''} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

## 静电场



## 典型带电体的场强公式

均匀带电球面 球面内 $E = 0$	均匀带电球体 内 $E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$
球面、球体外 (同球心上点电荷) $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	
均匀带电无 限长直线 方向垂直于直线	$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$
均匀带电无限 大平面 (单) 方向垂直于平面	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

## 典型带电体的电势公式

均匀带电球面 球面内 (同球面上)	$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$
球面外 (同球心上点电荷)	$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

## 典型带电体的场强公式 (续)

均匀带电无限长圆柱面 内 $E = 0$ 外 $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$	(同均匀带电 无限长直线)
两个均匀带电无限大平面 之间 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ 之外 $E = 0$	



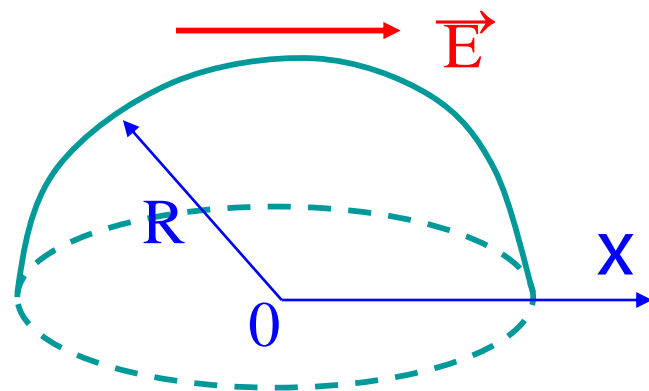
## 讨论1

电场强度为 $\vec{E}$ 的均匀电场， $\vec{E}$ 的方向与ox轴正向平行，穿过半径为R的半球面的电场强度通量为：

( A )  $\pi R^2 E$     ( B )  $\frac{1}{2} \pi R^2 E$

( C )  $2\pi R^2 E$     ( D ) 0

( D )



## 讨论2

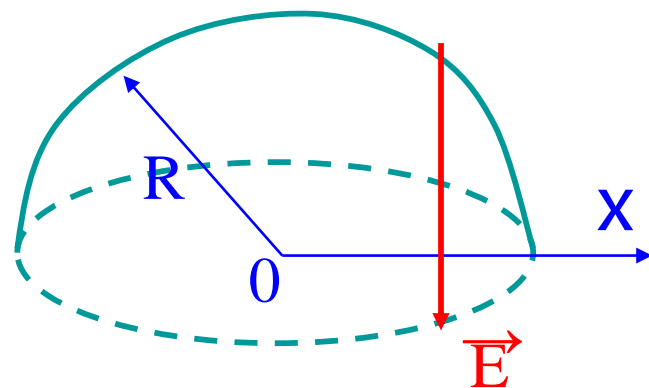
若 $\vec{E}$ 的方向与ox轴垂直并向下，则穿过半球面的电场强度通量为：

( A )  $\pi R^2 E$     ( B )  $-\pi R^2 E$

( C )  $-\frac{1}{2} \pi R^2 E$     ( D ) 0

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{S_{\text{半球面}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{S_{\text{底面}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i = 0$$

( B )



# 作业

补充作业6-1 , 2 ( 第一种方法 )

6-8 两个同心球面的半径分别为  $R_1$  和  $R_2$  , 各自带有电荷  $Q_1$  和  $Q_2$  .求 :

(1) 各区域电势分布 , 并画出分布曲线 ;

(2) 两球面间的电势差为多少 ?

补充作业6-3 , 4

6-9

# 期中考试

9

如图所示，两个“无限长”的、半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$ 的共轴圆柱面均匀带电，轴线方向单位长度上的带电量分别为 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ ，则在两圆柱面外面、距离轴线为 $r$ 处的P点的电场强度大小[ ]

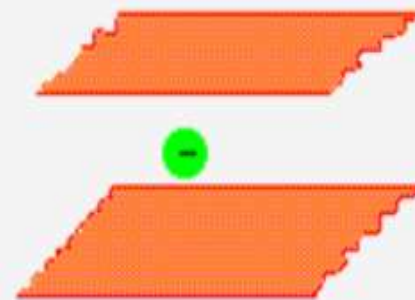


- A、  $\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi\epsilon_0 r}$
- B、  $\frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{\lambda_2}{2\pi\epsilon_0 R_2}$
- C、  $\frac{\lambda_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}$
- D、 0

**答案：A**

10

1.如图所示,一带负电的油滴在两个带电的水平放置的大平行金属板之间保持稳定;若油滴获得了附加的负电,要维持油滴稳定应采取怎样的措施? [    ]



- A、 使金属板互相靠近些
- B、 改变板上电荷的正负极
- C、 使油滴离正电板远一些
- D、 减小两板之间的电势差

**答案：D**

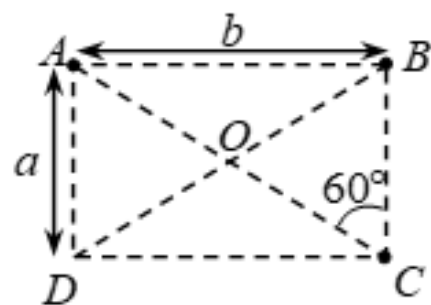
10. 如图所示，边长分别为  $a$  和  $b$  的矩形，其  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个顶点上分别放置三个电量均为  $q$  的点电荷，则中心  $O$  点的场强和方向分别为：  $\leftarrow$

A.  $\frac{q}{\pi\epsilon_0(a^2+b^2)}$ ，由  $O$  指向  $D$ ；  $\leftarrow$

B.  $\frac{q}{4\pi\epsilon_0(a^2+b^2)}$ ，由  $D$  指向  $O$ ；  $\leftarrow$

C.  $\frac{q}{4\pi\epsilon_0(a^2+b^2)}$ ，由  $O$  指向  $D$ ；  $\leftarrow$

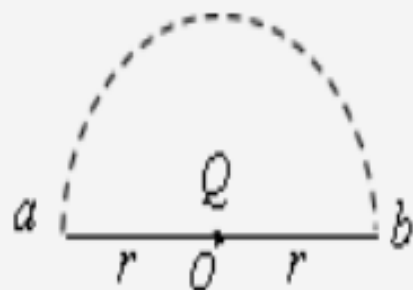
D.  $\frac{q}{2\pi\epsilon_0(a^2+b^2)}$ ，由  $D$  指向  $O$ ；  $\leftarrow$



**答案：A**



15 真空中有一点电荷 $Q$ 在与它相距为 $r$ 的 $a$ 点处有一试验电荷 $q$ 。现使试验电荷 $q$ 从 $a$ 点沿半圆弧轨道运动到 $b$ 点, 如图所示。则电场力对 $q$ 做功为\_\_\_\_\_J。

