KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ

HRT305
TEMEL KOORDİNAT SİSTEMLERİ
(Fundamental Coordinate Systems)

DERS NOTLARI

(Lecture Notes)

Yrd.Doç.Dr. Orhan KURT

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ - Mühendislik Fakültesi

Harita Mühendisliğ Bölümü

(Kocaeli University – Engineering Faculty

Department of Geomatic Engineering)

KOCAELİ

2007

ÖNSÖZ

Yrd. Doç. Dr. Orhan KURT
2007

İçindekiler

Kısaltmalar

RINEX	Receiver INdependent EXchange format
rms	RMS Root Mean Square
ROB	Royal Observatory of Belgium
RRFID	USNO Radio Reference Frame Image Database
SAA	South Atlantic Anomaly
SB	Special Bureau
SBA	Special Bureau for the Atmosphere
SBC	Special Bureau for the Core
SBGG	Special Bureau for Gravity/Geocenter
SBH	Special Bureau for Hydrology
SBIR	Small Business Innovation in Research
SBL	Special Bureau for Loading
SBM	Special Bureau for Mantle
SBO	Special Bureau for the Oceans
SBT	Special Bureau for Tides
SHAO	Shanghai Observatory
SIM	NASA's Space Interferometry Mission
SINEX	Solution (Software/technique) INdependent EXchange Format
SIO	Scripps Institution of Oceanography
SLR	Satellite Laser Ranging
SOC	Scientific Organizing Committee
SOD	CNES Service d'Orbitographie DORIS
SPBU	St Petersburg University
SRIF	Square Root Information Filter array
SSALTO	Segment Sol multi-mission d'ALTimétrie, d'Orbitographie et de localisation précise
SSCPP	Site Survey and Co-location Pilot Project
STA	Semiconductor Technology Associates
SYRTE	(Laboratoire) Systèmes de Référence Temps-Espace
TAI	Temps Atomique International (International Atomic Time)
TC	Technique Centre
TEMPO	Time and Earth Motion Precision Observations
TIGO	Transportable Integrated Geodetic Observatory
TN IERS	Technical Note
ToR	Terms of Reference
TRF	Terrestrial Reference Frame
TT	Terrestrial Time
TU	Technical University
TUM	Technical University of Munich
UCAC	USNO CCD Astrograph Catalog
UCLA	University of California, Los Angeles
UCSD	University of California, San Diego
UNESCO	United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization Univ. University
URAT	USNO Robotic Astrometric Telescope
URL	Uniform Resource Locator
URSI	Union Radio-Scientifique Internationale / International Union of Radio Science
USGS	U.S. Geological Survey
USNO	United States Naval Observatory
UT, UT0	Universal Time
UT1, UT1R	Universal Time
UTAAM	NCEP AAM analysis and forecast data
UTC	Coordinated Universal Time
VLA	Very Large Array
VLBA	Very Long Baseline Array, NRAO
VLBI	Very Long Baseline Interferometry
VMF	Vienna Mapping Function
VSI-E	VLBI Standard Interface for E-VLBI
VUGTK	Research Institute of Geodesy, Topography and Cartography, Czech Republic

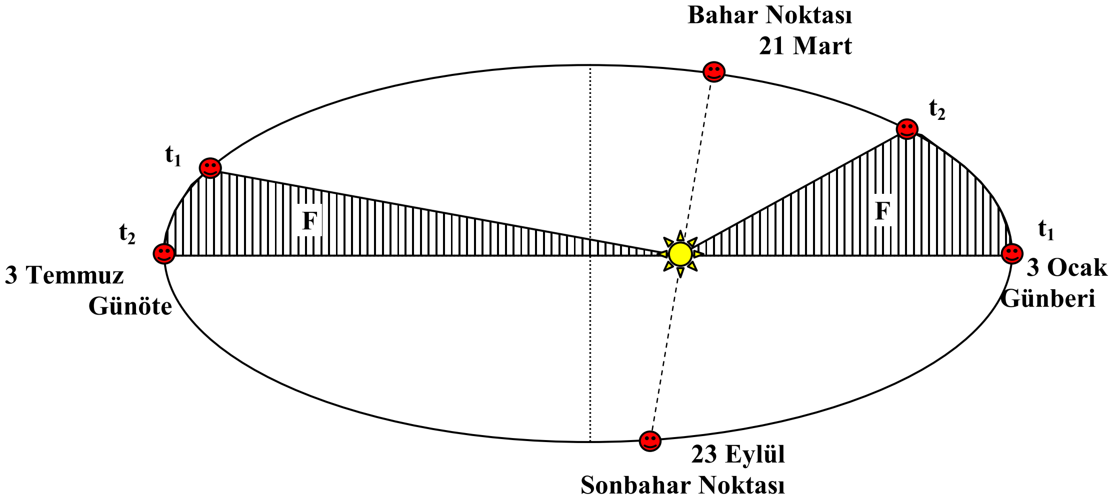
WG	working group
WRMS	Weighted Root Mean Square
XML	eXtensible Markup Language
Yr	year
ZTD	zenith total delay
ZWD	zenith wet delay(s)
CIO	Conventional International Origin. (1900-1905) yılları arasında gözlenen kutup hareketlerinin ortalamasıdır. Diğer yıllardaki kutup hareketleri bu başlangıca gore verilir. (Coventional Intemadiate Origin, Sofa,2007)
CT (AT)	Conventional Terrestrial (Average Terrestrial) System. Dönme ekseni CIO ile çakışık, merkezi yerin Gravite merkezi, birinci ekseni ortalama Greenwich düzlemi olan ve sağ el sistemini sağlayan koordinat çatısıdır.
IT	Instantaneous Terrestrial System. Ölçme anındaki yersel sistemdir. CT (AT) ye dönüşümü kutup hareketleri parametreleri ile verilir.

1. YERİN HAREKETLERİ

Yerin hareketleri,

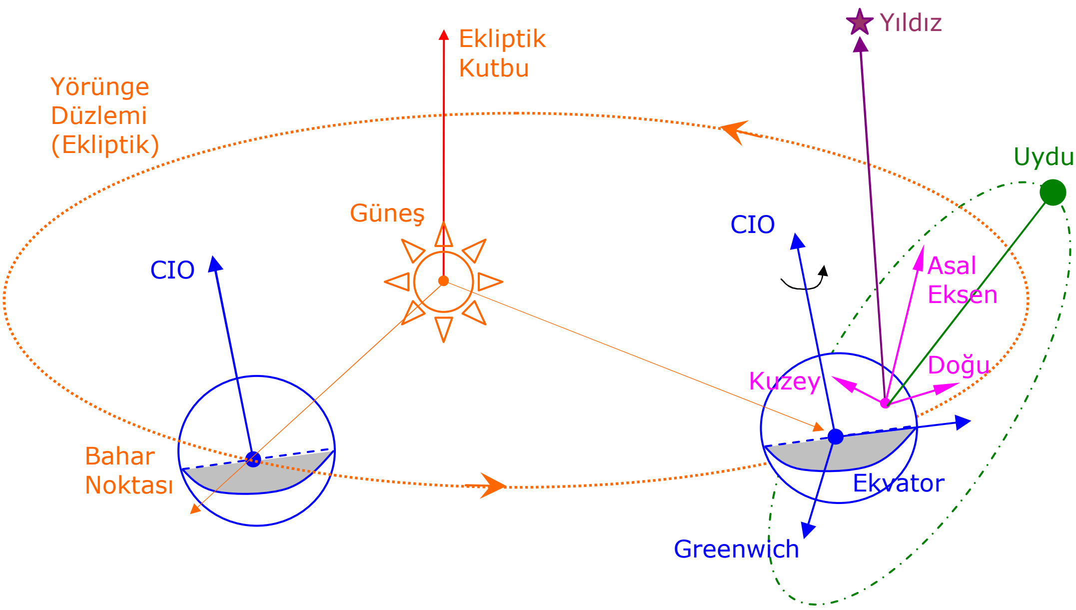
1. Kendi ekseni etrafında döner
2. Güneş etrafında döner.
3. Güneşle birlikte bulunduğu galakside döner.
4. Bulunduğu galaksi ile birlikte diğer galaksilere gore hareket eder.

İlk iki hareket jeodeziciler için önemli olup son iki hareket ile astro fizikçiler yada astronomlar ilgilenir.



Günberi (Perihelion): Gezegenlerin güneşe en yakın olduğu an.
Günöte (Apehelion): Gezegenlerin güneşe en uzak olduğu an.
Ekliptik: Yerin güneş atrafında hareketinde izlediği yörüngedir. Bu yörüngenin oluşturduğu düzlemede *ekliptik düzlemi* denir. Ekliktipe dik alan eksen ekliptik kutuplarını oluştururken, kuzeye yönelen eksen kuzey ekliptik kutpu (North Ecliptic Pole, NEP) olarak adlandırılır. Yerin Dönme ekseni ile ekliptik kutbu arasındaki açı yaklaşık **23°27′** (bazı kaynaklarda **23°30′**) dır.
Koordinat Sistemleri Üç Ana gruba Ayrılır (Şekil-1)

1. Yersel Koordinat Sistemleri (Terrestrial Coordinate Systems)
2. Göksel Koordinat Sistemleri (Celestial Coordinate Systems)
3. Yörüngesel Koordinat Sistemleri (Orbital Coordinate Systems)



Şekil 1. Koordinat sistemlerinin başlangıç doğrultuları.

1.1. Yerin dönme eksenin hareketleri

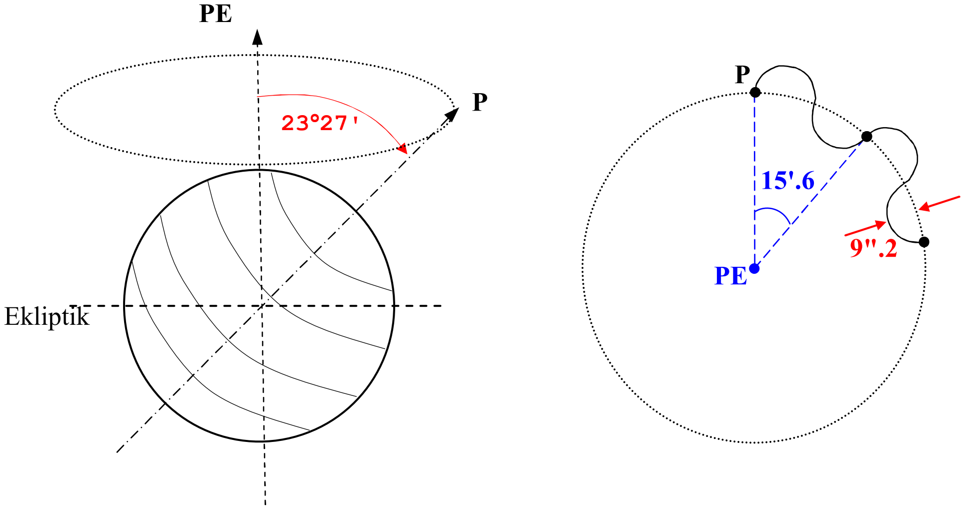
Presesyon (Precession):

Güneşin çekim etkisi Yerin ekvatorunu ekliptiğe çakıştırmaya çalışır. Bu etki sonucu yerin dönme ekseni bir topaç hareketi yapar ve tepe noktası yerin ağırlık merkezinde olduğu varsayılan dairesel bir konu oluşturur. Bu dairesel konu etrafında hareket eden yeri dönme ekseniin doğrultusu **25765** yılda aynı konuma gelir. Bazı kaynaklarda bu değer 25800 yada 26000 yıl olarak alınır. Bahar noktası yada yerin dönme ekseni yılda 360*60*60/25765 = **50.3008**″ lik yer değiştirir (Şekil–2).

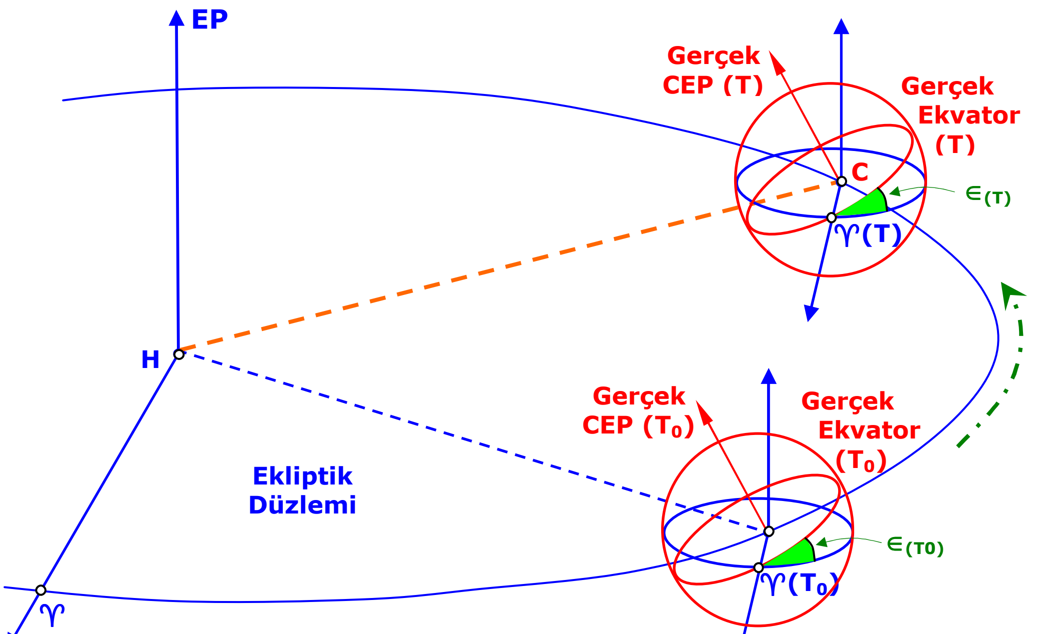
Nutasyon (Nutation):

Ay yer etrafında ekliptik (yerin yörünge) düzlemine gore **5°11′** bir eğimle dönmektedir. Ayın yörünge düzlemini kestiği nokta düğüm (nodal) noktası olarak adlandırılır. Ayın düğüm noktası aynı konumuna **18.6** yılda gelir. Bu periyodik değişimler dünyanın yıllık yörüngesini bozduğu gibi presisyonunda olumsuz etkiler (Şekil–2). **9.21**″ yarıçaplı konu oluşur.

Presisyon ve nutasyon bileşik hareketi (Şekil–2–a) görülmektedir.



(a)

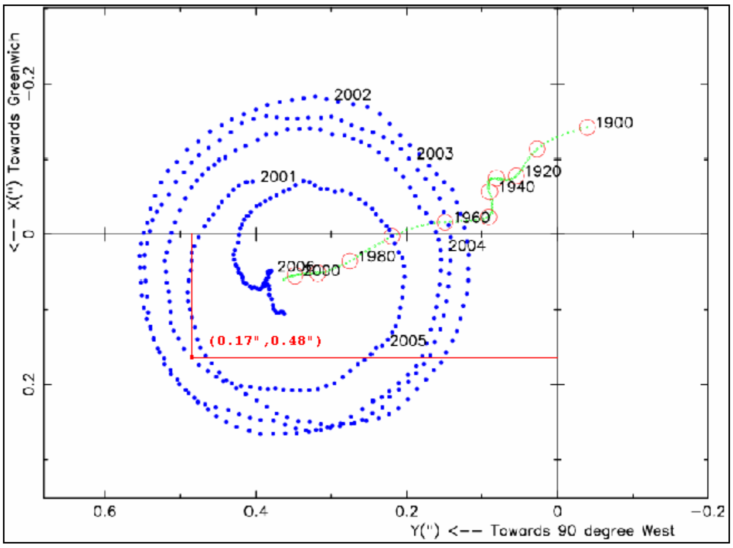


(b)

Şekil–2. Presesyonun ve nutasyonun etkisi.

Kutup Gezinmezi (Hareketleri) (Polar Motion):

Yerin kitlesel dağılımının düzensiz ve dinamik olması, mevsimsel meterolojik değişimler …vb. Fiziksel etkiler sonucu yerin dönme ekseni yer değiştir. Yaklaşık olarak 430 günlük bir peryot olan ve Chandler pertodu olkarak tanımlanan kutup hareketleri IPMS (International Polar Motion Servis) Tarafından Belirlenerek yayınlanr (Şekil-3).

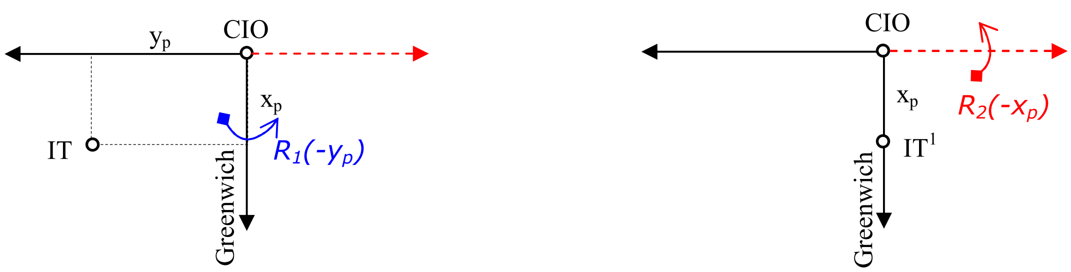


Şekil-3 *Ortalama kutup gezinmesi {Mean polar motion (1900–2010)} ve IERS C04 polhody over (2002 – 2006).*

Table-5 *EOP(IERS) C 02 : Evolution of the mean uncertainty of the normal point solution given at five-day intervals.*

Yıllar Birim	(X) 0.001	(Y) 0.001	(UT1) 0.0001s	0.001(	$\sigma_{\delta\varepsilon}$ ***0.001″***
1962-1967	30	30	20	–	–
1968-1971	25	25	17	–	–
1972-1979	11	11	10	–	–
1980-1983	2	2	3	2	1
1984-1989	0.4	0.4	0.2	0.5	0.2
1990-2000	0.2	0.2	0.2	0.3	0.1
2001-2006	0.06	0.06	0.11	0.09	0.07

Eklerde verilen dönüklük matrisleri sağ-el kordinat sistemine göre verildiğinden, dönüklük matrisleri buna gore oluşturulmalıdır (Şekil-4 ve 5).



Ölçmne Anındaki Durum $\qquad \underline{R}^1_{IT} = R_1(-y_p)\,\underline{R}_{IT}$ dönüşümünden sonra

Şekil–4. Ortalama dönme ekseni (CIO) ile Anlık Dönme Ekseni (IT) ve kutup gezinmesi parametreleri (x_p,y_p).

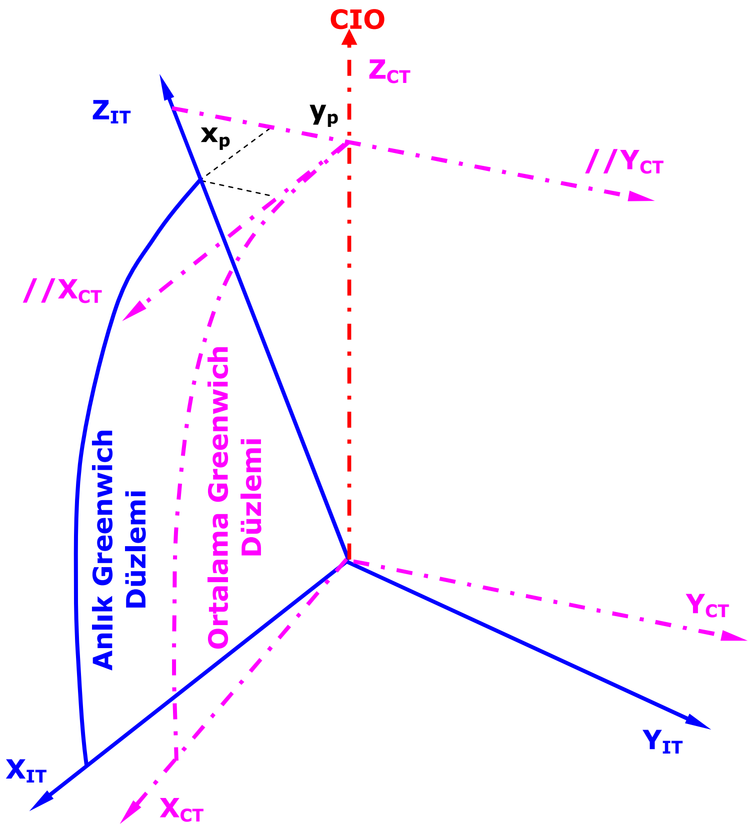
$$R_1(-y_p)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos y_p & -\sin y_p\\ 0 & \sin y_p & \cos y_p\end{bmatrix} \qquad R_2(-x_p)=\begin{bmatrix}\cos x_p & 0 & \sin x_p\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin x_p & 0 & \cos x_p\end{bmatrix}$$

$x_p \approx y_p \approx 0$ olduğundan $\sin x_p \approx x_p$ *radyan* , $\sin y_p \approx y_p$ *radyan,* $\cos x_p \approx 1$ *ve* $\cos y_p \approx 1$ *olur. Matrisler*

$$R_1(-y_p)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -y_p\\ 0 & y_p & 1\end{bmatrix} \qquad R_2(-x_p)=\begin{bmatrix}1 & 0 & x_p\\ 0 & 1 & 0\\ -x_p & 0 & 1\end{bmatrix}$$

haline dönüşür. Bu iki matrisin çarpımı sonucu oluşan bazı terimler $x_p y_p \approx 0$ alınarak, bütünleşik dönüklük matrisi (**A**) elde edilmiş olur.

$$\mathbf{A}= R_2(-x_p)\,R_1(-y_p)\approx\begin{bmatrix}1 & 0 & x_p\\ 0 & 1 & -y_p\\ -x_p & y_p & 1\end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{T}= R_1(y_p)\,R_2(x_p)\approx\begin{bmatrix}1 & 0 & -x_p\\ 0 & 1 & y_p\\ x_p & -y_p & 1\end{bmatrix}$$



Şekil–5. Ortalama dönme ekseni (CIO) ile Anlık Dönme Ekseni (IT) ve kutup gezinmesi parametreleri (xp, yp).

Ödev: Bir sabit istasonda 6/7/2005 tarihinde ölçülen GPS ölçülerinin değerlendirilmesi sonucunda elde edilen koordinatlar aşağıda verildiğine göre; bu istasyonun ortalama koordinat (IT) sistemindeki soordinatlarını hesaplayınız (x_p=0.17″ ve y_p=0.48″, Şelil-3 den).

ULUSLAR ARASI KURULUŞLAR

IAG (International Association of Geodesy)
IUGG (International Union of Geodesy and Geophysics)
IAU (International Astronomical Union)
BIH (Bureau International de L'Heure)
IERS (International Earth Rotation Service)
BGI (Bureau Gravimetrique International
IGS (International GPS Service for Geodynamics)
IGeS (International Geoid Service)
FIG

INTERNET ADRESLERİ

IAG	http://www.gfy.ku.dk/~iag
IUGG	http://www.obs-mip.fr/uggi
IAU	http://www.lsw.uni-heidelberg.de/iau.html
IERS	http://hpvlbi.obspm.fr/iers/ierscb.html
IGS	http://www.igscb.ipl.nasa.gov
FIG	http://www.fig.net

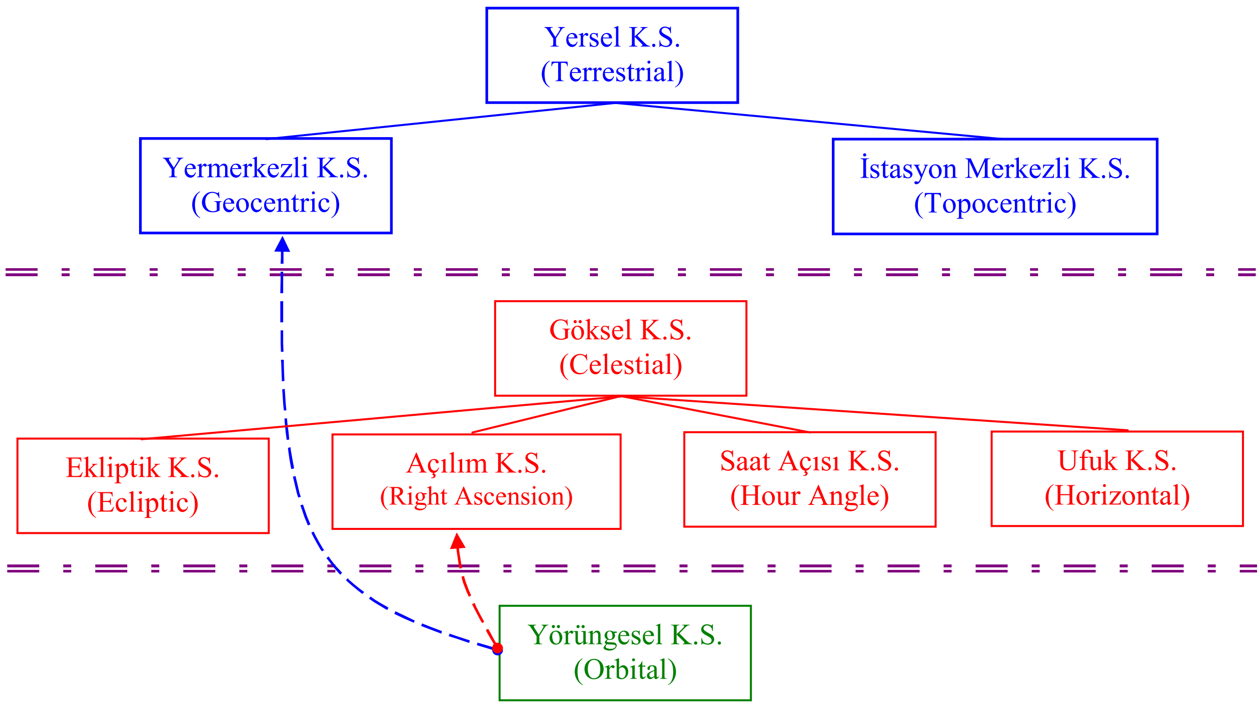
2. KOORDİNAT SİSTEMLERİ

Bir koordinat sisteminin tanımlabilmesi için;

1. Başlangıc yerinin,
2. Üç ekseninin dönüklüklerinin,
3. İlgili koordinat sisteminde temsiledilen noktanın konumunu tanımlayacak parametrelerin (kartezyen, eğrisel)

belirlenmesi gerekmektedir.

Yerin kendi ekseni etrafında ve güneş etrafında periyodik olarak yaptığı dönüş hareketleri koordinat sistemlerin ve zaman sistemlerini tanımlamanın temelini oluştururlar.



Şekil–4. Koordinat Sistemleri.

Yersel koordinat sistemleri yer sabittir ve yer ile birlikte hareket ederler. Yermerkezli (Jeosentrik) ve yeryüzümerkezli (toposentrik) olmak üzere iki çeşittir.

Göksel koordinat sistemleri güneş etrafında dönmezler yer etrafında dönerler. Ekliptik (ecliptic), açılım (right ascension), saat açısı (hour angle) ve ufuk (horizon) koordinat sistemleri olmak üzere 4 çeşittir.

Yörüngesel koordinat sistemleri yer etrafında dönmezler. Yer ile birlikte güneş etrafında dönerler. Bu koordinat sistemleri yer atrafında dönen yapay uyduların yerini tanımlamak için kullanılırlar.

2.1. Kutuplar (Poles), Planes (Düzlemler) ve Eksenler (Axes) :

Koordinat sistemlerinin eksenlerinin yönlendirilmesi birinci (primary) ve ikincil (secondary) kutuplar(poles), birincil ve ikincil düzlemler (planes) ve birinci, ikinci ve üçüncü (tertiary) eksen (axes) terimleri ile tanımlanabilirler.

Birinci kutup **:** Koordinat sisteminin simetri eksenidir. Örnek: Yerin dönme ekseni.

Birinci düzlem **:** Birinci kutba dik düzlemdir. Örnek: Yerin ekvator düzlemi.

İkinci düzlem **:** Birinci düzleme dik ve birinci kutbu içinde bulunduran düzlemdir. Bazen keyfi olarak seçilebilir. Örneğin: Greenwich meridyen düzlemi, bahar noktasından geçen düzlem (ekinoksal düzlem, equinoctial plane).

İkinci Kutup **:** Birinci ve ikinci düzlemlerin arakesitidir.

Birinci Eksen **:** İkinci kutup.

Üçüncü Eksen **:** Birinci kutup.

İkinci Eksen : Her iki eksene diktir ve pozitif yönü sağ el yada sol el olmasına göre değişiklik gösterir.

3. YERSEL KOORDİNAT SİSTEMLERİ

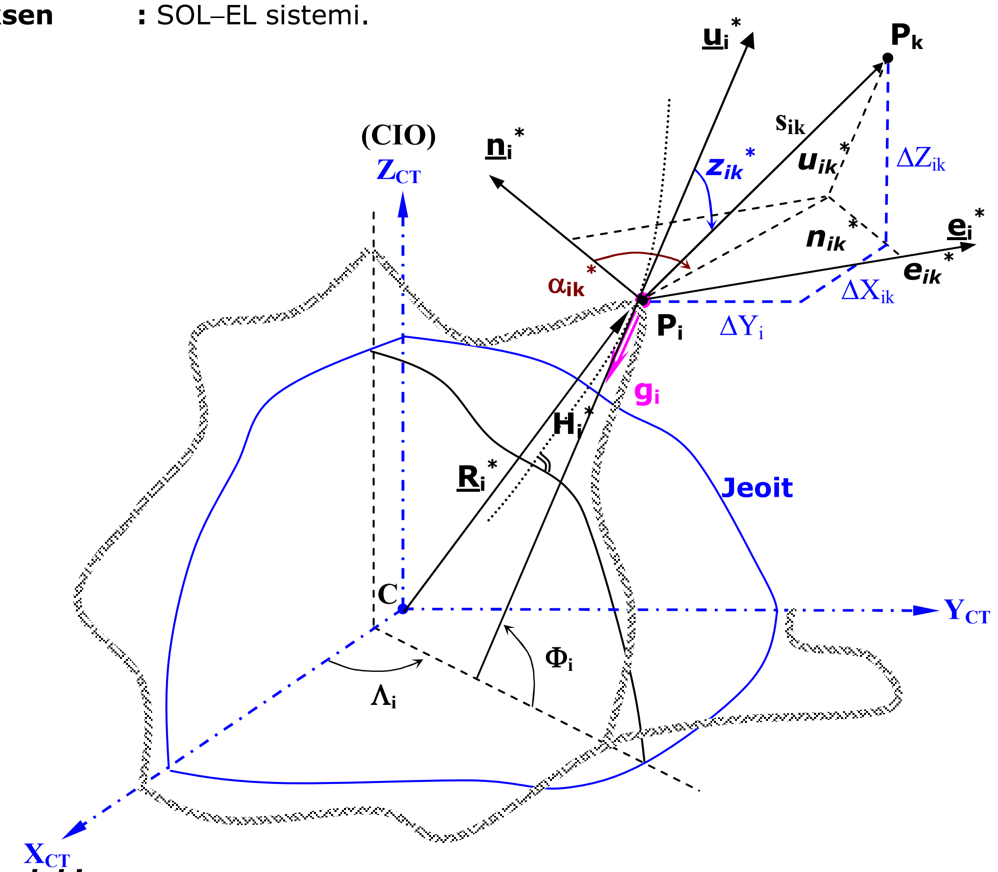
3.1. Doğal Koordinat Sistemleri

3.1.1 Yermerkezli (Jeosentrik) Yersel Sistem (CT:Conventional Terrestrial)

Başlangıcı : Yerin ağırlık merkezine yakın (C).
Birinci kutup : Yerin dönme ekseni doğrultusu (//CIO:).
Birinci düzlem : Ekvator düzlemi.
İkinci düzlem : Greenwich meridyeni.
İkinci Kutup : Greenwich ve ekvator düzlemlerinin arakesiti.
Birinci Eksen : Greenwich ve ekvator düzlemlerinin arakesitinin doğrultusu (X_{CT}).
Üçüncü Eksen : Yerin dönme ekseni doğrultusu (Z_{CT}) (//CIO)
İkinci Eksen : SAĞ–EL sistemi (Y_{CT}).

