

Graph theory

Graph (G) :- consists of a set of objects (V) called vertices (also called points or nodes) and another set (E) called edges (also called lines or arcs).

الرسم البياني :- يتكون من مجموعة (V) تسمى

الرؤوس ومجموعة أخرى (E) تسمى الحواف.

* Vertex (V) :- هي النقط أو الرؤوس التي

تخرج منها الخطوط في الرسم.

* Edges (E) :- هي الخطوط أو الأضلاع

التي تخرج من الرؤوس في الرسم.



* Usually, the graph is denoted as $G = (V, E)$.

* adjacent vertices: الرؤوس المتجاورة

لوفي رأسين في الرسم واصلين ببعضهما أو

منع يبقى الرأسين دول متجاورين (adjacent).

* متى أقول على الرسم أنه (Graph):

لما يكون كل العناصر في مجموعة الخواص (E)

موجودة في مجموعة الرؤوس وفيش أي عناصر

زيادة عن (V).

EX: $V = \{1, 2, 3, 4\}$ and $E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}\}$

Then $G(V, E)$ is a graph.

EX: $V = \{1, 2, 3, 4\}$ and $E = \{\{1, 5\}, \{2, 3\}\}$

Then $G(V, E)$ is not a graph.

درجة الرأس: Degree of a vertex.

The number of edges incident on a vertex (v_i) (sometimes called valency).

هي عدد الحواف التي خارج من رأس معين.

وتسمى أيضاً التكافؤ.

Self loops counted twice.

الحلقة الذاتية للرأس تعد مرتين (الأولى

كخارج من الرأس والثانية كخارج إليها).

* Degree of vertex is denoted by

$\deg G(v_i)$ or $\deg v_i$ or $d(v_i)$.

* Types of degrees:

1) In degree: هي عدد الخطوط التي

داخله لرأس معين في حالة رسم رسم على الخط

2) out degree: هي عدد الخطوط التي

خارج من رأس معين في حالة رسم رسم على الخط

* Isolated vertex: الرأس المعزولة

is a vertex that has no incident edge.

هي رأس لا تملك أي خطوط

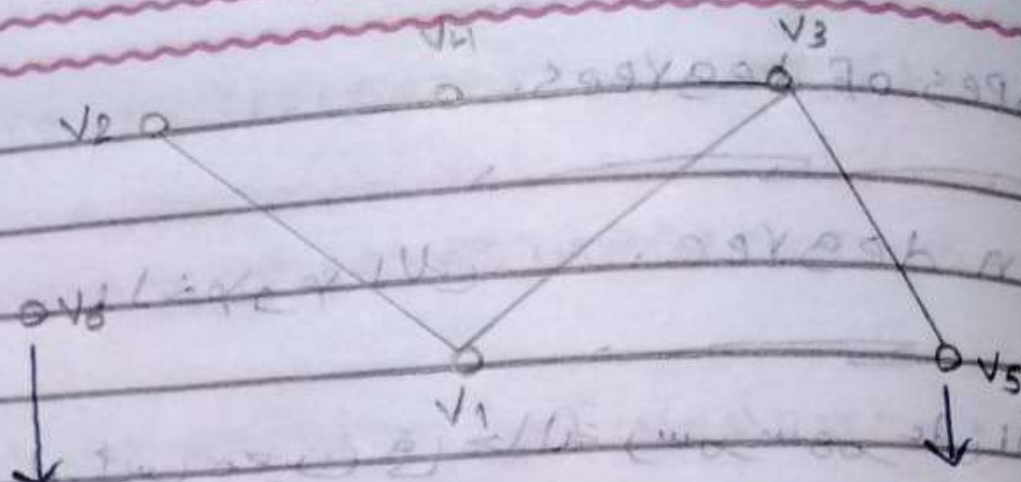
- Pendent vertex: الرأس العالقة

is a vertex of degree one (also called end vertex).