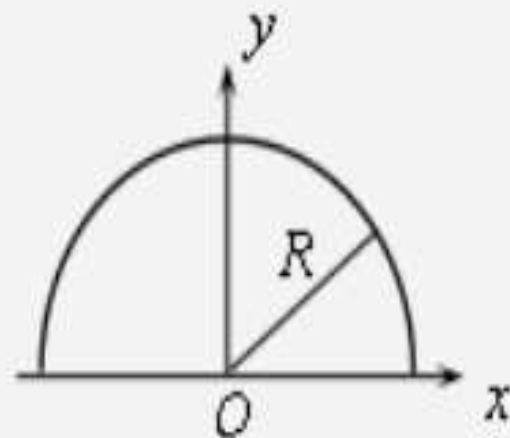


**答案：0**

## 20

如图所示，将一均匀带电细棒弯成半径为 $R$ 的半圆形，细棒带有电量 $Q$ ，试求：

- (1) 圆心 $O$ 点处的电场强度；
- (2) 设无穷远处为电势零点，圆心 $O$ 处的电势。



解: (1)  $dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{Qd\theta}{4\pi^2\epsilon_0 R^2}$  2分

$dE_x = -dE \cos\theta, \quad dE_y = -dE \sin\theta$  1分

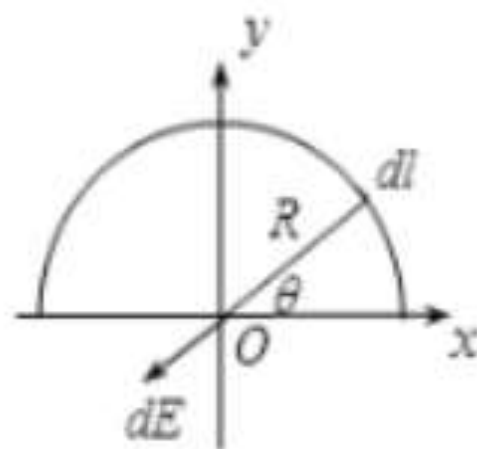
$E_x = -\int dE \cos\theta = 0$  1分

$E_y = -\int dE \sin\theta = -\frac{Q}{4\pi^2\epsilon_0 R^2} \int_0^\pi \sin\theta d\theta = -\frac{Q}{2\pi^2\epsilon_0 R^2}$

2分

(2)  $dU = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R}$  2分

$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \int dq = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$  2分



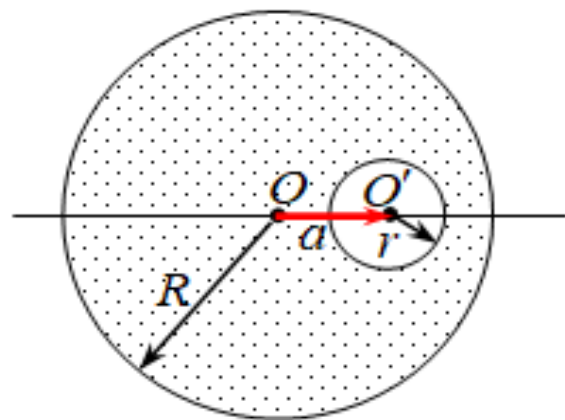
去年

←

5. 在半径为  $R$ ，电荷体密度为  $\rho$  的均匀带电球内，若保持电荷分布不变，在该球体中挖去半径为  $r$  的一个小球体，球心为  $O'$ ，若两球心间  $O \rightarrow O'$  用矢量  $\vec{a}$  表示，证明：空腔中任意点的

电场强度为  $\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{a}$ 。(8分)

∠



←

4. 解：利用代偿法，将没有电荷的小球看成同时←

放置了 $\pm\rho$ 的电荷，再考虑对称性，有高斯定理 $\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\text{内}} q_i$  ←

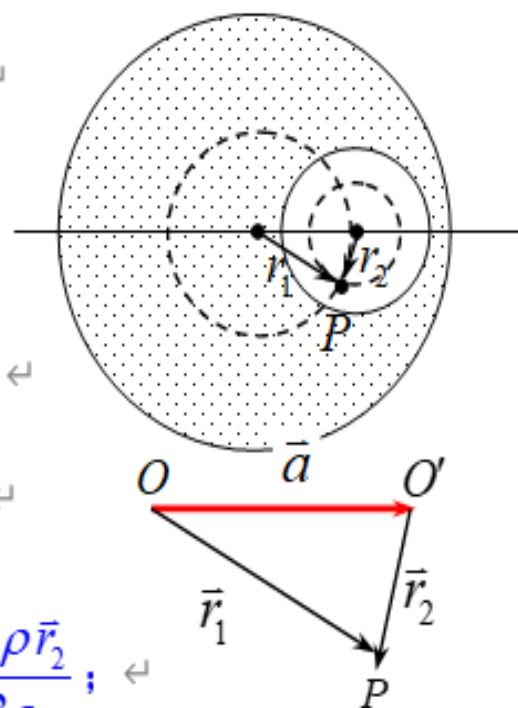
(1) 以 $O$ 为圆心，过空腔内任意点 $P$ 点作一个半径为 $r_1$ 的高斯面。 ←

有：  $4\pi r_1^2 \cdot E_1 = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3}{\epsilon_0}$  有：  $E_1 = \frac{\rho r_1}{3\epsilon_0}$  ， 矢量形式为  $\vec{E}_1 = \frac{\rho \vec{r}_1}{3\epsilon_0}$ ； ←

(2) 以 $O'$ 为圆心，过空腔内任意点 $P$ 点作一个半径为 $r_2$ 的高斯面。 ←

有：  $4\pi r_2^2 \cdot E_2 = \frac{-\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r_2^3}{\epsilon_0}$  有：  $E_2 = \frac{-\rho r_2}{3\epsilon_0}$  ， 矢量形式为  $\vec{E}_2 = \frac{-\rho \vec{r}_2}{3\epsilon_0}$ ； ←

考虑到  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{a}$  有：  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{a}$  。 ←





1. 静电场的性质如何？求解电场强度和电势的方法各有哪些？举例说明几种方法如何搭配使用？↵

答：静电场的性质有高斯定理  $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$ ，揭示它是有源场；↵

环路定理  $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ ，揭示它是无旋场。↵

求解电场强度的三种方法：↵

(1) 由点电荷场强公式及叠加原理求场强。↵  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r$

(2) 由高斯定理求场强（场强分布要具有对称性）。↵  $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$

