Lien du Git: [MEC8211/Devoir 3/doc at main · 011Jonathan/MEC8211]

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Devoir 3:
Validation

Louis-Simon Castonguay, 2127442
Lénaïc Malherbe, 2405496
Jonathan Sandouidi, 2070966
31 mars 2025

A) Évaluation de l'incertitude numérique (u_{num})

- Pour évaluer l'incertitude numérique, nous avons déterminer le Grid Convergence Index (GCI) à partir de la réponse d'intérêt k (la perméabilité) et de la démarche suivante. Nous avons utilisé un facteur de raffinement de 2 sur le delta x tout en gardant l'épaisseur h constant. Le seed 100 a été utilisé pour générer la structure.

- Étape 1 – Déterminer l'ordre de convergence observé

Δx [m]	Nx	h [m]	k [μm²]
5,00E-07	400	2,00E-04	31,0073
1,00E-06	200	2,00E-04	31,3673
2,00E-06	100	2,00E-04	32,9114

$$\hat{p} = \frac{\ln(\frac{k3 - k2}{k2 - k1})}{\ln(r)} = \frac{\ln(\frac{32{,}9114 - 31{,}3673}{31{,}3673 - 31{,}0073})}{\ln(2)} = 2{,}1007$$

- Étape 2 – Déterminer Fs et p pour le GCI

$\left|\frac{\hat{p}-p_f}{p_f}\right| = \left|\frac{2.1007-2}{2}\right| = 0{,}05035$, >1%, on ne peut donc pas rapporter l'extrapolation de Richardson. On prend Fs = 1,25 et p_f =2

- Étape 3 – Calcul du GCI

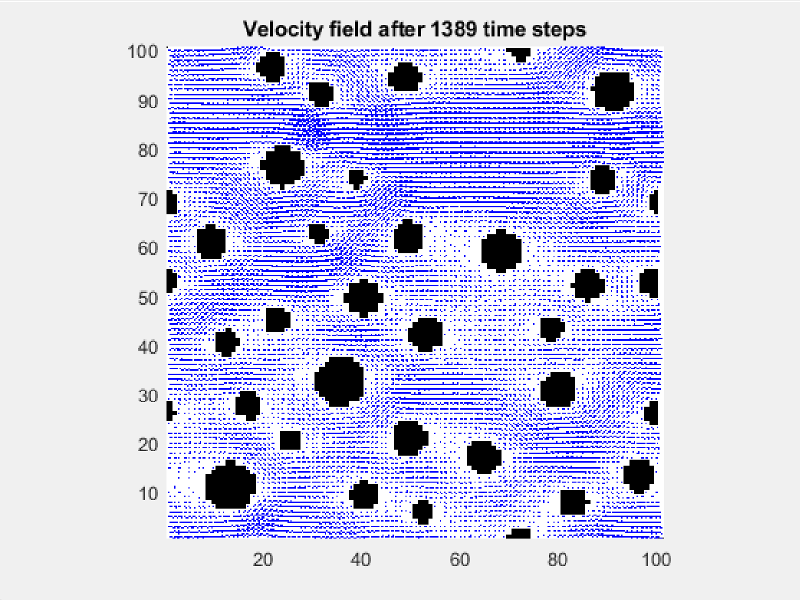
$GCI = \frac{F_S}{r^{pf}-1}|k2 - k1| = \frac{1{,}25}{2^2-1}|31{,}3673 - 31{,}0073| = 0{,}15$

