موضوع الدرس: Lecture (4) التاريخ: / /

Mathematical induction

- Mathematical induction is a proof technique used to prove that a statement holds for all natural numbers (or some other set of numbers).

- الإستدلال الرياضي هو أسلوب إثبات يستخدم لإثبات أن العبارة صحيحة لجميع الأعداد الطبيعية (أو أي مجموعة أخرى من الأعداد).

* خطوات الحل:

① نعوض عن $n = 1$ في طرفي المعادلة وإثبات تساوي الطرفين.

② نعوض عن $n = 2$ في طرفي المعادلة وإثبات تساوي الطرفين.

③ نعوض عن $n = K$ وفرض صحة المعادلة.

④ نعوض عن $n = K + 1$ في طرفي المعادلة.

⑤ نعوض عن الجزء من الطرف الأيسر لمعادلة $n = K+1$ بما يساويه في الطرف الأيمن (غالباً) لمعادلة $n = K$.

⑥ حل المعادلة وإثبات تساوي الطرفين.

EX(1) :- Prove that :-

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

at $n = 1 \rightarrow$ L.H.S $= 1$

R.H.S $= \frac{1(1+1)}{2} = 1$

at $n = 2 \rightarrow$ L.H.S $= 1 + 2 = 3$

R.H.S $= \frac{2(2+1)}{2} = 3$

at $n = K \rightarrow 1 + 2 + 3 + \ldots + K = \frac{K(K+1)}{2}$

at $n = K + 1 \rightarrow 1 + 2 + 3 + \ldots + K + K + 1 = \frac{(K+1)(K+2)}{2}$

$\frac{K(K+1)}{2} + K + 1 = \frac{K+1}{2}(K+2)$

L.H.S $= \frac{(K+1)(K+2)}{2}$

R.H.S $= \frac{(K+1)(K+2)}{2}$

EX(2): prove that $2^{n+2}+3^{2n+1}$ is divisible by 7

$2^{n+2}+3^{2n+1}=7m$

at $n=1 \rightarrow$ L.H.S $=2^{1+2}+3^{2\times1+1}=35$

R.H.S $=7m=35 \rightarrow m=5$

at $n=2 \rightarrow 2^{2+2}+3^{2\times2+1}=259=7m$

$m=\frac{259}{7}=37$

at $n=k \longrightarrow 2^{k+2}+3^{2k+1}=7m$

$\boxed{3^{2k+1}=7m-2^{k+2}}$

at $n=k+1 \longrightarrow 2^{(k+1)+2}+3^{2(k+1)+1}=2^{(k+2)+1}+3^{2(k+2)}$

$=2.2^{k+2}+3^2.\boxed{3^{2k+1}}$

$=2.2^{k+2}+9(7m-2^{k+2})$

موضوع الدرس: ______ التاريخ: / /

$8 \cdot 2^{k+2} + 9(7m) - 9 \cdot 2^{k+2}$

$= 2 \cdot 2^{k+2} - 9 \cdot 2^{k+2} + 7(9m)$

$= -7 \cdot 2^{k+2} + 7(9m)$

$= \boxed{7}(-2^{k+2} + 9m)$

$\therefore 2^{n+2} + 3^{2n+1}$ is divisible by 7m.