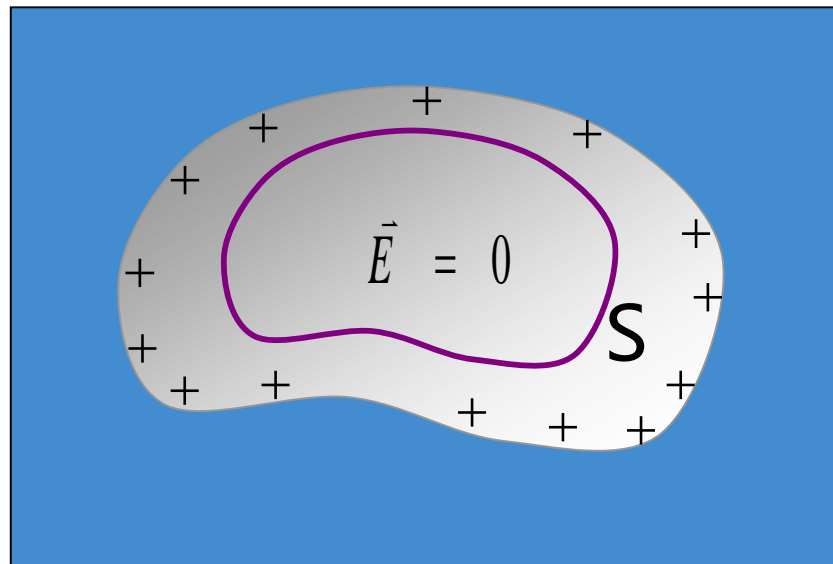
(3) 由场强和电势的微分关系求场强（已知电势分布）↵  $\vec{E} = -\nabla V$

## 静电平衡时导体上的电荷分布

1. 在静电平衡下，导体所带的电荷只能分布在导体的外表面，导体内部没有净电荷。

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i^{\text{in}}$$

$$\vec{E} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum q_i = 0$$



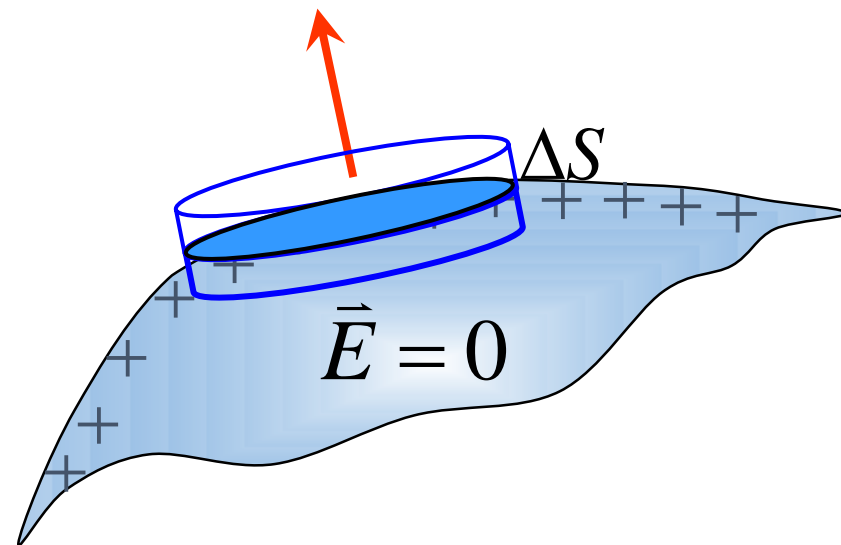
结论：导体内部没有净电荷，电荷只能分布在导体外表面。

## 2. 导体表面的电荷面密度与其邻近处电场强度的关系

作圆柱形高斯面

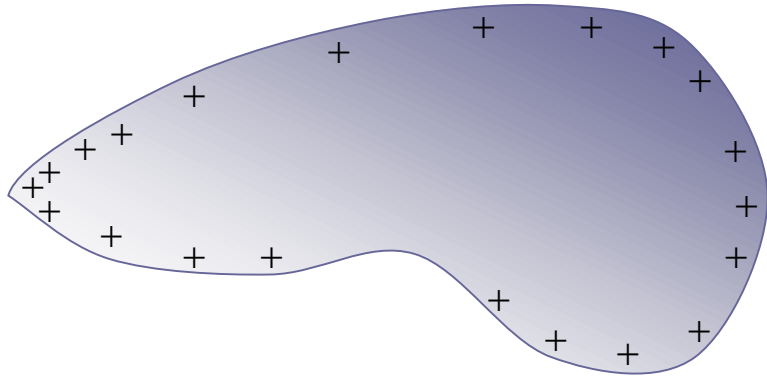
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



——处于静电平衡的导体，其表面上各点的电荷密度与表面邻近处场强的大小成正比。

3. 静电平衡下的孤立导体，其表面处电荷密度 $\sigma$  与该表面曲率有关，曲率（ $1/R$ ）越大的地方电荷密度也越大，曲率越小的地方电荷密度也越小。



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\sigma \uparrow E \uparrow; \sigma \downarrow, E \downarrow$$

去年

---

5 【单选题】一平行板电容器,两极板相距 $d$ ,对它充电后把电源断开,然后把电容器两极板之间的距离增大到 $2d$ ,如果电容器内电场边缘效应忽略不计则

- A、 电容器的电容增大一倍
  - B、 电容器所带的电量增大一倍
  - C、 电容器两极板间的电场强度增大一倍
  - D、 储存在电容器中的电场能量增大一倍
-



## 期中考试

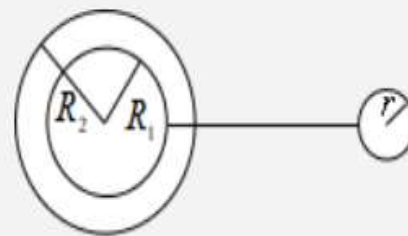
19

半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$  ( $R_2 > R_1$ ) 的两个同心导体薄球壳，分别带电量 $Q_1$ 和 $Q_2$ ，求：

(1) 电场强度分布：

(2) 在内球壳  $R_1$  内任一点处的电势；

(3) 如图所示，今将内球壳  $R_1$  用细导线与远处半径为 $r$ 的导体球相连，导体球原来不带电，试求相连后导体球所带电量 $q$ 。



解: (1) 由高斯定理

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$E_I = 0 \dots\dots\dots r < R_1 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore E_{II} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \dots\dots R_1 < r < R_2 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$E_{III} = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \dots\dots r > R_2 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(2)

$$\therefore R_1 \text{ 在该点处的电势} \dots\dots U_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$R_2 \text{ 在该点处的电势} \dots\dots U_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