- Étape 4 - u_{num}

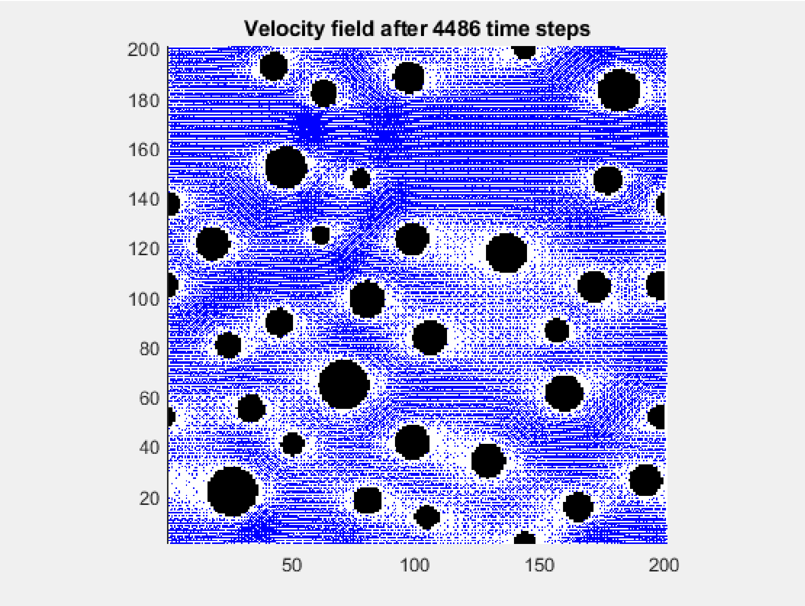
  u_{num} = GCI / 2 = 0,075 μm²

A) Évaluation de l'incertitude numérique (u_{num})

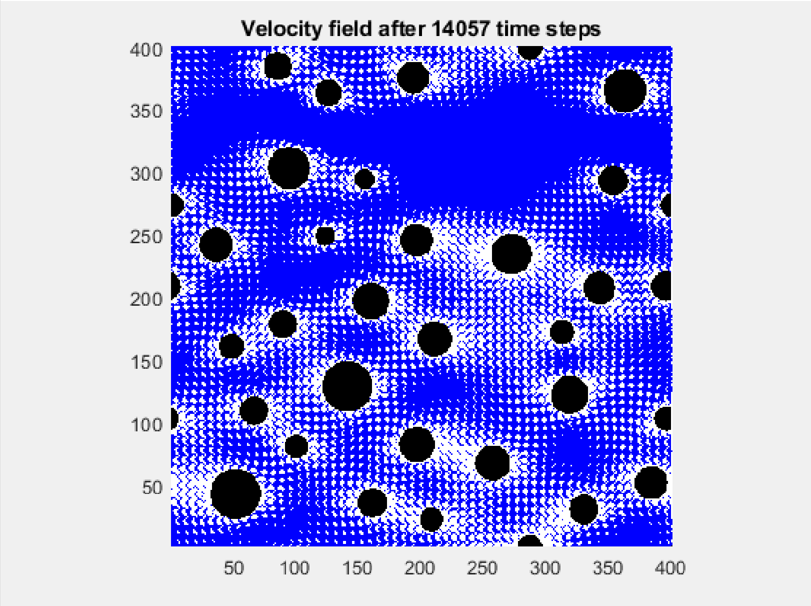
Ci-joint les schémas des structures utilisées et générées pour l'étude de l'ordre de convergence. On peut constater que les positions des fibres sont identiques comme souhaité pour l'étude de convergence.



Nx = 100



Nx = 200



Nx = 400

B) Évaluation de l'incertitude sur les entrées (u_{input})

Pour générer u_input, nous avons rédiger un code, générant des valeurs de porosité suivant une distribution gaussienne, basée sur la moyenne et l'écart types fournis. Nous avons généré 200 valeurs de porosités.

Nous avons associé chacune des porosités obtenues avec un seed différent, en commençant avec un seed de 1 et en ajoutant 1, pour chaque porosité.

Dans une boucle for, nous avons calculer les 200 perméabilités, associées aux différents couples de (porosité, seed), avec un maillage Nx*Nx = 200*200 et un dx = 1e-6 μm.

Nous avons ensuite calculé la moyenne des log de perméabilité $\mu = \frac{1}{200}\sum_{i=1}^{200}\log(k_i)$ = 3.1676 μm²

