موضوع الدرس: Lecture (2) التاريخ: / /

Partial Fraction

- Partial Fraction :- هي إعادة تقسيم الكسور الكبيرة إلى كسور أصغر.

* تنقسم الـ Fractions إلى نوعين :-

1) Proper Fraction.

2) Improper Fraction.

أولاً :- Proper Fraction :-

The degree of numenator $N(x)$ is less than the degree of the denominator $D(x)$

في هذا النوع تكون درجة البسط أقل من درجة المقام

أي أن أكبر أس في البسط أصغر من أكبر أس في المقام.

* تقسم الـ proper fraction إلى أربع حالات.

- الحالة الأولى :- بيكون في المقام x أس 1

و الأقواس أس 1 ويتم الحل بالخطوات الآتية :-

1) نقسم الكسر إلى عدد كسور يساوي عدد أقواس المقام.

2) نضع في مقام كل كسر قوس من أقواس المقام

ونضع في البسط ثابت بحيث تكون معادلة البسط أصغر

بدرجة من معادلة المقام.

3) نساوي الكسر الأساسي بالكسور الأصغر ونضرب

طرفي المعادلة في مقام الكسر الأساسي.

4) نعوض عن (x) بأكثر من قيمة لإيجاد قيم الثوابت.

5) نعوض عن كل ثابت بقيمته في الكسور الجزئية.

EX (1): $\frac{7X-25}{(X-3)(X-4)} = \frac{A}{X-3} + \frac{B}{X-4}$

بضرب الطرفين في $(X-3)(X-4)$.

$7X-25 = A(X-4) + B(X-3)$

at $X=3 \rightarrow 21-25 = -A+0 \rightarrow A=4$

at $X=4 \rightarrow 28-25 = 0+B \rightarrow B=3$

$$\frac{7X-25}{(X-3)(X-4)} = \frac{4}{X-3} + \frac{3}{X-4}$$

- الحالة الثانية: يكون في المقام X أس 1 والقوس أس n.

$$* \quad \frac{1}{(X-1)^n} = \frac{\quad}{(X-1)^1} + \frac{\quad}{(X-1)^2} + \cdots + \frac{\quad}{(X-1)^n}$$

① نضع لكل قوس من أقواس المقام عدد كسور يساوي أس القوس

② نضع القوس في مقام الكسور الجزئية بأس 1 ويزيد رقم الأس بمقدار 1 حتى نصل إلى قيمة أس القوس الأساسي.

③ نقوم بإكمال نفس خطوات الحالة الأولى.

موضوع الدرس: ______ التاريخ: / /

EX (2) :- $\frac{x^2-3x+1}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-2}$

$x^2 - 3x + 1 = A(x-1)(x-2) + B(x-2) + C(x-1)^2$

at $x = 1 \longrightarrow -1 = 0 + (-B) + 0 \longrightarrow B = 1$

at $x = 2 \longrightarrow 4 - 6 + 1 = 0 + 0 + C \longrightarrow C = -1$

في الحالة ده لما يكون في أكثر من ثابت ممكن

نستخدم طريقة المعامل (Coefficient).

① نقوم بالنظر إلى معاملات كل x في المعادلة (star)

وهى المعادلة الناتجة عن ضرب كل الكسور في المقام الأساسى.

② نساوى معاملات x لطرفي المعادلة لنفس الأس.

at $x^2 \longrightarrow 1 = A + C \longrightarrow 1 = A - 1 \longrightarrow A = 2$

$\frac{x^2-3x+1}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{-1}{x-2}$

التاريخ: / /

- الحالة الثالثة :- يكون في المقام x^2 والقوس أس 1

$$* \quad \frac{1}{(x^2-1)} = \frac{Ax+B}{(x^2-1)}$$

1) بعد تقسيم الكسور نضع القوس اللي فيه x^2

في مقام الكسر وفي البسط نضع معادلة من الدرجة الأولى.

2) نقوم بإكمال نفس خطوات الحالة الأولى.

3) يمكن استخدام الـ coefficient لإيجاد قيم الثوابت.