هي رأس واصل بها خط واحد فقط (تسمى أيضا نهاية الرأس)



EX:



Isolated vertex

pendent vertex

* TYPES OF GRAPHS:

1) Null graph:

الرسم الفارغ:

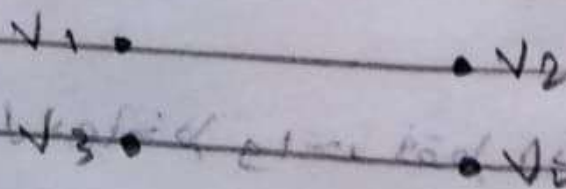
is a graph which contains only

isolated vertices (also known as

an empty graph) (has no edges).

هو رسم يحتوي على نقاط معزولة فقط ولا أي حواف.

EX:



2) Complete graph: الرسم الكامل

is a type of simple graph where every

pair of distinct vertices is connected

by a unique edge.

هو نوع من الرسم تكونه كل رؤوسه متصلة

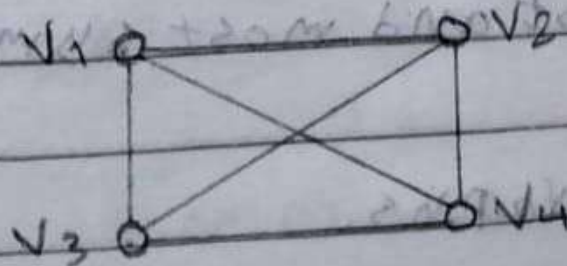
مع بعضها بـ رسم أنه يتصل كل رأسين بخط واحد فقط

(يعني الرأس الواحدة يتصل منها عدد خطوط يساوي

عدد الرؤوس الباقية لكن يتصل منها خط واحد بس

لكل رأس مثل أكثر من كنه)

Ex:



* Properties of a Complete graph.

1) $n = \text{Number of vertices}$

2) $\text{Number of edges} = \frac{n(n-1)}{2}$

3) $\text{Degree of each vertex} = n-1$

* Characteristics of a complete graph.

1) Connected: A complete graph is fully

connected, meaning there is a path

between any pair of vertices.

2) Simple structure: It is one of

the simplest and most symmetrical

types of graphs.



3) Regular Graph:

الرسم المنتظم:

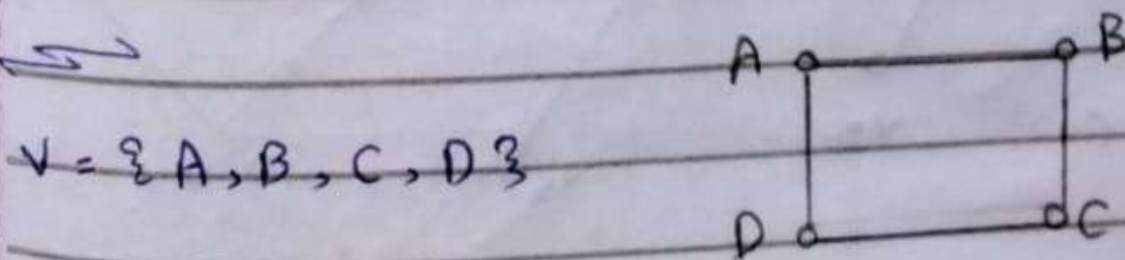
is a graph which all vertices are of equal degree.

هو رسم كل رؤوسه متساوية في الدرجة (أي أن

كل رأس يخرج منها نفس عدد الحواف).

If the degree of each vertex is γ , then the graph is called a regular graph of degree γ .

Ex:-



$V = \{A, B, C, D\}$

$E = \{(A, B), (B, C), (C, D), (D, A)\}$



4) Cycles:

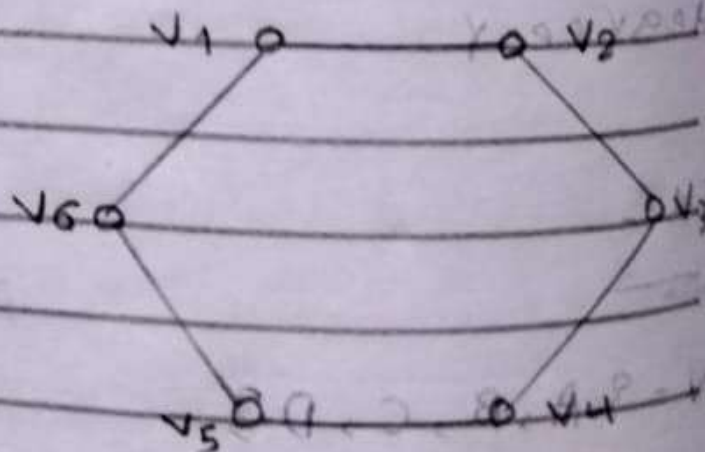
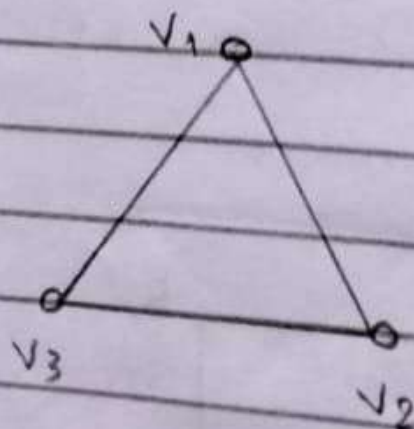
is a graph which starts and ends at the same point.

هو رسم يبدأ وينتهي في نفس النقطة.

The cycle $C_n, n \geq 3$, consists of n vertices.

الدورة تكون من عدد رؤوس n حيث $n \geq 3$.

Ex:



* Isomorphic: التماثل

The necessary conditions for two graphs to be isomorphic are:

- 1) Both must have the same number of vertices.
- 2) Both must have the same number of edges.
- 3) Both must have equal number of vertices with the same degree.
- 4) They must have the same degree sequence and same cycle vector (c_1, \dots, c_n) , where c_i is the number of cycles of length i .



الشروط اللازمة ليكون الرسم متماثلًا

يجب أن يكون كليهما نفس عدد الرؤوس

يجب أن يكون كليهما نفس عدد الخطوط

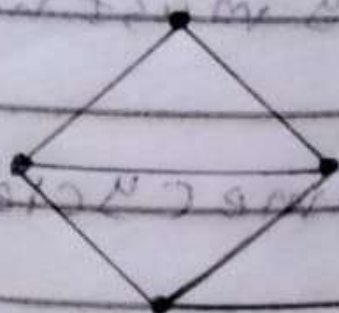
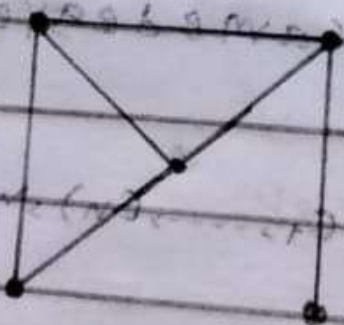
يجب أن يكون كليهما نفس عدد الرؤوس بنفس

الدرجة

يجب أن يكون لهما نفس تسلسل الدرجة ونفس

متجه الدورية

EX 1:



* OTHER REPRESENTATIONS OF GRAPHS :-

1) The adjacency matrix :- مصفوفة التجاور

- يتم تمثيل الرسم بمصفوفة التجاور عن طريق :-

(أ) يتم عمل مصفوفة $n \times n$ حيث n هو عدد الرؤوس في الشكل

(ب) نضع كل صف في المصفوفة يمثل رأس معين وكل عمود

يمثل رأس من الرؤوس

(ج) نضع كل صف ونضع الأعمدة التي جواه لو رأس

الصف واملأه مع رأس العمود بخط في الرسم نخط

عند النقطة التي بينهم في المصفوفة 1 ولو رأس الصف

مش واملأه مع رأس العمود بخط عند النقطة

التي بينهم في المصفوفة 0



The adjacency matrix is denoted by

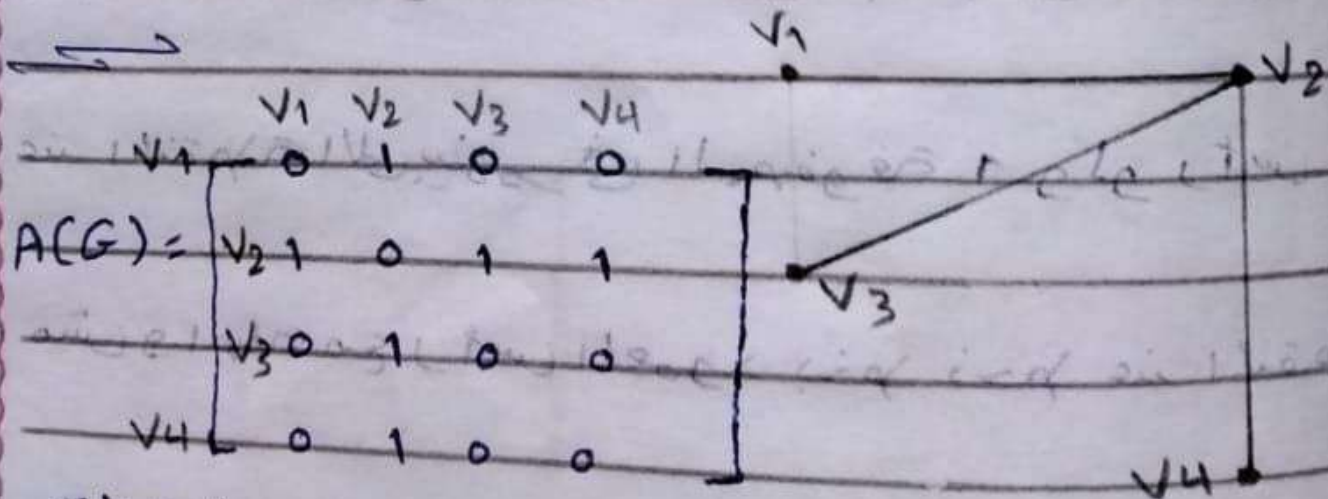
$A(G)$.

The sum of the entries in each row of the adjacency matrix of a graph is the degree of the same vertex that the row represents.

مجموع المدخلات (الأرقام) في كل صف في المصفوفة

التجاور هي درجة الرأس الذي يعبر عنه هذا الصف

EX:-



The degree of $v_2 = 1 + 0 + 1 + 1 = 3$



2) The adjacency list: قائمة التجاور

The basic idea of an adjacency list is to list each vertex followed by the vertices adjacent to it.

الفكرة الأساسية لقائمة التجاور هي سرد كل رأس

متبوعاً بالرؤوس المجاورة له.

يتم تمثيل الرسم بقائمة التجاور عن طريق:

أ) كتابة اسم كل رأس في صف منفصل.

ب) كتابة أسماء الرؤوس المتصلة بكل رأس بجوار

الرأس المتصل بهم في الصف الذي يخصه.



The number of vertices written in each row next to the main vertex is equal to the degree of this vertex.

عدد الرؤوس المكتوبة في كل صف بجوار الرأس

الأساسي المكتوب في المربع الأولى درجة هذا الرأس

الرأس الأساسي. مثال: الرأس الأساسي

EX: 

$V_1: V_2, V_3$

$V_2: V_1, V_4$

$V_3: V_1, V_4$

$V_4: V_2, V_3, V_5$

$V_5: V_4, V_6$

$V_6: V_5$

The degree of $V_4 = 3$



* The Hand Shaking theorem.

In an undirected graph, the sum of the degrees of the vertices equals twice the number of edges.

في الرسم البياني الغير موجه مجموع درجات الرؤوس يساوي ضعف عدد الحواف (الخطوط) في الرسم.

$$* \sum_{v \in V} \deg(v) = 2e.$$

The total number of odd degree vertices is even.

في الرسم البياني الغير موجه عدد الرؤوس التي تكون ذات درجة فردية دائماً تكون زوجية.

Ex:- $\sum e = 6$

$$\sum \deg(v) = 2 \times 6 = 12$$

$$\sum \deg(v) = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