3.1.2 İstasyon Merkezli (Toposentrik) Yersel Sistem (LA:Local Astronomic)

Başlangıcı : Yerin yüzeyindeki bir nokta (P_i).
Birinci kutup : Pi noktasındaki Çekül doğrultusu (g).
Birinci düzlem : Başlangıç noktasında yer yüzüne teğet olan düzlem.
İkinci düzlem : Meridyen düzlemi; Pi noktasını çekül doğrultusunu ve yerin dönme eksenini içinde bulunduran düzlem.
İkinci Kutup : Teğet ve meridyen düzlemlerinin arakesiti.
Birinci Eksen : Teğet ve meridyen düzlemlerinin arakesitinin doğrultusu.
Üçüncü Eksen : Çekül doğrultusu (g).
İkinci Eksen : SOL–EL sistemi.



i noktasındaki;

$\mathbf{g_i}$	Yerçekimi ivmesi
Φ_i, Λ_i	Astronomik Enlem, Boylam (i noktasında çekül eğrisine teğet doğrultu)
H_i^*	Ortometrik Yükseklik (Geoitten olan yükseklik)
$n_{ik}^*, e_{ik}^*, u_{ik}^*$	Astronomik yerel dik koordinatlar (kuzey, doğu ve düşey bileşen) ($\underline{r}_{ik}^*$)
$\alpha_{ik}^*, z_{ik}^*, s_{ik}$	Astronomik kutupsal koordinatlar (azimut, düşey açı, eğik uzunluk)
$(X_i, Y_i, Z_i)_{CT}$	Ortalama Dik Koordinatlar ($\underline{R}_{CT}$ yada $\underline{R}^*$)

$$(\underline{R}_i^*)^T = [\ X_i \ \ Y_i \ \ Z_i\ ] \qquad (\underline{R}_k^*)^T = [\ X_k \ \ Y_k \ \ Z_k\ ]$$

$$(\underline{R}_{ik}^*)^T = (\underline{R}_k^*)^T - (\underline{R}_i^*)^T = [\ \Delta X_{ik} \ \ \Delta Y_{ik} \ \ \Delta Z_{ik}\ ] \qquad (\underline{r}_{ik}^*)^T = [\ n_{ik}^* \ \ e_{ik}^* \ \ u_{ik}^*\ ]$$

$$s_{ik} = |\underline{R}_{ik}^*| = |\underline{r}_{ik}^*|$$

3.1.3. Yeryüzümerkezli Kutupsal Koordinatlardan ↔ Yeryüzümerkezli Dik Koordinatlara Dönüşüm

$(\underline{r}_{ik}^{*})^T = [\ n_{ik}^{*}\ \ e_{ik}^{*}\ \ u_{ik}^{*}\ ]$

$n_{ik}^{*} = s_{ik} \sin(z_{ik}^{*}) \cos(\alpha_{ik}^{*})$ $\qquad$ $s_{ik} = \{(n_{ik}^{*})^2 + (e_{ik}^{*})^2 + (u_{ik}^{*})^2\}^{1/2}$

$e_{ik}^{*} = s_{ik} \sin(z_{ik}^{*}) \sin(\alpha_{ik}^{*})$ $\qquad$ $\alpha_{ik}^{*} = \mathrm{arctg}\{\ e_{ik}^{*} / n_{ik}^{*}\ \}$

$n_{ik}^{*} = s_{ik} \cos(z_{ik}^{*})$ $\qquad$ $z_{ik}^{*} = \mathrm{arctg}[\ \{(n_{ik}^{*})^2 + (e_{ik}^{*})^2\}^{1/2} / u_{ik}^{*}\ ]$

3.1.4. Yeryüzümerkezli Dik Koordinatlardan ↔ Yermerkezli Dikkoordinatlara Dönüşüm

$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{k}}^{*} = \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{i}}^{*} + \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{ik}}^{*}$

$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{ik}}^{*} = R_3(\pi - \Lambda_i)\ R_2(\pi/2 - \Phi_i)\ P_2\ \underline{\mathbf{r}}_{\mathbf{ik}}^{*}$

$\underline{\mathbf{C}}^{*} = R_3(\pi - \Lambda_i)\ R_2(\pi/2 - \Phi_i)\ P_2$

$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{ik}} = \underline{\mathbf{C}}^{*}\ \underline{\mathbf{r}}_{\mathbf{ik}}^{*}$

$\underline{\mathbf{r}}_{\mathbf{ik}}^{*} = (\underline{\mathbf{C}}^{*})^{\mathbf{T}}\ \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{ik}}$ $\qquad$ ($(\underline{\mathbf{C}}^{*})^{-1} = (\underline{\mathbf{C}}^{*})^{\mathbf{T}}$ ortogonal matris özelliğinden)

$\underline{\mathbf{C}}^{*}$ matisi aşağıdaki iki yoldan biri ile elde edilebirlir. Her iki yolda da farklı dönüklük matrisleri kullanılmasına rağmen aynı sonuca ulaşılır.

$$\underline{\mathbf{C}}^{*} = R_3(\pi - \Lambda_i)\ R_2(\pi/2 - \Phi_i)\ P_2 = \begin{bmatrix} -\cos\Lambda_i & \sin\Lambda_i & 0 \\ -\sin\Lambda_i & -\cos\Lambda_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\Phi_i & 0 & -\cos\Phi_i \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos\Phi_i & 0 & \sin\Phi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{C}}^{*} = \begin{bmatrix} -\sin\Phi_i \cos\Lambda_i & -\sin\Lambda_i & \cos\Phi_i \cos\Lambda_i \\ -\sin\Phi_i \sin\Lambda_i & \cos\Lambda_i & \cos\Phi_i \sin\Lambda_i \\ \cos\Phi_i & 0 & \sin\Phi_i \end{bmatrix}$$

ya da

$$\underline{\mathbf{C}}^{*} = R_3(-\Lambda_i)\ R_2(-(\pi/2 - \Phi_i))\ P_1 = \begin{bmatrix} \cos\Lambda_i & -\sin\Lambda_i & 0 \\ \sin\Lambda_i & \cos\Lambda_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\Phi_i & 0 & \cos\Phi_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos\Phi_i & 0 & \sin\Phi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

yararlanarak da aynı sonuca ulaşılır.

Yeryüzümerkezli (Yerel) astronomik koordinat sisteminin (LA) birim vektörlerini ortalama (CT) sistemindeki doğrultuları aşağıdaki şekilde bulunur.

e

$$\underline{\ell}_{n_i}^{*} = \underline{\mathbf{C}}^{*} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\Phi_i \cos\Lambda_i \\ -\sin\Phi_i \sin\Lambda_i \\ \cos\Phi_i \end{bmatrix} \qquad \underline{\ell}_{ei}^{*} = \underline{\mathbf{C}}^{*} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\Lambda_i \\ \cos\Lambda_i \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{\ell}_{u_i}^{*} = \underline{\mathbf{C}}^{*} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Phi_i \cos\Lambda_i \\ \cos\Phi_i \sin\Lambda_i \\ \sin\Phi_i \end{bmatrix}$$

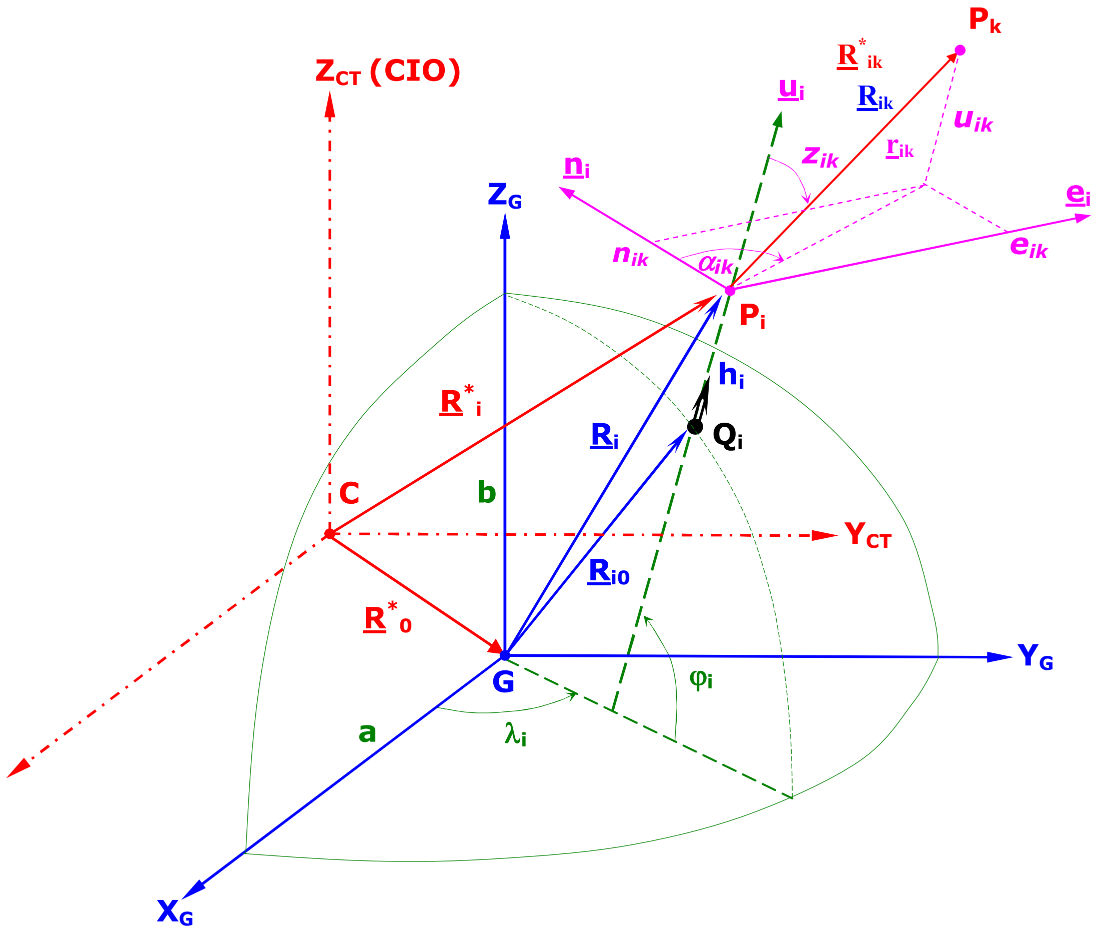
3.2. Referans Koordinat Sistemleri

3.2.1. Yermerkezli Jeodezik Koordinat Sistemi (G:Geodetic)

Başlangıcı : Referans elipsoidinin ağırlık merkezine yakın (G).
Birinci kutup : Dönel elipsoidin küçük yarı ekseni doğrultusu (//CIO).
Birinci düzlem : Elipsoidin ağırlık merkezini içinde bulunduran ekvator dairesi.
İkinci düzlem : Greenwich meridyen elipsi.
İkinci Kutup : Greenwich meridyen elipsi ile ve ekvator düzlemlerinin arakesiti.
Birinci Eksen : Greenwich meridyen elipsi ile ve ekvator düzlemlerinin arakesiti.
Üçüncü Eksen : Dönel elipsoidin küçük yarı ekseni doğrultusu (//CIO).
İkinci Eksen : SAĞ–EL sistemi.

3.2.2. İstasyon merkezli (Toposentrik) Yersel Sistem (LG:Local Geodetic)

Başlangıcı : Yerin yüzeyindeki bir nokta (P_i).
Birinci kutup : P_i noktasındaki ellipsoid normalinin doğrultusu.
Birinci düzlem : P_i noktasında elipsoit normaline dik düzlem.
İkinci düzlem : Pi noktasındaki meridyen elipsi.
İkinci Kutup : Pi noktasındaki teğet ve meridyen elipsi düzlemlerinin arakesiti .
Birinci Eksen : Pi noktasındaki teğet ve meridyen elipsi düzlemlerinin arakesiti (n).
Üçüncü Eksen : P_i noktasındaki ellipsoid normalinin doğrultusu (u) .
İkinci Eksen : SOL–EL sistemi (e) .



i noktasındaki;

$(X_i, Y_i, Z_i)_G$	Jeodezik Dik Koordinatlar ($\underline{r}_G$)
φ_i, λ_i	Jeodezik Enlem, Boylam
h_i	Elipsoit Yüksekliği
n_{ik}, e_{ik}, u_{ik}	Jeodezik yerel dik koordinatlar ($\underline{r}_{ik}$)
$\alpha_{ik}, z_{ik}, s_{ik}$	Jeodezik kutupsal koordinatlar

3.2.3. İstasyon Merkezli Kutupsal Koordinatlardan ←→ İstasyon Merkezli Dik Koordinatlara Dönüşüm

$\underline{r}_{ik}^T = [\ n_{ik}\ \ e_{ik}\ \ u_{ik}\ ]$

$n_{ik} = s_{ik} \sin z_{ik} \cos\alpha_{ik}$ $\qquad s_{ik} = \{n_{ik}^2 + e_{ik}^2 + u_{ik}^2\}^{1/2}$

$e_{ik} = s_{ik} \sin z_{ik} \sin\alpha_{ik}$ $\qquad \alpha_{ik} = \mathrm{arctg}\{\ e_{ik} / n_{ik}\ \}$

$u_{ik} = s_{ik} \cos z_{ik}$ $\qquad z_{ik} = \mathrm{arctg}[\ \{\ n_{ik}^2 + e_{ik}^2\ \}^{1/2} / u_{ik}\ ]$

3.2.4 İstasyon Merkezli Koordinatlardan ←→ Yer Merkezli Dik Koordinatlara Dönüşüm

$\underline{\mathbf{R}}_k = \underline{\mathbf{R}}_i + \underline{\mathbf{R}}_{ik}$ $\qquad \underline{\mathbf{R}}_{ik} = R_3(\pi-\lambda_i)\ R_2(\pi/2-\varphi_i)\ P_2\ \underline{\mathbf{r}}_{ik}$

$\underline{\mathbf{C}} = R_3(\pi-\lambda_i)\ R_2(\pi/2-\varphi_i)\ P_2$ yada $\underline{\mathbf{C}} = R_3(-\lambda_i)\ R_2(-(\pi/2-\varphi_i))\ P_1$

$\underline{\mathbf{R}}_{ik} = \underline{\mathbf{C}}\ \underline{\mathbf{r}}_{ik}$ $\qquad \underline{\mathbf{r}}_{ik} = \underline{\mathbf{C}}^T\ \underline{\mathbf{R}}_{ik}$

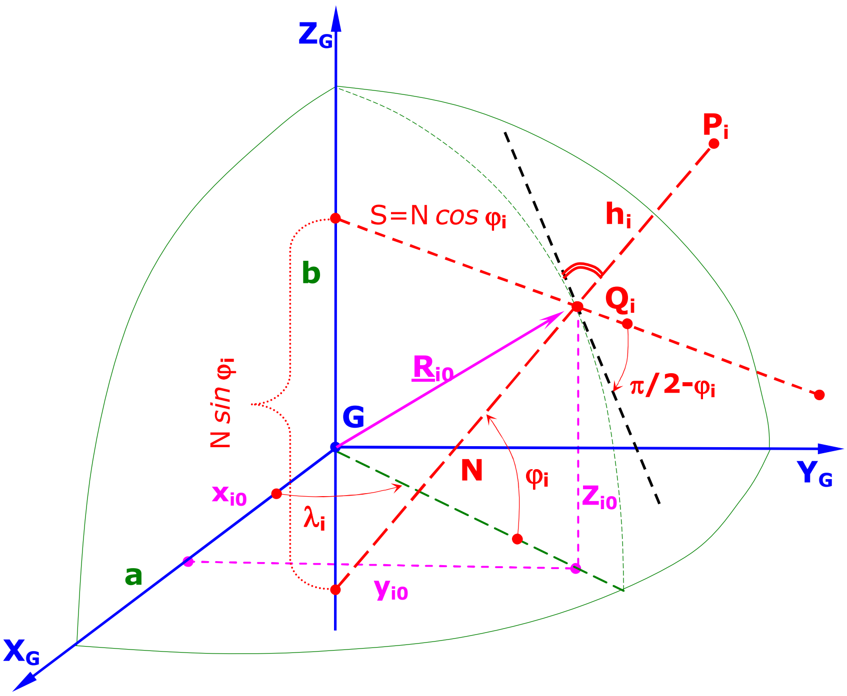
$$\underline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi_i \cos\lambda_i & -\sin\lambda_i & \cos\varphi_i \cos\lambda_i \\ -\sin\varphi_i \sin\lambda_i & \cos\lambda_i & \cos\varphi_i \sin\lambda_i \\ \cos\varphi_i & 0 & \sin\varphi_i \end{bmatrix}$$

Yerel jeodezik koordinat sisteminin (LA) birim vektörlerini ortalama (CT) sistemindeki doğrultuları aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\ell_{n_i} = \underline{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi_i \cos\lambda_i \\ -\sin\varphi_i \sin\lambda_i \\ \cos\varphi_i \end{bmatrix} \qquad \ell_{e_i} = \underline{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda_i \\ \cos\lambda_i \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \ell_{u_i} = \underline{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_i \cos\lambda_i \\ \cos\varphi_i \sin\lambda_i \\ \sin\varphi_i \end{bmatrix}$$

3.2.4. Elipsoit üzerinde bulunan Q_i noktasının koordinatları ($\underline{\mathbf{R}}_{i0}$)

a>b olan bir dönel elipsoitde; meridyen doğrultusundaki eğrilik yarıçapı (M) ile meridyene Q noktasında dik olan birinci düşey daire yönündeki eğrilik yarıçapı (N) arasında N≥M koşulu daima vardır. Bu eğrilik yarıçaplarından N yardımı ile jeodezik dik ve eğri koordinatlar arasındaki dönüşüm aşağıdaki şekilde sağlanır (Şekil).



Şekil. Q noktasının Dik ve eğrisel Koordinatları aarasındaki ilişki.

Meridyen elipsinin denklemi yatay eksen S ve düşey eksen Z ye göre aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\frac{S^2}{a^2}+\frac{Z^2}{b^2}=1$$

burada $S=\sqrt{X^2+Y^2}=N\cos\varphi$ dir. Meriyen elipsine Q noktasında teğetin eğimi meridyen elipsi denkleminden yararlanılarak aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$b^2S^2+a^2Z^2=a^2b^2$$
$$2b^2S\,dS+2a^2Z\,dZ=0$$

$$\frac{dZ}{dS}=-\frac{b^2S}{a^2Z}$$

Elde edilen teğetin eğim açısının şekilden –(π/2-φ) olduğu kolayca görülmektedir. Teğetin eğimi birde bu eğim açısından hesaplanır ve yukarıdaki eşitlikle ilişkilendirilrse, aşağıdaki bağıntıya ulaşılır.

$$\frac{dZ}{dS}=-\frac{b^2S}{a^2Z}=-\tan(\pi/2-\varphi)$$
$$\frac{b^2S}{a^2Z}=\cot an\varphi=\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$$

$$Z=S\frac{b^2\sin\varphi}{a^2\cos\varphi} \qquad Z=N\frac{b^2}{a^2}\sin\varphi$$

$$X=S\cos\lambda \qquad X=N\cos\varphi\cos\lambda$$
$$Y=S\sin\lambda \qquad Y=N\cos\varphi\sin\lambda$$

Genel bağıntılar yerine i noktasına göre aşağıdaki şekilde düzenlenir.

$$\underline{R}_{i0}=\begin{bmatrix}X_{i0}\\Y_{i0}\\Z_{i0}\end{bmatrix}_G=N_i\begin{bmatrix}\cos\varphi_i\cos\lambda_i\\\cos\varphi_i\sin\lambda_i\\b^2/a^2\sin\varphi_i\end{bmatrix}=N_i\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&\frac{b^2}{a^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\varphi_i\cos\lambda_i\\\cos\varphi_i\sin\lambda_i\\\sin\varphi_i\end{bmatrix}$$

3.2.5. Elipsoit dışında bulunan P_i noktasının koordinatları ($\underline{R}_i$)

a) $(\varphi,\lambda,h)_G \rightarrow (X,Y,Z)_G$

$$\underline{R}_i = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_G = \underline{R}_{i0} + h_i \underline{\ell}_{u_i} = N_i \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b^2}{a^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi_i \cos\lambda_i \\ \cos\varphi_i \sin\lambda_i \\ \sin\varphi_i \end{bmatrix} + h_i \begin{bmatrix} \cos\varphi_i \cos\lambda_i \\ \cos\varphi_i \sin\lambda_i \\ \sin\varphi_i \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_i = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_G = \begin{bmatrix} N_i + h_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i + h_i & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b^2}{a^2} N_i + h_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi_i \cos\lambda_i \\ \cos\varphi_i \sin\lambda_i \\ \sin\varphi_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N_i + h_i)\cos\varphi_i \cos\lambda_i \\ (N_i + h_i)\cos\varphi_i \sin\lambda_i \\ (\frac{b^2}{a^2} N_i + h_i)\sin\varphi_i \end{bmatrix}$$

b) $(X,Y,Z)_G \rightarrow (\varphi,\lambda,h)_G$

Doğrudan (direkt) çözüm yada iteratif çözüm olmak üzere iki tür çözüm kullanılır. Doğrudan çözüm yeryüzündeki herhangi bir nokta (-10km<h<10km) için yeterlidir (Hofman-Welenhof vd. 1999).

$$e^2 = 1 - (b/a)^2 \;,\; e'^2 = (a/b)^2 - 1$$
$$p_j = \sqrt{X_j^2 + Y_j^2} \;,\; t_j = \arctan\{a\, Z_j / b / p_j\}$$

$$\varphi_j = \arctan\{(Z_j + e'^2 b \sin^3 t_j) / (p_j - e^2 a \cos^3 t_j)\}$$
$$\lambda_j = \arctan\{Y_j / X_j\}$$
$$h_j = p_j / \cos\varphi_j - N_j$$

Yapay uydular yada yeryüzü dışındaki noktalar için iteratif bağıntılar.

(1) $\varphi_{j0} = \arctan\left\{ \dfrac{Z_j}{p_j (1 - e^2)} \right\}$

(2) $N_j = \dfrac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_{j0}}}$, $h_j = \dfrac{p_j}{\cos\varphi_{j0}} - N_j$, $\varphi_j = \arctan\left\{ \dfrac{Z_j / p_j}{1 - e^2 N_j / (N_j + h_j)} \right\}$

(3) $\left|\varphi_j - \varphi_{j0}\right| > 1e-14$ ise $\varphi_{j0} = \varphi_j$ ve (2)'e git

(4) $\lambda_j = \arctan\left\{ \dfrac{Y_j}{X_j} \right\}$

(Krakiwsky ve Wells, 1971; Hofman-Welenhof vd. 1999).

c) Jeodezik Eğri Koordinatlar (φ,λ) ile Gauss-Kruger Projeksiyon Koordinatları (x,y) Arasındaki Dönüşümler

Verilenler : **a** , **b** (Elipsoit) λ_0(Dilim Orta Meridyeni), φ ve λ (Enlem ve Boylam)
İsteneler : **x** , **y** (Açı Koruyan Harita Koordinatları)

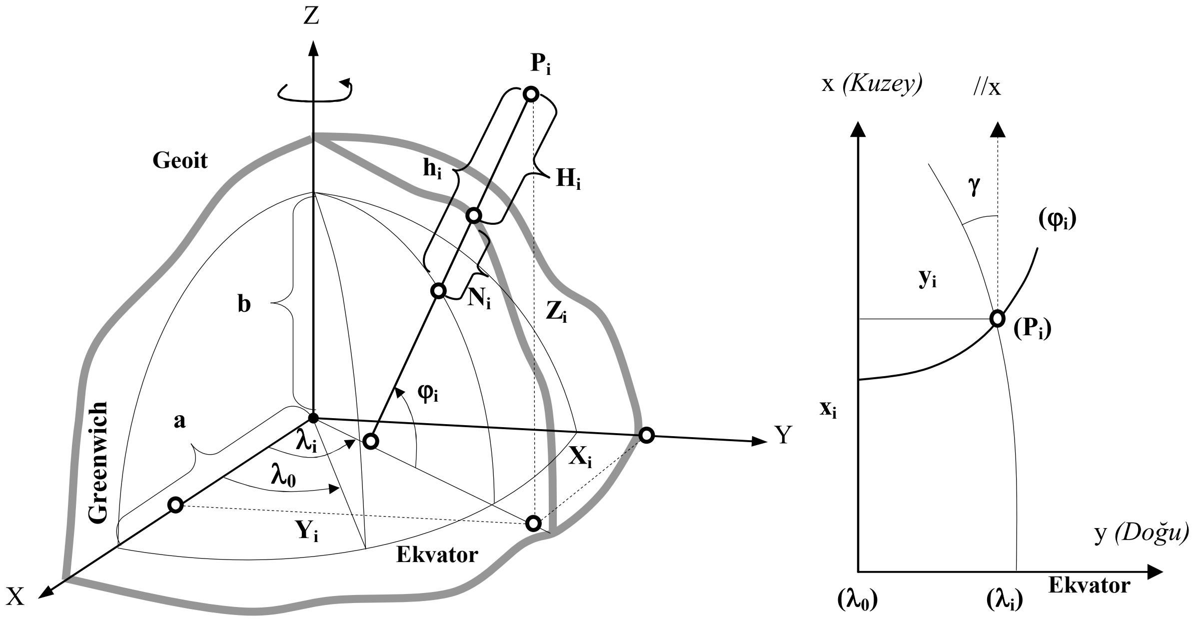
$\mathbf{L}=\lambda-\lambda_0$, $\mathbf{t}=\tan\varphi$, $\boldsymbol{\eta}=(a^2-b^2)(\cos\varphi/b)^2$, $\mathbf{N}=a^2/b/(1+\eta)^{1/2}$, $\mathbf{n}=(a-b)/(a+b)$

$$\mathbf{b_1} = (a+b)(1/2 + n^2/8 + n^4/128)$$
$$\mathbf{b_2} = -3n/2 + 9n^3/16 - 3n^5/32$$
$$\mathbf{b_3} = 15n^2/16 - 15n^4/32$$
$$\mathbf{b_4} = -35n^3/48 + 105n^5/256$$
$$\mathbf{b_5} = 315n^4/512$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x} &= b_1\,(\varphi + b_2\sin(2\varphi) + b_3\sin(4\varphi) + b_4\sin(6\varphi) + b_5\sin(8\varphi)) \\
&+ (L\cos\varphi)^2\, t\, N/2 \\
&+ (L\cos\varphi)^4\,(5 - t^2 + 9\eta + 4\eta^2)/24 \\
&+ (L\cos\varphi)^6\,(61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta - 330t^2\eta)/720 \\
&+ (L\cos\varphi)^8\,(1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6)/40320 \\
&+ \ldots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{y} &= N\,L\cos\varphi \\
&+ (L\cos\varphi)^3(1 - t^2 + \eta)/6 \\
&+ (L\cos\varphi)^5(5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta - 58t^2\eta)/120 \\
&+ (L\cos\varphi)^7(61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6)/5040 \\
&+ \ldots
\end{aligned}
$$

(Hofman-Welenhof vd. 1994)



Şekil-1. Kartezyen koordinatlar **(X, Y, Z)** ile elipsoidal koordinatlar **(φ, λ, h)** ve UTM projeksiyon koordinatları **(x, y)** arasındaki ilişki. "(*)" ; *'ın projeksiyonu anlamında kullanılmıştır.

Verilenler : **a** , **b** (Elipsoit), λ_0(Dilim Orta Meridyeni), **x** ve **y** (Açı Koruyan Harita Koord.)
İsteneler : φ ve λ (Enlem ve Boylam)

$$\mathbf{n} = (a - b) / (a + b)$$
$$\mathbf{b_1} = (a+b)(\ 1/2 + n^2/8 + n^4/128\ )$$
$$\mathbf{b_2} = 3/2\ \eta - 27/32\ \eta^3 + 269/512\ \eta^5$$
$$\mathbf{b_3} = 21/16\ \eta^2 - 55/32\ \eta^4$$
$$\mathbf{b_4} = 151/96\ n^3 + 417/128\ \eta^5$$
$$\mathbf{b_5} = 1097/512\ \eta^4$$
$$\boldsymbol{\varphi_0} = x/b_1 + b_2 \sin(2x/b_1) + b_3\sin(4x/b_1) + b_4\sin(6x/b_1) + b_5\sin(8x/b_1)$$
$$\mathbf{t} = \tan\varphi_0\ ,\ \boldsymbol{\eta} = (a^2-b^2)(\cos\varphi_0/b)^2\ ,\ \mathbf{N} = a^2/b/(1+\eta)^{1/2}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varphi} &= \varphi_0 \\ &+ t(y/N)^2(\ -1 - \eta\ )/2 \\ &+ t(y/N)^4(\ 5 + 3t^2 + 6\eta - 6t^2\eta - 3\eta^2 - 9t^2\eta^2\ )/24 \\ &+ t(y/N)^6(-61 - 90t^2 - 45t^4 - 107\eta + 162t^2\eta + 45t^4\eta\ )/720 \\ &+ t(y/N)^8(\ 1385 + 3633t^2 + 4095t^4 + 1575t^6\ )/40320 \\ &+ \ldots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\lambda} &= \lambda_0 \\ &+ y\ /\ (N \cos\varphi_0\ ) \\ &+ (y/N)^3(-1 - 2t^2 - \eta)/(6\cos\varphi_0) \\ &+ (y/N)^5(\ 5 + 28t^2 + 24t^4 + 6\eta + 8t^2\eta\ )/(120\cos\varphi_0) \\ &+ (y/N)^7(-61 - 662t^2 - 1320t^4 - 720t^6\ )/(5040\cos\varphi_0) \\ &+ \ldots\end{aligned}$$

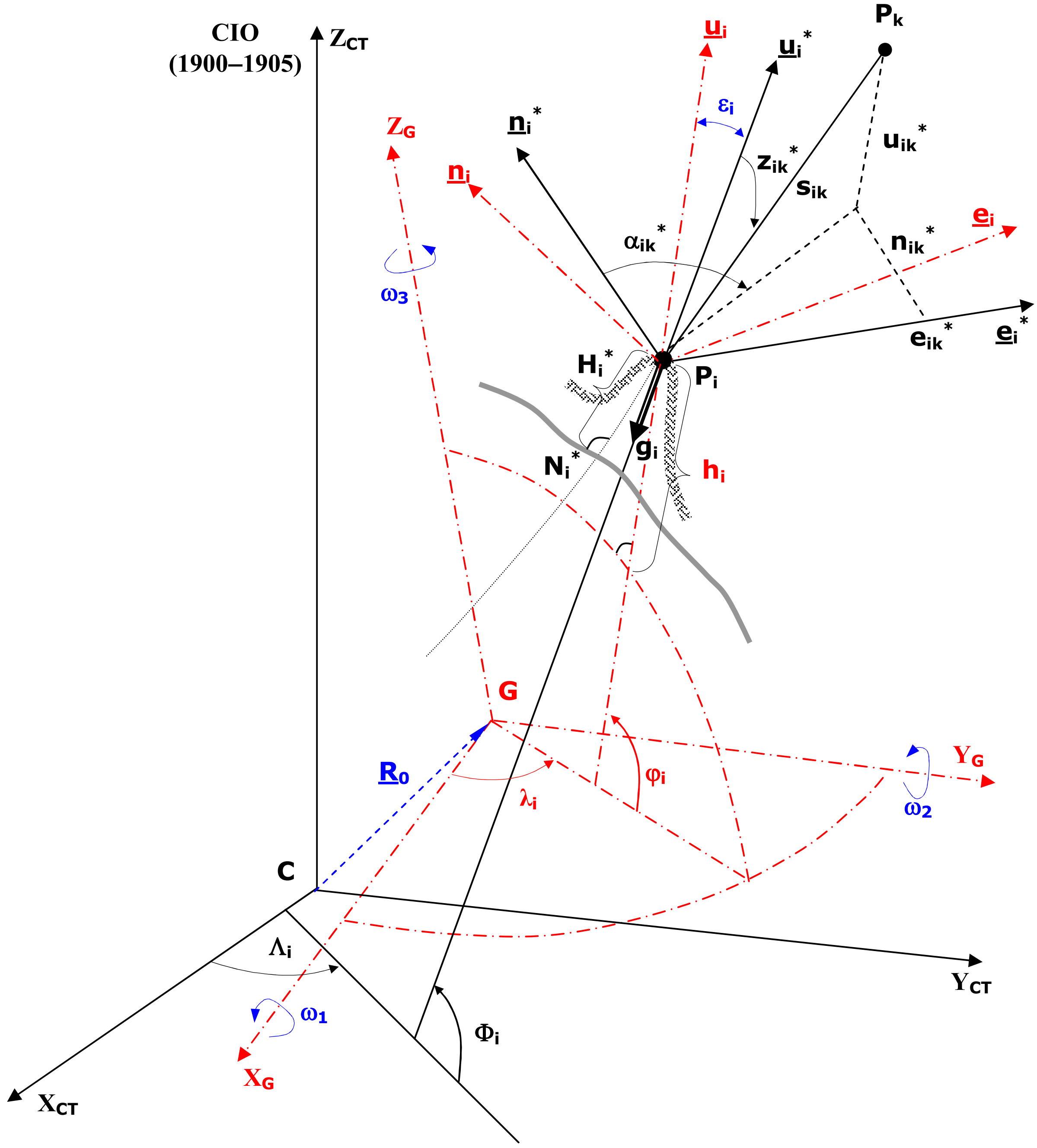
(Hofman-Welenhof vd. 1994)

Bu başlık altında işlenen koordinat dönüşümlerinin C++ dilinde yazılmış alt programları Ek-4'de verilmiştir. Ek-4 de yer alan alt programlarda;

$\{\lambda(L)\} \rightarrow \{3^o(6^o), \lambda_0(L_0)\}$	Dilim Orta Meridyeni hesabı,
$\{X, Y, Z\} \rightarrow \{a, b, \varphi(B), \lambda(L), h\}$	Jeodezik Dik Koordinatlardan Jeodezik eğri koordinatlarına, dönüşüm
$\{a, b, \varphi(B), \lambda(L), h\} \rightarrow \{X,Y,Z\}$	Jeodezik Eğri Koordinatlardan Jeodezik dik koordinatlarına dönüşüm,
$\{a, b, \lambda_0(L_0), \varphi(B), \lambda(L)\} \rightarrow \{a,b, \lambda_0(L_0), y, x\}$	Jeodezik Eğri Koordinatlardan Gauss Kruger Koordinatlarına dönüşüm,
$\{a, b, \lambda_0(L_0), y, x\} \rightarrow \{a,b, \lambda_0(L_0), \varphi(B), \lambda(L)\}$	Gauss Kruger Koordinatlarından dönüşüm Jeodezik Eğri Koordinatlara dönüşüm,

yer almaktadır (Ek-4). Parantez içlerindeki değişkenler alt programlarda kullanılan değişkenlerdir.