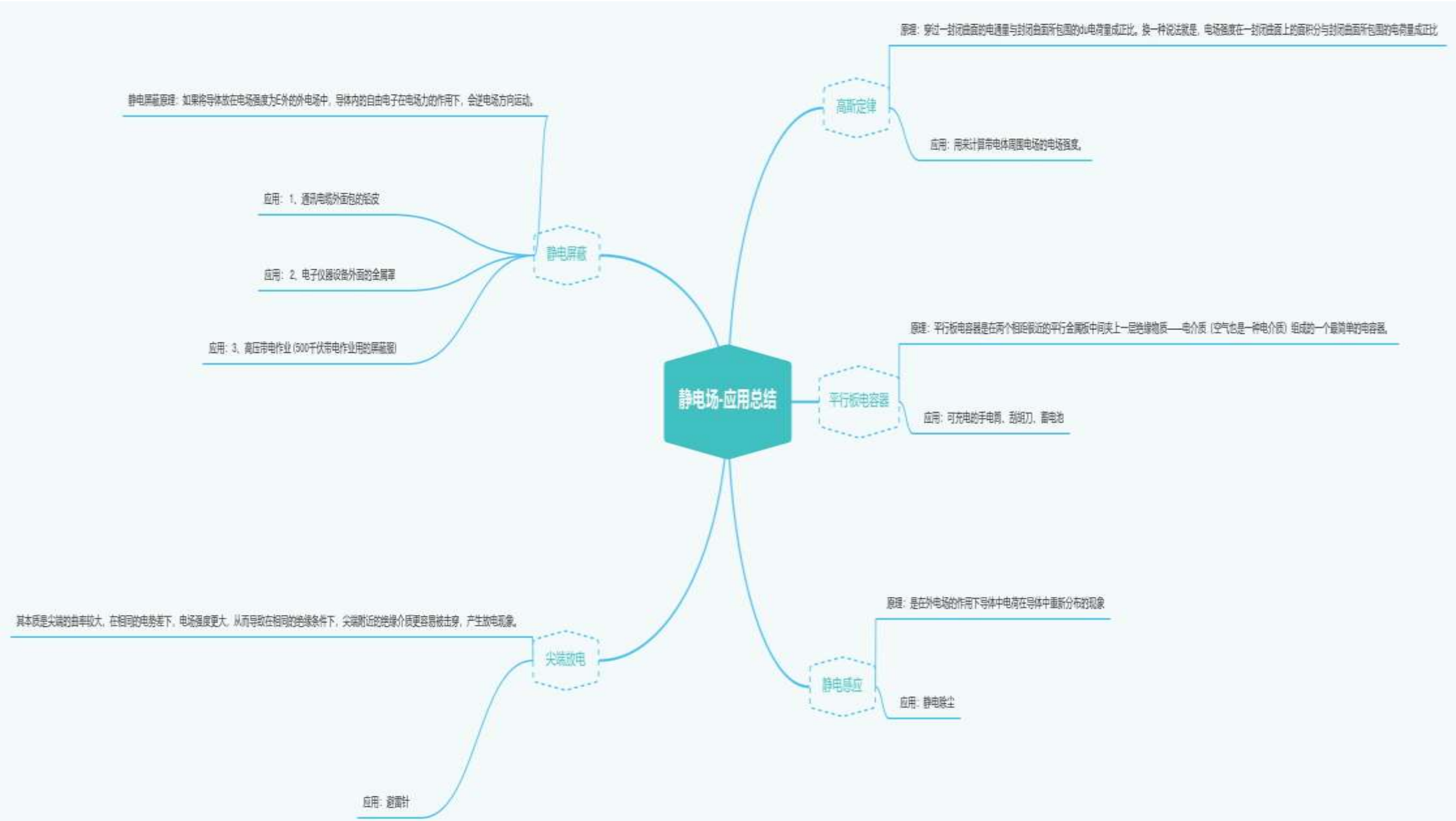
$$\text{该点处的总电势为} \dots\dots U = U_1 + U_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(3) 连接后  $r$  带电  $q$ ,  $R_1$  带电  $Q_1 - q$ , 且两者电势相等, 此时  $R_1$  的电势和  $r$  的电势分别为

$$\dots\dots\dots U_{R_1} = \frac{Q_1 - q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \dots\dots, \quad U_r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{两者相等, 解得 } q = \frac{r(R_2 Q_1 + R_1 Q_2)}{R_2(R_1 + r)} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

