موضوع الدرس: Lecture (1) التاريخ: / /

Limits of multivariable functions

هى النهاية لدالة فيها متغيرين (x , y)، وهى نوعين:

1) موجودة (exist) :- ده بتبقى فى حالة إنك

عوضت تعويض مباشر وطلع أى ناتج غير $\frac{0}{0}$

2) غير موجودة (doesn't exist) :- ده بتبقى

فى حالة إنك عوضت تعويض مباشر وطلع الناتج $\frac{0}{0}$

وفى الحالة ده بنستخدم الـ (Path method)

علشان نثبت إنها غير موجودة.

* example (1) :- check the existence of the limit:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-2}{3+xy} = \frac{0^2-2}{3+0\times 0} = \frac{-2}{3} \rightarrow \text{exist}$$

بعد التعويض المباشر طلع ناتج غير $\frac{0}{0}$ معناه إن النهاية موجودة.

موضوع الدرس: ______ التاريخ: / /

*ex (2) :- Check the existence of the Limit:-

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} = \frac{0-0}{0+0} = \frac{0}{0} \to \text{doesn't exist}$$

بعد التعويض المباشر طلع الناتج $\frac{0}{0}$ معناه أن النهاية

غير موجودة وعلشان نثبت كدة نستخدم ال (Path method).

- طريقة ال (Path method) :-

① نعوض عن (y) بقيمتها (at x-axis) لو (y = 0)

ونسمى الناتج ← L_1.

② نعوض عن (x) بقيمتها (at y-axis) لو (x = 0)

ونسمى الناتج ← L_2.

③ لو $L_1 \neq L_2$ ← يبقى كده أثبتنا أن النهاية

غير موجودة.

موضوع الدرس: ________ التاريخ: / /

٤) لو $l_1 = l_2$ يبقى محتاجين نجيب l_3 من

عندنا بأننا نبص على المقام ونساوى المتغيرين

ببعض بنفس الأس ونعوض $\leftarrow (x = y)$.

٥) كده يبقى $l_1 = l_2 \neq l_3$ وكده يبقى أثبتنا أن

النهاية غير موجودة.

* ex (2):- $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

at x-axis $\rightarrow \dfrac{x^2 - 0}{x^2 + 0} = \dfrac{x^2}{x^2} = 1 \rightarrow L_1$

at y-axis $\rightarrow \dfrac{0 - y^2}{0 + y^2} = \dfrac{-y^2}{y^2} = -1 \rightarrow L_2$

$\because L_1 \neq L_2$.

$\therefore$ The Limit doesn't exist.

موضوع الدرس: التاريخ: / /

* ex (3) :- IF $F(x,y) = \frac{xy^2}{x^2+y^4}$, Does $\lim_{(x,y)\to(0,0)} F(x,y)$ exist?

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^2}{x^2+y^4} = \frac{0}{0+0} = \frac{0}{0}$$

at x-axis $\rightarrow \frac{x \cdot 0}{x^2+0} = \frac{0}{x^2} = 0 \rightarrow L_1$

at y-axis $\rightarrow \frac{0 \cdot y^2}{0+y^4} = \frac{0}{y^4} = 0 \rightarrow L_2$

$\because L_1 = L_2$.

$\therefore x = y^2$

$$L_3 = \frac{y^2 \cdot y^2}{(y^2)^2+y^4} = \frac{y^4}{y^4+y^4} = \frac{y^4}{2y^4} = \frac{1}{2}$$

$\because L_1 = L_2 \neq L_3$

$\therefore$ The limit doesn't exist.