3.3. Doğal ve Referans (Yapay) Koordinat Sistemleri Arasındaki İlişki



Durulan Nokta P_i ve Bakılan P_k Noktalarına Göre ;

ε_i	Çekül sapması		
$(X_i,Y_i,Z_i)_{CT}$	Ortalama Dik Koordinatlar ($\underline{R}_{CT}\equiv\underline{R}^*$)	$(X_i,Y_i,Z_i)_G$	Jeodezik Dik Koordinatlar ($\underline{R}_G\equiv\underline{R}$)
Φ_i,Λ_i	Astornomik Enlem, Boylam	φ_i,λ_i	Jeodezik Enlem, Boylam
H_i^*	Ortometrik Yükseklik	h	Elipsoit Yüksekliği
N_i^*	Jeoit Yüksekliği		
$n_{ik}^*,e_{ik}^*,u_{ik}^*$	Astronomik yerel dik koordinatlar	n_{ik},e_{ik},u_{ik}	Jeodezik yerel dik koordinatlar
$\alpha_{ik}^*,z_{ik}^*,s_{ik}$	Astronomik kutupsal koordinatlar	$\alpha_{ik},z_{ik},s_{ik}$	Jeodezik kutupsal koordinatlar
$\omega_1,\omega_2,\omega_3$	G sisteminin CT'ye göre dönüklükleri		
X_0,Y_0,Z_0	G'nin CT'ye göre başlangıç koordinatları ($\underline{R}^*_0$)		

3.3.1. 3B Doğal ile 3B Yapay Koordinatlar Arasındaki Dönüşüm $(X,Y,Z)_{CT} \leftrightarrow (X,Y,Z)_G$

$$\underline{R}_{CT} = \underline{R}_0 + \underline{R}_1(\omega_1)\,\underline{R}_2(\omega_2)\,\underline{R}_3(\omega_3)\,\underline{R}_G$$

$$\underline{B} = R_1(\omega_1)\,R_2(\omega_2)\,R_3(\omega_3) = \begin{bmatrix} 1 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 1 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_G = \underline{R}_3(-\omega_3)\,\underline{R}_2(-\omega_2)\,\underline{R}_1(-\omega_1)\,\{\,\underline{R}_{CT} - \underline{R}_0\,\}$$

$$\underline{B}^T = R_3(-\omega_3)\,R_2(-\omega_2)\,R_1(-\omega_1) = \begin{bmatrix} 1 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 1 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\omega_1=\omega_2=\omega_3=0$ ise

$$\underline{R}_{CT} = \underline{R}_0 + \underline{R}_G$$

$$\underline{R}_G = \underline{R}_{CT} - \underline{R}_0$$

ÖDEV

1) ED50 datumundan WGS84 datumuna dönüşüm bağıntılarından yararlanarak, ters dönüşüm bağıntılarını hesaplayınız.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} = \begin{bmatrix} -89.5002 \\ -93.8000 \\ -123.1002 \end{bmatrix}^{[m]} + k \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ -\alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ED50} \qquad \alpha=0.156'' \qquad k=1+1.2e\text{-}6$$

2) WGS84 ile NAD27 arasındaki dönüşüm de aşağıda verildiğine göre, NAD27 ile ED50 arasındaki dönüşüm bağıntılarını çıkarınız.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{NAD27} + \begin{bmatrix} 9 \\ -161 \\ -179 \end{bmatrix}^{[m]}$$

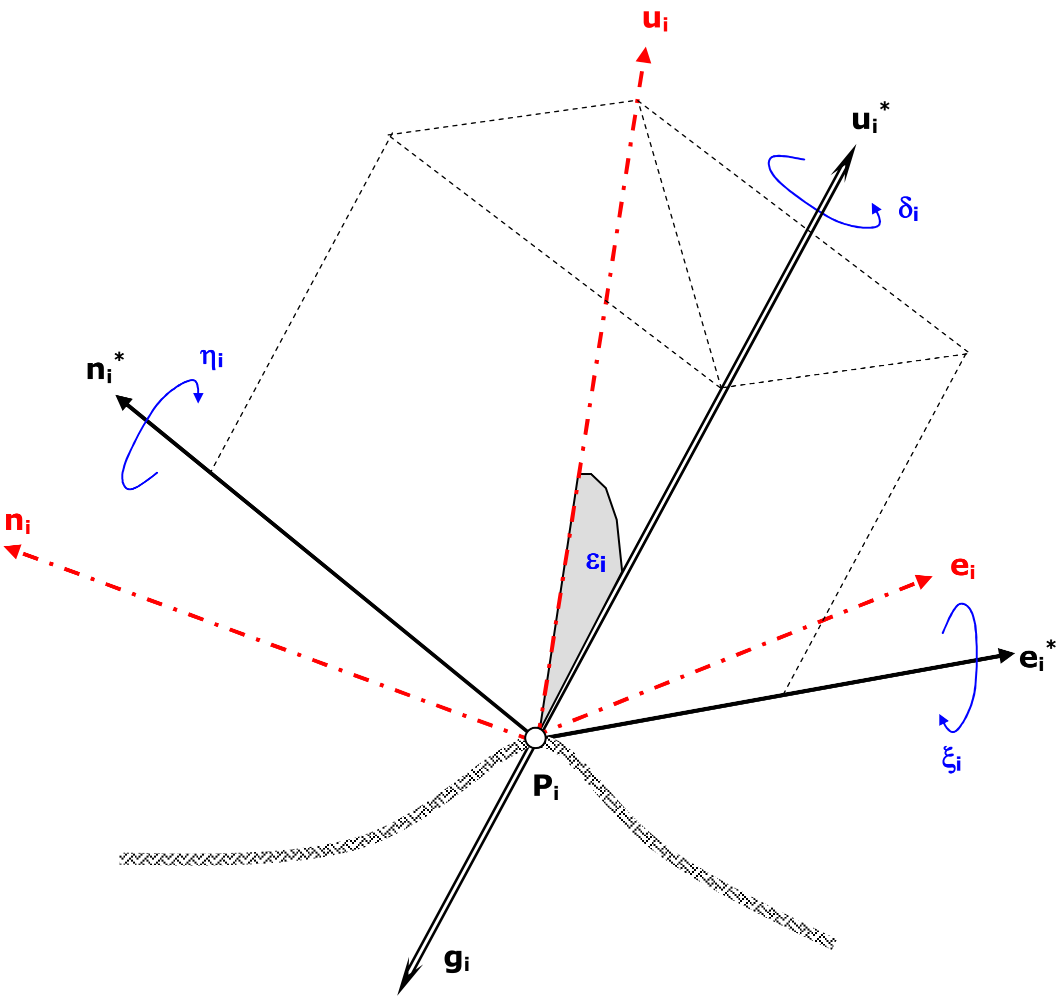
3) ED50 ile NAD27 arasındaki datum dönüşüm bağıntılarını bulunuz.

4) WGS84'deki jeodezik koordinatları $\varphi=40^\circ\ 07'\ 04.60''$, $\lambda=277^\circ\ 01'\ 04.60''$, h=231.562m olarak verilen noktanın ED50 ve NAD27'deki jeodezik ve jeodezik dik koordinatlarını hesaplayınız

3.3.2. Doğal İstasyonmerkezli Koordinatlar ile Referans İstasyonmerkezli Koordinatlar Arasındaki Dönüşüm

a) Çekül Sapması ve Bileşenleri

Doğal ve referans istasyon merkezli dik koordinat sistemleri arasındaki dönüşümler çekül sapması bileşenleri (ξ_i,η_i) ile birlikte doğal ve referans azimut farkları (δ_i) kulanılarak gerçekleştirilir.



Şekil. $(n_i^*,e_i^*,u_i^*)_{LA} \leftrightarrow (n_i,e_i,u_i)_{LG}$ arasındaki dönüşüm.

Durulan nokta i'deki;

ε_i	Çekül sapması ($z_{ik} = z^*_{ik} + \varepsilon_i$, $\varepsilon_i = \xi_i \cos\alpha_{ik} + \eta_i \sin\alpha_{ik}$)
$\delta_i = \alpha_{ik}^* - \alpha_{ik}$	Astronomik ve jeodezik meridyen düzlemleri arasındaki açı
ξ_i	ε_i nun kuzey-güney yönündeki bileşeni
η_i	ε_i nun Doğu-Batı yönündeki bileşeni

Global yada local datum oluşturulurken jeodezik koordinat sisteminin dönme ekseni CIO paralel yapılmaya çalışılır ($\omega_1=\omega_2=\omega_3=0$ olur). Bu koşul altında

$\xi_i = \Phi_i - \varphi_i$

$\eta_i = (\Lambda_i - \lambda_i)\cos\Phi_i$

$\delta_i \approx (\Lambda_i - \lambda_i)\sin\Phi_i = \eta_i \tan\Phi_i$ Laplace azimuth koşulu

$\delta_i = (\Lambda_i - \lambda_i)\sin\Phi_i + \{(\Phi_i - \varphi_i)\sin\alpha_{ik} - (\Lambda_i - \lambda_i)\cos\Phi_i \cos\alpha_{ik}\}/\tan z_{ik} = \eta_i \tan\Phi_i + (\xi_i \sin\alpha_{ik} - \eta_i \cos\alpha_{ik})/\tan z_{ik}$

olur.

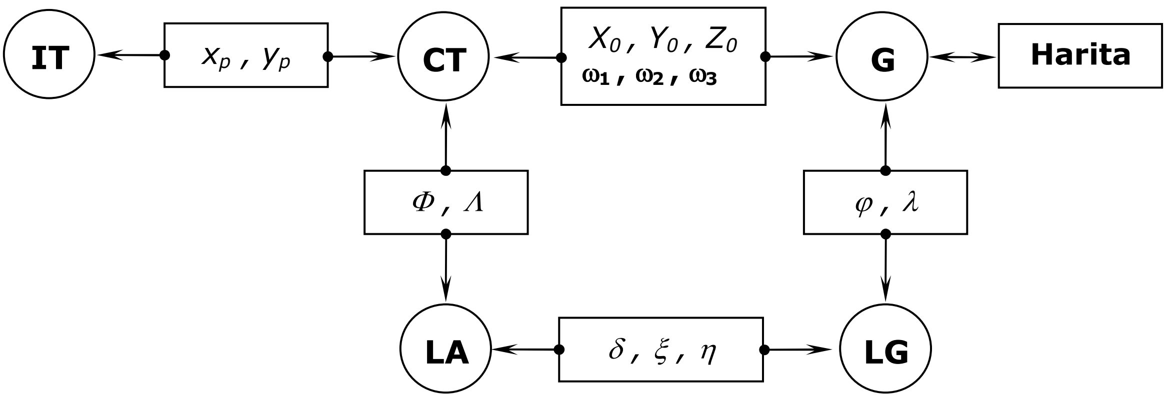
Astronomik istasyon merkezli koordinatlardan, jeodezik istasyon merkezli koordinatlara dönüşüm.

$\underline{r}_{ik} = R_3(\delta_i)\, R_2(-\xi_i)\, R_1(\eta_i)\, \underline{r}_{ik}^* = \underline{D}\, \underline{r}_{ik}^*$

$$s_{ik}\begin{bmatrix}\cos\alpha\sin z\\ \sin\alpha\sin z\\ \cos z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\delta_i & \sin\delta_i & 0\\ -\sin\delta_i & \cos\delta_i & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\xi_i & 0 & \sin\xi_i\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\xi_i & 0 & \cos\xi_i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\eta_i & \sin\eta_i\\ 0 & -\sin\eta_i & \cos\eta_i\end{bmatrix} s_{ik}\begin{bmatrix}\cos\alpha^*\sin z^*\\ \sin\alpha^*\sin z^*\\ \cos z^*\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\cos\alpha\sin z\\ \sin\alpha\sin z\\ \cos z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & \delta_i & \xi_i\\ -\delta_i & 1 & \eta_i\\ -\xi_i & -\eta_i & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\alpha^*\sin z^*\\ \sin\alpha^*\sin z^*\\ \cos z^*\end{bmatrix} \qquad \underline{D} = \begin{bmatrix}1 & \delta_i & \xi_i\\ -\delta_i & 1 & \eta_i\\ -\xi_i & -\eta_i & 1\end{bmatrix}$$

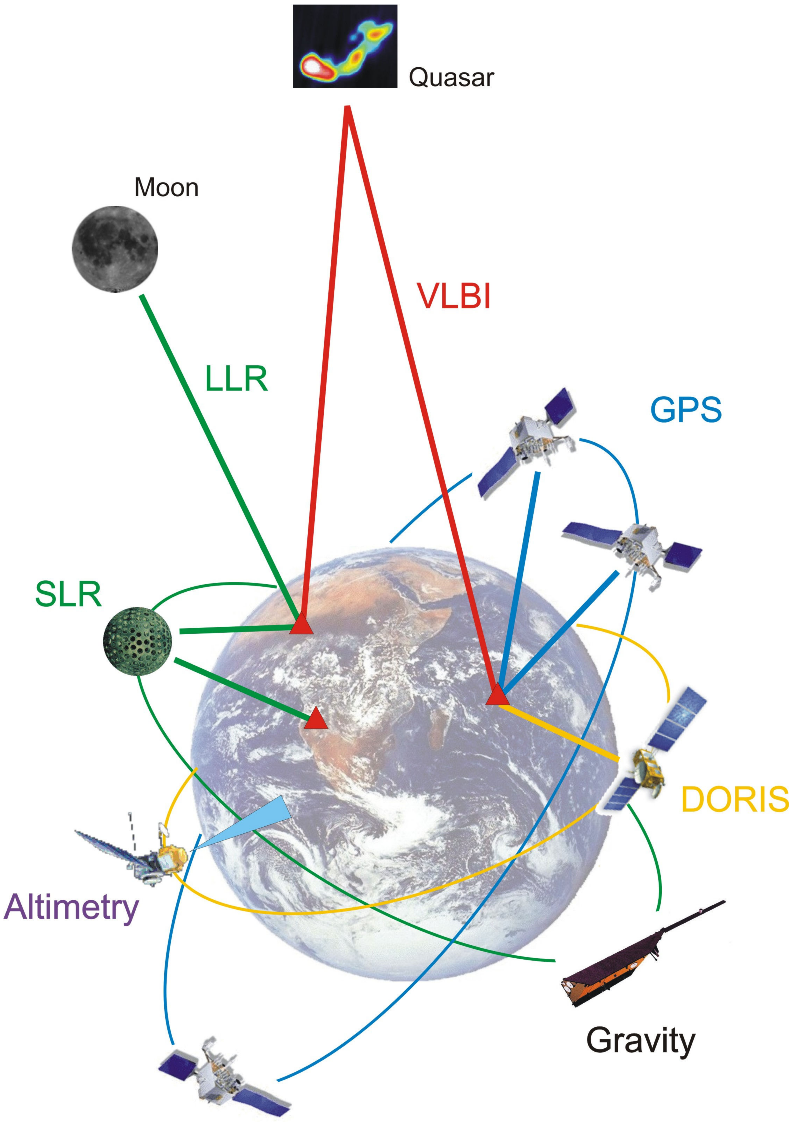
Yersel koordinat sistemleri arasındaki dönüşümler şematik oalarak aşağıdaki gösterilmiştri.



Şekil Yererkezli Sistemler Arasındaki Dönüşüm Parametreleri

Günümüze kadar CIO (Conventional International Origin) genellikle CTP (Convensional Terrestrial Pole) olarak seçilmiş ve 1900-1905 yılları arasındaki dönme eksenlerinin ortalaması alınarak belirlenmiştir. Ortalama Greenwich Meridyeni de, Greenwich Ortalama Gözlemci (GMO, Greenwich Mean Observatory) eskiden zaman ölçme kuruluşu olan BIH'e (Bureu International de l'Heure) katkı sağlayan gözlem evlerinin boylamlarının sayısal değerlerinin ortalaması olarak tanımlanır. Son yılllarda yeni uydu gözlem tekniklerinin ve kutup/zaman ölçmde kullanılan ek istasyonların sayılarının artması nedeniyle, yukarıdaki tanımlar kesin bir anlam taşımazlar. Günümüzde kutup ve zaman belirleme işlemlerini gerçekleştiren IERS (International Eart Rotation Srevice) VLBI (Very Long Base Interferometry), SLR(Satellite Laser Ranging) ve LLR(Lunar Laser Rangig), GPS (Global Positioning System) ve DORIS (Doppler Orbitography and Radio Positioning Integrated by Satellite) ölçme teknikleri kullanarak BIH ölçülerine dayalı olarak belirlenmiş olan convensiyonal referans sistemlerinin kontrolune devam etmektedir.

Günümüzde CTS, en duyarlı gözlem teknikleri ile koordinatları belirlenen ana istasyonlardan oluşan global bir ağ ile tanımlanmaktadır. Bu blobal ağda kabuk hareketlerinin neden olduğu koordinat değişiklikleride göz önüne alınmaktadır. 1984 de BIH buna benzer referans sistemi tanımlamış ve bu sistemi BTS (BIH Terrestrial System) olarak isimlendirmiştir. IERS'nin günümüzde bakımını devam ettirdiği BTS'nin devamı olan yersel sistem ITRF (IERS Terrestrial Refferance Frame) olarak adlandırmaktadır (Seeber, 1993, page:17 and page:470-473).



Şekil IERS'nin Global Ağ Ölçmelerinde Kulandığı Ölçme Teknikleri
http://www.gfz-potsdam.de/pb1/IERS/iersAC_index.html

3.4. YERSEL SİSTEMLER ARASINDAKİ DÖNÜŞÜMLER

		Dönüştürülen Sistem				
		Ortalama Yersel ($\underline{R}_{CT}$)	Anlık Yersel ($\underline{R}_{IT}$)	Jeodezik ($\underline{R}_{G}$)	Yerel Astronomik ($\underline{r}_{LA}$)	Yerel Jeodezik ($\underline{r}_{LG}$)
Dönüşen Sistem	Ortalama Yersel ($\underline{R}_{CT}$)	$\underline{I}$	$\underline{A}$	$\underline{B}\ \underline{R}_{G}+\underline{R}_{0}$	$\underline{C}^{*}\underline{r}_{LA}+\underline{R}_{i}$	$\underline{R}_{G}\Rightarrow\underline{R}_{CT}$
	Anlık Yersel ($\underline{R}_{IT}$)	$\underline{A}^{T}$	$\underline{I}$	$\underline{R}_{CT}\Rightarrow\underline{R}_{IT}$	$\underline{R}_{CT}\Rightarrow\underline{R}_{IT}$	$\underline{R}_{G}\Rightarrow\underline{R}_{CT}\Rightarrow\underline{R}_{IT}$
	Jeodezik ($\underline{R}_{G}$)	$\underline{B}^{T}\{\underline{R}_{CT}-\underline{R}_{0}\}$	$\underline{R}_{CT}\Rightarrow\underline{R}_{G}$	$\underline{I}$	$\underline{r}_{LG}\Rightarrow\underline{R}_{G}$	$\underline{C}\ \underline{r}_{LG}+\underline{R}_{i}$
	Yerel Astronomik ($\underline{r}_{LA}$)	$\underline{C}^{*T}\{\underline{R}_{CT}-\underline{R}_{i}\}$	$\underline{R}_{CT}\Rightarrow\underline{r}_{LA}$	$\underline{r}_{LG}\Rightarrow\underline{r}_{LA}$	$\underline{I}$	$\underline{D}^{T}$
	Yerel Jeodezik ($\underline{r}_{LG}$)	$\underline{R}_{G}\Rightarrow\underline{r}_{LG}$	$\underline{R}_{CT}\Rightarrow\underline{R}_{G}\Rightarrow\underline{r}_{G}$	$\underline{C}^{T}\{\underline{R}_{G}-\underline{R}_{i}\}$	$\underline{D}$	$\underline{I}$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{bmatrix} \qquad \underline{B}=\begin{bmatrix} 1 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 1 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \underline{C}=\begin{bmatrix} -\sin\varphi_i \cos\lambda_i & -\sin\lambda_i & \cos\varphi_i \cos\lambda_i \\ -\sin\varphi_i \sin\lambda_i & \cos\lambda_i & \cos\varphi_i \sin\lambda_i \\ \cos\varphi_i & 0 & \sin\varphi_i \end{bmatrix}$$

$$\underline{D}=\begin{bmatrix} 1 & \delta_i & \xi_i \\ -\delta_i & 1 & \eta_i \\ -\xi_i & -\eta_i & 1 \end{bmatrix} \qquad \underline{C}^{*}=\begin{bmatrix} -\sin\Phi_i \cos\Lambda_i & -\sin\Lambda_i & \cos\Phi_i \cos\Lambda_i \\ -\sin\Phi_i \sin\Lambda_i & \cos\Lambda_i & \cos\Phi_i \sin\Lambda_i \\ \cos\Phi_i & 0 & \sin\Phi_i \end{bmatrix}$$

$$e^2=\frac{a^2-b^2}{a^2} \qquad \hat{e}^2=\frac{a^2-b^2}{b^2}$$

$$p_i=\sqrt{X_i^2+Y_i^2} \qquad t_i=\arctan\left\{\frac{a\,Z_i}{b\,p_i}\right\} \qquad N_i=\frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi_i}}$$

$$X_i=(N_i+h_i)\cos\varphi_i\cos\lambda_i \qquad Y_i=(N_i+h_i)\cos\varphi_i\sin\lambda_i \qquad Z_i=(\frac{b^2}{a^2}N_i+h_i)\sin\varphi_i$$

$$\varphi_i=\arctan\left\{\frac{Z_i+\hat{e}^2 b\sin^3 t_i}{p_i-e^2 a\cos^3 t_i}\right\} \qquad \lambda_i=\arctan\left\{\frac{Y_i}{X_i}\right\} \qquad h_i=\frac{p_i}{\cos\varphi_i}-N_i$$

Uygulama 1: N50 nirengi noktasının mutlak koordinatlarını belirlemek için, aşağıda numaraları ve o andaki koordinatları verilen GPS uydularıdan ***(k=4,14,15,16,18,25)*** yapılan kod (uzunluk) ölçüleri alınmıştır. Bu ölçülerin değerlendirilmesi sonunda ***i=N50*** nirengi noktasının elde edilen koordinatları da aşağıdaki tabloda verilmiştir.

i	X_i[m]	Y_i[m]	Z_i[m]
N50	4104000	2560800	4144900

k	X_k[m]	Y_k[m]	Z_k[m]
4	6681900	-13478050	21984000
14	11869200	13054000	19823500
15	20828600	16472900	67400
16	15289550	-3304400	21421100
18	24621050	-6721450	7224450
25	-4505750	15603450	21197400

1. Uyduların dağılımını gösteren Gözlem Penceresini Çiziniz.
2. N50 Nokatsının ED50 ve NAD27 koordinatlarını hesaplayınız.
3. N50 noktasındaki Jeoit yüksekliği N^*_{N50}=36.125m olduğuna gore, N50 noktasının ortometrik yüksekliğini hesaplayınız.

1.a) N50 noktasının jeodezik koordinatlarının ve $\underline{C}$ dönüşüm matrisinin hesaplanması

NN	φ[o]	λ[o]	h[m]
N50	40.781607	31.963199	1241.642

$$\underline{C}=\begin{Vmatrix} -0.55414819 & -0.52937445 & 0.64240367 \\ -0.34577551 & 0.84838829 & 0.40084486 \\ 0.75720478 & 0.00000000 & 0.65317756 \end{Vmatrix}$$

1.b) $\underline{R}_{ik}=\underline{R}_k-\underline{R}_i$: Uyduların N50 noktasına göre 3D Kartezyen Koordinatlarının hesaplanması

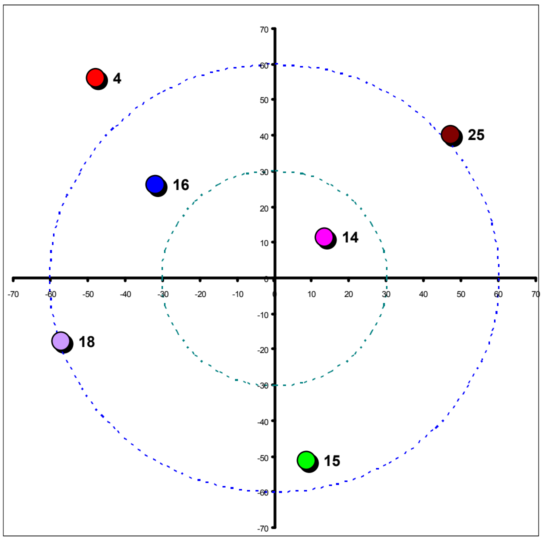
i	k	ΔX_{ik} [m]	ΔY_{ik} [m]	ΔZ_{ik} [m]
N50	**4**	2577900	-16038850	17839100
	14	7765200	10493200	15678600
	15	16724600	13912100	-4077500
	16	11185550	-5865200	17276200
	18	20517050	-9282250	3079550
	25	-8609750	13042650	17052500

1.c) $\underline{r}_{ik} = \underline{C}^T \; \underline{R}_{ik}$: Uyduların N50 noktasına gore Yerel Jeodezik Dik Koordinatlarının Hesaplanması

i	k	n_{ik} [m]	e_{ik} [m]	u_{ik}[m]
N50	**4**	17625154.71	-14971846.92	6879061.65
	14	3940547.76	4791609.53	19435447.96
	15	-17165872.78	2949286.80	13657206.70
	16	8911211.45	-10897311.38	16119029.26
	18	-5828061.41	-18736154.26	11470978.97
	25	13173482.93	15623013.20	10835454.56

1.d) $(n,e,u)_{ik} \Rightarrow (\alpha,z,s)_{ik}$: Uyduların N50 noktasına gore yerel kutupsal koordinatlarının hesaplanması ve gözlem penceresinin çizilmesi.

i	k	α_{ik} [o]	z_{ik} [o]	s_{ik} [m]
N50	4	319.653462	73.434220	24127241.20
	14	50.566634	17.703162	20401570.42
	15	170.251133	51.899535	22133340.82
	16	309.274379	41.131160	21400565.16
	18	252.721190	59.689111	22728685.29
	25	49.862074	62.066526	23130634.87



2) N50 noktasının ED50 koordinatlarının Hesaplanması

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{NAD27} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} + \begin{bmatrix} -9 \\ 161 \\ 179 \end{bmatrix}^{[m]}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ED50} = \begin{bmatrix} 0.9999988 & -7.56308e-7 & 0 \\ 7.56308e-7 & 0.9999988 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9999988 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} + \begin{bmatrix} 89.5002 \\ 93.8000 \\ 123.1002 \end{bmatrix}^{[m]} \right\}$$

NN	X_i [m]	Y_i [m]	Z_i [m]	DATUM
N50	4104000.00	2560800.00	4144900.00	*WGS84*
N50	4103991.00	2560961.00	4145079.00	*NAD23*
N50	4104082.64	2560893.83	4145018.13	*ED50*

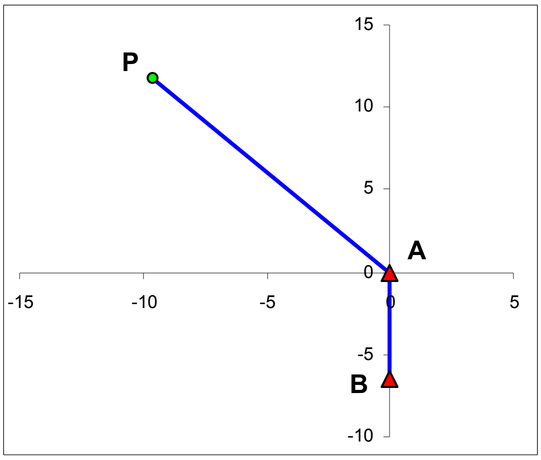
3) N50 noktasının Ortometrik Yüksekliği

NN	φ[o]	λ[o]	h[m]	N^* [m]	$H^*=h-N^*$ [m]
N50	40.781607	31.963199	1241.642	*36.125*	1205.517

ÖDEV:

N50 noktasının; **a)** NAD23 ve ED50 datumundaki jeodezik koordinatlarını (φ,λ,h), **b)** bütün datumlardaki jeodezik koordinatlardan (φ,λ,h) dikkoordinatları (X,Y,Z) hesaplayrak sonuçları control ediniz.

Uygulama 2: **P** noktasının ITRF koordinatlarını hesaplayabilmek için ITRF koordinatları bilinen **A** ve **B** noktalarına dayalı olarak yersel ölçüler yapılmıştır. **A** ve **B** noktalarının ITRF koordinatları ve **A** noktasında yapılan yatay doğrultu ($\mathbf{r_{ik}}$), refraksyon etkisi giderilmiş ve zemine indirgenmiş düşey açı ($\mathbf{z_{ik}}$) ve bütün düzeltmeleri yapılmış eğik uzunluk ($\mathbf{s_{ik}}$) ölçüleri aşağıda verilmiştir. Verilen koordinatlar ve yersel ölçülerden yararlanarak **P** noktasının ITRF'deki 3B-Kartezyen koordinatlarını hesaplayınız (Referans Elipsoidi WGS84: a=6378137m ve b=6356752.31425m).



VERİLENLER:

NN	X[m]	Y[m]	Z[m]
A	4189806.305	2412798.427	4146371.313
B	4193340.253	2414784.805	4141288.477

DN	BN	rik[g]	zik[g]	sik[m]
A	B	0.0000		
	P	156.2346	92.6785	15245.674

İSTENELER :

P noktasının ITRF koordinatları

ÇÖZÜM :

1) A dan B ye olan koordinat farklarının hesaplanması.

$$\underline{\Delta R}_{AB} = \begin{vmatrix} \Delta X_{AB} \\ \Delta Y_{AB} \\ \Delta Z_{AB} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3533.948 \\ 1986.378 \\ -5082.836 \end{vmatrix}$$

2) A noktasının enlem ve boylamının hesaplanması.

NN	φ[o]	λ[o]	h[m]
A	40.8065	29.9365	290.000
B	40.7480	29.9360	40.000

3) $\underline{C}$ matrisinin oluşturulması.

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} -0.5663 & -0.4990 & 0.6559 \\ -0.3261 & 0.8666 & 0.3777 \\ 0.7569 & 0.0000 & 0.6535 \end{vmatrix}$$

4) Kartezyen dik koordinatlardan başlangıcı A olan yeryüzü merkezli koordinatlara geçiş.

$$\underline{\Delta r}_{AB} = \underline{C}^T \, \underline{\Delta R}_{AB} = \begin{vmatrix} \Delta n_{AB} \\ \Delta e_{AB} \\ \Delta u_{AB} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -6496.231 \\ -42.045 \\ -253.462 \end{vmatrix}$$

5) A merkezli koordinat sisteminde; B noktasının ve P noktasını kutupsal koordinatlarının hesaplanması.

i	k	α_{ik}[o]	z_{ik}[o]	s_{ik}[m]
A	B	180.3708	92.2340	6501.310
	P	320.9819	83.4107	15245.674

6) P noktasının A yeryüzü merkezli dik koordinatları

$$\underline{\Delta r}_{AP} = \begin{vmatrix} \Delta n_{AP} \\ \Delta e_{AP} \\ \Delta u_{AP} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 11766.842 \\ -9534.743 \\ 1749.479 \end{vmatrix}$$

7) Yeryüzü merkezli koordinatlardan yermerkezli koordinatlara dönüşüm. A ve P noktalarının ITRF bağıl koordinatlarının belirlenmesi.

$$\underline{\Delta R}_{AP} = \underline{C}\ \underline{\Delta r}_{AP} = \begin{vmatrix} \Delta X_{AP} \\ \Delta Y_{AP} \\ \Delta Z_{AP} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -758.242 \\ -11439.198 \\ 10049.607 \end{vmatrix}$$

8) P noktasının ITRF Koordinatlarının hesaplanması.s

$$\underline{R}_P = \underline{R}_A + \underline{\Delta R}_{AP} = \begin{vmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4189048.063 \\ 2401359.229 \\ 6397323.666 \end{vmatrix}$$

Uygulama 3: $\underline{A} = P_1\, R_2(60^o)\, R_1(54^o)\, R_3(-45^o)\, P_2$ olduğuna göre ortogonal dönüşüm matrisini $\underline{A}$'yı hesaplayınız.

$w_1 =$ 54
$w_2 =$ 60
$w_3 =$ -45

$$P_1 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad R_3(-w_3) = \begin{vmatrix} 0.7071 & -0.7071 & 0 \\ 0.7071 & 0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$R_2(w_2) = \begin{vmatrix} 0.5000 & 0 & -0.8660 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.8660 & 0 & 0.5000 \end{vmatrix} \qquad P_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$R_1(w_1) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5878 & 0.8090 \\ 0 & -0.8090 & 0.5878 \end{vmatrix} \qquad \underline{A} = \begin{vmatrix} -0.8489 & 0.1418 & 0.5090 \\ 0.4156 & -0.4156 & 0.8090 \\ 0.3263 & 0.8984 & 0.2939 \end{vmatrix}$$

Uygulama 4: Astronomik ve jeodezik eğrisel koordinatları bilinen **A** noktasındaki kutupsal koordinatları **(α_{AB}^*, z_{AB}^*, s_{AB})** olarak belirlenmiş olan **B** noktasının; **(a)** jeodezik 3B–kartezyen ***(X_B,Y_B,Z_B)*** koordinatlarını, **(b)** Çekül sapmaları dikkate alınmaz ise **B** noktasının jeodezik koordinatlarında yapılacak hatatayı, hesaplayınız.

NN	φ [g]	λ [g]	h [m]	i	k	α^*_{ik} [g]	z^*_{ik} [g]	s_{ik} [m]
A	40.00000	30.00000	1000.00	A	B	65.00000	98.00000	25000.000

NN	Φ [g]	Λ [g]	H^* [m]
A	40.00005	30.00006	970.000

Çözüm:

(a) X_B, Y_B, Z_B

i	X_i [m]	Y_i [m]	Z_i [m]	N_i [m]
A	4603659.4541	2345681.6527	3728779.4611	6385525.6607

i	k	n^*_{ik} [m]	e^*_{ik} [m]	u^*_{ik} [m]
A	B	13056.0186	21305.4859	785.2690

	ξ_i = Φ-φ	η_i = (Λ-λ) cosΦ	δ_i = (Λ-λ) sinΦ
[cc]	0.5000	0.4854	0.3857
[rad]	7.85E-07	7.62E-07	6.06E-07

$$\underline{D}_i = \begin{vmatrix} 1 & 6.06E\text{-}07 & 7.85E\text{-}07 \\ -6.06E\text{-}07 & 1 & 7.62E\text{-}07 \\ -7.85E\text{-}07 & -7.62E\text{-}07 & 1 \end{vmatrix}$$

$\underline{n}_{ik} = \underline{D}_i \; \underline{n}^*_{ik}$

i	k	n_{ik} [m]	e_{ik} [m]	u_{ik} [m]
A	B	13056.0321	21305.4786	785.2425

$$\underline{C}_i = \begin{vmatrix} -0.523720 & -0.453990 & 0.720839 \\ -0.266849 & 0.891007 & 0.367286 \\ 0.809017 & 0.000000 & 0.587785 \end{vmatrix}$$

$\underline{\Delta X}_{ik} = \underline{C}_i \; \underline{n}_{ik}$

i	k	ΔX [m]	ΔY [m]	ΔZ [m]
A	B	-15944.1628	15787.7410	11024.1058

k	X_k [m]	Y_k [m]	Z_k [m]	S_k [m]
B	4587715.2914	2361469.3937	3739803.5669	6372581.8952

(b) dX_B, dY_B, dZ_B

i	k	n_{ik} [m]	e_{ik} [m]	u_{ik} [m]
A	B	13056.0186	21305.4859	785.2690

i	k	dn_{ik} [m]	de_{ik} [m]	du_{ik} [m]
A	B	0.0135	-0.0073	-0.0265

i	k	ΔX’ [m]	ΔY’ [m]	ΔZ’ [m]
A	B	-15944.1399	15787.7608	11024.1104

k	X’ [m]	Y’ [m]	Z’ [m]	S’ [m]
B	4587715.3142	2361469.4135	3739803.5715	6372581.9217

k	dX=X-X’ [m]	dY=Y-Y’ [m]	dZ=Z-Z’ [m]	dS=S-S’ [m]
B	-0.0229	-0.0199	-0.0046	-0.0265

Uygulama 5: Bir yerel datumundan WGS84 datumuna dönüşüm bağıntıları bilindiğine göre, WGS84'de verilmiş olan ***(φ,λ,h)***=(**45**°, **54**°, **345**m) jeodezik koordinatlarını yerel datuma dönüştürünüz.