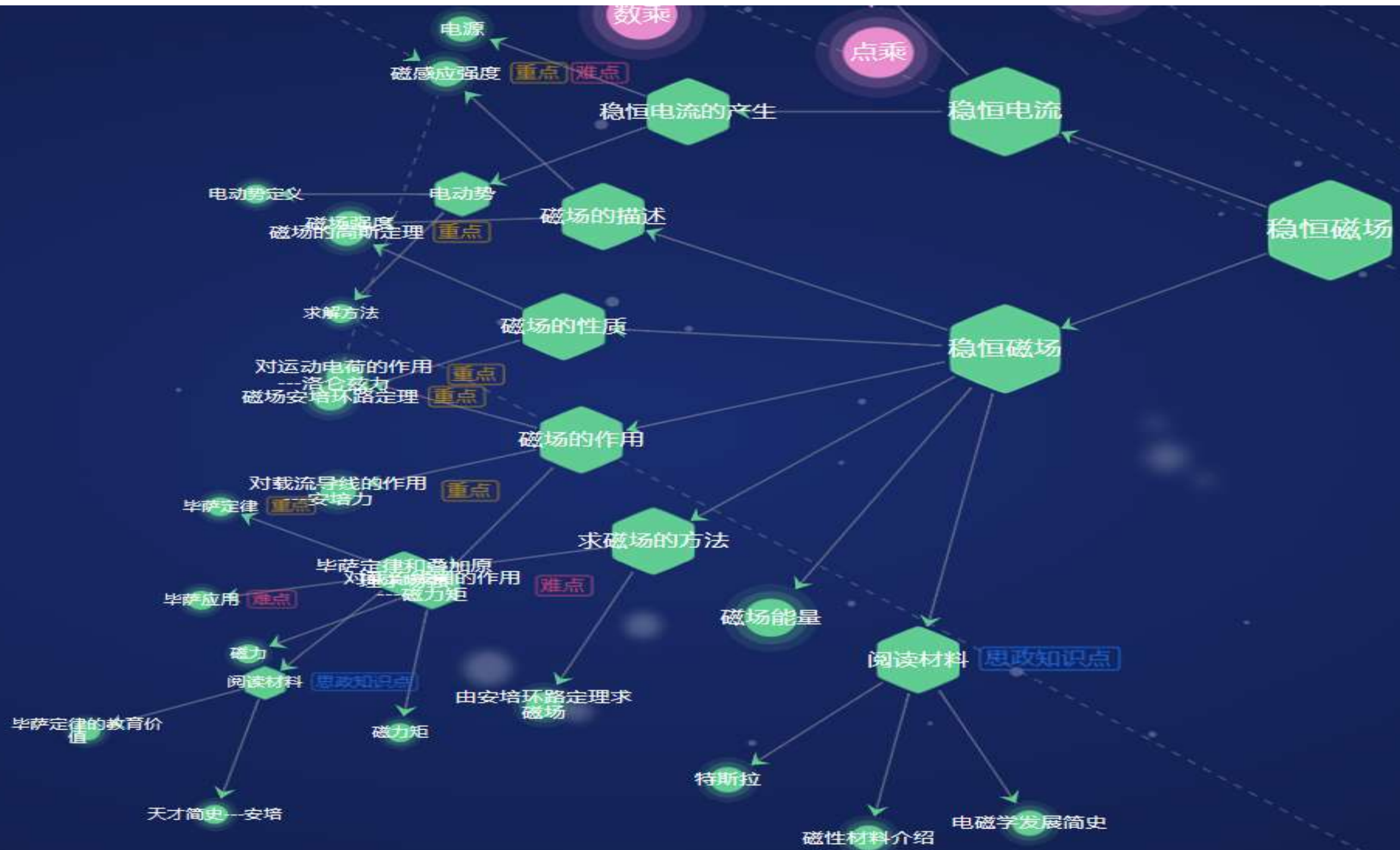
# 应用思维导图



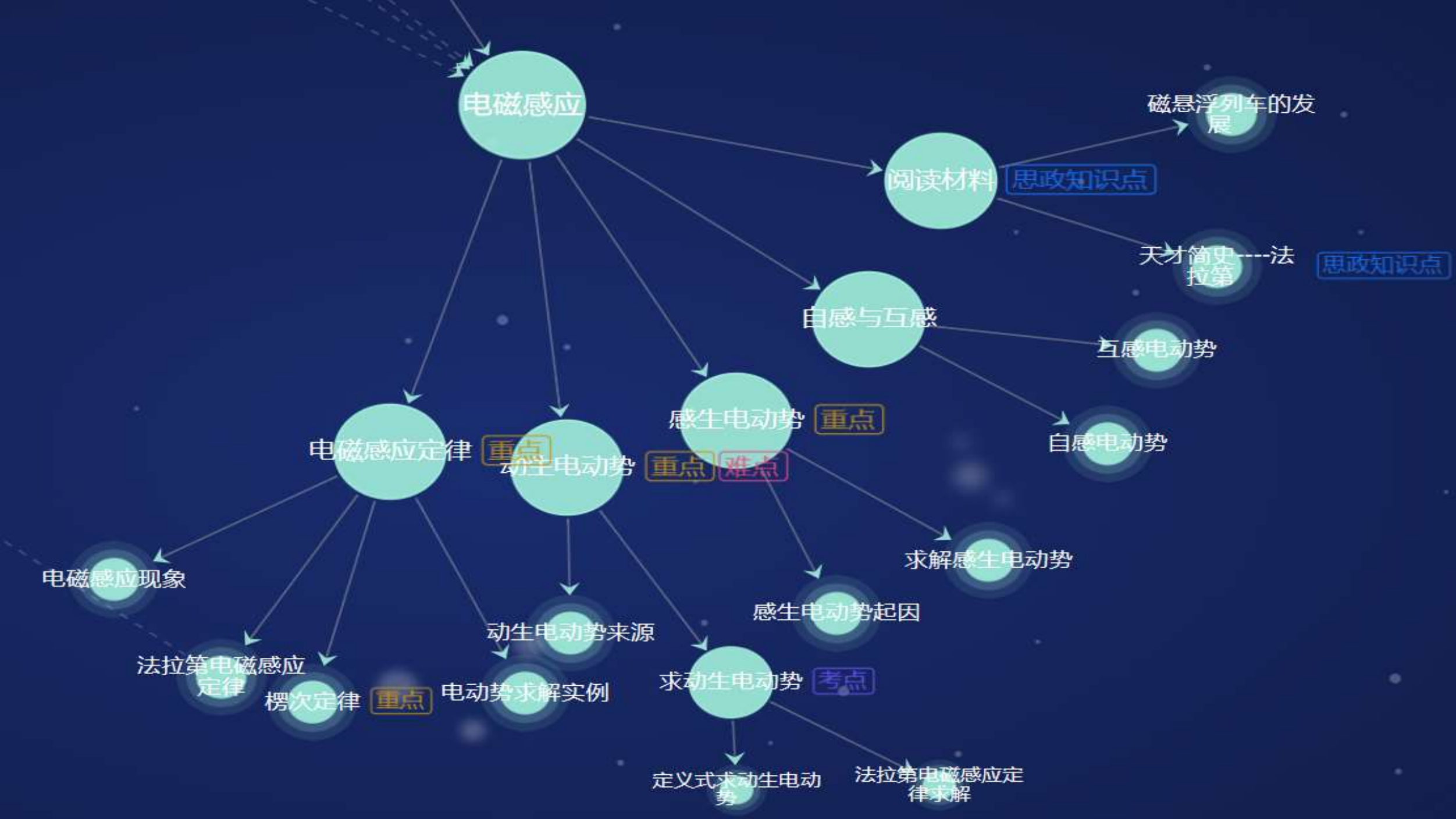
# 第七章

## 恒定磁场

## 电磁感应







# 教学基本要求

---

- 一 理解恒定电流产生的条件，理解 电流密度和电动势的概念.
- 二 掌握描述磁场的物理量——磁感强度的概念，理解它是矢量点函数.
- 三 理解毕奥 - 萨伐尔定律，能利用它计算一些简单问题中的磁感强度.
- 四 理解稳恒磁场的高斯定理和安培环路定理.理解用安培环路定理计算磁感强度的条件和方法.
- 五 理解洛伦兹力和安培力的公式，能分析电荷在均匀电场和磁场中的受力和运动.了解磁矩的概念.

# 教学基本要求

---

六 掌握并能熟练应用法拉第电磁感应定律和楞次定律来计算感应电动势，并判明其方向.

七 理解动生电动势和感生电动势的本质.了解有旋电场的概念.

八 了解磁场具有能量和磁能密度的概念, 会计算均匀磁场和对称磁场的能量.

九 了解位移电流和麦克斯韦电场的基本概念以及麦克斯韦方程组（积分形式）的物理意义.

