

## Relations & Functions

\* Cartesian Product... الضرب الديكارتي...

هو ضرب مجموعتين في بعضهما أو ضرب مجموعة في

نفسها عن طريق وضع كل عنصر من عناصر المجموعة

الأولى في زوج مرتب مع عناصر المجموعة الثانية.

$$* A \times B = \{ (x, y) : x \in A \text{ and } y \in B \}$$

$$\text{Ex: } A = \{a, b\}, B = \{1, 2, 3\}$$

$$① A \times B = \{ (a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3) \}$$

$$② |A \times B| = |A| \cdot |B| = (2)(3) = 6$$

$$③ |P(A \times B)| = 2^{|A \times B|} = 2^6 = 64$$

$$④ B^2 = B \times B = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3) \}$$



العلاقة: Relation: \*

هي الصلة الديكارتية لمجموعة في نفسها في وجود

شرط معين يجب أن يتحقق حتى يكتب العنصر

EX:  $A = \{1, 2, 3, 5\}$ ,  $R = \{(a, b) : a < b, a, b \in A\}$

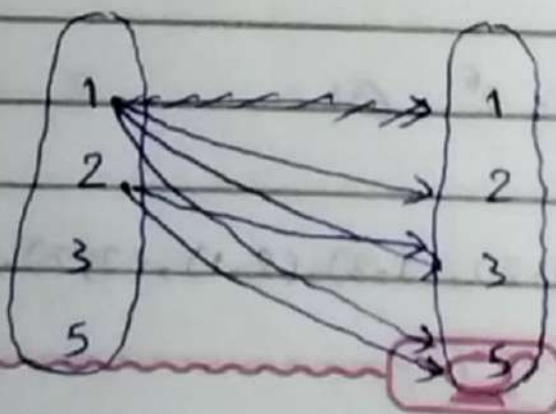
$R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 5)\}$

\* تمثل العلاقة بثلاثة أشكال:

1) Graph: هو كتابة عناصر المجموعة في أماكن

بعضها وخرج أسهم من عناصر المجموعة الأولى إلى الثانية

في المثال الآتي يتم تمثيله كالآتي:

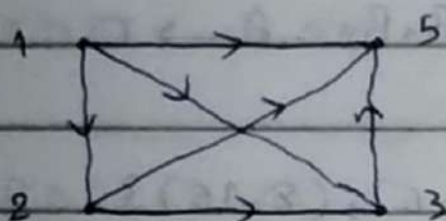




2) Diagram: هو تمثيل كل عنصر بنقطة وخروج

أسماء من العناصر لبعضها أو من العنصر لنفسه.

- في المثال السابق يتم تمثيل العلاقة كالتالي:



3) Matrix: المصفوفة:

هو كتابة عناصر المجموعة الأولى في كل ~~صف~~ رأس

والجموع الثانية في كل أفق ووضع الرقم 1 أمام

الزوج المحقق للشرط ووضع الرقم 0 أمام الزوج غير المحقق له

	1	2	3	5
1	0	1	1	1
2	0	0	1	1
3	0	0	0	1
5	0	0	0	0

- في المثال السابق يتم

تمثيل العلاقة كالتالي:

\* التركيب: Composition:

هو إيجاد علاقة بتركيب علاقتين أخريين.

EX:  $A = \{2, 3, 5, 8\}$ ,  $B = \{4, 6, 16\}$ ,  $C = \{1, 4, 5, 7\}$

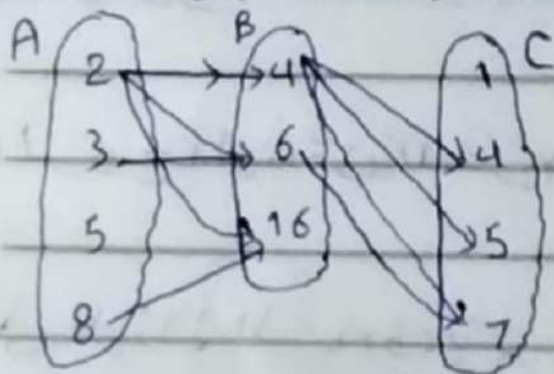
$R_1: A \rightarrow B$  /  $R_2: B \rightarrow C$  /  $R_1 R_2: A \rightarrow C$