α=54"=0.000262^{rad} k=1+50ppm=1+5e-5=1.000050

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} = \begin{bmatrix} -90 \\ -100 \\ -125 \end{bmatrix}^{[m]} + k \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ -\alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{YEREL}$$

Çözüm:

$$\underline{X}_{WGS} = \begin{vmatrix} 2655516.75 \\ 3655005.25 \\ 4487592.03 \end{vmatrix}_{WGS84}$$

$$\underline{T} = \begin{vmatrix} -90 \\ -100 \\ -125 \end{vmatrix} \qquad \underline{D} = \begin{vmatrix} 1 & 0.000262 & 0 \\ -0.000262 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$k\,\underline{D} = \begin{vmatrix} 1.000050 & 0.000262 & 0 \\ -0.000262 & 1.000050 & 0 \\ 0 & 0 & 1.000050 \end{vmatrix}$$

$$1/k\,\underline{D}^T = \begin{vmatrix} 0.999950 & -0.000262 & 0 \\ 0.000262 & 0.999950 & 0 \\ 0 & 0 & 0.999950 \end{vmatrix}$$

$$\underline{X}_{WGS} - \underline{T} = \begin{vmatrix} 2655606.75 \\ 3655105.25 \\ 4487717.03 \end{vmatrix}$$

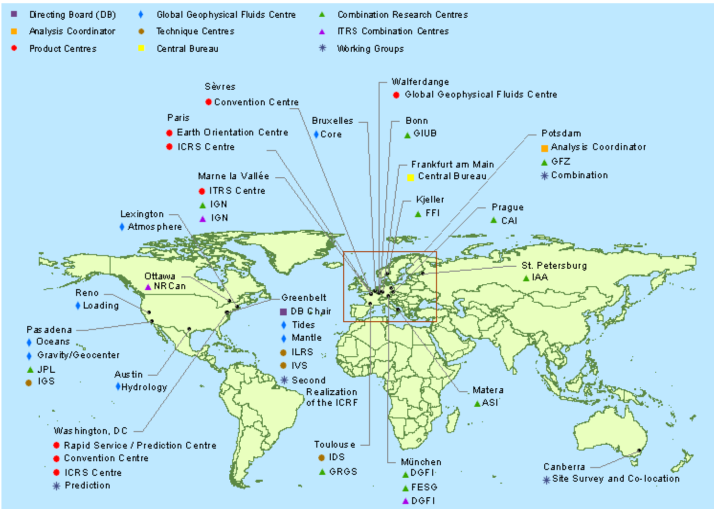
$$\underline{X}_{YEREL} = 1/k\,\underline{D}^T\,(\underline{X}_{WGS} - \underline{T}) = \begin{vmatrix} 2654516.25 \\ 3655617.95 \\ 4487492.66 \end{vmatrix}$$

4. Uluslararası Yer Dönme ve Referans Sistemleri Servisi, IERS

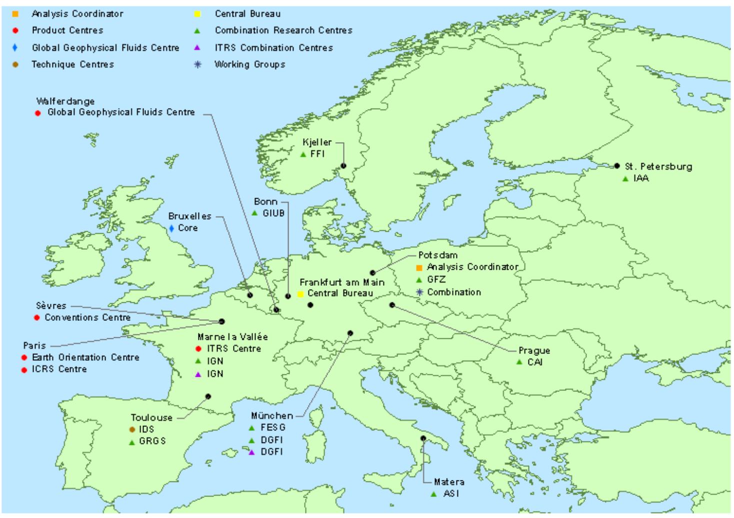
Koordinat sistemlerinin izlenmesinden sorumlu olan IERS (International Earth Rotation ve Reference Systems Service) nin kısa tarihçesi aşağıda verilmiştir.

4.1. Prehistory of the IERS, up to 1986

- Presesyon antik çağlardan beri bilinmektedir
- Ms.1543: kendi ekseni etrafında dönen Dünya Kopernikyen dünya sisteminin parçasıdır
- 1744: nutasyon James Bradley tarafından keşfedilmiştir
- 1765: kutup gezinmesi Leonhard Euler tarından ön görülmüştür
- 1890larda: kutup gezinmesi için gözlemler sonuçlandırılmıştır (Friedrich Küstner, Seth Chandler)
- 1895: Uluslararası Enlem Servisi (ILS, International Latitude Service) kuruldu
- 1899: ILS düzenli görevine başladı
- 1919: Uluslararası Saat Bürosu (BIH, Bureau International de l'Heure) kuruldu
- BIH'e Evrensel Zamanın (UT, Universal Time) koordinasyonu sorumluluğu verildi
- 1955: BIH tarafından kurulan hızlı servis SIR (Service International Rapid), kendi kutup gezinmesi parametrelerini belirleme de yaptı
- 1962: ILS yerine Uluslar Arası Kutup Gezinmesi servisi kuruldu (IPMS, International Polar Motion Service), bu servisle birlikte bağımsız istasonlar oluşturuldu
- 1980lerde: MERIT (Monitor Earth Rotation and Intercompare the Techniques of observation and analysis) projesi hayata geçirildi
- 1986: Bir MERIT çalıştayında, Yeni bir Uluslar Arası Yer Dönme Servisi (IERS, International Earth Rotation Service) nin kurulması önerildi ve hazırlıkları yapıldı



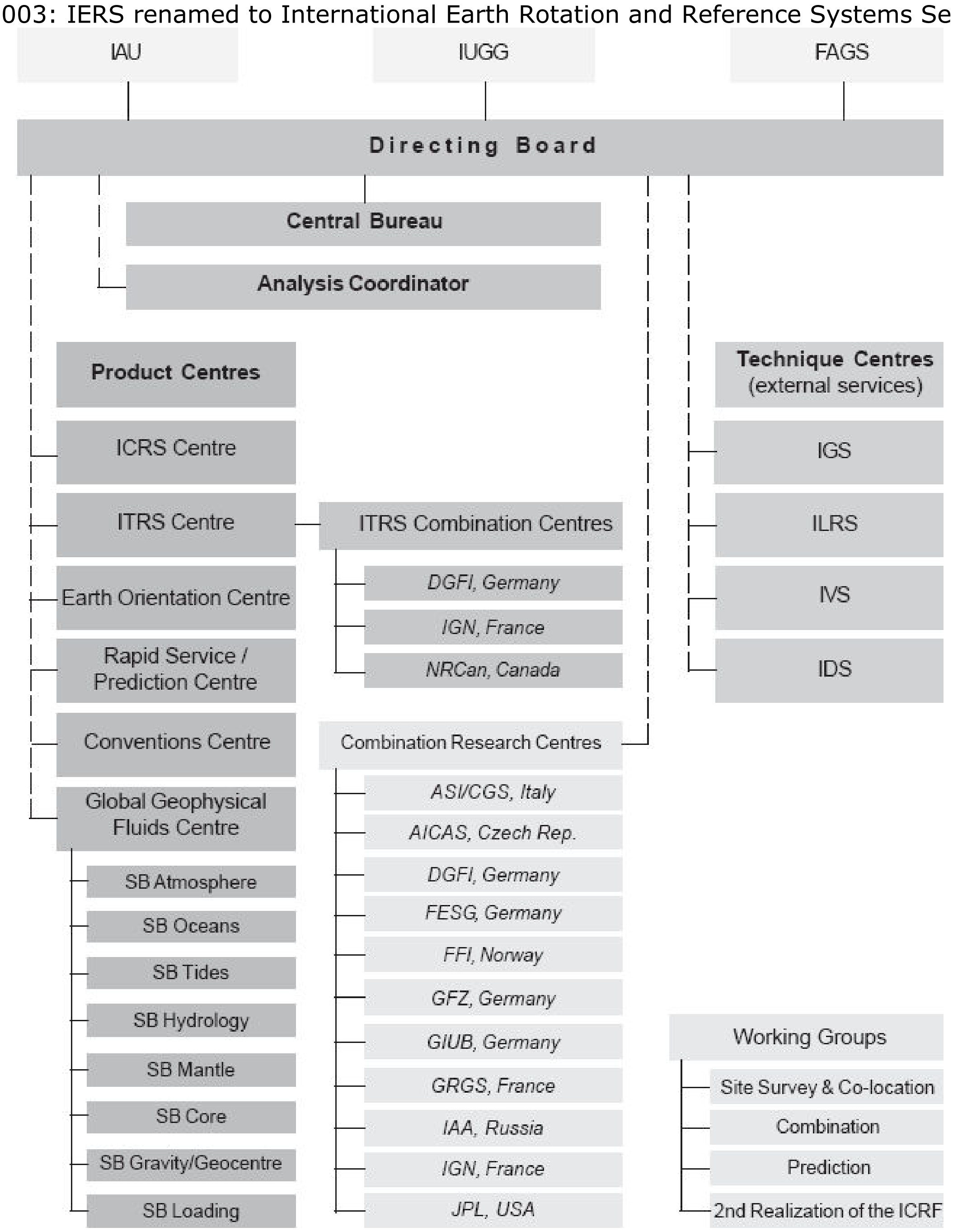
Şekil IERS'nin Alt Birimlerin Dünyaki Organizasyon Şeması



Şekil IERS'nin Alt Birimlerin Avrupadaki Organizasyon Şeması

4.2. History of the IERS, 1988 to 2003

- 1987: International Earth Rotation Service (IERS) founded by the International Astronomical Union and the International Union of Geodesy and Geophysics, to replace the IPMS and the Earth Rotation Section of the BIH. In difference to the IPMS, IERS included also a responsibility for celestial and terrestrial reference systems. Activities of BIH on time are continued at the Bureau International des Poids et Mesures (BIPM).
- 1988, Jan. 1: IERS began operation with the following components: Central Bureau with Terrestrial Frame Section, Earth Orientation Section, Celestial Frame Section, and Rapid Service Sub-bureau (later: Sub-bureau for Rapid Service and Predictions), as well as VLBI, LLR, and SLR Coordinating Centres
- 1989, March: Sub-bureau for Atmospheric Angular Momentum established
- 1990, Jan. 1: GPS Coordinating Centre established
- 1994, Oct. 1: DORIS Coordinating Centre established
- 1998, Jan. 1: GGF [1998: MGGF] Coordinating Centre established, replacing the Sub-bureau for Atmospheric Angular Momentum
- 2001, Jan. 1: new structure of IERS
- 2003: IERS renamed to International Earth Rotation and Reference Systems Service



Şekil IERS'nin Yapısı

The International Celestial Reference System (ICRS)

At its 23rd General Assembly in August 1997, the International Astronomical Union (IAU) decided that, **as from 1 January 1998, the IAU celestial reference system shall be the International Celestial Reference System (ICRS)**, in replacement of the FK5 (Fricke et al. 1988). The consequences of this new situation for accuracy needs more stringent than 0.05" are summarized by Feissel and Mignard (1997).

By Reference System it is meant the set of prescriptions and conventions together with the modeling required to define at any time a triad of axes.

The ICRS is accessible by means of coordinates of reference extragalactic radio sources, the

4.3. International Celestial Reference Frame (ICRF).

The ICRS complies with the conditions specified by the 1991 IAU Recommendations. Its **origin** is located at the barycenter of the solar system through appropriate modelling of VLBI observations in the framework of General Relativity. Its **pole** is in the direction defined by the conventional IAU models for precession (Lieske et al., 1977) and nutation (Seidelmann, 1982). Its **origin of right ascensions** was implicitly defined by fixing the right ascension of 3C 273B to the Hazard et al. (1971) FK5 value transferred at J2000.0. See Arias et al. (1995) for more details.

The **Hipparcos** star positions and proper motions and the **JPL Solar System ephemerides** are expressed in the ICRS.

The directions of the ICRS pole and right ascensions origin are maintained fixed relative to the quasars within +/- 20 microarcseconds. Thanks to the fact that the Hipparcos catalogue includes all the FK5 stars, the location of the FK5 pole and right ascensions origin is known with an uncertainty of a few mas (Mignard and Froeschlé 1997). Using a state of the art precession-nutation model, the analysis of long VLBI series of the observed motion of the celestial pole allows to derive the coordinates of the mean pole at J2000.0 in the ICRS: 17.3 +/- 0.2 mas in the direction 12 h and 5.1 +/- 0.2 mas in the direction 18 h.(IERS 1997). Comparing VLBI and LLR earth orientation and terrestrial reference frames, Folkner et al. (1994) estimated the frame tie between the IERS celestial system and the JPL planetary ephemeris, and concluded that the mean equinox of J2000.0 is shifted from the ICRS right ascension origin by 78 +/- 10 mas (direct rotation around the polar axis).

The ICRS is realized by VLBI estimates of equatorial coordinates of a set of extragalactic compact radio sources, the **International Celestial Reference Frame** (ICRF).

The ICRS can be connected to the **International Terrestrial Reference System** (ITRS) by use of the **IERS Earth Orientation Parameters** (EOP).

The International Terrestrial Reference System (ITRS)

The ITRS definition fulfills the following conditions:

1. It is *geocentric*, the center of mass being defined for the whole earth, including oceans and atmosphere.
2. The *unit of length* is *the metre* (SI). This scale is consistent with the TCG Time Coordinate for a Geocentric local frame, in agreement with IAU and IUGG (1991) resolutions. This is obtained by appropriate relativistic modelling.
3. Its orientation was initially given by the BIH orientation at 1984.0.
4. The *time evolution of the orientation* is ensured by using a *no-net-rotation condition* with regards to horizontal tectonic motions over the whole earth.

See the IERS Conventions (2003), especially Chapter 4, for a detailed description of the ITRS.

The ITRS is realized by estimates of the *coordinates and velocities* of a set of stations observed by VLBI, LLR, GPS, SLR, and DORIS. Its name is International Terrestrial Reference Frame (ITRF).

General documentation on terrestrial reference systems and frames is available at the ITRS Centre of the IERS.

The ITRS can be connected to the *International Celestial Reference System* (ICRS) by use of the IERS *Earth Orientation Parameters* (EOP).

The Earth Orientation Parameters

The IERS Earth Orientation Parameters (EOP) describe the irregularities of the earth's rotation. Technically, they are the parameters which provide the rotation of the ITRS to the ICRS as a function of time.

Universal time. Universal time (UT1) is the time of the earth clock, which performs one revolution in about 24h. It is practically proportional to the sidereal time. The excess revolution time is called length of day (LOD).

Coordinates of the pole. x and y are the coordinates of the Celestial Ephemeris Pole (CEP) relative to the IRP, the IERS Reference Pole. The CEP differs from the instantaneous rotation axis by quasi-diurnal terms with amplitudes under 0.01" (see Seidelmann, 1982). The x-axis is in the direction of IRM, the IERS Reference Meridian; the y-axis is in the direction 90 degrees West longitude.

Celestial pole offsets. Celestial pole offsets are described in the IAU Precession and Nutation models. The observed differences with respect to the conventional celestial pole position defined by the models are monitored and reported by the IERS.

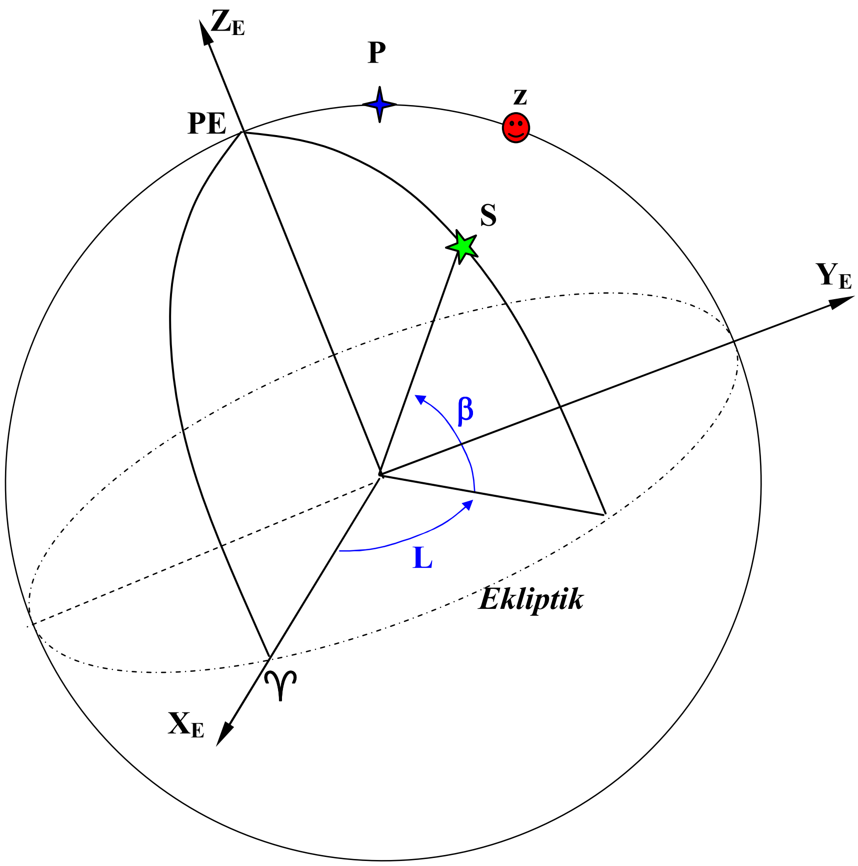
5. GÖKSEL KOORDİNAT SİSTEMLERİ (H)

5.1. Göksel Epliktik Sistemi (E)

Başlangıcı : Güneşin ağırlık merkezi yakın(H).
Birinci kutup : Göksel ekliptik kutpu (CEP, Celestial Ecliptic Pole).
Birinci düzlem : Ekliptik düzlemi.
İkinci düzlem : Bahar noktası düzlemi (♈) { Bahar noktası (21 Mart) ile CEP oluşturduğu düzlem}.
İkinci Kutup : Bahar noktası ve ekliptik düzlemlerinin arakesiti.
Birinci Eksen : Bahar noktası ve ekliptik düzlemlerinin arakesiti.
Üçüncü Eksen : CEP.
İkinci Eksen : SAĞ–EL sistemi.

AD: Ekliptik Dairesi

BD: İlkbahar Noktası (♈) Ekliptik

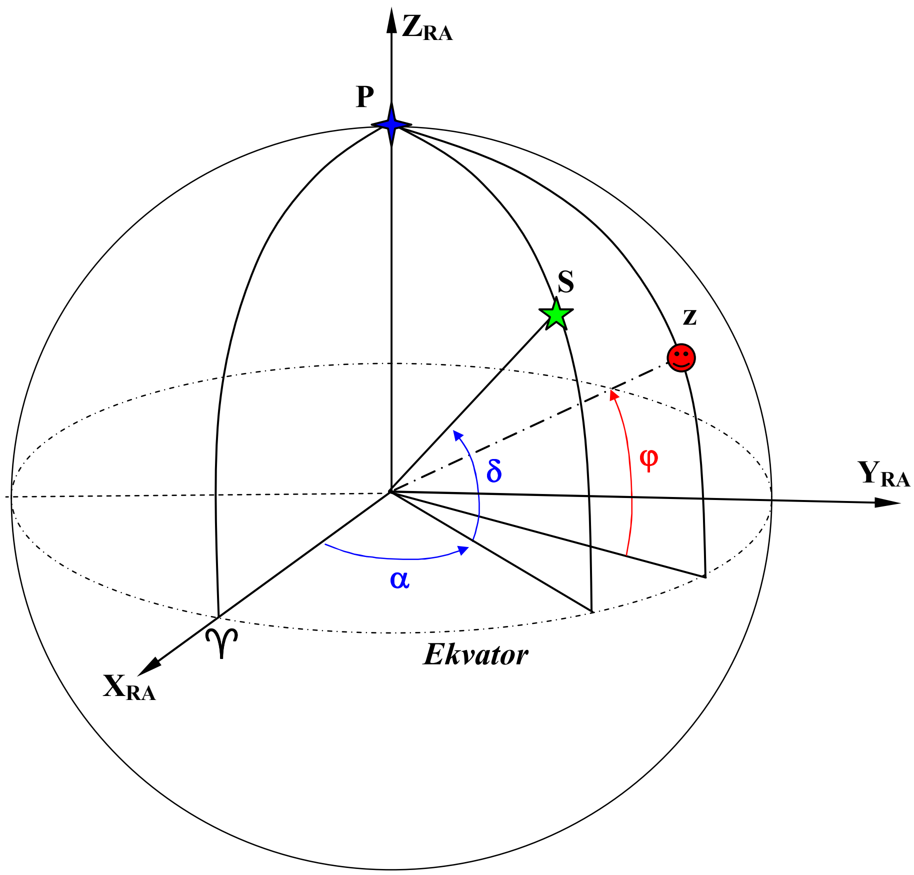


$-90° < \beta < 90°$
$0° < \mathbf{L} < 360°$

5.2. Göksel Açilim Sistemi (RA) (II. Ekvator Sistemi)

Başlangıcı : Güneşin ağırlık merkezi yakın(H).
Birinci kutup : Yerin dönme ekseni doğrultusu (//CIO).
Birinci düzlem : Ekvator düzlemi.
İkinci düzlem : Bahar noktası düzlemi (♈) { Bahar noktası (21 Mart) ile CEP oluşturduğu düzlem}.
İkinci Kutup : Bahar noktası ve ekvator düzlemlerinin arakesiti.
Birinci Eksen : Bahar noktası ve ekvator düzlemlerinin arakesiti.
Üçüncü Eksen : CIO.
İkinci Eksen : SAĞ–EL sistemi.

AD: Ekvator Dairesi
BD: İlkbahar Noktası (♈) Ekliptik

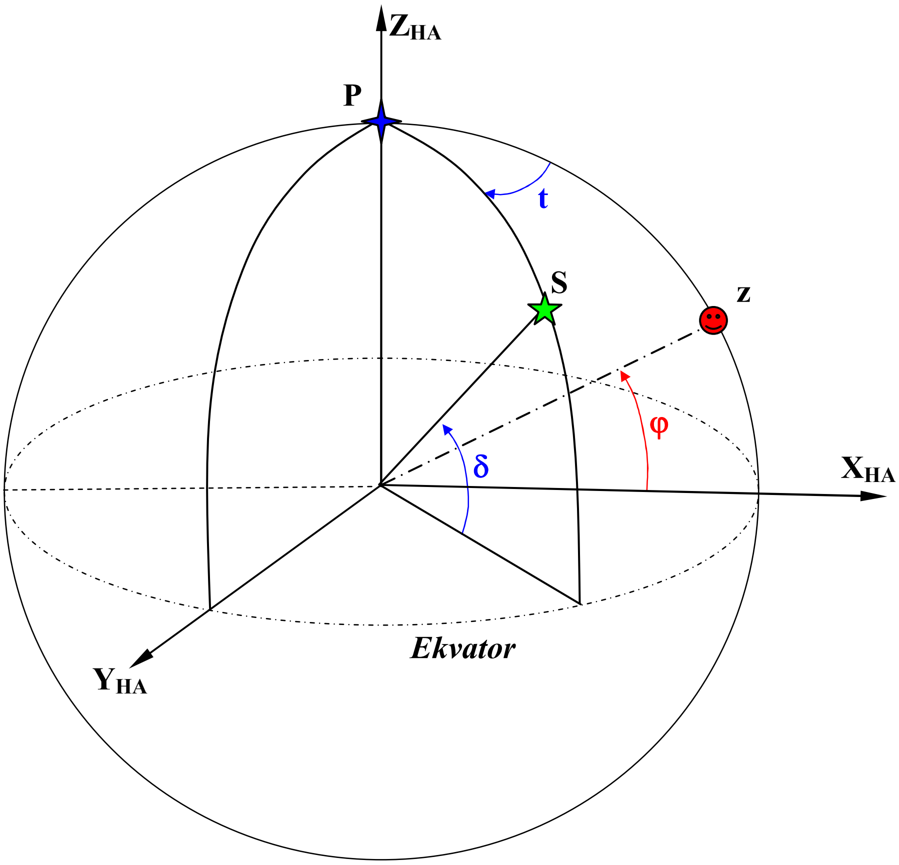


-90° < δ=**90°-p** < 90°
$0^h(0°) < \alpha < 24^h(360°)$

5.3. Göksel Saat Açisi Sistemi (HA) (I. Ekvator Sistemi)

Başlangıcı : Güneşin ağırlık merkezi yakın(H).
Birinci kutup : Yerin dönme ekseni doğrultusu (//CIO).
Birinci düzlem : Ekvator düzlemi.
İkinci düzlem : Göksel Meridyen; çekül doğrultusu ve yerin dönme eksenini içinde bulunduran düzlem.
İkinci Kutup : Göksel Meridyen ve ekvator düzlemlerinin arakesiti.
Birinci Eksen : Göksel Meridyen ve ekvator düzlemlerinin arakesiti.
Üçüncü Eksen : CIO.
İkinci Eksen : SOL–EL sistemi.

AD: Ekvator Dairesi
BD: Gözlemcinin Meridyeni Boylamı

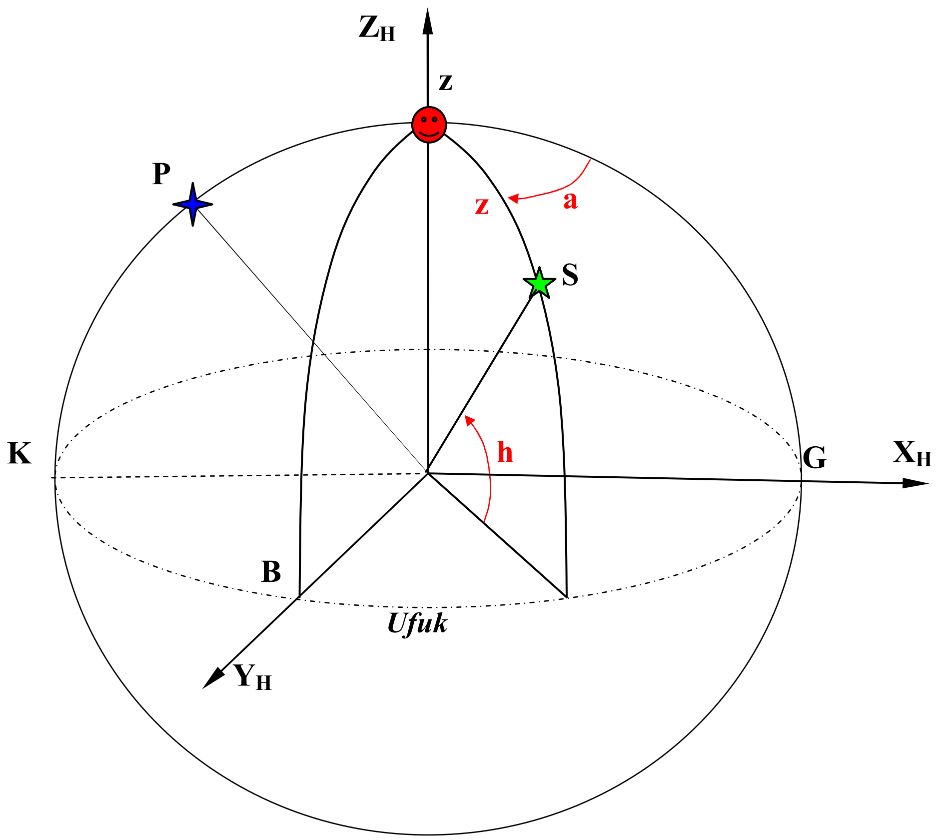


$-90^\circ < \delta = \mathbf{90^\circ - p} < 90^\circ$
$0^h\ (0^\circ) < \mathbf{t} < 24^h\ (360^\circ)$

Not: *Gözlemciye Bağlı Koordinat Sistemleri*

5.4. Göksel Ufuk Sistemi (H)

Başlangıcı : Güneşin ağırlık merkezi yakın(H).
Birinci kutup : Çekül doğrultusu (g).
Birinci düzlem : Ufuk düzlemi (Çekül doğrultusuna dik düzlem)
İkinci düzlem : Göksel Meridyen; çekül doğrultusu ve yerin dönme eksenini içinde bulunduran düzlem.
İkinci Kutup : Göksel Meridyen ve Ufuk Düzlemlerinin arakesiti.
Birinci Eksen : Göksel Meridyen ve Ufuk Düzlemlerinin arakesiti.
Üçüncü Eksen : Çekül doğrultusu (g).
İkinci Eksen : SOL–EL sistemi.
AD: Ufuk Dairesi
BD: Göksel Meridyeni Boylamı



-90° < **h=90°-z** < 90°
0° < **a** < 360°

5.5. Göksel Koordinat Sistemleri Arasındaki İlişkiler

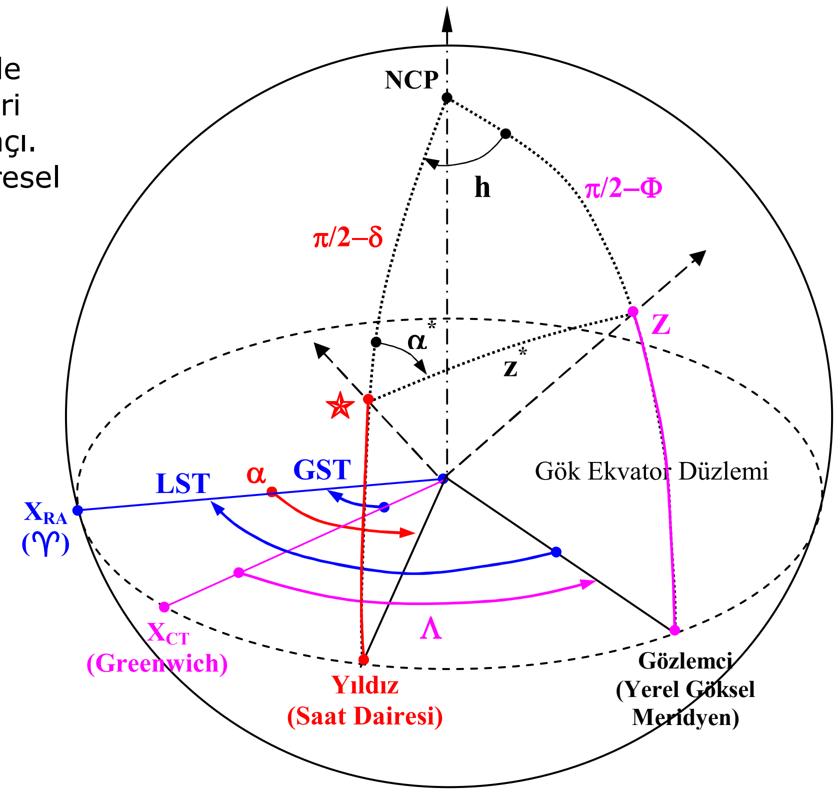
5.5.1. Rektasezyon (RA),Ortalama Yersel (CT) ve Saat Açısı (HA) Sistemleri Arasındaki İlşki

Şu ana kadar gök küre üzerinde 4 adet meridyen tanımlanmıştır. Bunlar;

- Bahar (vernal equinox) nokatsını içeren, gece ve gündüzün eşit olduğu meridyen (equinoctial colure),
- Greenwich Merdidyeni
- Gözlemcinin bulunduğu noktayı içeren Göksel Meridyen (Celestial Meridian)
- Yıldızı içine alan saat dairesi (Hour Circle)

dir. Bunlar arasındaki ilişki aşağıdaki gösterilmiştir.
Saat ibresi tersi yönünde olmak üzere Bahar Noktası (♈) 'ndan;
a) Greenwich meridyenine doğru oluşan açı: Greenwich Yıldız Zamanı (GST, Greenwich Sideral Time)
b) Göksel meridyene doğru oluşan açı: Yerel Yıldız Zamanı (LST, Local Sideral Time)
c) Saat dariresine doğru oluşan açı: Rektasezyon ya da Sağ açılım açaısı (α, Right Acsension)
Saat ibresi tersi yönünde olmak üzere Greenwich meridyeninden göksel meridyene doğru oluşan açı astronomik boylam (Λ).
Saat ibresi yönünde olmak üzere göksel meridyenden saat dairesine doğru oluşan açı astronomik boylam (h) (Krakiwsky and Wells, 1971).

α,δ : Yılızın RA sisteminde verilen konum bilgileri
z^* : Ölçülebilen düşey açı.
α^* : Yıldız–Gözlemci küresel kenarının azimutu.