## 第7章 稳恒磁场小结提纲

1.掌握描述磁场的基本物理量 $\vec{B}$ 。

2.掌握描述磁场的基本定理和定律。

(1)毕—萨定律 
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

(2)安培环路定理 
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I \quad \text{—非保守场}$$

(3)高斯定理 
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \text{—无源场(涡旋场)}$$

3.理解安培力和洛伦兹力

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \qquad \vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

4.理解带电粒子在电场和磁场中的运动以及霍尔效应

# 基本问题

## 1.求磁感应强度

(1)由毕—萨定律、叠加原理求解

( 熟记 有限长直导线、圆环、圆弧磁场公式 )

(2)由安培环路定理求解 ( 条件：电流分布有对称性 )

( 熟记 无限长直导线、螺绕环、长螺线管磁场公式 )

## 2.安培力、洛仑兹力的计算

(1)载流导线在磁场中受力  $\vec{F} = \int_L Id\vec{l} \times \vec{B}$

(2)载流线圈在磁场中受力矩  $\vec{m} = NIS\vec{S}$   $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

(3)带电粒子在磁场中受力

$$\vec{v} \perp \vec{B}$$

$\vec{v}$  和  $\vec{B}$ 之间夹角为 $\theta$

圆周运动 ( R、T )

螺旋线 ( R、T、d )

# 电磁感应小结提纲

- 1.理解法拉第电磁感应定律和楞次定律。
- 2.掌握动生电动势、感生电动势
- 3.了解麦克斯韦方程组。

## 基本问题

动生电动势和感生电动势的计算

$$\text{动生: } \varepsilon_i = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad \varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\text{感生: } \varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \varepsilon_i = \int_0^L \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

对无限长螺线管或磁场均匀的圆柱形空间：

$$r < R \text{ 时 } E_k = -\frac{1}{2}r \frac{dB}{dt} \quad r > R \text{ 时 } E_k = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

# 典型载流导体、带电体的公式对比（一）（真空中）

## 典型载流导体的磁感应强度

## 典型带电体的场强

电流元

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

电荷元

$$d\vec{E} = \frac{dq\vec{r}_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

载流直导线

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

方向与电流方向成右螺旋关系

无限长载流  
直导线

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

方向与电流方向成右螺旋关系

均匀带电无  
限长直线

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

方向垂直于直线

## 典型载流导体、带电体的公式（续）（真空中）

### 典型载流导体的磁感应强度

### 典型带电体的场强

圆线圈圆心处  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

方向与圆电流成右手螺旋

均匀带电细圆环圆心处  $E=0$

无限长直螺线管、细螺线环

内：  $B = \mu_0 n I$

外：  $B = 0$

无限长均匀载流圆柱形导体

内：  $B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$  （内：与离开轴线的距离 $r$ 成正比）

外：  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$  （外：与无限长载流直线的磁场相同）



麦克斯韦电磁场  
方程的积分形式

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{—— 静电场为有源场}$$

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

—— 变化磁场激发涡旋电场

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{—— 磁场为无源场}$$

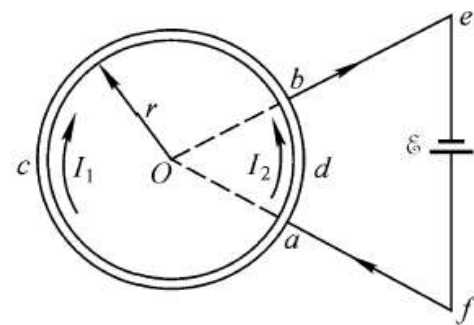
$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S (\mu_0 \vec{j}_c + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \cdot d\vec{s}$$

—— 传导电流与变化电场激发涡旋磁场

## 作业

**7-8** 如图所示，有两根导线沿半径方向接触铁环的a、b两点，并与很远处的电源相接。求环心O的磁感强度。

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I_1 l_1}{4\pi r^2} - \frac{\mu_0 I_2 l_2}{4\pi r^2} = 0$$

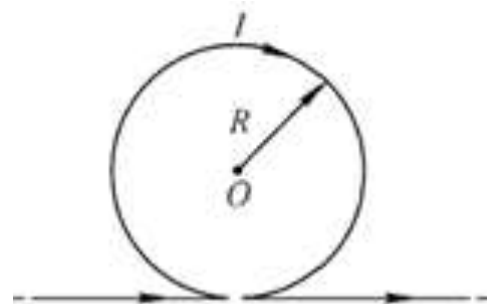


题 7 - 10 图

7-9 如图，载流导线弯成（a）、（b）所示的形状，求图中P点的场强和方向。

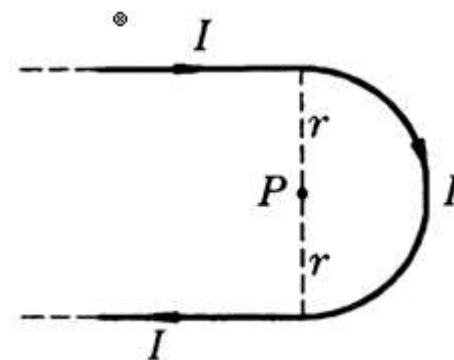
解：（a）根据毕 - 萨定律知，通电直导线在其延长线上的场强为0，P点场强仅为竖直半无限长载流直导线所激发：

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R} - \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \text{方向垂直于纸面向内}$$



（b）P点场强由两半无限长载流直导线及半个圆周载流导线所激发，根据右手定则知其所激发磁场方向均为垂直于纸面向里：

$$B = 2 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi r} + \frac{1}{2} \times \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 I}{4r} \left(1 + \frac{2}{\pi}\right)$$



7-10 已知 $10 \text{ mm}^2$  裸铜线允许通过 $50 \text{ A}$  电流而不会使导线过热. 电流在导线横截面上均匀分布. 求: (1) 导线内、外磁感强度的分布; (2) 导线表面的磁感强度.

7-10 解 (1) 围绕轴线取同心圆为环路 $L$ , 取其绕向与电流成右手螺旋关系, 根据安培环路定理, 有

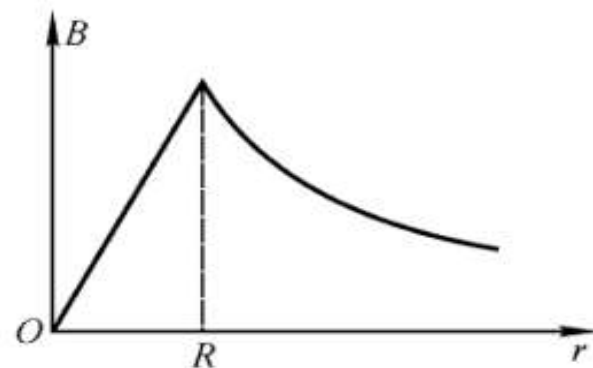
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I$$

在导线内 $r < R$ ,  $\sum I = \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2 = \frac{\pi r^2}{R^2} I$ , 因而

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

在导线外 $r > R$ ,  $\sum I = I$ , 因而

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



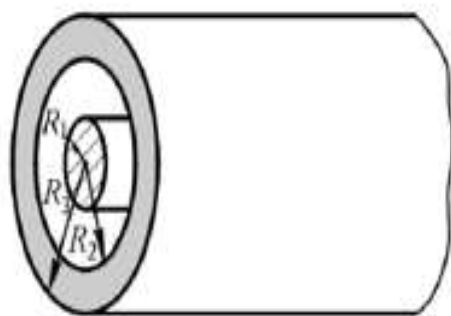
题 7-16 图

磁感强度分布曲线如图所示.