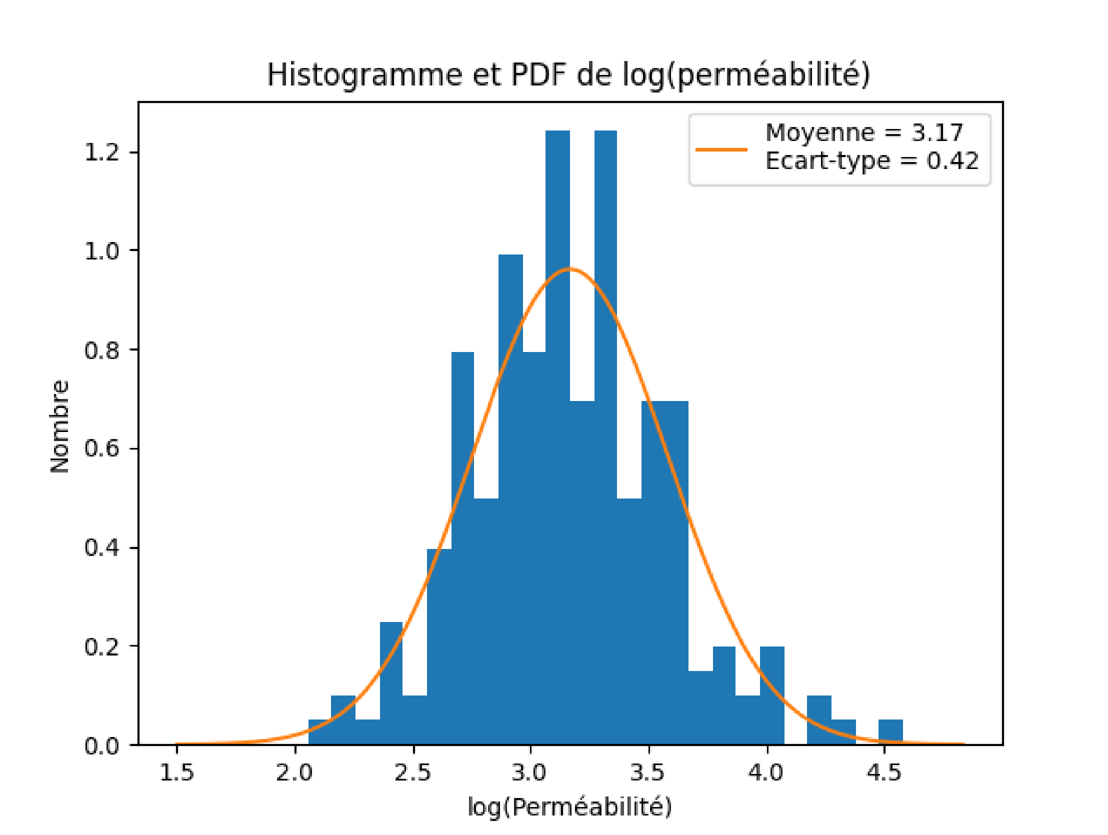
Nous avons ensuite calculé la variance s = $\frac{1}{199}\sum_{i=1}^{200}(\log(ki) - \mu)^2$ = 0.1732 μ²m⁴