Şekil–1 Zaman, boylam ve RA sistemi arasındaki ilişki.

$$\mathbf{LST = GST + \Lambda} \qquad \mathbf{LST = h + \alpha} \qquad \mathbf{h = GST + \Lambda - \alpha}$$

Saat açısı (HA) system ile Rektasezyon sistemi arsındaki ilişki yerel yıldız zamanı (LST) ile aşağıdaki şekilde kurulur.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{HA} = \underline{P_2}\,\underline{R_3}(LST) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{RA}$$

5.5.2. Ufuk (H) ve Saat Açısı (HA) Sistemleri Arasındaki İlişki

Ufuk sistemi ile saat açısı sistemi arasındaki ilişki, astronomik enlem (Φ) ile gerçekleştirilir (Krakiwsky and Wells, 1971).

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_H = \underline{R_3}(\pi)\,\underline{R_3}(\pi/2-\Phi) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{HA}$$

5.5.3. Rektesezyon (RA) Sistemindeki Değişimler

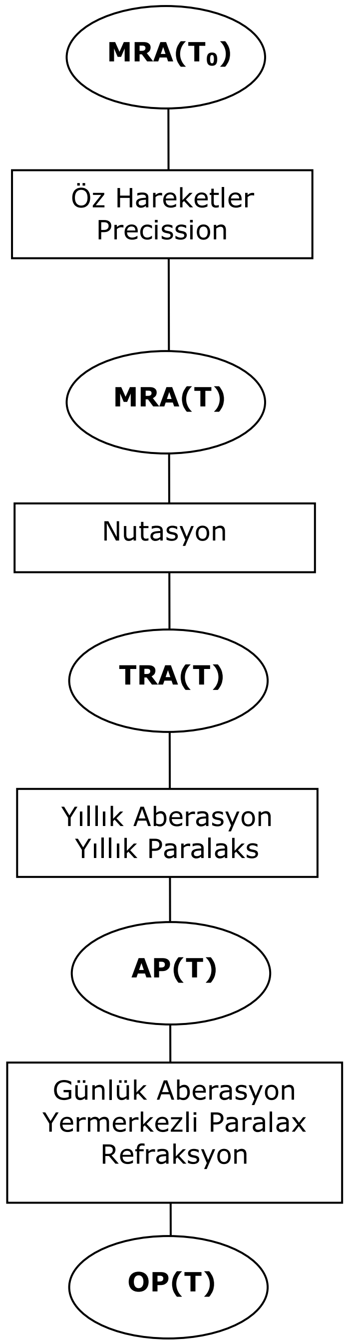
Gök küresi ile yaklşımıyla duyarlı çalışma yapılırken bazı düzeltmelere ihtiyaç duyulur. Bunlar;

- öz hreketler (proper motion),
- presisyon (precession),
- nutasyon (nutation),
- aberasyon (aberration),
- paralaks (parallax)
- refraksyon (refraction).

düzeltmeleridir. Bu düzeltmeler; gözlemin yapıldığı T anındaki (T anındaki gözlem yeri sistemi olarak adlandırlılan) sistem ile en mutlak rektasezyon sistemi olan (standart T_0 anındaki Ortalama Göksel Sistem olarak adlandırılan) sistem arasında 4 aşamada uygulanır. Bu aşamalar oluşan sırasında oluşan yeni koordinat sistemleri aşağıdaki şekilde isimlendirlir.

a) T_0 anındaki Ortalama Göksel Sistem, MRA(T_0)
b) T anındaki Ortalama Göksel Sistem, MRA(T)
c) T anındaki Gerçek Göksel Sistem, TRA(T)
d) T anındaki Görünen Yer Sistemi (Apparent Place System at epoch T) AP(T)
e) T anındaki Gözlem Yer Sistemi (Observed Place System at epoch T) OP(T)

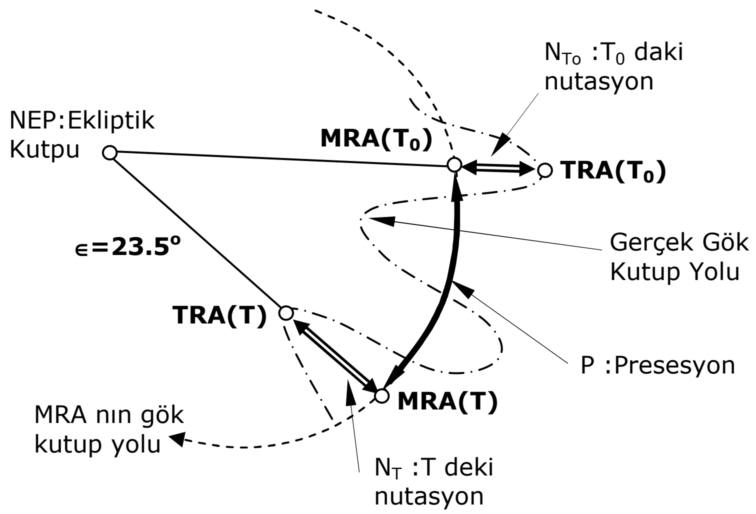
Bu 5 sistem arasındaki bağlantı aşağıdaki şekilde gösterilmiştir. Bu koordinat sistemlerinin ilk üç tanesi koordinat sistemlerini hareketleri ile ilişkili, son iki tanesi ise gök cisminin konumunun değişmesine neden olan fiziksel etkiler ile ile ilişkilidir (Krakiwsky and Wells, 1971).



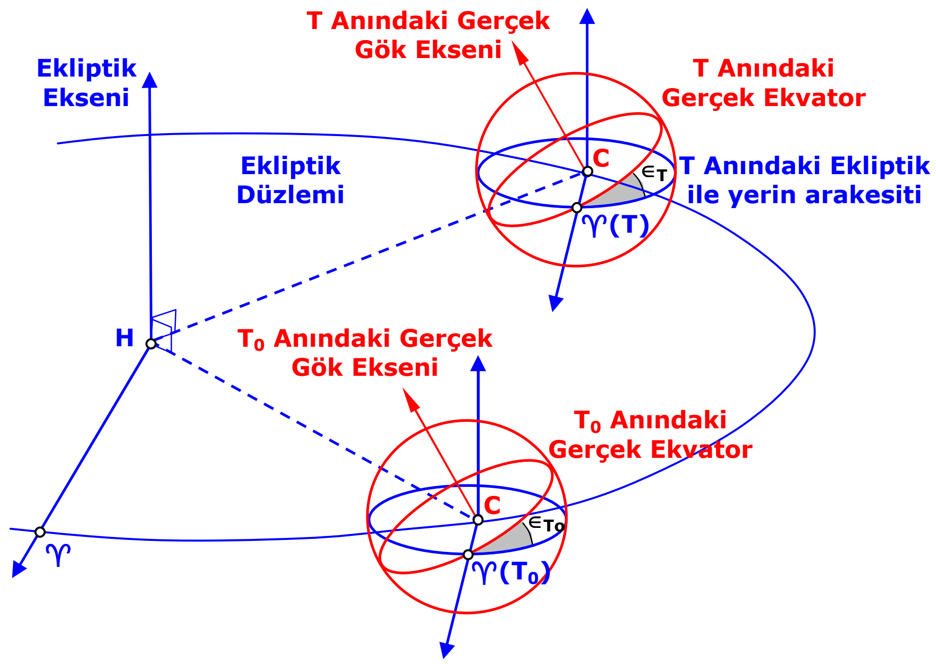
a) Presesyon ve Nutasyon

Yer küre tam bir küre değildir. Güneşin, ayın ve diğer gezegenlerin çekim etkilerinden dolayı ekvtordan bögesinden simetrik olmayan bir sişikliğe sahiptr. Bu durum yerin dönme ekseni; 25800 yıllık bir periyotla kuzey ekliptik kutpunun etrafında genliği ekliptik eğikliğine eşit olan (~23,5^o) bir hareket yapar. Bu hareket presesyon olarak adlandırılır ve topaç hareketine benzer bir hareket yapar.

Yerin yörüngesinin dairesel olmaması ve ayın yörünge düzlemi ile eplik düzleminin çakışmaması ve dairesel olmaması nedeni ile, presesyon hareketi tek başına düzenli bir hareket değildir. Bu durmun bir sonucu olarak ayın ve güneşin konfigürasyonlarına göre sabit olarak değişim gösteren bu etkileri presesyon hareketine eklenir. Presesyondaki düzensizlikler nutasyon olarak adlandırılır. Nutasyonun kutup üzerindeki etkisi 18.6 yıllık periyotlar halinde süregelir ve maksimum genliği 9" dir. Gezegenlerin değişen konfigürasyonlarından kaynaklanan düzensizlikler gezegen presesyonu (planatery precession) olarak isimlendirilir ve eplik düzlem üzerindeki etkiler oldukça küçüktür.



Şekil–2 Gök Kutpunun Hareketleri



Şekil–3 Presesyon ve nutasyon etkisi

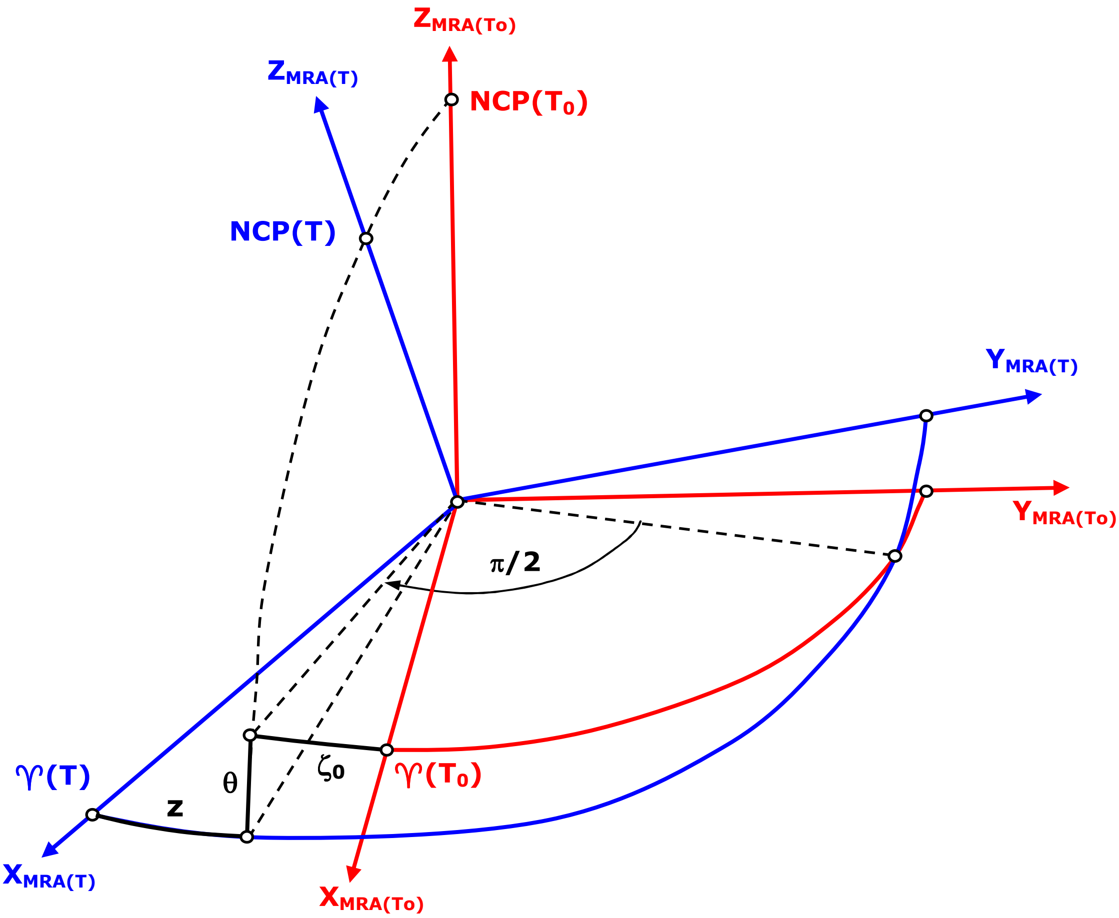
5.5.4. Ortalama Göksel Sistemler MRA(T)

Bu koordinat sisteminin birinci kutbu; presesyon düzeltmesi getirilmiş yerin dönme ekseni doğrultusudur ve Ortalama Gök Kutbu (~//CIO) olarak adlandırılır. Diğer tanımlar bu kutuba bağlı olarak değişir.

Ortalama system değişken olduğundan α,δ koordinatları zaman içerisnde değişir. Belirli bir an başlangıç anı (T_0) olarak seçilir ve gök cisimlerinin konumları bu sisteme gore belirlenir. T_0 anından T anına geçiş, presesyon elmanlarından (ζ_0,θ,z) yararlanarak yapılır.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{MRA(T)} = \underline{R}_3(-z)\,\underline{R}_2(\theta)\,\underline{R}_3(-\zeta_0)\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{MRA(T_0)}$$

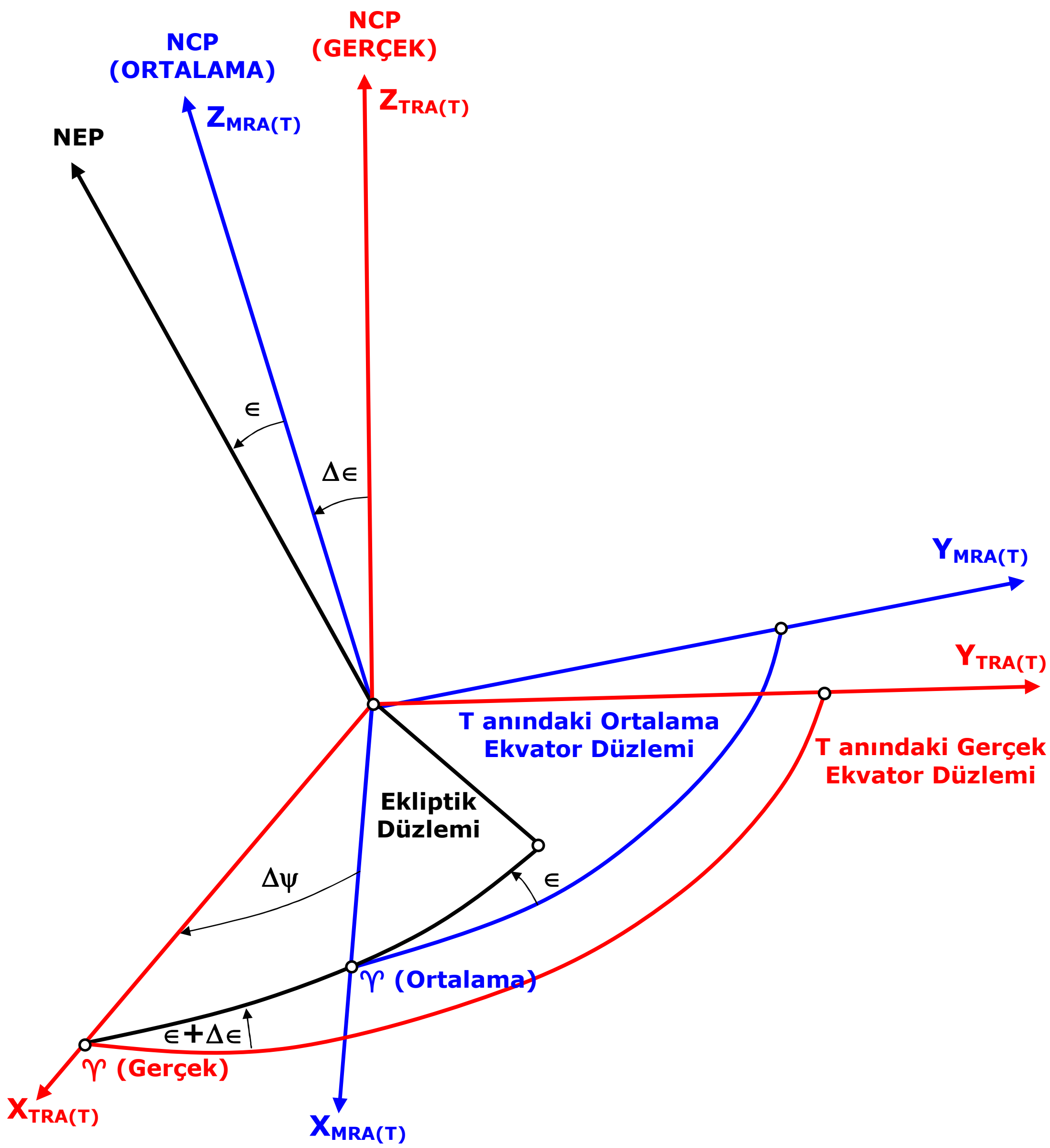
Preseyon düzeltmesinden sonra düzenli değişimler olan yıldız öz hareketleride bu iki geçiş arasında ele alınmalıdır.



5.5.5. Gerçek Ortalama Göksel Sistem MRA(T)

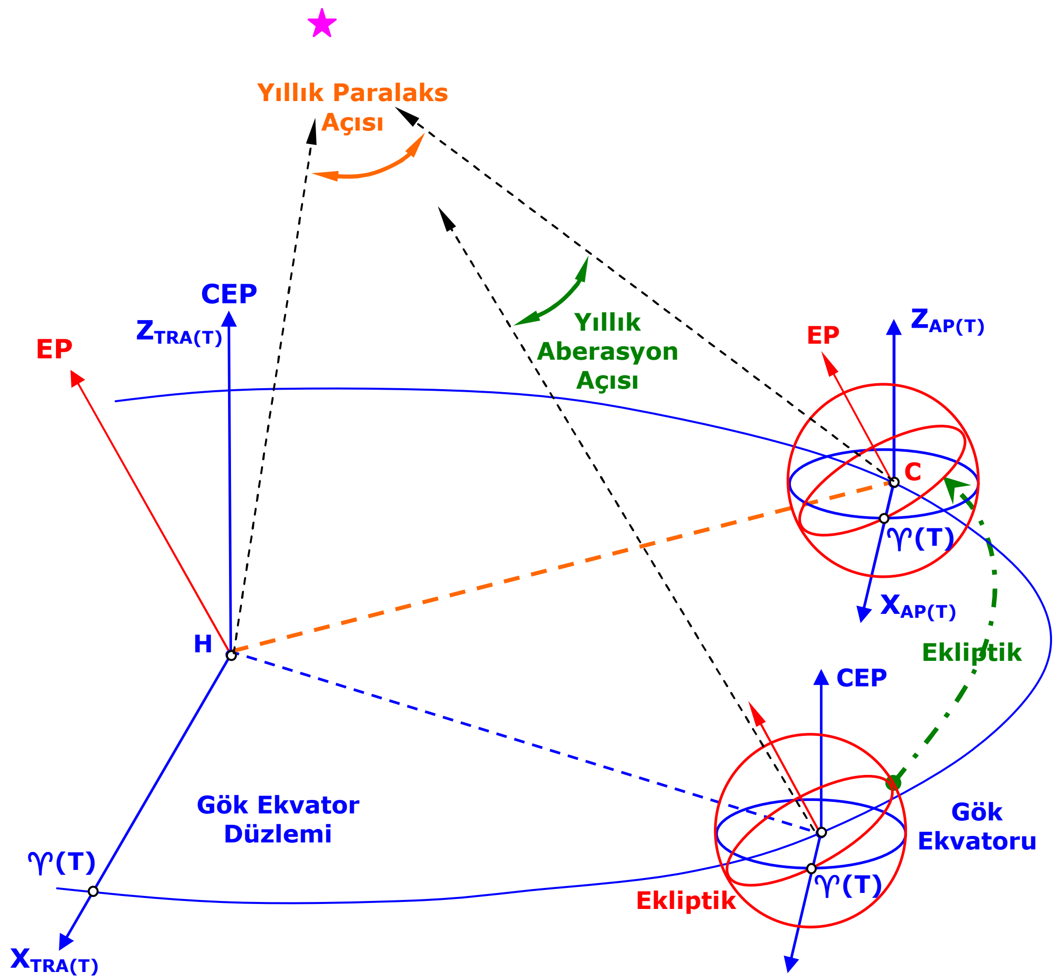
Birinci kutup olan gök kutbuna presesyon ve nutasyon etkileri giderilerek ulaşılır ve gerçek gök kutbu olarak tanımlanır. RA system için tanımlanan diğer büyüklükler bu kutba gore değişir. T anındaki nutasyon boylamdaki nutasyon $\Delta\psi$ ve eğiklikteki nutasyon $\Delta\varepsilon$ "terimnlerinden yararlanarak gerçekleştirlir.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{TRA(T)} = \underline{R}_1(-\varepsilon-\Delta\varepsilon)\ \underline{R}_3(-\Delta\psi)\ \underline{R}_1(\varepsilon) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{MRA(T)}$$



5.5.6. Görünen Yer Sistemi (Apperent Place System, AP(T))

TRA(T) sisteminde gök cisimlerinin koordinatları güneş merkezine göre verilmiştir. Yıldız kordinatlarının yer üzerinde olan gözlemciye gore düzeltilmesi ile oluşan sistemdir. Yer merkezine dönüştürmede iki tür düzeltme kullanılır. Bunlar, yer ile güneş arasındaki uzaklıktan kaynaklanan yıllık paralaks (annual parallax) ve yerin güneş etrafında dönmesinden kaynaklanan yılık aberasyon (annual aberration) düzeltmeleridir.



AP sistemi merkezi güneşten yeryüzü merkezine kaydırılmış TRA sitemidir. Güneş merkezine göre tanımlanan yıldız koordinatlarının gözlemlerin yapıldığı yerin merkezine dönüştürlebilmesi için güneş-yer arasındaki uzaklıktan kaynaklanan açıya yıllık paralaks (annual parallax) denir ve yıldız koordinatları üzerindeki etkisi giderilmelidir.

Yerin yörünge yarıçapı her bir yıldız için farklı bir Π açısı ile ile değişir. Bu değişim o yıldızın yıldız paralaksı (stellar paralax) olarak adlandırılır. En yakın yıldız için bu değer 0".76 dır. TRA ve AP arasındaki dönüşüm aşağıdaki bağıntı ile gerçekleştirlir.

Yer merkezi gerçek gök küresinin merkezi etrafında dönmesi yıllık aberasyona (annual aberration) neden olur. Yerin yörüngesinin dairesel olduğu kabulü yapılırsa, yıllık aberasyon sabit bir değer olur.

$$\kappa = \frac{v}{c}\rho^{\circ}\, 3600 = 20''.4958$$

Yerin hızı v(~29.7893km/sn), ışık hızı (~299792.458km/sn) dır.

$$\begin{bmatrix}\alpha\\ \delta\end{bmatrix}_{AP}=\begin{bmatrix}\alpha\\ \delta\end{bmatrix}_{TRA}+\begin{bmatrix}\Delta\alpha_P\\ \Delta\delta_P\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\Delta\alpha_A\\ \Delta\delta_A\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\Delta\alpha_P\\ \Delta\delta_P\end{bmatrix}=\Pi\begin{bmatrix}\dfrac{\cos\alpha\cos\varepsilon-\sin\alpha\cos\lambda_{SUN}}{\cos\delta}\\ \cos\delta\sin\varepsilon\sin\lambda_{SUN}-\cos\alpha\sin\delta\cos\lambda_{SUN}-\sin\alpha\sin\delta\cos\varepsilon\sin\lambda_{SUN}\end{bmatrix}$$

λ_{sun} ; güneşin boylamı, ε ; ekliptiğin eğikliği (23.5°) ve (α,δ); TRA'daki yıldız koordinatlarıdır. Yerin yörüngesinin dairesel olarak alınmasından kaynaklanacak hata miktarı bu eşitlikle elde edilecek düzeltme miktarının %1'I kadardır.

$$\begin{bmatrix}\Delta\alpha_A\\ \Delta\delta_A\end{bmatrix}=-\kappa\begin{bmatrix}\dfrac{\cos\alpha\cos\lambda_{SUN}\cos\varepsilon-\sin\alpha\sin\lambda_{SUN}}{\cos\delta}\\ \cos\lambda_{SUN}\cos\varepsilon\,(\tan\varepsilon\cos\delta-\sin\alpha\sin\delta)+\cos\alpha\sin\delta\sin\lambda_{SUN}\end{bmatrix}$$

Bu eşitlikte ise; yerin yörüngesinin dairesel olarak alınmasından kaynaklanacak hata miktarı 0.343" ye ulaşabilmektedir (Krakiwsky and Wells, 1971).

5.5.7. Gözlem Yeri Sistemi (The Observed Place System)

Yerin merkezinde tanımlanan AP sisteminin yıldızlara gözlemin yapıldığı yeryüzeyine taşınması ile elde edilen sistemdir. Bu işlem gerçekleştirlirken yerin yarıçapından kaynaklanan yermerkezsel paralaks (geocentrik paralaks), yerin kendi ekseni etrafında dönmesinde kaynaklanan günlük aberasyon (diurlnal aberration) ve yıldıza gözlem sırasında ışığın atmosferde kırılmasından dolayı oluşan atmosferik refraksyon (atmospheric refraction) düzeltmeleri yapılır.

Yıldızlara gözlem yapıldığında yermerkezsel paralaks daima ihmal edilir. Günlük aberasyonun sabit değeri

$$k''=\frac{2\,\pi\,R_{gauss}\cos\Phi}{24\;\;3600\;\;c}\,\rho^o\;3600=\frac{15\,R_{gauss}\cos\Phi}{c}$$

şeklinde hesaplanır. Burada R_{gauss}; gözlemcinin eğrilik yarıçapı, Φ; gözlemcinin enlemi, c; ışıkhızıdır.

Refraksyon etkisi atmosferik değişimlere bağlıdır ve yapısı karmaşıktır. Yıldızların gözlenmesi sırasında bakış açısına göre değişim göstermektedir.

$$\begin{bmatrix}\alpha\\ \delta\end{bmatrix}_{OP}=\begin{bmatrix}\alpha\\ \delta\end{bmatrix}_{AP}+\begin{bmatrix}\Delta\alpha_D\\ \Delta\delta_D\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\Delta\alpha_R\\ \Delta\delta_R\end{bmatrix}$$

Bu eşitlikte; ($\Delta\alpha_R$, $\Delta\delta_R$) refraksyondan dolayı getirlen düzeltmeler ve h; yıldızın saat açısıdır.

$$\begin{bmatrix}\Delta\alpha_D\\ \Delta\delta_D\end{bmatrix}=k\begin{bmatrix}\dfrac{\cos h}{\cos\delta}\\ \sinh\sin\delta\end{bmatrix}$$

(Krakiwsky and Wells, 1971).

5.5.8. AP ile CT Sistemleri Arasındaki Dönüşüm

AP ve CT sistemlerinin her ikisininde;

- Ağırlık merkezi yerin ağırlık merkezi,
- Birinci kutupları CIO, CT'nin kutbu paralel TRA kutbuna,
- Her iki sistemde sağ-el sistemidir.

Her iki sistem arasındaki fark birinci eksenleri arasındadır. AP sisteminin birinci ekseni gerçek pahar noktası, CT sisteminin birinci ekseni ortalama Greenwich meridyenidir. Bu iki eksen arasındaki açı yerin kendi ekseni etrafında dönmesi nedeni ile değişm gösterir ve Greenwich'in Görünen Yıldız Zamanı (GAST, Greenwich Apparent Sideral Time) olarak adlandırılır (Krakiwsky and Wells, 1971).

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{CT} = R_3(GAST)\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{AP}$$

Bu eşitliğ kullanabilmek için, standart bir zaman oluşturmak için kulanılan Evrensel (Güneş) Zamandan (Universal (Solar) Time) GAST'ın hesaplanabilmesi bazı ortalama değerlere ihtiyaç duyulur. Bu durum için iki yol tanımlanmıştır.

1) Eğer GAST'ın UT'nin bazı epoklardaki (T_0) değerleri biliniyorsa; herhangi bir T anı için aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$GAST(T) = GAST(T_0) + \omega_E\,(T-T_0)$$

Burada, yıldız ve evrensel zamanlarının yerin sabit dönme hareketine bağımlı oldukları düşünülür.

ω_E = 360.98565 derece/UT gün
= 0.0043752695 radyan/dakika

Birinci yönten duyarsızdır. Aşağıda açaıklanan ikinci yöntem daha doğrudur. Eğer $T-T_0$ farkı bir günden daha küçükse iki yöntem arasındaki fark 10^{-7} nin altındadır (ekvatorda 0.02 yay saniyesine, 1 mili saniyeye yada 0.5 metreye karşılık gelir).

2)
$$\begin{aligned} GAST = {} & 100.075542^\circ + 360.985647348^\circ\,T + 0.2900^\circ e{-12}\,T^2 \\ & -4.392^\circ e{-3} \sin\{12.1128^\circ - 0.052954^\circ\,T\} \\ & +0.053^\circ e{-3} \sin 2\{12.1128^\circ - 0.052954^\circ\,T\} \\ & -0.325^\circ e{-3} \sin 2\{280.0812^\circ + 0.9856473^\circ\,T\} \\ & -0.050^\circ e{-3} \sin 2\{64.3824^\circ + 13.176398^\circ\,T\} \end{aligned}$$

Burada, T; 0.5 ocak 1950 (31 aralık 1949 gece yarısı) den itibaren geçen Julyen günüdür. 1971 için;

$$T = 7669 + D + (M + S/60)/1440$$

D ; 1971 den itibaren geçen gün sayısı, M; UT de dakika, S; UT de saniye, 7669 ; 1 ocak 1950 ile 31 aralık 1970 arasında geçen gün sayısıdır. $T-T_0$'ın herhangi bir değeri için ikinci yöntem doruluğu ekvator boyunca 0.2 yay saniyesidir (10 mili saniye yada 5 metre). Daha duyarlı sonuçlara almanaklarda yayınlanan düzeltme terimleri kullanılarak ulaşılabilir (Krakiwsky and Wells, 1971).

5.5.9. Göksel Sistemler Arasındaki Dönüşümler

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2"></th><th colspan="4">Dönüştürülen Sistem</th></tr>
<tr><th>Ekliptik ($\underline{R}_E$)</th><th>Sağ Açılım ($\underline{R}_{RA}$)</th><th>Saat Açısı ($\underline{R}_{HA}$)</th><th>Ufuk ($\underline{R}_H$)</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Dönüşen sistem</td><td>Ekliptik ($\underline{R}_E$)</td><td>$\underline{I}$</td><td>$\underline{R}_1(\epsilon)$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Sağ Açılım ($\underline{R}_{RA}$)</td><td>$\underline{R}_1(-\epsilon)$</td><td>$\underline{I}$</td><td>$\underline{R}_3(-LST)\underline{P}_2$</td><td></td></tr>
<tr><td>Saat Açısı ($\underline{R}_{HA}$)</td><td></td><td>$\underline{P}_2\underline{R}_3(LST)$</td><td>$\underline{I}$</td><td>$\underline{R}_2(\Phi-\pi/2)\underline{R}_3(\pi)$</td></tr>
<tr><td>Ufuk ($\underline{R}_H$)</td><td></td><td></td><td>$\underline{R}_3(\pi)\underline{R}_2(\pi/2-\Phi)$</td><td>$\underline{I}$</td></tr>
</table>

6. YÖRÜNGESEL KOORDİNAT SİSTEMLERİ (OR)

Uyduların yörüngesel hareketleri, yerin çekim etkisi ve uyduyu diğer başka etkileri uygulayan birkaç kuvvetin etkisinin bir sonucudur. Diğer kuvetlere örnek verilecek olursa bunlar; güneşin ayın çekim etkileri ve güneşin radyasyon parçacıklarının uyduya yaptığı etki olarak söylenebilir. Diğer etkilerden sayılabilecek atmosferik sürtünme yüsek yörüngelerde hareket eden uydularda ihmal edilebilir düzeyde kalmaktadır. Matematik olarak, uyduların hareket denklemleri zamana göre sayısal integaral yöntemleri çözülebilen diferansiyel denklemler ile çözülür. İntegrasyon, uydunun konumunun ve hızının bilindiği başlangıç koşulları ile başlar. Kestirlen uydu konumları uydulara yapılan gözlemler ile karşılaştırılır. Elde edilen farklar kuvvet fonksiyonunu, başlangıç koşullarını ve gözlemcinin istasyon koordinatlarını geliştirmek için kulanılır.

Yer etrafında dönen yapay uydu koordinatlarını tanımlamak için kulanılan koordinat sistemidir. Uydu koordinatları önce yörünge düzlminde hesaplanır. Hesaplan bu koordinatlar önce görünen yer (AP) sistemine ve daha sonra ortalama koordinat sistemine (CT) dönüştürülür.

6.1. Kepler Elemanları

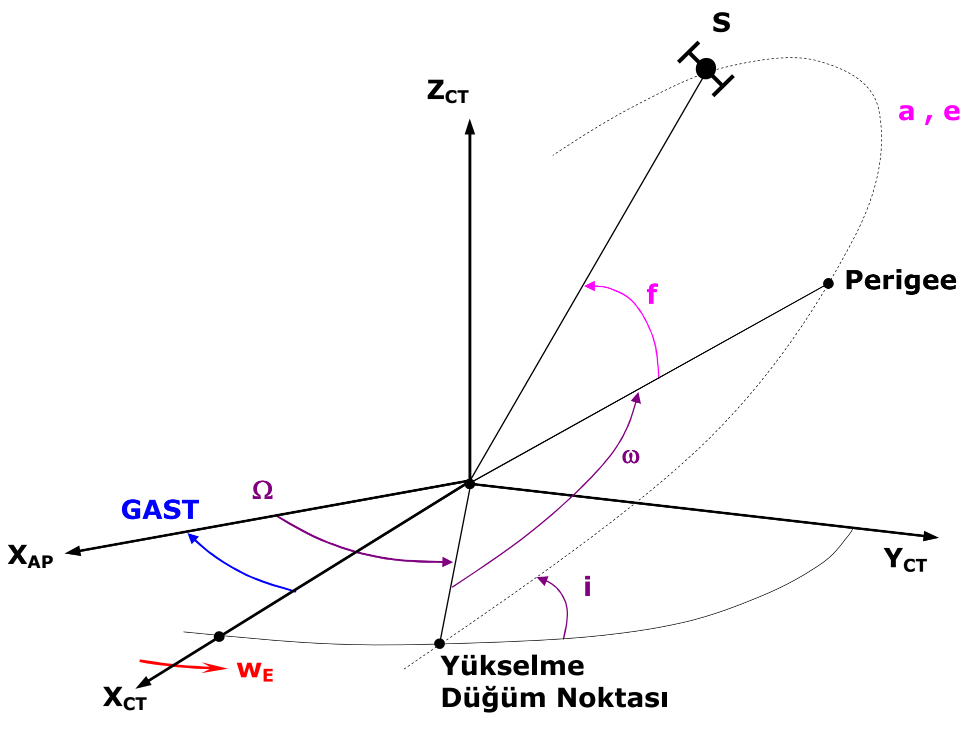
Uyduların uzaydaki konumunu beirlemek için genellikle altı yörünge elemanı kulanılır. Bunlar Şekil-.. gösterilmiştir.

