

Mathematical induction

Mathematical induction is a proof

technique used to prove that a statement holds for all natural numbers (or some other set of numbers).

- الاستدلال الرياضي هو أسلوب إثبات

يستخدم لإثبات أن العبارة صحيحة لجميع

الأعداد الطبيعية (أو أي مجموعة أخرى

من الأعداد).

* خطوات الحل:

١) نعوّض عن $n = 1$ في طرفي المعادلة وإثبات

تساوي الطرفين.

٢) نعوّض عن $n = 2$ في طرفي المعادلة وإثبات

تساوي الطرفين.

٣) نعوّض عن $n = k$ و فرض صحة المعادلة

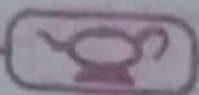
٤) نعوّض عن $n = k + 1$ في طرفي المعادلة.

٥) نعوّض عن الجزء من الطرف الأيسر لمعادلة

$n = k + 1$ بما في الطرف الأيمن (غالباً)

لمعادلة $n = k$.

٦) حل المعادلة وإثبات تساوي الطرفين.



EX(1) - Prove that

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

at $n=1 \rightarrow$ L.H.S = 1

$$R.H.S = \frac{1(1+1)}{2} = 1$$

at $n=2 \rightarrow$ L.H.S = $1+2 = 3$

$$R.H.S = \frac{2(2+1)}{2} = 3$$

at $n=k \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$

at $n=k+1 \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + k + k+1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$

$$\frac{k(k+1)}{2} + k+1 = \frac{k+1}{2} (k+2)$$

$$L.H.S = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

$$R.H.S = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

EX(2): Prove that $2^{n+2} + 3^{2n+1}$ is divisible by 7

$$2^{n+2} + 3^{2n+1} = 7m$$

$$\text{at } n=1 \rightarrow \text{L.H.S} = 2^{1+2} + 3^{2 \times 1 + 1} = 35$$

$$\text{R.H.S} = 7m = 35 \rightarrow m = 5$$

$$\text{at } n=2 \rightarrow 2^{2+2} + 3^{2 \times 2 + 1} = 259 = 7m$$

$$m = \frac{259}{7} = 37$$

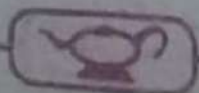
$$\text{at } n=k \rightarrow 2^{k+2} + 3^{2k+1} = 7m$$

$$3^{2k+1} = 7m - 2^{k+2}$$

$$\text{at } n=k+1 \rightarrow 2^{(k+1)+2} + 3^{2(k+1)+1} = 2^{(k+2)+1} + 3^{2(k+2)}$$

$$= 2 \cdot 2^{k+2} + 3 \cdot 3^{2k+1}$$

$$= 2 \cdot 2^{k+2} + 3(7m - 2^{k+2})$$



التاريخ: / /

موضوع الدرس:

$$2 \cdot 2^{k+2} + 9(7m) - 9 \cdot 2^{k+2}$$

$$= 2 \cdot 2^{k+2} - 9 \cdot 2^{k+2} + 7(9m)$$

$$= -7 \cdot 2^{k+2} + 7(9m)$$

$$= 7(-2^{k+2} + 9m)$$

$$= 2^{n+2} + 3^{2n+1} \text{ is divisible by } 7m.$$