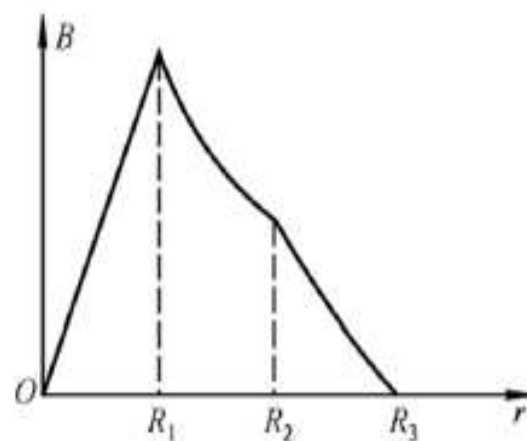
(2) 在导线表面磁感强度连续, 由 $I = 50 \text{ A}$ ,  $R = \sqrt{s/\pi} = 1.78 \times 10^{-3} \text{ m}$ , 得

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = 5.6 \times 10^{-3} \text{ T}$$

7-11 有一同轴电缆，其尺寸如图（a）所示。两导体中的电流均为 $I$ ，但电流的流向相反，导体的磁性可不考虑。试计算以下各处的磁感强度：（1） $r < R_1$ ；（2） $R_1 < r < R_2$ ；（3） $R_2 < r < R_3$ ；（4） $r > R_3$ 。画出 $B-r$ 图线。

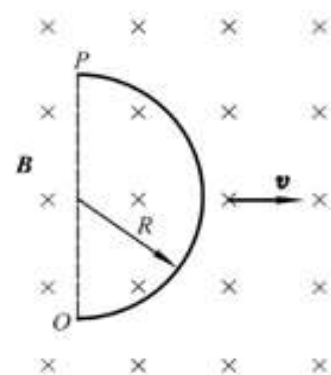


(a)



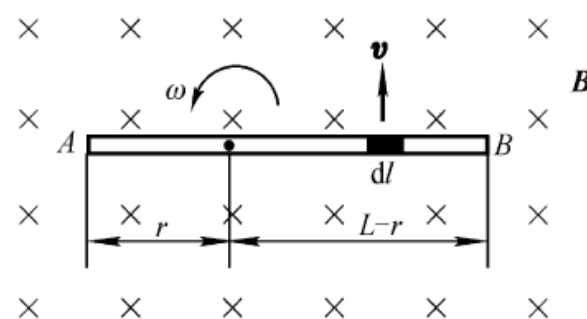
(b)

7 - 14 如图 ( a ) 所示，把一半径为  $R$  的半圆形导线  $OP$  置于磁感强度为  $B$  的均匀磁场中，当导线以速率  $v$  水平向右平动时，求导线中感应电动势  $E$  的大小，哪一端电势较高？

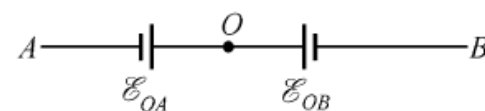


( a )

7 —15 长为 $L$ 的铜棒，以距端点 $r$  处为支点，以角速率 $\omega$ 绕通过支点且垂直于铜棒的轴转动. 设磁感强度为 $B$ 的均匀磁场与轴平行，求棒两端的电势差. ←



(a)



(b)

题 8 - 11 图

**7-15 解1** 如图 (a) 所示, 在棒上距点  $O$  为  $l$  处取导体元  $dl$ , 则<sup>+</sup>

$$E_{AB} = \int_{AB} (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot d\boldsymbol{l} = \int_{-r}^{L-r} -\omega l B dl = -\frac{1}{2} \omega l B (L - 2r) \text{<sup>+</sup>}$$

因此棒两端的电势差为<sup>+</sup>

$$U_{AB} = E_{AB} = -\frac{1}{2} \omega l B (L - 2r) \text{<sup>+</sup>}$$

当  $L > 2r$  时, 端点  $A$  处的电势较高<sup>+</sup>

**解2** 将  $AB$  棒上的电动势看作是  $OA$  棒和  $OB$  棒上电动势的代数和, 如图 (b) 所示. 其中<sup>+</sup>

$$|E_{OA}| = \frac{1}{2} B \omega r^2, |E_{OB}| = \frac{1}{2} \omega B (L - r)^2 \text{<sup>+</sup>}$$

则<sup>+</sup>

$$E_{AB} = |E_{OA}| - |E_{OB}| = -\frac{1}{2} \omega B L (L - 2r) \text{<sup>+</sup>}$$

<sup>+</sup>



## 作业

7-13 载流长直导线中的电流以  $\frac{dI}{dt}$  的变化率增长. 若有一边长为  $d$  的正方形线圈与导线处于同一平面内, 如图所示. 求线圈中的感应电动势. ◀

7-13 解 穿过面元  $dS$  的磁通量为◀

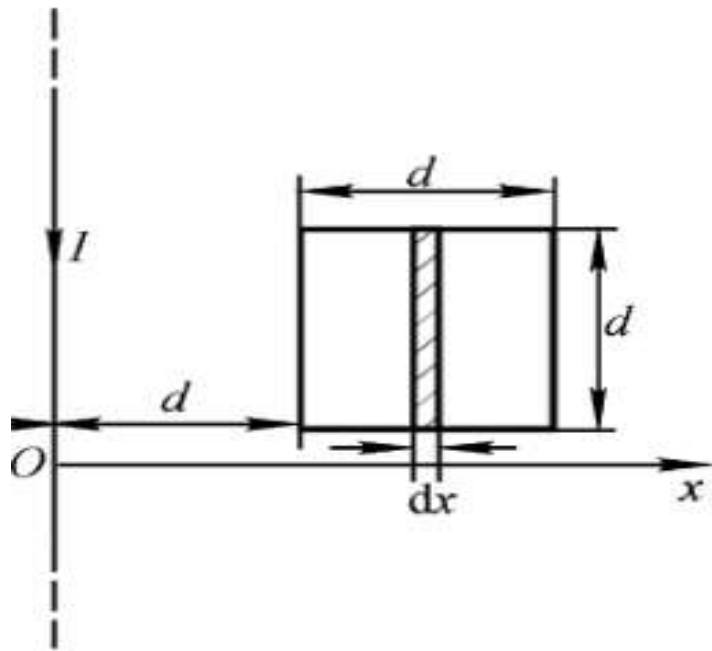
$$d\Phi = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} ddx \quad \leftarrow$$