$R_1 = \{(2, 4), (2, 6), (2, 16), (3, 6), (8, 16)\}$

$R_2 = \{(4, 4), (4, 5), (4, 7), (6, 7)\}$

\*  $R_1 R_2 = \{(x_1 \in R_1, y_1 \in R_2), (x_2 \in R_1, y_2 \in R_2), \dots\}$

$R_1 R_2 = \{(2, 4), (2, 5), (2, 7), (3, 7)\}$



$R_1^{-1}: B \rightarrow A$  /  $R_2^{-1}: C \rightarrow B$  /  $(R_1 R_2)^{-1} = R_1^{-1} R_2^{-1}: C \rightarrow A$

$R_2^{-1} = \{(4, 4), (5, 4), (7, 4), (7, 6)\}$



## \* FUNCTION

الدالة

هي علاقة يترتب فيها  $x$  كل  $x$  يقابلها قيمة واحدة  $y$

- كل دالة علاقة ولكن ليست كل علاقة تعتبر دالة

## \* TYPES of Relations

### 1) REFLEXIVE

$(x, x) \in R \quad \forall x \in \text{set } A$

- all elements of set domain  $\rightarrow (x, x)$

أيكون كل عنصر في المجموعة محطوط مرتين في الزوج

المرتبة ليتر عن  $x$  و  $y$  في نفس الزوج

$\text{ex } A = \{1, 2, 3, 4\}, R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

$R \rightarrow$  REFLEXIVE



## 2) Symmetric.

$\forall (x, y) \in R \rightarrow \text{you find } (y, x).$

كل زوج مرتب في العلاقة  $(x, y)$  يتلاقى زوج ثاني  
يقابله معكوس اليه  $(y, x)$ .

مثلاً شريطة تطبيقها على كل عناصر المجموعة  $A$  لكن

شريطة تطبيقها على كل أزواج العلاقة  $R$

EX:  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $R = \{(1, 2), (2, 3), (2, 1), (3, 2)\}$

$R \rightarrow \text{Symmetric.}$

## 3) Transitive:

$\forall (x, y), (y, z) \in R \rightarrow (x, z) \in R$

EX:  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $R = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$

$R \rightarrow \text{Transitive}$

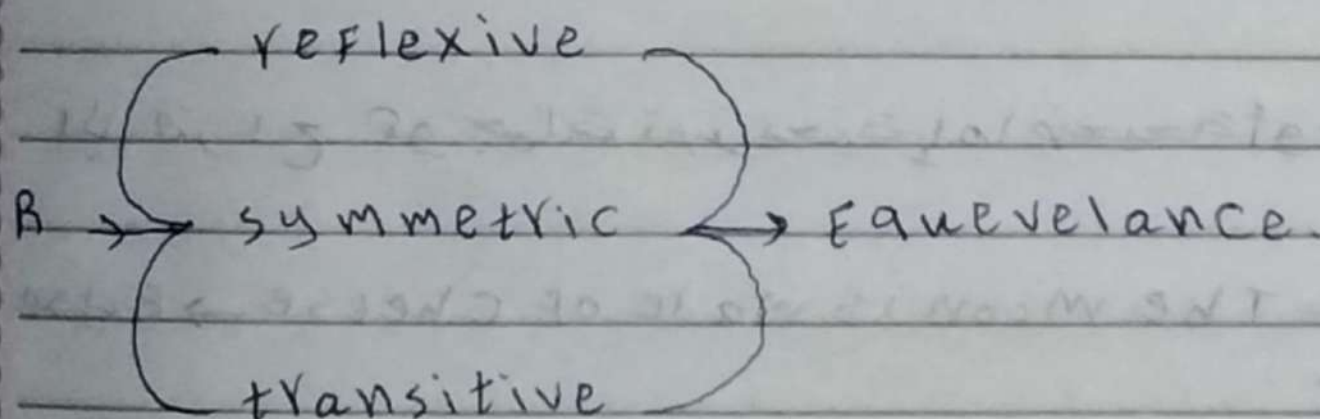


4) Equivalence:-

هي علاقة تنطبق عليها الثلاث علاقات السابقة معاً

Ex:-  $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4)\}$



\*  $\mathbb{Z} \rightarrow$  set of integer numbers.

\*  $\mathbb{N} \rightarrow$  set of natural numbers.