موضوع الدرس:
التاريخ: / /

Algebraic structures

*The condition for some of the algebraic structures:-

① Closures:- (أي عملية غالبا جمع أو ضرب)

for every "$\forall$" $a, b \in G \rightarrow a * b \in G$.

- هنا بيبقى أي عملية تتم على عنصرين من مجموعة معينة بيكون ناتجها من نفس المجموعة.

② Associativity:-

for every $\forall c, a, b \in G \rightarrow a * (b * c) = (a * b) * c$.

- هنا لو معايا ٣ عناصر يمكن دمج أي عنصرين في عملية والناتج يساوي دمج أي عنصرين أخرين في عملية (يعني المقصود إنها عمليات تبادلية).

3) Identity elements:-

There exist an element $e \in G$ such that:-

- $a * e = a \rightarrow$ لو العملية ضرب وبتبقى $e = 1$

- $a * e = a \rightarrow$ لو العملية جمع وبتبقى $e = 0$

- لو جمع بتكون e هي المحايد الجمعي.

- لو ضرب بتكون e هي المحايد الضربي.

4) Inverse elements:-

For every $a \in G$, there exists $\bar{a}^{1} \in G$ such that:-

- $a * \bar{a}^{1} = 0 \rightarrow$ (المعكوس الجمعي) $\bar{a}^{1} = -a$ لو العملية جمع وبتبقى

- $a * \bar{a}^{1} = 1 \rightarrow$ (المعكوس الضربي) $\bar{a}^{1} = \frac{1}{a}$ لو العملية ضرب وبتبقى

- يعني يكون في معكوس للعنصر سواء جمعي أو ضربي.

5) Multiplicative closure:-

For all $a, b \in R \rightarrow a.b \in R$.

- هنا بيكون ناتج عملية ضرب أى عنصرين بنتمى لنفس مجموعة العنصرين.

6) Multiplicative associativity:-

For all $a, b, c \in R \rightarrow a.(b.c) = (a.b).c$

- هنا بيكون يمكن دمج أى عنصرين فى عملية الضرب.

7) Distributive laws:-

For all $a, b, c \in R \rightarrow a.(b+c) = a.b + a.c$

- هنا بيتكلم على وجود خاصية التوزيع بين العناصر.

8) Multiplicative Identity:-

There exists an element $1 \in F$ (different from 0) such that: $a \cdot 1 = a$

- هنا بيتكلم على خاصية المحايد الضربي = 1

9) Multiplicative Inverse:-

For every $a \neq 0 \in F$ there exists an element $a^{-1} \in F$ such that: $a \cdot a^{-1} = 1 \rightarrow a^{-1} = \frac{1}{a}$

- هنا بيتكلم على خاصية المعكوس الضربي للعنصر $= \frac{1}{a}$.

10) Commutative:-

For all elements $a, b \in G \rightarrow a * b = b * a$

- هنا بيتكلم عن خاصية التبادل للعمليات.

موضوع الدرس: التاريخ: / /

المجموعة:

* Group :-

- is a set (G) equipped with a binary operation

(*) that combines two elements of G

to form another element of G.

- هى مجموعة مجهزة بعملية ثنائية (*) تجمع بين

عنصرين لتشكيل عنصر آخر.

- also called group axioms.

* إمتى بتبقى المجموعة اللى معايا Group ؟:-

لما آخد المجموعة و العملية اللى فى السؤال

و أختبر عليها أو ٤ شروط من الـ ١٠ لو تم تطبيق

الأربع شروط تبقى المجموعة دى Group.

التاريخ: / /

* Abelian group : (commutative group):-

is a group with commutative property.

- هي مجموعة تقبل نفس شروط المجموعة العادية

بالإضافة إلى التبادلية (الشرط رقم ١٠).

* Rings:- الحلقات:-

are fundamental structures in algebra

that extend the concept of groups by

introducing two operations: addition (+)

and multiplication (·).

- هي هياكل أساسية في الجبر توسع مفهوم المجموعات

من خلال إدخال عمليتين: الجمع و الضرب.

موضوع الدرس: ______ التاريخ: / /

* امتى تبقى المجموعة Ring؟:-

لما خد المجموعة والعمليات اللى فى السؤال

وأختبر عليها أول ٧ شروط من الـ ١٠ لو تم تطبيق

الـ ٧ شروط تبقى المجموعة دة Ring.

* ملحوظة:-

فى الـ Ring يتم تطبيق أول ٤ شروط بعملية الجمع

فقط ومن ٥ لـ ٧ بعملية الضرب.

موضوع الدرس: التاريخ: / /

الحقول :-

* Fields :-

are algebraic structures that extend rings by adding more constraints, specifically, the ability to perform division (except by zero).

- عبارة عن هياكل جبرية تعمل على تمديد الحلقات عن طريق إضافة المزيد من القيود ، على وجه التحديد ، القدرة على أداء القسمة (باستثناء الصفر).

موضوع الدرس:
التاريخ: / /

* امتى تبقى المجموعة Field ؟

لما أخد المجموعة والعمليات اللى فى السؤال

و أختبر عليها أول ٩ شروط من الـ ١٠ لو تم تطبيق

الـ ٩ شروط تبقى المجموعة دى Field .

* ملحوظة :

فى الـ Field يتم تطبيق أول ٤ شروط بعملية

الجمع فقط ومن ٥ لـ ٩ بعملية الضرب .

* طريقة الجمع والضرب في عناصر المجموعة

مجموعة الأعداد الصحيحة Integer numbers

Z → Integer numbers

$Z_n = \{0, 1, 2, ---, n-1\}$

Ex: $Z_4 = \{0, 1, 2, 3\}$

عند ضرب $2 \times Z_4$:

(1) إذا كان ناتج ضرب العنصر × 2 ينتمي للمجموعة يتم

كتابة الناتج

(2) إذا كان ناتج ضرب العنصر × 2 أكبر من نطاق أو

حدود هذه المجموعة يتم طرح 4 أو (n) من الناتج وكتابته

$Z_4 \times 2 = \{0, 1, 2, 3\} \times 2 = \{0, 2, 0, 2\}$

$0 \times 2 = 0$ $1 \times 2 = 2$ $2 \times 2 = 4 \to 4 - 4 = 0$ $3 \times 2 = 6 \to 6 - 4 = 2$

* أصفار العملية على المجموعة Z_n هي العدد n ومضاعفاته

موضوع الدرس: ____________ التاريخ: / /

المجموعة الفرعية الدورية *cyclic subgroup:-

is a subgroup generated by a single element.

If G is a group and $g \in G$, the cyclic subgroup generated by g is denoted by $\langle g \rangle$ and consists of all integer multiples of g.

- هى مجموعة فرعية مولدة من عنصر واحد. يشار إليها بالرمز $\langle g \rangle$ وتتكون من جميع مضاعفات g.

شرط أن تكون المجموعة cyclic $* \langle g \rangle = \{ng : n \in Z\} \rightarrow$

- يتم ضرب كل عناصر المجموعة $(Z)X(g)$ مع مراعاة طريقة الجمع و الضرب في عناصر المجموعة.

$EX:- \langle 3 \rangle = \{3n \mid n \in Z\} = \{\ldots, -6, -3, 0, 3, 6, \ldots\}.$

$Z = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}.$