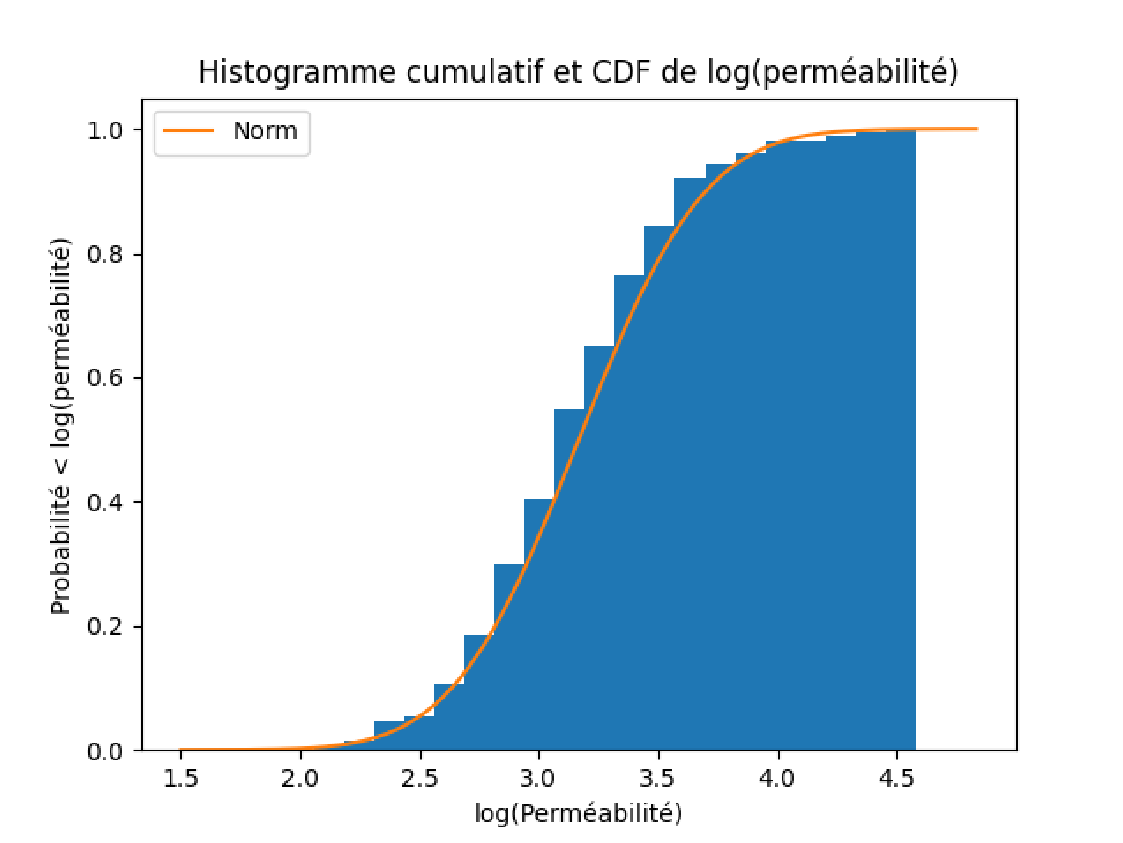
Nous avons calculé l'écart type $\sigma = \sqrt{s}$ = 0.4161 μm²

Pour l'incertitude u_{input} nous avons rapporter le FVG = e^{σ} = 1.5161 μm²

B) Suite évaluation de l'incertitude sur les entrées (u_{input})

Nous avons également tracé la PDF et la CDF des log de perméabilité dont les résultats sont les suivants:





C) Évaluation de l'incertitude expérimentale (u_D)

Nous avons relevé 4 incertitudes (écart type) sur des valeurs expérimentales, notamment:

- σ_{taille_fibre}= 2.85 µm
- $\sigma_{porosité}$= 7.5e-3
- $\sigma_{perméabilité\_reproductibilité}$= 14.7 µm²
- $\sigma_{perméamètre}$= 10 µm²

Ainsi u_D= $\sqrt{\sigma_{taille\_fibre}{}^2 + \sigma_{porosité}{}^2 + \sigma_{perméabilité\_reproductibilité}{}^2 + \sigma_{perméatre}{}^2}$ = 1.0 µm²

D) Erreur de simulation E

L'erreur E = S – D

Avec:
S = Solution numérique
D = valeur expérimentale

Pour cette question il nous a été demander de considérer S et D comme leur médianes respectives

Ainsi:
S = e^{μ} = 23.7501 μm^2
D = 80.6 μm^2

Donc E = -56.8499 μm^2
L'erreur négative nous laisse penser que le modèle sous estime la perméabilité réelle

E) Erreur du modèle (δ_{model})

δ_{model} est encadré par : E-k*u_{val} $\leq \delta_{model} \leq$ E+k*u_{val}

$u_{val} = \sqrt{u_{input}^2 + u_{num}^2 + u_D^2} = 1{,}8177$ µm²

Pour un intervalle de confiance à 95.4%, k =2 on obtient:

E-2* u_{val} $\leq \delta_{model} \leq$ E+2*u_{val}

Après calcul on obtient:

-60.4854 µm² $\leq \delta_{model} \leq$ -53.2144 µm²

Lorsque l'on compare abs(E) = 56.8499 à $U_{val,95,4}$ = 2* u_{val}= 3.6354, on constate que U_{val} représente 6.3949% de abs(E). Nous pensons alors que ce résultat est semblable au cas 1 de l'interprétation des résultats ou E >> $U_{val,95,4}$. Ce résultat est ainsi « satisfaisant » car l'erreur du modèle est bien caractérisée.