Yörünge elipsinin AP'deki konumunu belirleyen parametreler

- **Ω** Yükselme noktasının (right ascension of ascending node) rektesenziyonu
- **i** Ekvator düzlemi ile yörünge düzlemi arasındaki açı (inclination)
- **ω** Perigenin argümanı

Uydunun (S) konumunu yörünge elipsinde hesaplamaya yarayan parametreler

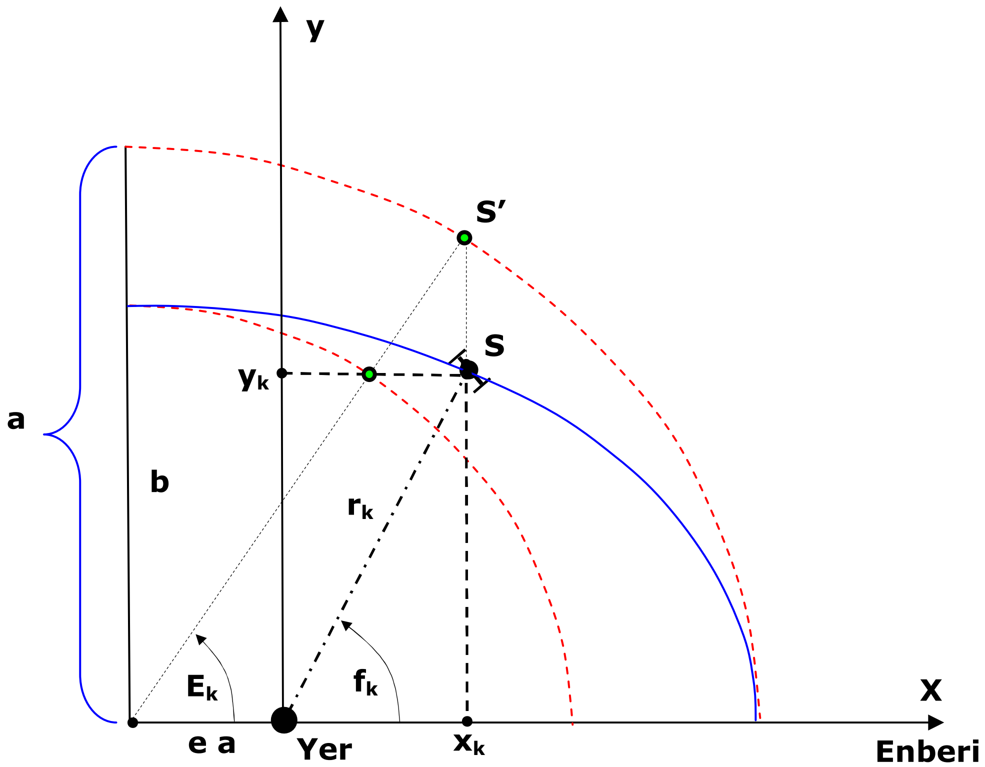
- **a** Yörünge elipsinin büyük yarıekseni
- **e** Yörünge elipsinin dışmerkezliği
- f Gerçek anomali



w_E	Yerin açısal dönme hızı (=7.292115167e-5 rad/s, WGS84 değeri)
GAST	Greenwich Görünen Yıldız Zamanı
Perigee	Enberi
Apogee	Enöte

6.2. Yörünge Elipsi

İki boyutlu yörünge elipsinde uydu koordinatlarını hesaplayabilmek için x–ekseni perigee doğrultusunda, z–ekseni yerin ağırlık merkezinde yörünge düzlemine dik, y–ekseni sol el sistemini sağlayacak şekilde seçilir.



t_0	Yörünge referans anı
f_k	t_k anındaki gerçek anomali (rad)
E_k	t_k anındaki gerçek anomali (rad)
M_k	t_k anındaki ortalama anomali (rad)
M_0	t_0 anındaki ortalama anomali (rad), (t_P perigee geçiş anı ise **$M_0=0$** olur)
r_k	t_k anındaki yarıçap (m)
x_k, y_k, $z_k=0$	t_k anındaki yörüngesel koordinatlar (m)
GM	Yerin evrensel gravitasyon parametresi (=3.986005e14 m^3/s^2, WGS84 değeri)
n	Hesaplanmış Ortalama Hareket (rad/s)

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}_{OR} = r_k \begin{bmatrix} \cos f_k \\ \sin f_k \\ 0 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} \cos E_k - e \\ \sqrt{1-e^2}\sin E_k \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tan f_k = \frac{\sqrt{1-e^2}\sin E_k}{\cos E_k - e} \qquad r_k = a(1 - e\cos E_k) = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$$

E_k ile M_k arasındaki ilişki Kepler denklemi ile verilir.

$$M_k = E_k - e\sin E_k$$
$$M_k = M_0 + (t_k - t_0)\,n$$
$$n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$$

Burada bilinmeyen E_k olduğundan denklem yeniden düzenlenir ve iteratif olarak çözülür.

$$E_k = M_k + e\sin E_k \qquad E_k^{(0)} = M_k$$

$$\left|E_k^{(i)} - E_k^{(i-1)}\right| > 1e-14$$

Ek bulunduktan sonra yörünge düzlemindeki koordinatlar hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}_{OR} = a\begin{bmatrix} \cos E_k - e \\ \sqrt{1-e^2}\sin E_k \\ 0 \end{bmatrix}$$

6.2. Yörüngesel Koordinat Sisteminden (OR) Görünen Yer Sistemine (AP) Dönüşüm

Yörünge düzlemindeki koordinatlar AP sistemine diğer kepler elemanları yardımı ile dönüştürlür. AP ve CT sistemleri arasındaki dönüşüm **t_k** anındaki **GAST** ile gerçekleştirlir.

$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix}_{AP} = R_3(-\Omega) R_1(-i)\, R_3(-\omega) \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}_{OR}$$

$$\underline{D} = \underline{R}_3(-\Omega)\underline{R}_1(-i)\,\underline{R}_3(-\omega)$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} \cos\Omega\cos\omega - \sin\Omega\sin\omega\cos i & -\cos\Omega\sin\omega - \sin\Omega\cos\omega\cos i & \sin\Omega\sin i \\ \sin\Omega\cos\omega + \cos\Omega\sin\omega\cos i & -\sin\Omega\sin\omega + \cos\Omega\cos\omega\cos i & -\cos\Omega\sin i \\ \sin\omega\sin i & \cos\omega\sin i & \cos i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix}_{CT} = R_3(GAST) \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}_{AP}$$

Yada doğrudan OR ve CT arasındaki dönüşüm aşağıdaki şekilde gerçekleştirilir.

$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix}_{CT} = \underline{R}_3(GAST - \Omega)\underline{R}_1(-i)\,\underline{R}_3(-\omega) \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}_{OR}$$

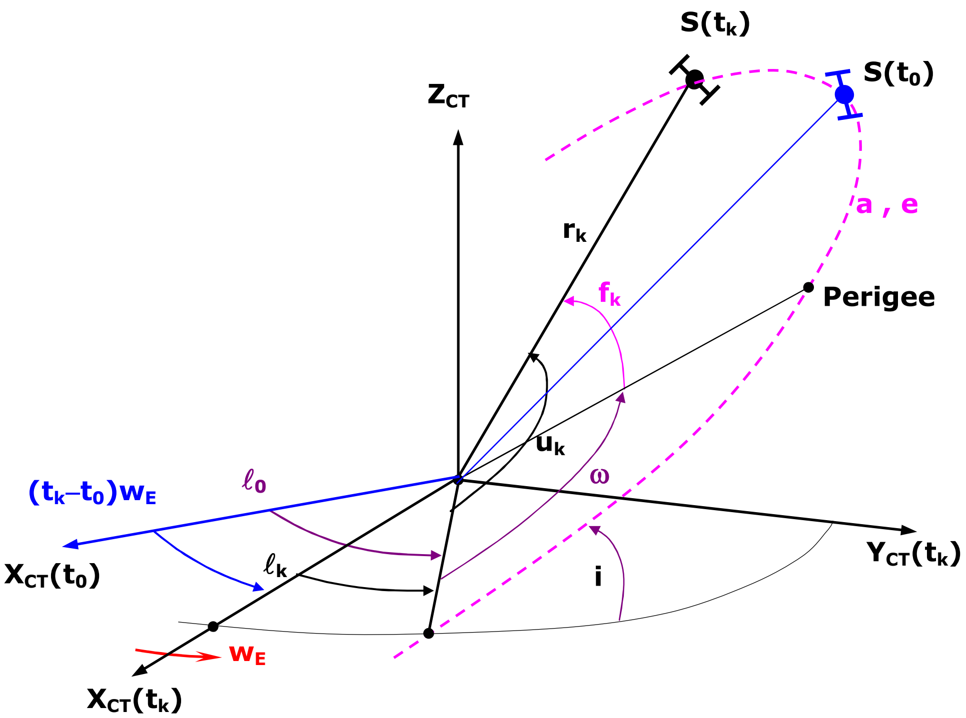
$$-\ell = GAST - \Omega$$

$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix}_{CT} = \underline{R}_3(-\ell)\underline{R}_1(-i)\,\underline{R}_3(-\omega) \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}_{OR}$$

$$\underline{D} = \underline{R}_3(-\ell)\underline{R}_1(-i)\,\underline{R}_3(-\omega)$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} \cos\ell\cos\omega - \sin\ell\sin\omega\cos i & -\cos\ell\sin\omega - \sin\ell\cos\omega\cos i & \sin\ell\sin i \\ \sin\ell\cos\omega + \cos\ell\sin\omega\cos i & -\sin\ell\sin\omega + \cos\ell\cos\omega\cos i & -\cos\ell\sin i \\ \sin\omega\sin i & \cos\omega\sin i & \cos i \end{bmatrix}$$

Genellikle yapay uyduların yörünge elemanları belirli bir ana (epoğa) göre verilir. Uydunun diğer anları için konum bilgileri bu referans anına göre hesaplanır. Yukarıdaki bağıntılarda değişen tek şey son dönüşüm matrisdir.



$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix}_{CT} = \underline{R}_3(-\ell_k)\,\underline{R}_1(-i)\,\underline{R}_3(-\omega)\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}_{OR}$$

$$\ell_k = \ell_0 - (t_k - t_0)w_E$$

ℓ_0 t_0 anında yükselme düğüm noktasının boylamı
ℓ_k t_k anında yükselme düğüm noktasının boylamı

Bir başka çözüm yolu da şöyle gerçekleştirilebilir. x-ekseni; uydu ile yer merkezini birleştiren doğrultuda, z-ekseni; yörünge düzlemine yer merkezinde dik doğrultuda ve y-ekseni; bir sağ el koordinat sistemini tamamlayacak şekilde seçilerek oluşturulan koordinat sisteminde uydunun koordinatları $\underline{X}_{uydu}=[\ r_k\ \ 0\ \ 0\ ]^T$ olur. Bu koordinatların CT sistemine dönüşümü aşağıdaki dönüşüm matris ile sağlanır.

$$r_k = a(1 - e\cos E_k) \text{ ve } u_k = \omega + f_k$$

$$\underline{X}_{CT} = \underline{R}_3(-\ell_k)\,\underline{R}_1(-i)\,\underline{R}_3(-u_k)\,\underline{X}_{uydu}$$

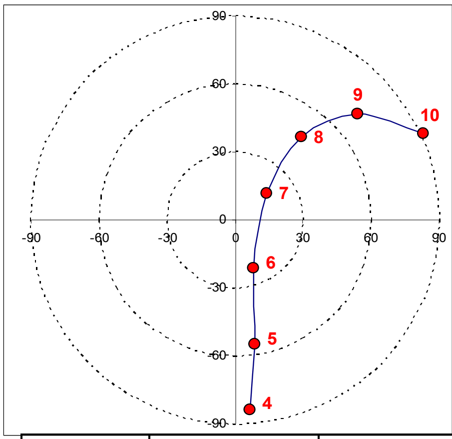
$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix}_{CT} = \underline{R}_3(-\ell_k)\,\underline{R}_1(-i)\,\underline{R}_3(-u_k)\begin{bmatrix} r_k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{uydu}$$

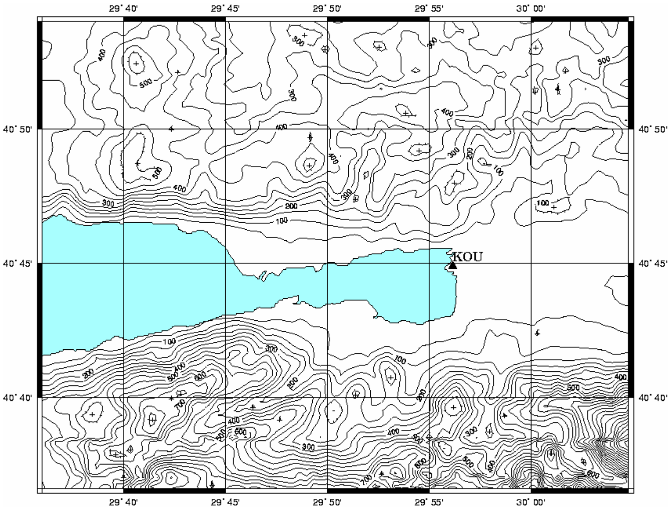
Dönüklük matrisi $\underline{D}$ ve $\underline{X}_{uydu}$ vektörü çarpıldığında $\underline{D}$ matrisinin sadece birinci sütununun r_k uzunluğu ile çarpılması ile CT koordinatsistemindeki uydu koordintları aşağıdaki bağıntılara göre hesaplanmış olur.

$$X_k = r_k(\cos\ell_k \cos u_k - \sin\ell_k \sin u_k \cos i)$$
$$Y_k = r_k(\sin\ell_k \cos u_k + \cos\ell_k \sin u_k \cos i)$$
$$Z_k = r_k \sin u_k \sin i$$

Uygulama: Bir uydununun ölçü gününe ait enberi (Perigee) geçiş anı bilinmektedir. Enberi geçiş anı ve yörünge elemanları aşağıda verilen uydunun ***t_k = (4.00, 5.00, 6.00, 7.00, 8.00, 9.00, 10.00)*** saatlerindeki gözlem penceresini ***(φ,λ, h) = (40.748°, 29.936°, 1.00m)*** noktasına göre çiziniz.

t_0 = 5.85 saat
a = 26560441.00 m
e = 0.0149
i = 61.28°
ℓ_0 = 25.00°
ω = 23.00°





t_k [h]	A_{ik} [°]	Z_{ik} [°]
4.00	175.48	84.24
5.00	170.99	55.57
6.00	158.68	23.17
7.00	50.27	18.02
8.00	38.63	46.97
9.00	49.07	71.72
10.00	65.29	91.39

ÇÖZÜM:

```
            WGS84 Elipsoidi Parametreleri
             a = 6378137 m                    b = 6356752.31425 m
            wE  = 7.2921151467e-5 rad/s      GM = 3.986005e14 m3/s2

          Durulan Nokta
 ================================
  X    = 4193314.649 m
  Y    = 2414770.061 m
  Z    = 4141263.021 m
  _______________________________ t =  4.00 h _______________________________
 tk-t0 = -6660.00000 sn
   n   =         0.008 o/sn
  Mk   =  -55.65611 o
  Ek   =  -56.36691 o    (8.iterasyonda )
  fk   =  302.91932 o
  rk   = 26341245.639 m
  xk   = 14315347.460 m
  yk   = -22111807.907 m

    D=R3(-lk) R1(-i) R3(-w)
==============================
    0.4066   -0.5885    0.6988
    0.8469   -0.0441   -0.5299
    0.3427    0.8073    0.4805
==============================
     Xk   = 18834376.657 m      Xi   =  4193314.649 m     Xk-Xi= 14641062.008 m
     Yk   = 13098169.960 m      Yi   =  2414770.061 m     Yk-Yi= 10683399.899 m
     Zk   =-12944706.312 m      Zi   =  4141263.021 m     Zk-Zi=-17085969.332 m

   C=R3(PI-L) R2(PI/2-B) P2
==============================
   -0.5656   -0.4990    0.6565
   -0.3257    0.8666    0.3781
    0.7576    0.0000    0.6527
==============================
     nik  =-24705763.844 m        Sik  = 24908353.582 m
     eik  =  1951693.407 m        Aik  =    175.48316 o
     uik  =  2498440.286 m        Zik  =     84.24325 o
```

```
 ______________________________ t =  5.00 h ______________________________
 tk-t0 = -3060.00000 sn
   n   =       0.008 o/sn
  Mk   =  -25.57173 o
  Ek   =  -25.94523 o   (8.iterasyonda )
  fk   =  333.67872 o
  rk   = 26204577.079 m
  xk   = 23487734.050 m
  yk   = -11619217.233 m

    D=R3(-lk) R1(-i) R3(-w)
==============================
    0.6125   -0.5798    0.5373
    0.7124    0.1102   -0.6931
    0.3427    0.8073    0.4805
==============================
     Xk  = 21122098.756 m      Xi  =  4193314.649 m     Xk-Xi= 16928784.107 m
     Yk  = 15451996.697 m      Yi  =  2414770.061 m     Yk-Yi= 13037226.636 m
     Zk  = -1331391.042 m      Zi  =  4141263.021 m     Zk-Zi= -5472654.062 m

   C=R3(PI-L) R2(PI/2-B) P2
==============================
   -0.5656   -0.4990    0.6565
   -0.3257    0.8666    0.3781
    0.7576    0.0000    0.6527
==============================

     nik  =-17968427.077 m       Sik  = 22056811.923 m
     eik  =  2849833.224 m       Aik  =     170.98783 o
     uik  = 12470646.783 m       Zik  =      55.57079 o


 ______________________________ t =  6.00 h ______________________________
 tk-t0 =  540.00000 sn
   n   =       0.008 o/sn
  Mk   =    4.51266 o
  Ek   =    4.58084 o   (8.iterasyonda )
  fk   =    4.64954 o
  rk   = 26165954.598 m
  xk   = 26079846.882 m
  yk   = 2121029.622 m

    D=R3(-lk) R1(-i) R3(-w)
==============================
    0.7763   -0.5314    0.3391
    0.5290    0.2569   -0.8088
    0.3427    0.8073    0.4805
==============================

     Xk  = 19119782.744 m      Xi  =  4193314.649 m     Xk-Xi= 14926468.096 m
     Yk  = 14342025.067 m      Yi  =  2414770.061 m     Yk-Yi= 11927255.006 m
     Zk  = 10648821.757 m      Zi  =  4141263.021 m     Zk-Zi=  6507558.736 m

   C=R3(PI-L) R2(PI/2-B) P2
==============================
   -0.5656   -0.4990    0.6565
   -0.3257    0.8666    0.3781
    0.7576    0.0000    0.6527
==============================

     nik  = -7398202.045 m       Sik  = 20184330.123 m
     eik  =  2887170.692 m       Aik  =     158.68163 o
     uik  = 18556347.550 m       Zik  =      23.16960 o
 ______________________________ t =  7.00 h ______________________________
 tk-t0 = 4140.00000 sn
   n   =       0.008 o/sn
  Mk   =   34.59704 o
  Ek   =   35.08778 o   (8.iterasyonda )
  fk   =   35.58155 o
  rk   = 26236609.253 m
```

```
  xk   = 21337923.722 m
  yk   = 15266062.896 m

    D=R3(-lk) R1(-i) R3(-w)
==============================
    0.8870   -0.4465    0.1175
    0.3094    0.3860   -0.8691
    0.3427    0.8073    0.4805
==============================

     Xk  = 12111254.026 m      Xi  =  4193314.649 m     Xk-Xi=  7917939.378 m
     Yk  = 12495067.386 m      Yi  =  2414770.061 m     Yk-Yi= 10080297.326 m
     Zk  = 19635439.440 m      Zi  =  4141263.021 m     Zk-Zi= 15494176.420 m

   C=R3(PI-L) R2(PI/2-B) P2
==============================
   -0.5656   -0.4990    0.6565
   -0.3257    0.8666    0.3781
    0.7576    0.0000    0.6527
==============================

     nik  =  3975927.457 m       Sik  = 20109093.990 m
     eik  =  4784110.289 m       Aik  =     50.27107 o
     uik  = 19122760.017 m       Zik  =     18.01958 o


  _______________________________ t =  8.00 h _______________________________
 tk-t0 = 7740.00000 sn
   n   =       0.008 o/sn
  Mk   =   64.68143 o
  Ek   =   65.45801 o   (7.iterasyonda )
  fk   =   66.23703 o
  rk   = 26396062.023 m
  xk   = 10636395.552 m
  yk   = 24158211.440 m

    D=R3(-lk) R1(-i) R3(-w)
==============================
    0.9369   -0.3310   -0.1120
    0.0686    0.4886   -0.8698
    0.3427    0.8073    0.4805
==============================

     Xk  =  1968573.432 m      Xi  =  4193314.649 m     Xk-Xi= -2224741.217 m
     Yk  = 12534188.676 m      Yi  =  2414770.061 m     Yk-Yi= 10119418.616 m
     Zk  = 23146725.971 m      Zi  =  4141263.021 m     Zk-Zi= 19005462.950 m

   C=R3(PI-L) R2(PI/2-B) P2
==============================
   -0.5656   -0.4990    0.6565
   -0.3257    0.8666    0.3781
    0.7576    0.0000    0.6527
==============================

     nik  = 12360477.273 m       Sik  = 21646240.518 m
     eik  =  9879537.664 m       Aik  =     38.63480 o
     uik  = 14770682.642 m       Zik  =     46.97110 o


  _______________________________ t =  9.00 h _______________________________
 tk-t0 = 11340.00000 sn
   n   =       0.008 o/sn
  Mk   =   94.76581 o
  Ek   =   95.61542 o   (6.iterasyonda )
  fk   =   96.46444 o
  rk   = 26599165.496 m
  xk   = -2994710.047 m
  yk   = 26430045.721 m
```

```
    D=R3(-lk) R1(-i) R3(-w)
==============================
    0.9227   -0.1929   -0.3339
   -0.1769    0.5578   -0.8109
    0.3427    0.8073    0.4805
==============================

     Xk  = -7861223.513 m      Xi  =  4193314.649 m     Xk-Xi=-12054538.162 m
     Yk  = 15271802.263 m      Yi  =  2414770.061 m     Yk-Yi= 12857032.202 m
     Zk  = 20309820.916 m      Zi  =  4141263.021 m     Zk-Zi= 16168557.895 m

   C=R3(PI-L) R2(PI/2-B) P2
==============================
   -0.5656   -0.4990    0.6565
   -0.3257    0.8666    0.3781
    0.7576    0.0000    0.6527
==============================

     nik   = 14879739.377 m       Sik  = 23917304.023 m
     eik   = 17157294.527 m       Aik  =     49.06639 o
     uik   =  7500535.469 m       Zik  =     71.72351 o

  ______________________________ t = 10.00 h ______________________________
 tk-t0 = 14940.00000 sn
   n   =       0.008 o/sn
  Mk   =  124.85020 o
  Ek   =  125.54482 o   (8.iterasyonda )
  fk   =  126.23649 o
  rk   = 26790506.510 m
  xk   = -15836388.798 m
  yk   = 21608795.174 m

    D=R3(-lk) R1(-i) R3(-w)
==============================
    0.8452   -0.0415   -0.5329
   -0.4102    0.5887   -0.6965
    0.3427    0.8073    0.4805
==============================

     Xk  =-14281676.881 m      Xi  =  4193314.649 m     Xk-Xi=-18474991.530 m
     Yk  = 19218379.651 m      Yi  =  2414770.061 m     Yk-Yi= 16803609.591 m
     Zk  = 12017438.500 m      Zi  =  4141263.021 m     Zk-Zi=  7876175.479 m

   C=R3(PI-L) R2(PI/2-B) P2
==============================
   -0.5656   -0.4990    0.6565
   -0.3257    0.8666    0.3781
    0.7576    0.0000    0.6527
==============================

     nik   = 10943708.912 m       Sik  = 26186270.209 m
     eik   = 23781346.650 m       Aik  =     65.28904 o
     uik   =  -635243.431 m       Zik  =     91.39005 o
```

Uygulama: Yörünge parametreleri verilen bir uydunun yer üzerindeki izinin belirleyen parametrelerin hesaplanması.

Verilenler:

a) Sabit Değerler (WGS84)

a_{WGS84}= 6378137 m b_{WGS84} = 6356752.31425 m

w_E = 7.2921151467e-5 rad/sn   GM = 3.986005e14 m^3/sn^2

b)Uydu Yörünge Parametreleri

a = 26560500.00 m

e = 0.0130

t_0 = 3.00 saat

M_0 = 5.00°

i_0 = 56.00°

ℓ_0 = 7.00°

ω_0 = 23.00°

c) WGS84 ile ED50 dönüşüm bağıntıları

a_{ED50} = 6378388 m b_{ED50} = 6356911.94613 m

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} = \begin{bmatrix} -89.5002 \\ -93.8000 \\ -123.1002 \end{bmatrix}^{[m]} + \mathbf{k} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ -\alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ED50} \qquad \boldsymbol{\alpha}=0.156'' \qquad \mathbf{k}=1+1.2e\text{-}6$$

İstenenler:

a) *t={0.0, 1.0, 2.0, … , 24.0}* saatlerindeki uydu koordinatlarını WGS84 datumunda jeodezik eğri koordinatlar cinsinden hesaplayınız.

b) Uydunun zamana göre izlediği yolu ED50 Datum unda verilmiş Dünya haritası üzerine zaman etiketlerini göstererek işleyiniz.

Çözüm:

```
_______ t =  0.00 h _________________
tk-t0 = -10800.00000 sn
  n   =        0.008 o/sn
 Mk   =  -85.25285 o
 Ek   =  -85.99588 o   (5.iterasyonda)
(6.iterasyonda)
 fk   =  273.26073 o
 rk   = 26536389.261 m
 xk   =  1509385.705 m
 yk   =-26493427.672 m
```

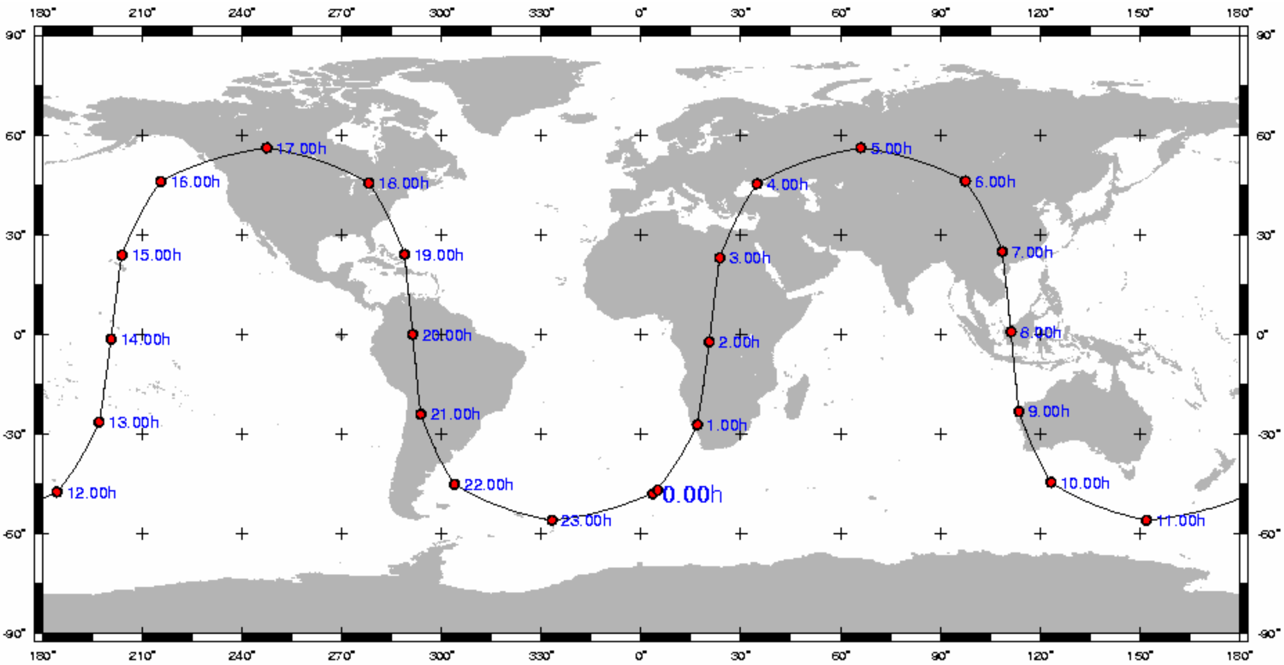
```
_______ t =  6.00 h _______________
tk-t0 = 10800.00000 sn
  n   =        0.008 o/sn
 Mk   =   95.25285 o
 Ek   =   95.99363 o

 fk   =   96.73392 o
 rk   = 26596554.066 m
 xk   = -3118676.207 m
 yk   = 26413075.302 m
```

```
_______ t = 12.00 h _________________
tk-t0 = 32400.00000 sn
  n   =        0.008 o/sn
 Mk   =  275.75856 o
 Ek   =  275.01657 o   (6.iterasyonda)
 fk   =  274.27413 o
 rk   = 26530306.846 m
 xk   =  1977263.825 m
 yk   =-26456522.997 m
```

```
_______ t = 18.00 h _______________
tk-t0 = 54000.00000 sn
 n   =        0.008 o/sn
Mk   =   96.26426 o
Ek   =   97.00355 o   (6.iterasyonda)
fk   =   97.74227 o
rk   = 26602601.080 m
xk   = -3583831.086 m
yk   = 26360093.682 m
```

```
_______ t = 23.00 h _________________
tk-t0 = 72000.00000 sn
  n   =        0.008 o/sn
 Mk   =  246.68568 o
 Ek   =  246.00521 o   (7.iterasyonda)
 fk   =  245.32650 o
  rk   = 26700912.003 m
 xk   = -11146209.823 m
 yk   = -24263155.367 m
```

```
_______ t = 24.00 h _______________
tk-t0 = 75600.00000 sn
 n   =        0.008 o/sn
Mk   =  276.76997 o
Ek   =  276.02924 o   (6.iterasyonda)
fk   =  275.28799 o
rk   = 26524232.467 m
xk   =  2444523.706 m
yk   =-26411346.271 m
```



t [st]	WGS84			ED50		
	φ [o]	λ [o]	h [km]	φ [o]	λ [o]	h [km]
00	-48.0740	3.5453	20170.073	-48.0738	3.5456	20169.812
01	-27.1929	16.8403	19992.660	-27.1927	16.8405	19992.441
02	-2.2627	20.5163	19870.497	-2.2625	20.5165	19870.326
03	23.0438	23.6457	19841.693	23.0441	23.6459	19841.582
04	45.3032	34.8477	19912.107	45.3034	34.8478	19912.048
05	56.0401	66.0769	20055.784	56.0403	66.0767	20055.734
06	46.0910	97.4841	20229.499	46.0913	97.4838	20229.409
07	24.8858	108.6322	20388.802	24.8861	108.6320	20388.642
08	0.8038	111.2533	20497.131	0.8040	111.2531	20496.904
09	-23.2282	113.5534	20529.414	-23.2281	113.5532	20529.143
10	-44.5545	123.2448	20475.156	-44.5544	123.2445	20474.852
11	-55.9502	151.8972	20342.957	-55.9503	151.8967	20342.615
12	-47.5114	184.3060	20163.781	-47.5115	184.3057	20163.392
13	-26.3919	197.0674	19987.373	-26.3919	197.0673	19986.953
14	-1.4030	200.6032	19867.880	-1.4027	200.6032	19867.478
15	23.8677	203.8423	19842.517	23.8682	203.8422	19842.190
16	45.9246	215.5335	19915.962	45.9252	215.5335	19915.727
17	56.0391	247.4115	20061.396	56.0396	247.4117	20061.211
18	45.4878	278.1492	20235.321	45.4883	278.1495	20235.116
19	24.0991	288.8115	20393.447	24.0996	288.8118	20393.174
20	-0.0163	291.3129	20499.555	-0.0161	291.3132	20499.217
21	-24.0100	293.7168	20529.006	-24.0099	293.7172	20528.642
22	-45.1638	303.8525	20471.867	-45.1639	303.8529	20471.523
23	-56.0064	333.1878	20337.460	-56.0063	333.1883	20337.159
24	-46.9351	5.0403	20157.492	-46.9350	5.0406	20157.235

Uygulama: Yörünge TLE (Two-Line Elements Set) verilerinden yararlanarak, uyduların yörüngesel, uzay sabit ve yer sabit koordinatlarının hesaplanması.