EX(3):-
$$\frac{9x-7}{(x+3)(x^2+1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

$$9x-7 = A(x^2+1) + (Bx+C)(x+3)$$

$$\text{at } x=-3 \rightarrow -27-7 = 10A \rightarrow A = -3.4$$

$$\text{at } x^2 \rightarrow 0 = A+B \rightarrow 0 = -3.4+B \rightarrow B = 3.4$$

$$\text{at } x \rightarrow 9 = 3B+C \rightarrow 9 = 3\times 3.4 + C \rightarrow C = -1.2$$

$$\frac{9x-7}{(x+3)(x^2+1)} = \frac{-3.4}{x+3} + \frac{3.4x-1.2}{x^2+1}$$

موضوع الدرس: ________ التاريخ: / /

- الحالة الرابعة: يكون في المقام x^2 والقوس أس n.

$$* \frac{1}{(x^2-1)^3} = \frac{Ax+B}{(x^2-1)} + \frac{Cx+D}{(x^2-1)^2} + \frac{Ex+F}{(x^2-1)^3}$$

① نقوم بتنفيذ خطوات وخطوات الحالة الثانية والثالثة معاً.

② يمكن استخدام Coefficient لإيجاد قيم الثوابت.

EX (4):- $\frac{x^2}{(1-x)(1+x^2)^2} = \frac{A}{1-x} + \frac{Bx+C}{1+x^2} + \frac{Dx+E}{(1+x^2)^2}$

$x^2 = A(1+x^2)^2 + (Bx+C)(1-x)(1+x^2) + (Dx+E)(1-x)$

at $x=1 \longrightarrow 1 = 4A \longrightarrow A = \frac{1}{4}$

at $x^4 \longrightarrow 0 = A - B \longrightarrow 0 = \frac{1}{4} - B \longrightarrow B = \frac{1}{4}$

at $x^3 \longrightarrow 0 = B - C \longrightarrow 0 = \frac{1}{4} - C \longrightarrow C = \frac{1}{4}$

at $x^2 \longrightarrow 1 = 2A - B + C - D \longrightarrow 1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - D \longrightarrow D = -\frac{1}{2}$

$0 = A + C + E \longrightarrow 0 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + E \longrightarrow E = -\frac{1}{2}$

ثانياً :- Improper Fraction :-

في هذا النوع تكون درجة البسط أكبر من درجة المقام

أي أن أكبر أس في البسط أكبر من أكبر أس في المقام أو

يكونا متساويان في الدرجة (أي أن أكبر أس يساوي أكبر أس)

وفي هذه الحالة نتبع خطوات الحل الآتية:-

1) نقوم بعمل قسمة مطولة (Long Division)

للكسر لجعل درجة البسط أقل من درجة المقام.

2) نقوم بتحديد نوع وحالة الكسر الجديد بعد

إجراء القسمة المطولة.

3) نقوم بإتباع خطوات الحل حسب نوع وحالة الكسر.

* ملحوظة :- تطبق هذه الحالة إذا كان لا يمكن تبسيط أو تحليل

الكسر البسط أما إذا أمكن يكون الكسر Proper Fraction.

* خطوات عمل القسمة المطولة (Long Division) :-

1) نقوم بقسمة أكبر عنصر في ~~المقام~~ البسط على أكبر عنصر في المقام

~~البسط~~ ونضع الناتج في مكان ناتج القسمة.

2) نقوم بضرب ناتج القسمة في المقام وطرحه من البسط.

3) نقوم بتكرار الخطوات السابقة حتى تصبح درجة البسط

أقل من درجة المقام.

4) نقوم بوضع باقي القسمة (البسط الجديد) في البسط

والمقام كما هو ووضع ناتج القسمة مجموع بجوار الكسر

EX(5):- $\dfrac{x^2+x+1}{x^2-5x+6}$

$$\begin{array}{r|l} & \quad 1 \\ \hline x^2-5x+6 & x^2+x+1 \\ & -(x^2-5x+6) \\ \hline & \quad 6x-5 \end{array}$$

$$1+\boxed{\dfrac{6x-5}{x^2-5x+6}}$$

نقوم بأخذ جزء الكسر وتطبيق خطوات Partial Fraction.