因此穿过线圈的磁通量为◀

$$\Phi = \int_d^{2d} \frac{\mu_0 I d}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I d}{2\pi} \ln 2 \quad \leftarrow$$

再由法拉第电磁感应定律, 有◀

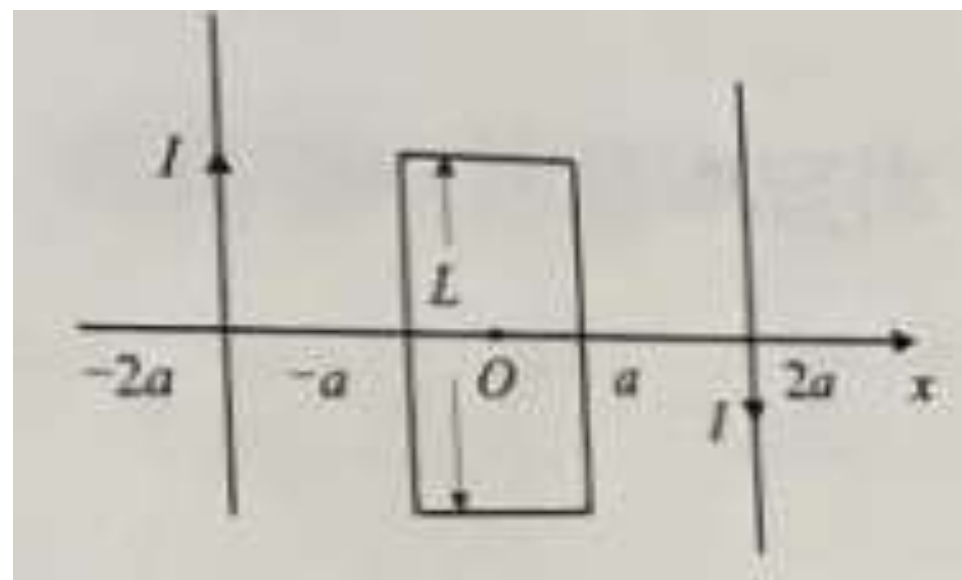
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \left( \frac{\mu_0 d}{2\pi} \ln \frac{1}{2} \right) \frac{dI}{dt} \quad \leftarrow$$



补充作业7-1

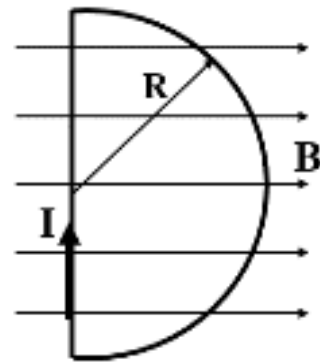
两平行长直导线相距  $4a$ ，每根导线载有电流  $I$ ，如图所示建立坐标系，求：

(1)  $x$  轴上任一点处的磁感应强度；(2) 通过图中矩形方框的磁通量。



补充作业7-2

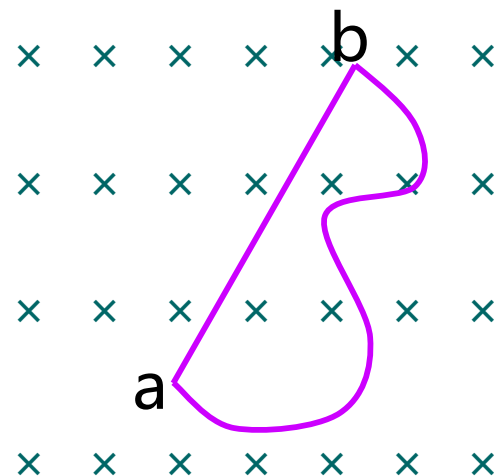
半径  $R$  的半圆形闭合线圈，载有电流  $I$ ，放在均匀磁场  $\mathbf{B}$  中，磁场方向与线圈面平行，如图所示。求：(1) 此时线圈所受磁力矩；(2) 若线圈受磁力矩的作用转到线圈平面与磁场垂直的位置，则磁力矩做功为多少？



## 讨论

一根导线弯成平面曲线放在均匀磁场 $B$ 中，绕其一端 $a$ 以角速率 $\omega$ 逆时针方向旋转，转轴与 $B$ 平行，则整个回路电动势为 0， $ab$ 两端的电动势为  $-\frac{1}{2}\omega B \overline{ab}^2$ ， $a$ 点的电势比 $b$ 点的电势 高。

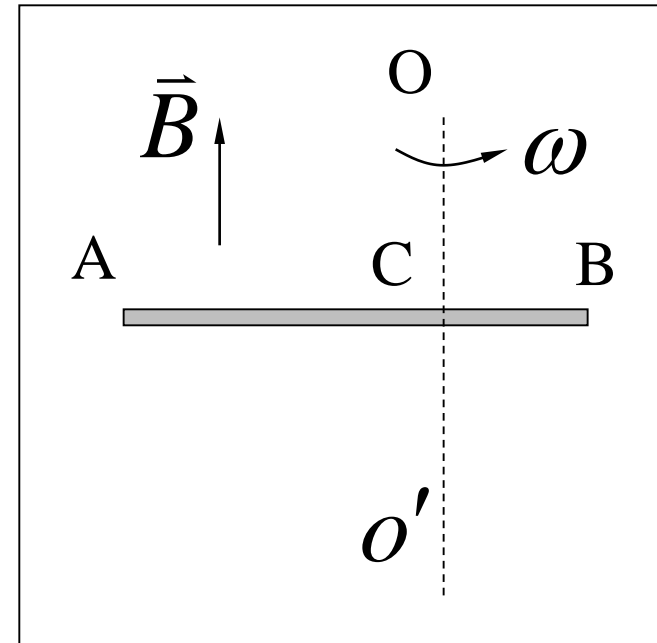
$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{ab} &= \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= \int_a^b -\omega B l dl = -\frac{1}{2}\omega B \overline{ab}^2\end{aligned}$$



电动势的方向：b - a

**例** 如图，导体棒 AB 在均匀磁场中绕通过 C 点的垂直于棒长且沿磁场方向的轴  $OO'$  转动（角速度  $\omega$  与  $\vec{B}$  同方向），BC 的长度为棒长的  $1/3$ ，则

- ★ (A) A 点比 B 点电势高
- (B) A 点与 B 点电势相等
- (C) A 点比 B 点电势低
- (D) 由稳恒电流从 A 点流向 B 点



**例** 若用条形磁铁竖直插入木质圆环，则环中

( A ) 产生感应电动势，也产生感应电流

 ( B ) 产生感应电动势，不产生感应电流

( C ) 不产生感应电动势，也不产生感应电流

( D ) 不产生感应电动势，产生感应电流