TLE Format

```
COSMOS 2461 (735)  →  R024
1 36401U 10007B   15324.79906119  .00000010  00000-0  10000-3 0  9994
2 36401  65.1470  84.1641 0007207  89.0266 359.2697  2.13102365 44530
```

			$t_0 = \text{YrYrday}$	$\frac{\dot{n}}{2}\left[\frac{rev}{day^2}\right]$	$\frac{\ddot{n}}{6}\left[\frac{rev}{day^3}\right]$	B		
1	36401U	10007B	15324.79906119	0.00000010	0.00000e-0	0.10000e-3	0	9994
2	36401	65.1470	84.1641	0.0007207	89.0266	359.2697	2.13102365	44530
		i [°]	Ω [°]	e [ ]	ω [°]	M_0 [°]	$n\left[\frac{rev}{day}\right]$	

TLE Verileri:

$$t_0 = 2015^{\text{Year}} \oplus 324.79906119^{\text{Day/Year}}$$

$$\frac{\dot{n}}{2} = 0.00000010 \quad \left[\frac{rev}{day^2}\right]$$

$$\frac{\ddot{n}}{6} = 0.00000e\text{-}0 \quad \left[\frac{rev}{day^3}\right]$$

$$B = 0.10000e\text{-}3 \quad \rightarrow \quad \text{BC (Balistic Correction)} = \frac{1}{12.74162\,B}\left[\frac{kg}{m^2}\right]$$

$$i = 65.1470 \quad [°]$$

$$\Omega = 84.1641 \quad [°]$$

$$e = 0.0007207 \quad [\,]$$

$$\omega = 89.0266 \quad [°]$$

$$M_0 = 359.2697 \quad [°]$$

$$n_0 = 2.13102365 \quad \left[\frac{rev}{day}\right]$$

$$\Delta t = t_k - t_0$$

$$n_k = n_0 + \frac{\dot{n}}{2}\Delta t + \frac{\ddot{n}}{6}\Delta t^2 \quad \left[\frac{rev}{day}\right] \quad \rightarrow \quad a_k = \sqrt[3]{\frac{\mu}{n_k^2}} \quad [km]$$

$$M_k = M_0 + n_k\,\Delta t \quad \left[\frac{rev}{day}\right]$$

KAYNAKLAR

A.H. Murad, K.D. Jang, G. Atallah, R. Karne, J. Baras (1995), *A Summary of Satellite Orbit Related Calculations*, Technical Research Report, CSHCN T.R. 95-12, (ISR T.R. 95-107).

David A. VALLADO (1997), *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*, The McGraw-Hill Companies Inc., College Custom Series, ISNB 0-07-066829-9 (Hardcover), ISNB 0-07-066834-5 (Softcover)

Definition of Two-line Element Set Coordinate System, 21 Kasım 2015, http://spaceflight.nasa.gov/realdata/sightings/SSapplications/Post/JavaSSOP/SSOP_Help/tle_def.html.

*** R24 UYDUSUNUN TLE VERİLERİ**

```
COSMOS 2461 (735)
1 36401U 10007B   15324.79906119  .00000010  00000-0  10000-3 0  9994
2 36401  65.1470  84.1641 0007207  89.0266 359.2697  2.13102365 44530
```

R24

(1) Yorungesel Koordinatlar

Tarih	Saat	x [km]	y [km]	z [km]
21 Kasim 2015	6:00:00	24643.937	-6513.661	0.000
	12:00:00	-25491.656	1330.514	0.000
	18:00:00	25188.908	3905.163	0.000

(2) Uzay Sabit Koordinatlar

Tarih	Saat	Xu [km]	Yu [km]	Zu [km]
21 Kasim 2015	6:00:00	-9551.425	7943.734	22258.005
	12:00:00	10468.112	-2842.506	-23107.002
	18:00:00	-10911.545	-2379.535	22913.040

(3) Yer Sabit Koordinatlar

Tarih	Saat	Xe [km]	Ye [km]	Ze [km]
21 Kasim 2015	6:00:00	12237.276	-2140.491	22258.005
	12:00:00	-2650.521	10518.363	-23107.002
	18:00:00	-8410.070	-7348.110	22913.040

(4) Jeodezik Egri Koordinatlar

Tarih	Saat	B	L	h [km]
21 Kasim 2015	6:00:00	60° 52'23.90"	350° 4'42.39"	19128.390
	12:00:00	-64° 53'24.15"	104° 8'36.60"	19165.741
	18:00:00	64° 3'10.46"	221° 8'40.58"	19128.972

(5) Projeksiyon Koordinatlari

Tarih	Saat	Saga [km]	Yukari [km]	DOM
21 Kasim 2015	6:00:00	449.960	6749.027	351° 0' 0"
	12:00:00	459.445	-7196.475	105° 0' 0"
	18:00:00	604.684	7104.672	219° 0' 0"

*** G32 UYDUSUNUN TLE VERİLERİ**

```
GPS BIIA-10 (PRN 32)
1 20959U 90103A   15324.88604360  .00000063  00000-0  00000+0 0  9996
2 20959  54.2488 187.8975 0113282   8.9753 351.3151  2.00565413182985
```

G32

(1) Yorungesel Koordinatlar

Tarih	Saat	x [km]	y [km]	z [km]
21 Kasim 2015	6:00:00	-7852.249	-25462.465	0.000
	12:00:00	6465.369	25682.226	0.000
	18:00:00	-7400.117	-25592.190	0.000

(2) Uzay Sabit Koordinatlar

Tarih	Saat	Xu [km]	Yu [km]	Zu [km]
21 Kasim 2015	6:00:00	1630.436	15784.180	-21405.521
	12:00:00	-239.514	-15591.651	21406.092
	18:00:00	1163.405	15753.370	-21452.266

(3) Yer Sabit Koordinatlar

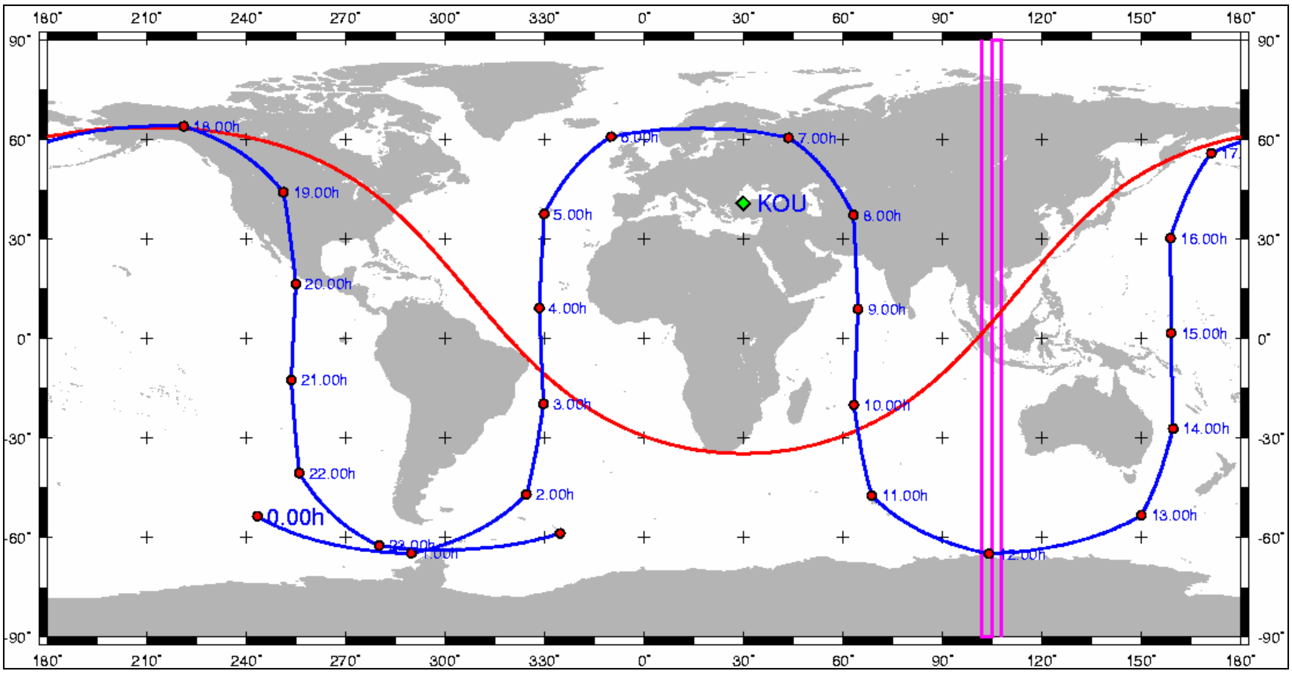
Tarih	Saat	Xe [km]	Ye [km]	Ze [km]
21 Kasim 2015	6:00:00	6436.600	-14504.098	-21405.521
	12:00:00	13709.644	7429.845	21406.092
	18:00:00	-6580.381	14360.389	-21452.266

(4) Jeodezik Egri Koordinatlar

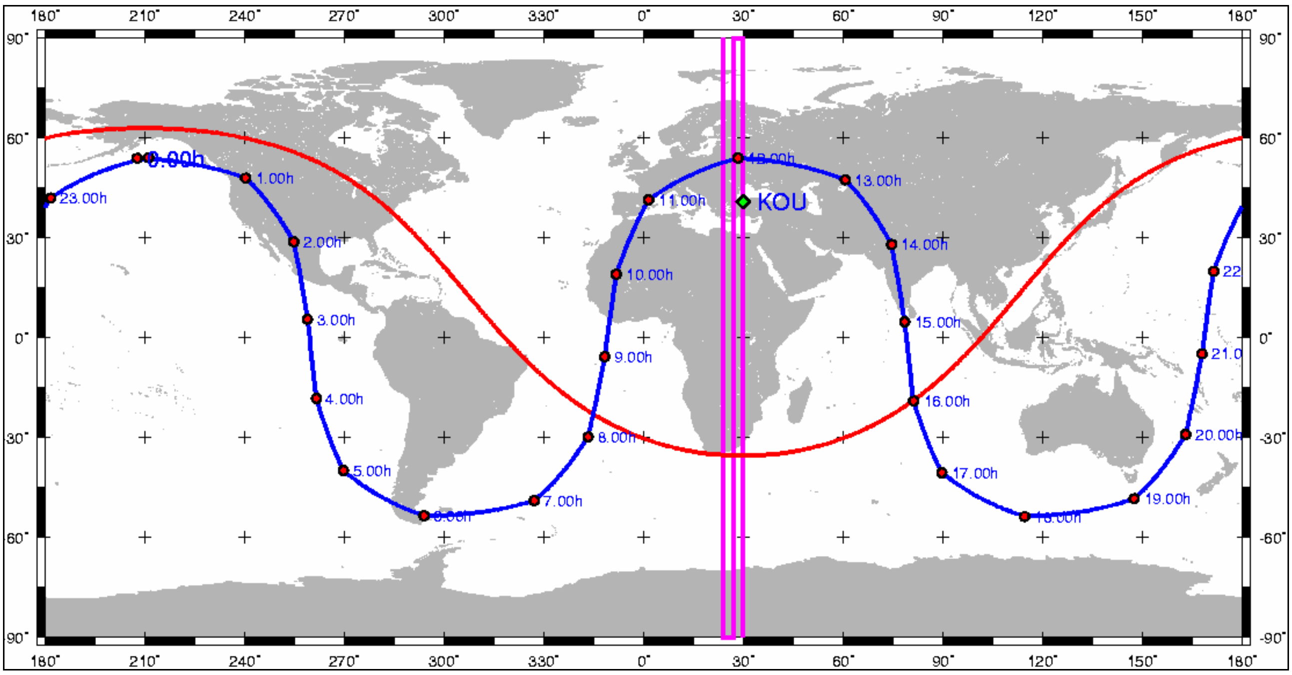
Tarih	Saat	B	L	h [km]
21 Kasim 2015	6:00:00	-53° 29'38.46"	293° 55'50.15"	20281.394
	12:00:00	53° 58'19.85"	28° 27'18.60"	20119.370
	18:00:00	-53° 40'40.88"	114° 37' 7.46"	20276.335

(5) Projeksiyon Koordinatlari

Tarih	Saat	Saga [km]	Yukari [km]	DOM
21 Kasim 2015	6:00:00	694.396	-5931.226	291° 0' 0"
	12:00:00	595.446	5981.407	27° 0' 0"
	18:00:00	342.721	-5950.334	117° 0' 0"



Şekil A. R24 Uydusunun izi, Saat 12'deki 6° lik dilimi ve KOU (40.82°, 29.92°, 0.380km) noktasına göre gözlem penceresi (kırmızı).



Şekil B. G32 Uydusunun izi, Saat 12'deki 6° lik dilimi ve KOU (40.82°, 29.92°, 0.380km) noktasına göre gözlem penceresi (kırmızı).

Uygulama: Yörünge bilgileri SEM (System Effectiveness Model) formatında verilen **G16** GPS uydusunun, 24 saat içinde 50 adet konumunun hesaplanması ve gözlem penceresinin **HRT110** konumuna göre çizdirilmesi. Zenit açısı en küçük ve en büyük olan (Zmin ve Zmax), uydu anını ve bu ana ait yermerkezli koordinatların ve istasyon merkezli kutupsal koordinatların hesaplanması.

'almanac.sem.week0898.503808.txt'

```
31  CURRENT.ALM
 898 503808
1
63
0
 5.98621368408203E-03  7.29179382324219E-03 -2.61206878349185E-09
 5.15363671875000E+03  3.54790806770325E-01  1.79955840110779E-01
-1.40714168548584E-01  4.00543212890625E-05  0.00000000000000E+00
0
11
 ....................  ....................  ....................
16
56
0
 8.76522064208984E-03  1.52683258056641E-02 -2.43016984313726E-09
 5.15355761718750E+03 -2.90018916130066E-01  1.21350646018982E-01
 8.46837759017944E-01  1.52587890625000E-05  0.00000000000000E+00
0
9
....................  ....................  ....................
32
70
0
 6.10828399658203E-04  5.35202026367188E-03 -2.50292941927910E-09
 5.15361914062500E+03 -9.82450366020203E-01 -8.06248188018799E-01
 7.41318583488464E-01 -1.93595886230469E-04 -1.81898940354586E-11
0
11
```

SEM Formatı

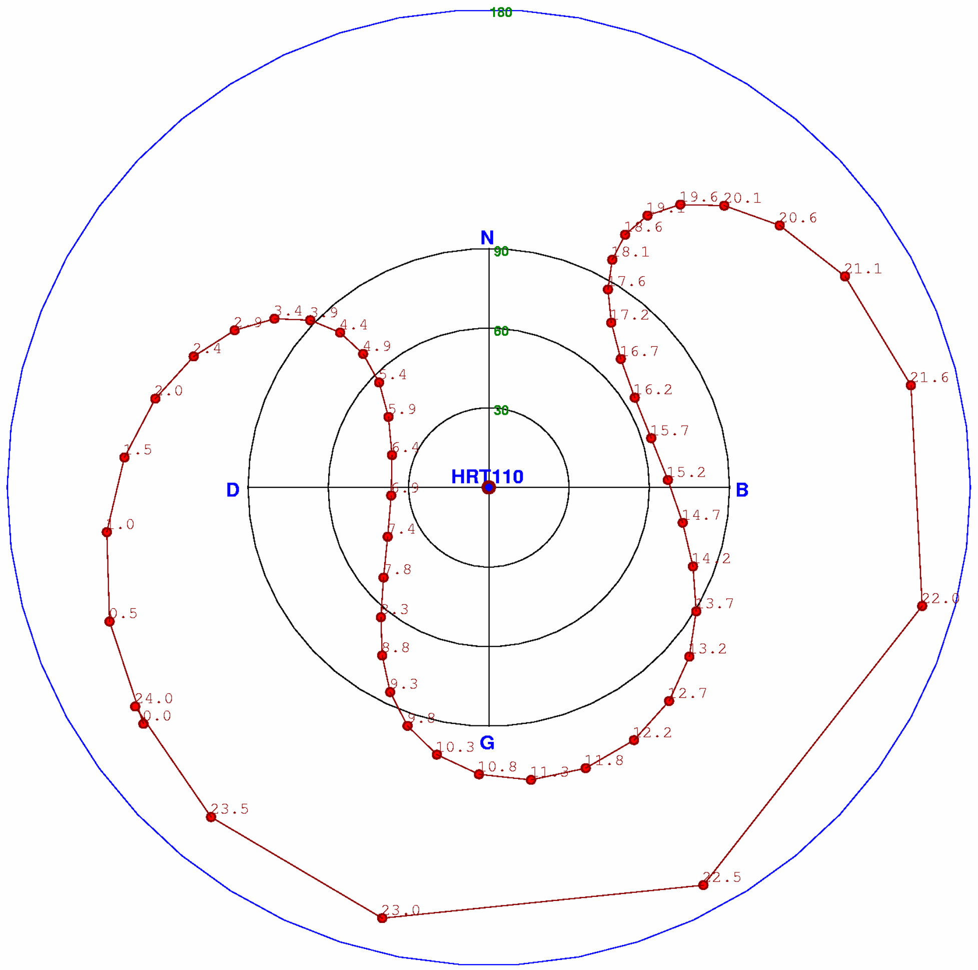
```
Uydu Sayısı  CURRENT.ALM
Değiş.GPS Haftası (W0)    GPS Haf. Saniyesi (t0=tc)
PRN Numarası (Pseudo Random Noise)
SVN Numarası (Satellite Vehicle Number)
URA Sayısı   (User Range Accuracy)
e []              di [yp]         dℓ [yp/sn]
√a[√m]            ℓ  [yp]         w  [yp]
M [yp]            f1 [s]          f2 []
Sağlıklımı (=0 çalışıyor)
Uydu Konfigurasyonu
```

Not: yp = yarım periyot (semicircle) (radyana dönüştürmek için π ile çarpılır)

ÇÖZÜM:

```
> BN(k): G16

 k    YL/AY/GN-st:dk:    sn         X [km]        Y [km]        Z [km]       T [Ms]
== ======================   ============ ============ ============ ==========
 1  2016/11/10-00:00:00.00   -5949.176279 -15506.089582 -20727.198503   15.258789
 2  2016/11/10-00:29:24.00   -3601.100832 -19145.699568 -17965.909255   15.258789
.. ......................   ............ ............ ............ ..........
15  2016/11/10-06:51:36.00   22294.025754  -1744.624223  14524.449505   15.258789
.. ......................   ............ ............ ............ ...........
49  2016/11/10-23:31:12.00   -8426.872025 -12380.464630 -21995.603906   15.258789
50  2016/11/10-24:00:36.00   -5518.865408 -16109.587205 -20370.527112   15.258789
== ======================   ============ ============ ============ ==========
```

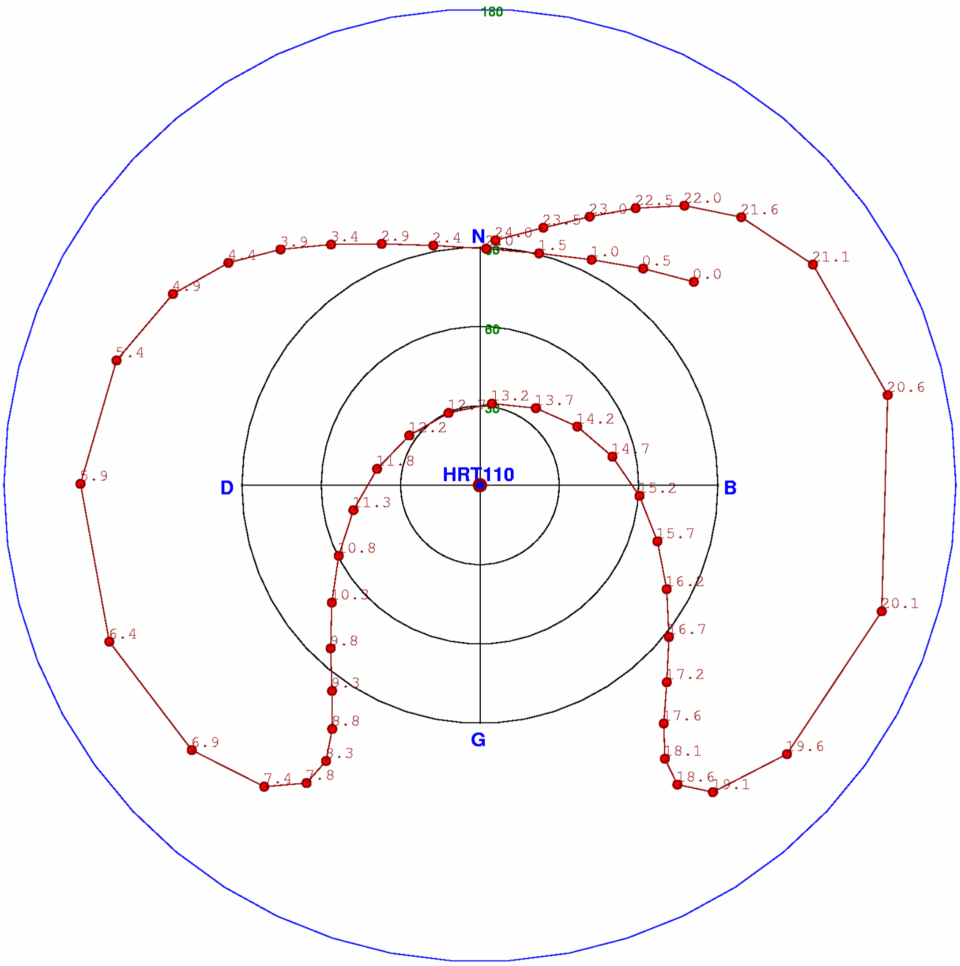
```
DN(j): HRT110
 Bj=    40.860417 o    Lj=    29.970083 o    hj=   386.000000 km
 Xj=  4185.062588 km   Yj=  2413.334281 km   Zj=  4150.964535 km

BN(k): G16     tk= 6.86 saat  (Zmin)
Ajk=   265.215399 o   Zjk=    36.616513 o   Sjk= 21279.857995 km
 Xk= 22294.025754 km   Yk= -1744.624223 km   Zk= 14524.449505 km

BN(k): G16     tk=22.54 saat (Zmax)
Ajk=   151.827021 o   Zjk=   169.925291 o   Sjk= 32958.797791 km
 Xk=-15555.203014 km   Yk= -5827.687989 km   Zk=-20922.723223 km
```



Şekil A. G16 (GPS) numaralı udunun **HRT110** konumna gore gözlem penceresi (Bütün hareketi gözükecek şekilde çizilmiştir)

Uygulama: Yörünge bilgileri SP3 (Standart Product 3) formatında verilen **R05** GLONASS uydusunun, 24 saat içinde 50 adet konumunun hesaplanması ve gözlem penceresinin **HRT110** konumuna göre çizdirilmesi. Zenit açısı en küçük ve en büyük olan (Zmin ve Zmax), uydu anını ve bu ana ait yermerkezli koordinatların ve istasyon merkezli kutupsal koordinatların hesaplanması.

```
> BN(k): R05

  k    YL/AY/GN-st:dk:   sn         X [km]        Y [km]        Z [km]       T [Ms]
 ==  =====================  ============  ============  ============  ==========
  1  2016/11/07-00:00:00.00  -21368.041193   8814.127005  10768.341069  -46.753538
  2  2016/11/07-00:29:24.00  -18743.888190   6913.948033  15843.120582  -47.793324
.. .....................  ............  ............  ............  ..........
 27  2016/11/07-12:44:24.00   12285.157602   2561.643090  22194.118045  -46.894237
.. .....................  ............  ............  ............  ..........
 49  2016/11/07-23:30:72.00  -15872.194433  -2118.159157  19841.033790  -52.449268
 50  2016/11/07-24:00:36.00  -11536.022774  -4825.358506  22219.408619  -57.041641

 DN(j): HRT110
  Bj=    40.860417 o    Lj=    29.970083 o    hj=   386.000000 km
  Xj=  4185.062588 km   Yj=  2413.334281 km   Zj=  4150.964535 km

 BN(k): R05      tk=12.74 saat  (Zmin)
 Ajk=   336.491741 o   Zjk=    29.776099 o   Sjk= 19778.496488 km
  Xk= 12285.157602 km   Yk=  2561.643090 km   Zk= 22194.118045 km
 BN(k): R05      tk=20.09 saat (Zmax)
 Ajk=   107.405299 o   Zjk=   159.254020 o   Sjk= 31367.606661 km
  Xk=-18446.496118 km   Yk=  1601.717205 km   Zk=-17553.426170 km
```



Şekil A. R05 (GLONASS) numaralı udunun **HRT110** konumna gore gözlem penceresi (Bütün hareketi gözükecek şekilde çizilmiştir)

7. POLİNOMSAL DÖNÜŞÜM

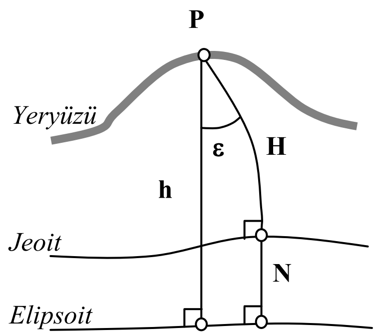
Polinomsal dönüşümler aralarındaki geometrik ilişkinin bilinmediği iki koordinat yada yükseklik sistemi arasındaki veya hızları bilinen noktalardan yararlanarak hızların bilinmediği diğer noktaların hızlarının kestirilmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Genel polinomsal dönüşüm bağıntısı;

$$\chi_k = \sum_{j=0}^{d} \sum_{i=0}^{d} a_{ij} x_k^i y_k^j \qquad \chi_k = \{X_k, Y_k, Z_k, N_k, V_{X_k}, V_{Y_k}, V_{Z_k}\}$$

şeklindedir. Bağıntıda d; polinomun derecesi, x_k, y_k; Gauss-Kruger (projeksiyon) koordinatları, a_{ij}; bilinmeyen katsayılar, $X_k, Y_k, (Z_k)$; dönüşen projeksiyon (3B kartezyen) koordinatları, N_k; jeoit yükseklikleri (ondülasyonları), $V_{X_k}, V_{Y_k}, V_{Z_k}$; nokta konum hızlarını göstermektedir.

7.1. 1B Dönüşüm (Yükseklik Dönüşümü, GNSS Nivelmanı)

Ortometrik yükseklikleri ve GPS yükseklikleri bilinen eşlenik noktalardan yararlanarak, sadece GPS yükseklikleri bilinen diğer noktaların ortometrik yüksekliklerini bulmaya _GPS Nivelmanı_ yada _Yükseklik Dönüşümü_ adı verilir.



ε	P noktasındaki Çekül Sapması
h	P noktasının Elipsoit Yüksekliği
H	P noktasının Ortometrik Yüksekliği
N	P noktasının Geoit Yüksekliği
x, y	P noktasının Yatay Koordinatları

$$h \approx H \cos\varepsilon + N$$

Pratikte daima $\varepsilon \leq 60''$ olduğunda $\cos\varepsilon > 0.99999996 \approx 1$ olur.

$$h \approx H + N$$

n	Ortak nokta sayısı
$N_i = h_i - H_i$	$i=\{1,2,\ldots,n\}$
$N_i = a + b\,y_i + c\,x_i$	Birinci Derece Doğrusal Geoit yükseklik modeli
$N_i = a + b\,y_i + c\,x_i + d\,y_i\,x_i$	Birinci Derece Eğrisel Geoit yükseklik modeli
$N_i = a + b\,y_i + c\,x_i + d\,y_i\,x_i + e\,y_i^2 + f\,x_i^2$	İkinci Derece Geoit yükseklik modeli

Yükseklik dönüşümünde genellikle polinomsal fonksiyonlar kullanılır. Çalışılan alan büyüdükçe polinomun derecesi artırılmalıdır. 10km yarıçaplı bir alan içerisinde birinci (doğrusal) derece polinom yüzeyi yeterlidir. Birinci derece polinomsal yüzey cep hesaplayıcıları ile kolayca hesaplanabilir.

Jeodezik koordinatlarla (B,L);

$$B_M = \sum_{i=1}^{n} B_i / n \qquad L_M = \sum_{i=1}^{n} L_i / n \qquad \text{Ağırlık merkezinin koordinatları}$$

$$y_i = B_i - B_M \qquad x_i = L_i - L_M \qquad \text{Ağırlık merkezine ötelenmiş koordinatlar}$$

Projeksiyon koordinatlarıyla (x,y);

$$y_M = \sum_{i=1}^{n} y_i / n \qquad x_M = \sum_{i=1}^{n} x_i / n \qquad \text{Ağırlık merkezinin koordinatları}$$

$$y_i = y_i - y_M \qquad x_i = x_i - x_M \qquad \text{Ağırlık merkezine ötelenmiş koordinatlar}$$

$$N_i = a + b\,y_i + c\,x_i \quad i=\{1,2,\ldots,n\}$$

$$\underline{\mathbf{A}}\ \underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{b}} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 \\ 1 & y_2 & x_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & y_n & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdots \\ N_n \end{bmatrix} \qquad \underline{\mathbf{A}}^T\underline{\mathbf{A}}\ \underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{A}}^T\underline{\mathbf{b}} \rightarrow \begin{bmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & [y^2] & [yx] \\ 0 & [yx] & [x^2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [N] \\ [yN] \\ [xN] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = [y^2][x^2] - [yx]^2$$

$$\underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{Q}}\ \underline{\mathbf{A}}^T\underline{\mathbf{b}} \rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/n & 0 & 0 \\ 0 & [x^2]/D & -[yx]/D \\ 0 & -[yx]/D & [y^2]/D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [N] \\ [yN] \\ [xN] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [N]/n \\ \{[x^2][yN] - [yx][xN]\}/D \\ \{[y^2][xN] - [yx][yN]\}/D \end{bmatrix}$$

$$a = \frac{[N]}{n} \qquad b = \frac{[x^2][yN] - [yx][xN]}{D} \qquad c = \frac{[y^2][xN] - [yx][yN]}{D}$$

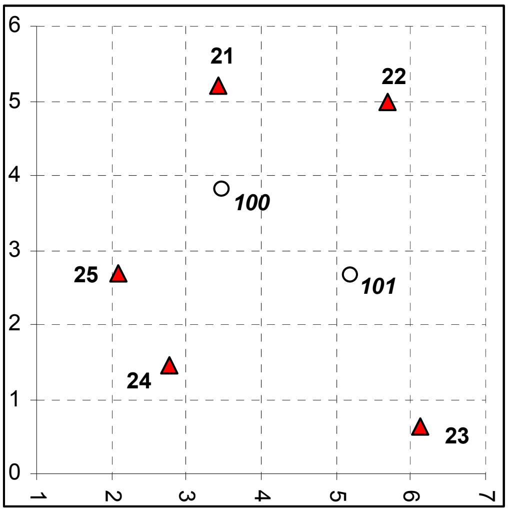
$$v_i = a + b\ y_i + c\ x_i - N_i \quad m_0 = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-3}}$$

$N_k = a + b\ y_k + c\ x_k$ k={1,2, . . ., m}   Yeni Noktaların jeoit yükseklikleri
$H_k = h_k - N_k$ Yeni Noktaların ortometrik yükseklikleri

Uygulama: Aşağıda GPS yükseklikleri ($\mathbf{h_i}$), ortometrik yükseklikleri ($\mathbf{H_i}$) bilinen **21, 22, 23, 24, 25** numaralı noktalardan yararlanarak lineer yükseklik modelindeki ($\mathbf{h_i - H_i = N_i = a + b y_i + c x_i}$) dönüşüm parametrelerini (**a,b,c**) hesaplayınız. Bu dönüşüm parametrelerinden yararlanarak **100 ve 101** numaralı noktaların jeoit yüksekliklerini ve ortometrik yüksekliklerini bulunuz.

Verilenler :

i	NN	y_i [km]	x_i [km]	h_i [m]	H_i [m]
1	21	3.43	5.20	243.29	220.834
2	22	5.70	5.00	24.52	2.042
3	23	6.14	0.63	71.65	49.198
4	24	2.78	1.44	403.73	381.260
5	25	2.10	2.68	36.23	13.747
	ortlm:	*4.03*	*2.99*		
6	100	3.47	3.82	27.97	
7	101	5.21	2.67	45.38	



İsteneler:

a, b, c katsayıları ve H_{100}, H_{101}

Çözüm:

i	NN	y_i [km]	x_i [km]	h_i [m]	H_i [m]	N_i [m]	v_i [m]
1	21	-0.60	2.21	243.29	220.834	22.456	1.66
2	22	1.67	2.01	24.52	2.042	22.478	-1.29
3	23	2.11	-2.36	71.65	49.198	22.452	0.60
4	24	-1.25	-1.55	403.73	381.260	22.470	-0.02
5	25	-1.93	-0.31	36.23	13.747	22.483	-0.94
		0.00	0.00			**[vv]=**	5.6637
						$\mathbf{m_0}$**=**	1.68**cm**

$$\underline{A} = \begin{Vmatrix} 1 & -0.60 & 2.21 \\ 1 & 1.67 & 2.01 \\ 1 & 2.11 & -2.36 \\ 1 & -1.25 & -1.55 \\ 1 & -1.93 & -0.31 \end{Vmatrix} \qquad \underline{x} = \begin{Vmatrix} a \\ b \\ c \end{Vmatrix} \qquad \underline{b} = \begin{Vmatrix} 22.456 \\ 22.478 \\ 22.452 \\ 22.470 \\ 22.483 \end{Vmatrix}$$

$$\underline{A}^T\underline{A} = \begin{Vmatrix} 5.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 12.8884 & -0.4131 \\ 0.0000 & -0.4131 & 16.9924 \end{Vmatrix} \qquad \underline{A}^T\underline{b} = \begin{Vmatrix} 112.3390 \\ -0.0413 \\ 0.0236 \end{Vmatrix}$$

$$\underline{Q} = \begin{Vmatrix} 0.2000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0776 & 0.0019 \\ 0.0000 & 0.0019 & 0.0589 \end{Vmatrix} \qquad \underline{x} = \begin{Vmatrix} a \\ b \\ c \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 22.4678 \\ -0.0032 \\ 0.0013 \end{Vmatrix}$$

$$N_k = 22.4678 - 0.0032\, y_k + 0.0013\, x_k \quad \{k=100,\ 101\}$$

k	NN	y_k [km]	x_k [km]	h_k [m]	N_k [m]	H_k [m]
1	100	-0.56	0.83	27.97	22.47	5.50
2	101	1.18	-0.32	45.38	22.46	22.92

ÖDEV : Matrisle çözülmüş olan bu uygulamayı doğrudan hesaplayabilen bağıntılarla çözünüz.

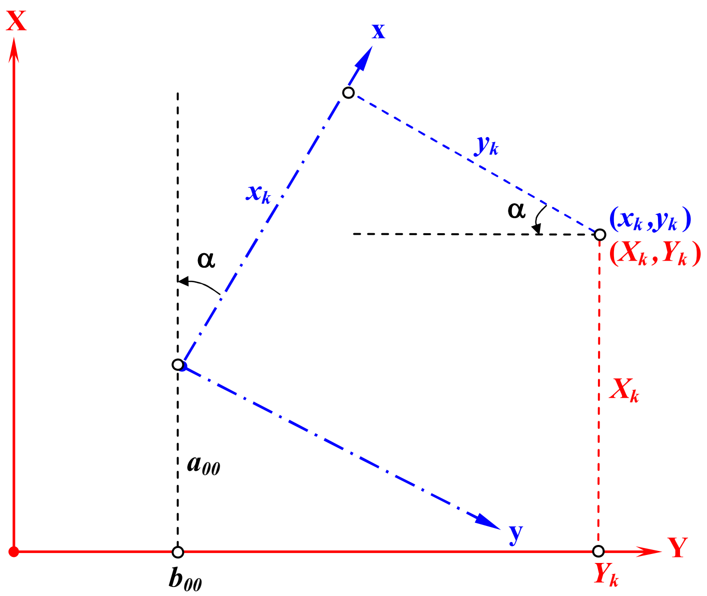
7.2. 2B Benzerlik (Helmert) Dönüşümü

Uygulamada yaygın olarak kullanılan 2B benzerlik (Helmert) ve afin dönüşüm modelleri her bir koordinat çifti için yazılan polinomsal fonksiyonun özel halleridir. Dönüştürülen koordinatlar (*xy*) ve dönüşen koordinatlar (*XY*) olacak şekilde gösterilirse, polinomsal model aşağıdaki gibi yazılır (ŞEKİL 1).

$$X_k = \sum_{j=0}^{d} \sum_{i=0}^{d} a_{ij} x_k^i y_k^j$$

$$Y_k = \sum_{j=0}^{d} \sum_{i=0}^{d} b_{ij} x_k^i y_k^j$$

(3) bağıntılarındaki *d* polinomun derecesini göstermektedir. Bu bağıntılarda $d=1$ alınırsa, bilineer dönüşüm modeli, ek olarak $i+j \leq d$ koşulu eklenirse afin dönüşüm modeli ve bunlara ek olarak $a_{10}=b_{01}$ ve $-a_{01}=b_{10}$ alınırsa benzerlik (Helmert) dönüşüm modeli elde edilir.



ŞEKİL 1 Afin ($\alpha \neq \beta$, $k_x \neq k_y$, $a_{11}=b_{11}=0$) ve benzerlik ($\alpha=\beta$, $k_x=k_y$, $a_{11}=b_{11}=0$) dönüşümü.

Yukarıda genel şekli verilen ve özetlenen 2B dönüşümlerin fonksiyonel modelleri, ayrı başlıklar altında ayrıntılı olarak incelenecektir (ŞEKİL 1).

Benzerlik dönüşümü afin dönüşümün özel bir halidir. Benzerlik dönüşümü hem paralelliği hem de dikliği korur. Dönüşüm sonucunda geometrik şeklin ötelenmişi, ölçeklendirilmişi ve döndürülmüşü elde edilirken benzerliği korunur. Afin dönüşümünde $a_{10}=b_{01}$ ve $a_{01}=-b_{10}$ alınarak benzerlik dönüşüm modeli elde edilir.

$$X_k = a_{00} + a_{10}x_k - b_{10}y_k = a_{00} + \lambda \cos\alpha \; x_k - \lambda \sin\alpha \; y_k$$
$$Y_k = b_{00} + b_{10}x_k + a_{10}y_k = b_{00} + \lambda \sin\alpha \; x_k + \lambda \cos\alpha \; y_k \qquad k = 1,2,\ldots,n$$

Ayrıca bu bağıntılarında polinomsal katsayıların dönüşümün geometrisi ($\lambda=\mu$ ve $\alpha=\beta$) ile ilgili bağıntıları da verilmiştir (ŞEKİL 1).
Yukarıdaki bağıntılarında λ ve α parametreleri sırasıyla her iki eksen yönündeki ölçek ve dönüklüğü, göstermektedir. λ, α biliniyorken a_{10}, b_{10} polinom katsayıları yukarıdaki bağıntılarda verilen ilişkilerden hesaplanır. Polinom katsayıları biliniyorken, ölçek ve dönüklük parametereleri aşağıdaki bağıntılarile bulunur.

$$\lambda = \sqrt{a_{10}^2 + b_{10}^2}$$

$$\alpha = \arctan\left\{\frac{b_{10}}{a_{10}}\right\}$$

Uygulama: 2B yaklaşık WGS84 → ED50 datuma benzerlik dönüşümü sonuçları.

		I. Sistem Koordinatlari		II. Sistem Koordinatlari	
i	N.N.	x (m)	y (m)	X (m)	Y (m)
1	1	4516811.575	412498.698	4516991.120	412531.790
2	2	4519059.719	417229.013	4519239.270	417262.120
3	3	4513579.727	416247.564	4513759.260	416280.650

Helmert Donusum Paremetreleri

```
X = a*x - o*y + tx
Y = o*x + a*y + ty

a = k * cos(A)        o = k * sin(A)
a = 1.00000259        o = 0.00000198

k = 1.000003          A =  0.0001
tx=      168.647      ty=       23.067
```

		Verilen Koordinatlar		Hesaplanan Koordinatlar		Duzeltmeler	
i	N.N.	x (m)	y (m)	X (m)	Y (m)	vx=X-x	vy=Y-x
1	1	4516991.120	412531.790	4516991.124	412531.786	.0045	-.0040
2	2	4519239.270	417262.120	4519239.265	417262.118	-.0051	-.0016
3	3	4513759.260	416280.650	4513759.261	416280.656	.0006	.0056

[vx2+vy2] = 0.0001 f = 2 mo = 0.0069

Olcek Parametresinin Testi

1 / 385408.65 <= 1 / 50000.00 --> 0.26ppm

F - Dagilimine gore olcek testi
Tolc=3.87 <= F(1, 2 , 0.95) =10.48 --> Olcek parametresi anlamsizdir

t - Dagilimine gore olcek testi
Tolc=1.97 <= t(2 , 0.975) =4.27 --> Olcek parametresi anlamsizdir

Koordinatlarin Tek Tek Uyusum Testi

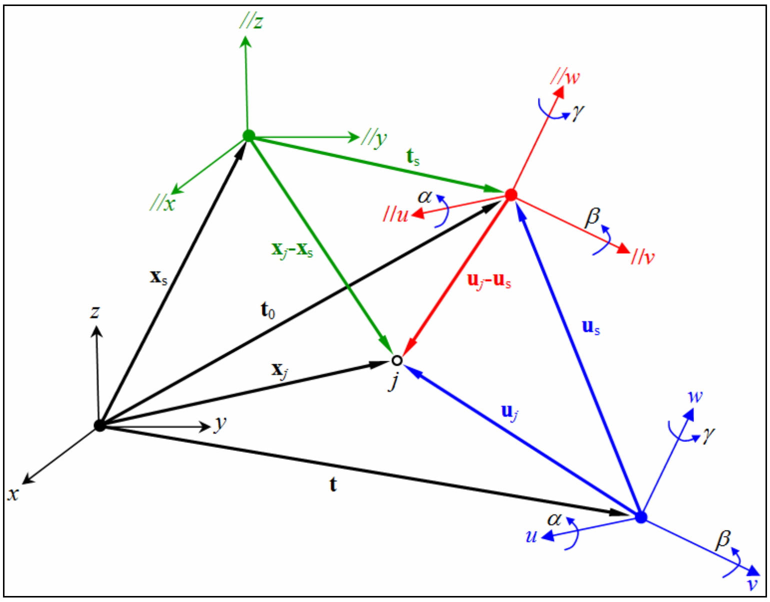
i	N.N.	vx(m)	qvx	svx0	mvx	Tvx	vy(m)	qvy	svy0	mvy	Tvy
1	1	.004	.374	.007	.004	1.11	-.004	.374	.007	.004	0.90
2	2	-.005	.295	.003	.002	3.20	-.002	.295	.009	.005	0.31
3	3	.001	.331	.010	.006	0.11	.006	.331	.001	.001	8.80

(*) Olan nokta uyusumsuzdur.
t(2*n-4-1,1- 0.05 /2n) = t(1 , 0.991666666666667) = 27.79

		I. Sistem Koordinatlari		II. Sistem Koordinatlari	
i	N.N.	x (m)	y (m)	X (m)	Y (m)
1	1	4516811.575	412498.698	4516991.120	412531.790
2	2	4519059.719	417229.013	4519239.270	417262.120
3	3	4513579.727	416247.564	4513759.260	416280.650
4	4	4514074.735	414856.000	4514254.273	414889.089
5	5	4514074.441	413899.700	4514253.980	413932.787
6	6	4515169.738	415205.200	4515349.278	415238.292

7.4. 3B Benzerlik (Helmert) Dönüşümü

3B benzerlik dönüşümü genellikle yersel datumlar arasında uygulanır. Bu tür datumlar arasındaki dönüşümlerde sırasıyla X, Y ve Z eksenleri etrafındaki dönüklükler α≈β≈γ≈0 ve ölçek katsayısı k≈1 dir.



Şekil 3B Dönüşümlerin Geometrik Yapısı

$$\mathbf{u}_j = \begin{bmatrix} u_j & v_j & w_j \end{bmatrix}^T \text{ , } \mathbf{x}_j = \begin{bmatrix} x_j & y_j & z_j \end{bmatrix}^T \text{ , } j \in \{1,2,\ldots,n\}$$

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x & t_y & t_z \end{bmatrix}^T \text{ , } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \text{ , } \lambda = 1 + \Delta$$

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{t} + \lambda\, \mathbf{R}\, \mathbf{u}_j$$ Bursa-Wolf

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \gamma \end{bmatrix}^T \text{ , } \mathbf{D}_j = \begin{bmatrix} 0 & -w_j & v_j \\ w_j & 0 & -u_j \\ -v_j & u_j & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_j - \mathbf{u}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{D}_j & \mathbf{u}_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ \boldsymbol{\alpha} \\ \Delta \end{bmatrix}$$ Bursa-Wolf Çözüm

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{t}_0 + \lambda\, \mathbf{R}\, \bar{\mathbf{u}}_j$$ Molodensky-Badekas

$$\bar{\mathbf{u}}_j = \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_s \text{ , } \bar{\mathbf{x}}_j = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_s \text{ , } \bar{\mathbf{t}}_0 = \mathbf{t}_0 - \mathbf{u}_s \text{ , } \bar{\mathbf{D}}_j = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{w}_j & \bar{v}_j \\ \bar{w}_j & 0 & -\bar{u}_j \\ -\bar{v}_j & \bar{u}_j & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_j - \mathbf{u}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \overline{\mathbf{D}}_j & \overline{\mathbf{u}}_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{t}}_0 \\ \boldsymbol{\alpha} \\ \Delta \end{bmatrix}$$

Molodensky-Badekas 1. Çözüm $\{ \mathbf{t} = \mathbf{u}_s + \bar{\mathbf{t}}_0 - \lambda \, \mathbf{R} \, \mathbf{u}_s \}$

$$\mathbf{x}_j - \overline{\mathbf{u}}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \overline{\mathbf{D}}_j & \overline{\mathbf{u}}_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t}_0 \\ \boldsymbol{\alpha} \\ \Delta \end{bmatrix}$$

Molodensky-Badekas 2. Çözüm $\{ \mathbf{t} = \mathbf{t}_0 - \lambda \, \mathbf{R} \, \mathbf{u}_s \}$

$$\overline{\mathbf{x}}_j = \mathbf{t}_s + \lambda \, \mathbf{R} \, \overline{\mathbf{u}}_j$$

Merkeze Ötelenmiş Model $\{ \mathbf{t}_s \approx \mathbf{0} \}$

$$\overline{\mathbf{x}}_j - \overline{\mathbf{u}}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \overline{\mathbf{D}}_j & \overline{\mathbf{u}}_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t}_s \\ \boldsymbol{\alpha} \\ \Delta \end{bmatrix}$$

Merkeze Ötelenmiş Çözüm $\{ \mathbf{t} = \mathbf{x}_s + \mathbf{t}_s - \lambda \, \mathbf{R} \, \mathbf{u}_s \}$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1(\alpha) \, \mathbf{R}_2(\beta) \, \mathbf{R}_3(\gamma)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\gamma & \cos\beta \sin\gamma & -\sin\beta \\ \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma - \cos\alpha \sin\gamma & \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma + \cos\alpha \cos\gamma & \sin\alpha \cos\beta \\ \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma + \sin\alpha \sin\gamma & \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma - \sin\alpha \cos\gamma & \cos\alpha \cos\beta \end{bmatrix}$$

$$\chi_s = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \chi_j \qquad \chi \in \{x, y, z, u, v, w\}$$

$\mathbf{x} = \mathbf{t} + \lambda \, \mathbf{R} \, \mathbf{u}$ 3B benzerlik dönüşüm bağıntısı

$\mathbf{x} = \mathbf{t} + \lambda \, \mathbf{R}_1(\alpha) \, \mathbf{R}_2(\beta) \, \mathbf{R}_3(\gamma) \, \mathbf{u}$ 3B benzerlik dönüşüm bağıntısı

$\alpha \approx \beta \approx \gamma \approx 0$ olduğundan bu açıların kosinüsleri ~1, sinüsleri de açıların raydan değerlerine eşit ve $\alpha \, \beta \approx \alpha \, \gamma \approx \beta \, \gamma \approx 0$ olur.

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1(\alpha) \, \mathbf{R}_2(\beta) \, \mathbf{R}_3(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \\ 0 & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ -\gamma & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki kapalı 3B-benzerlik dönüşüm bağıntısı açık olarak yazılırsa aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -W_j & V_j & U_j \\ 0 & 1 & 0 & W_j & 0 & -U_j & V_j \\ 0 & 0 & 1 & -V_j & U_j & 0 & W_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \lambda \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki model her bir datum parametre grubunun (ötelemeler, dönüklükler ve ölçek) katsayılar matrisleri modelin katsayılar matrislerinin alt matrisleri şeklinde yeniden düzenlenirse aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{D} & \mathbf{u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ \boldsymbol{\alpha} \\ \lambda \end{bmatrix} = \mathbf{t} + \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{u}\,\lambda$$

Bu modelde $\lambda = 1 + \Delta$ olarak alınırsa $\mathbf{x} = \mathbf{t} + \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{u}\,(1 + \Delta)$ olarak elde edilir. Denklem birimlere göre yeniden düzenlenerek;

$$\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_j \\ V_j \\ W_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -W_j/\rho^{cc} & V_j/\rho^{cc} & U_j/10^6 \\ 0 & 1 & 0 & W_j/\rho^{cc} & 0 & -U_j/\rho^{cc} & V_j/10^6 \\ 0 & 0 & 1 & -V_j/\rho^{cc} & U_j/\rho^{cc} & 0 & W_j/10^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \\ \alpha^{cc} \\ \beta^{cc} \\ \gamma^{cc} \\ \Delta_{ppm} \end{bmatrix}$$

modeli elde edilir. Bu model hem ilk koordinatlara göre yazılmış ve hem de yuvarlatma hatalarının hesaplanan parametrelerdeki etkileri azaltılmış olur. Ağırlık merkezine ötelenmiş koordinatlar kullanılırsa, orijinal modele göre korelasyon kayıpları olmasına rağmen, yuvarlatma hatalarının etkilerinin daha da azaltılmasına yardımcı olacağı açıktır.

Uygulama: Beş adet eşlenik noktadan yararlanarak, **Bursa-Wolf** dönüşüm katsayılarını, bunların duyarlıklarını ve uyuşumsuz nokta testi için gerekli olan test büyüklüklerini hesaplayınız (Yönetmelikte istenen birim ölçünün soncul değer $\sigma_0 = \pm 3$**cm**'dir).

	WGS84			ITRF08		
NN	**U** [m]	**V** [m]	**W** [m]	**X** [m]	**Y** [m]	**Z** [m]
N1	4242664.7158	2445911.5376	4072699.6496	4242741.4383	2445896.7885	4072677.1848
N2	4241932.2373	2466461.2238	4061241.3849	4242009.1742	2466446.4146	4061218.6811
N3	4240592.4087	2446096.5011	4074739.9490	4240669.1224	2446081.6574	4074717.5254
N4	4237589.8400	2451171.9849	4074848.9157	4237666.6161	2451157.2501	4074826.4581
N5	4239778.5272	2435273.7728	4081959.4385	4239855.1148	2435259.0062	4081937.1407

ÇÖZÜM

Bursa-Wolf

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{t} + \lambda\,\mathbf{R}\,\mathbf{u}_j \;\rightarrow\; \begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix} + (1+\Delta) \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_j \\ V_j \\ W_j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_j \\ V_j \\ W_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -W_j/\rho^{cc} & V_j/\rho^{cc} & U_j/10^6 \\ 0 & 1 & 0 & W_j/\rho^{cc} & 0 & -U_j/\rho^{cc} & V_j/10^6 \\ 0 & 0 & 1 & -V_j/\rho^{cc} & U_j/\rho^{cc} & 0 & W_j/10^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \\ \alpha^{cc} \\ \beta^{cc} \\ \gamma^{cc} \\ \Delta_{ppm} \end{bmatrix}$$

Düzeltme Denklemleri

y [m]		**A** [ ]			[m/cc]			[m/ppm]	**x**	
76.72		1	0	0	0	-6.3974	3.8420	4.2427	t_X	[m]
-14.75		0	1	0	6.3974	0	-6.6644	2.4459	t_Y	
-22.46		0	0	1	-3.8420	6.6644	0	4.0727	t_Z	
76.94		1	0	0	0	-6.3794	3.8743	4.2419	α	[cc]
-14.81		0	1	0	6.3794	0	-6.6632	2.4665	β	
-22.70		0	0	1	-3.8743	6.6632	0	4.0612	γ	
76.71		1	0	0	0	-6.4006	3.8423	4.2406	Δ	[ppm]
-14.84	=	0	1	0	6.4006	0	-6.6611	2.4461		
-22.42		0	0	1	-3.8423	6.6611	0	4.0747		
76.78		1	0	0	0	-6.4008	3.8503	4.2376		
-14.73		0	1	0	6.4008	0	-6.6564	2.4512		
-22.46		0	0	1	-3.8503	6.6564	0	4.0748		
76.59		1	0	0	0	-6.4119	3.8253	4.2398		
-14.77		0	1	0	6.4119	0	-6.6598	2.4353		
-22.30		0	0	1	-3.8253	6.6598	0	4.0820		

Normal Denklemler

A^TA							**x**		A^Ty
5.00	0.00	0.00	0.00	-31.99	19.23	21.20	t_X		383.74
0.00	5.00	0.00	31.99	0.00	-33.30	12.24	t_Y		-73.90
0.00	0.00	5.00	-19.23	33.30	0.00	20.37	t_Z		-112.35
0.00	31.99	-19.23	278.67	-128.12	-213.08	0.00	α	=	-40.64
-31.99	0.00	33.30	-128.12	426.52	-123.06	0.00	β		-3203.49
19.23	-33.30	0.00	-213.08	-123.06	295.84	0.00	γ		1968.46
21.20	12.24	20.37	0.00	0.00	0.00	202.85	Δ		988.65

Bilinmeyenlerin Ters Ağırlık Matrisi

$$
Q=(A^TA)^{-1}=\left[\begin{array}{rrr|rrr|r}
\underline{908593.67} & -451715.34 & -618527.32 & 5449.01 & 99431.74 & -64641.49 & -5603.60 \\
-451715.34 & \underline{293641.08} & 325961.62 & -6424.92 & -50667.62 & 36722.65 & -3236.19 \\
-618527.32 & 325961.62 & \underline{501573.77} & -1809.94 & -73054.30 & 45218.62 & -5382.37 \\
\hline
5449.01 & -6424.92 & -1809.94 & \underline{580.68} & 607.08 & -406.81 & 0.00 \\
99431.74 & -50667.62 & -73054.30 & 607.08 & \underline{11318.10} & -7023.52 & 0.00 \\
-64641.49 & 36722.65 & 45218.62 & -406.81 & -7023.52 & \underline{5122.35} & 0.00 \\
\hline
-5603.60 & -3236.19 & -5382.37 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & \underline{1321.44}
\end{array}\right]
$$

Bilinmeyenler ve Duyarlıkları

	x	Birim	q_X	m_X
t_X	14.7350	m	908593.67	35.51
t_Y	-13.6289	m	293641.08	20.19
t_Z	-13.0108	m	501573.77	26.38
α	5.6676	cc	580.68	0.90
β	-1.4872	cc	11318.10	3.96
γ	7.6252	cc	5122.35	2.67
Δ	5.4626	ppm	1321.44	1.35

Düzeltmeler ve Uyuşumsuz Ölçüler Testi

v [m]	Q_v [ ]			R [m²]	T [ ]	$F_{\{r,f,\alpha\}}$ [ ]	$P(F_{\{T,1,f\}})$
-0.0011	0.6278	-0.0882	-0.1487			4.07	95.00%
-0.0777	-0.0882	0.7304	-0.0856	0.0085	2.03		81.21%
0.0154	-0.1487	-0.0856	0.6370				
-0.0001	0.1931	-0.0083	-0.0140				
0.0014	-0.0083	0.2032	-0.0079	0.0006	0.14		6.88%
0.0106	-0.0140	-0.0079	0.1946				
0.0034	0.7837	-0.0011	-0.0018				
0.0609	-0.0011	0.7848	-0.0011	0.0049	1.18		62.29%
-0.0114	-0.0018	-0.0011	0.7836				
-0.0144	0.5097	-0.1526	-0.2575				
0.0167	-0.1526	0.6917	-0.1463	0.0016	0.39		23.96%
-0.0150	-0.2575	-0.1463	0.5315				
0.0123	0.4416	-0.0032	-0.0053				
-0.0013	-0.0032	0.4454	-0.0030	0.0003	0.08		3.24%
0.0004	-0.0053	-0.0030	0.4421				

Model Testi

$v^Tv=$ 0.0111 [m²]

$m_0=$ 0.0373 [m]

$\sigma_0=$ 0.0300 [m]

	Test	Tablo
T=	12.34	15.51
P(T)=	86.32%	95.00%

Bursa-Wolf Dönüşüm Parametreleri

$$
\mathbf{x}_j = \mathbf{t} + \lambda \; \mathbf{R} \; \mathbf{u}_j
$$

$$
\begin{vmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 14.7350 \\ -13.6289 \\ -13.0108 \end{vmatrix} + 1.000005463 \begin{vmatrix} 1 & 1.19776E-05 & 2.33605E-06 \\ -1.19776E-05 & 1 & 8.90271E-06 \\ -2.33605E-06 & -8.90271E-06 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_j \\ V_j \\ W_j \end{vmatrix}
$$

Uygulama: Beş adet eşlenik noktadan yararlanarak, **Moledensky-Badekas** dönüşüm katsayılarını, bunların duyarlıklarını ve uyuşumsuz nokta testi için gerekli olan test büyüklüklerini hesaplayınız (Yönetmelikte istenen birim ölçünün soncul değer **σ_0=±3cm**'dir).

	WGS84			ITRF08		
NN	u	v	w	x	y	z
N1	4242664.7158	2445911.5376	4072699.6496	4242741.4383	2445896.7885	4072677.1848
N2	4241932.2373	2466461.2238	4061241.3849	4242009.1742	2466446.4146	4061218.6811
N3	4240592.4087	2446096.5011	4074739.9490	4240669.1224	2446081.6574	4074717.5254
N4	4237589.8400	2451171.9849	4074848.9157	4237666.6161	2451157.2501	4074826.4581
N5	4239778.5272	2435273.7728	4081959.4385	4239855.1148	2435259.0062	4081937.1407

Dönüştürülen Sistemin (WGS84) Ağırlık Merkezi Koordinatları

NN	u_S	v_S	w_S
S	4240511.5458	2448983.0040	4073097.8675

Dönüştürülen Sistemin (WGS84) Ağırlık Merkezine Ötelenmiş Koordinatları

NN	$u-u_S$	$v-v_S$	$w-w_S$
N1	2153.1700	-3071.4664	-398.2179
N2	1420.6915	17478.2198	-11856.4826
N3	80.8629	-2886.5029	1642.0815
N4	-2921.7058	2188.9809	1751.0482
N5	-733.0186	-13709.2312	8861.5710

ÇÖZÜM

$\mathbf{x}_j = \mathbf{t}_0 + \lambda\,\mathbf{R}\,(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_s)$ Molodensky-Badekas $\{\mathbf{t} = \mathbf{t}_0 - \lambda\,\mathbf{R}\,\mathbf{u}_s\}$

$$\overline{U}_j = U_j - U_S\ ,\ \overline{V}_j = V_j - V_S\ ,\ \overline{W}_j = W_j - W_S$$

$\tilde{\mathbf{t}}_0 = \mathbf{t}_0 - \mathbf{u}_s$; Modelden Kestirilen Ötelemeler $\mathbf{t} = \mathbf{u}_s + \tilde{\mathbf{t}}_0 - \lambda\,\mathbf{R}\,\mathbf{u}_s$

$$\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_j \\ V_j \\ W_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\overline{W}_j/\rho^{cc} & \overline{V}_j/\rho^{cc} & \overline{U}_j/10^6 \\ 0 & 1 & 0 & \overline{W}_j/\rho^{cc} & 0 & -\overline{U}_j/\rho^{cc} & \overline{V}_j/10^6 \\ 0 & 0 & 1 & -\overline{V}_j/\rho^{cc} & \overline{U}_j/\rho^{cc} & 0 & \overline{W}_j/10^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{t}_{0x} \\ \tilde{t}_{0y} \\ \tilde{t}_{0z} \\ \alpha^{cc} \\ \beta^{cc} \\ \gamma^{cc} \\ \Delta_{ppm} \end{bmatrix}$$

y		A							x	
[cm]		[ ]			[cm/cc]			[cm/ppm]		
7672.25		1	0	0	0	0.0626	-0.4825	0.2153	t_{0x}	[cm]
-1474.91		0	1	0	-0.0626	0	-0.3382	-0.3071	t_{0y}	
-2246.48		0	0	1	0.4825	0.3382	0	-0.0398	t_{0z}	
7693.69		1	0	0	0	1.8624	2.7455	0.1421	α	[cc]
-1480.92		0	1	0	-1.8624	0	-0.2232	1.7478	β	
-2270.38		0	0	1	-2.7455	0.2232	0	-1.1856	γ	
7671.37		1	0	0	0	-0.2579	-0.4534	0.0081	Δ	[ppm]
-1484.37	=	0	1	0	0.2579	0	-0.0127	-0.2887		
-2242.36		0	0	1	0.4534	0.0127	0	0.1642		
7677.61		1	0	0	0	-0.2751	0.3438	-0.2922		
-1473.48		0	1	0	0.2751	0	0.4589	0.2189		
-2245.76		0	0	1	-0.3438	-0.4589	0	0.1751		
7658.76		1	0	0	0	-1.3920	-2.1534	-0.0733		
-1476.66		0	1	0	1.3920	0	0.1151	-1.3709		
-2229.78		0	0	1	2.1534	-0.1151	0	0.8862		

Dönüşüm Parametreleri ve Ters Ağırlık Matrisi

x	Q						
7674.7360	0.2000	0	0	0	0	0	0
-1478.0680	0	0.2000	0	0	0	0	0
-2246.9520	0	0	0.2000	0	0	0	0
-5.6676	0	0	0	0.0581	0.0607	-0.0407	0
1.4872	0	0	0	0.0607	1.1318	-0.7024	0
-7.6252	0	0	0	-0.0407	-0.7024	0.5122	0
5.4626	0	0	0	0	0	0	0.1321

Dönüşüm Parametreleri, Duyarlıkları ve Anlamlılık testleri

x		x	± m_X [cm]	R [cm^2]	T [ ]	$F_{\{1-\alpha,1,f\}}$ [ ]	$P(F_{\{T,1,f\}})$ [ ]	$P(F_{\{F,1,f\}})$	Karar
t_{0x}	[cm]	7674.7360	1.67	294507863.35	21220069.41	5.32	100.00%	95.00%	Anlamlı
t_{0y}		-1478.0680	1.67	10923425.06	787061.63		100.00%		Anlamlı
t_{0z}		-2246.9520	1.67	25243966.45	1818894.46		100.00%		Anlamlı
α		5.6676	0.90	553.18	39.86		99.98%		Anlamlı
β	[cc]	-1.4872	3.96	1.95	0.14		28.28%		Anlamsız
γ		7.6252	2.67	113.51	8.18		97.88%		Anlamlı
Δ	[ppm]	5.4626	1.35	225.82	16.27		99.62%		Anlamlı

Düzeltmeler ve Uyuşumsuz Ölçü Testi

NN	v [cm]	Q_v [ ]			R [cm^2]	T [ ]	$F_{\{r,f,a\}}$ [ ]	$P(F_{\{T,1,f\}})$ [ ]
	-0.11	0.6278	-0.0882	-0.1487			4.07	95.00%
N1	-7.77	-0.0882	0.7304	-0.0856	84.64	2.03		81.21%
	1.54	-0.1487	-0.0856	0.6370				
	-0.01	0.1931	-0.0083	-0.0140				
N2	0.14	-0.0083	0.2032	-0.0079	5.96	0.14		6.88%
	1.06	-0.0140	-0.0079	0.1946				
	0.34	0.7837	-0.0011	-0.0018				
N3	6.09	-0.0011	0.7848	-0.0011	49.06	1.18		62.29%
	-1.14	-0.0018	-0.0011	0.7836				
	-1.44	0.5097	-0.1526	-0.2575				
N4	1.67	-0.1526	0.6917	-0.1463	16.44	0.39		23.96%
	-1.50	-0.2575	-0.1463	0.5315				
	1.23	0.4416	-0.0032	-0.0053				
N5	-0.13	-0.0032	0.4454	-0.0030	3.44	0.08		3.24%
	0.04	-0.0053	-0.0030	0.4421				

$v^Tv=$ 111.03 [cm^2]

$m_0=$ 3.73 [cm]

$\sigma_0=$ 3.00 [cm]

Model Testi

	Test	Tablo
T=	12.34	15.51
P(T)=	86.32%	95.00%

Bursa-Wolf Ötelemeleri (t)

$$\lambda = 1.00000546 \qquad \mathbf{R} = \begin{vmatrix} 1 & 1.19776E\text{-}05 & 2.33605E\text{-}06 \\ -1.19776E\text{-}05 & 1 & 8.90271E\text{-}06 \\ -2.33605E\text{-}06 & -8.90271E\text{-}06 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{t}_0 = \begin{vmatrix} 76.7474 \\ -14.7807 \\ -22.4695 \end{vmatrix} m \qquad \mathbf{u}_s = \begin{vmatrix} 4240511.5458 \\ 2448983.0040 \\ 4073097.8675 \end{vmatrix} m$$

$$\mathbf{t=u_s+t}_0 - \lambda\ \mathbf{R}\ u_s = \begin{vmatrix} 14.7348 \\ -13.6288 \\ -13.0106 \end{vmatrix} m$$

7.4. Hız Dönüşüm (4. Boyutta Dönüşüm)

a) Mutlak Koordinatlar ile Hız Dönüşüm Parametrelerinin Kestirimi

C1, C2, C3 derece noktaların hızları, TUTGA noktalarının hızlarına bağlı olarak genellikle üç boyutlu birinci dereceden bir yüzey modeliyle kestirilmektedir. Kartezyen koordinatları ve hız bileşenleri bilinen herhangi bir TUTGA noktası için bu model aşağıdaki gibi ifade edilir. Ayrıntılı bilgi için (Kurt vd., 2007) ye bakınız.

$$\begin{bmatrix} X & Y & Z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & Y & Z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & Y & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix}$$

Yukarıda verilen açık gösterim, Kronecker çarpımının özelliklerinden yararlanılarak aşağıdaki gibi kapalı (matris-vektör biçiminde) yazılır.

$$\left(\mathbf{I}_{3\times3} \otimes \mathbf{X} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix} = \mathbf{V}$$

Bağıntılarda geçen büyüklükler aşağıda açıklanmıştır.

$\mathbf{V} = [V_X \quad V_Y \quad V_Z]^T$ TUTGA noktasının referans anındaki hız vektörü

$\mathbf{X} = [X \quad Y \quad Z]^T$ TUTGA noktasının referans anındaki 3B kartezyen koordinatları

$\mathbf{a} = [a_X \quad a_Y \quad a_Z]^T$ *X* koordinatı yönündeki hız parametreleri

$\mathbf{b} = [b_X \quad b_Y \quad b_Z]^T$ *Y* koordinatı yönündeki hız parametreleri

$\mathbf{c} = [c_X \quad c_Y \quad c_Z]^T$ *Z* koordinatı yönündeki hız parametreleri

$\mathbf{I}_{3\times3}$ Birim matris

n adet TUTGA noktası için normal denklemler aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\left(\mathbf{I}_{3\times3} \otimes \sum_{k=1}^{n} \mathbf{X}_k^T \mathbf{X}_k \right) \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \mathbf{V}_k \otimes \mathbf{X}_k$$

Bu eşitliğinin tek anlamlı çözülebilmesi için en az üç adet TUTGA noktasına ihtiyaç vardır. Normal denklemler çözülerek hız kestirim parametreleri bulunur.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix} = \left(\mathbf{I}_{3\times3} \otimes \mathbf{Q}_{3\times3} \right) \sum_{k=1}^{n} \mathbf{V}_k \otimes \mathbf{X}_k \tag{5}$$

$$\mathbf{Q}_{3\times3} = \left(\sum_{k=1}^{n} \mathbf{X}_k^T \mathbf{X}_k \right)^{-1} \tag{6}$$

Hesaplanan hız kestirim parametreleri ile *m* adet yeni C derece noktanın hız bileşenleri, aşağıdaki bağıntıyla hesaplanır.

$$\mathbf{V}_j = \left(\mathbf{I}_{3\times 3} \otimes \mathbf{X}_j\right)\begin{bmatrix}\mathbf{a}\\ \mathbf{b}\\ \mathbf{c}\end{bmatrix} \qquad j=1,2,\ldots,m$$

TUTGA noktasının hız bileşenleri için düzeltmeler aşağıdaki gibi bulunur.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \begin{bmatrix}\varepsilon_X\\ \varepsilon_Y\\ \varepsilon_Z\end{bmatrix} = \left(\mathbf{I}_{3\times 3} \otimes \mathbf{X}_k\right)\begin{bmatrix}\mathbf{a}\\ \mathbf{b}\\ \mathbf{c}\end{bmatrix} - \mathbf{V}_k$$

$$\sigma_0 = \pm\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{\varepsilon}_k^T \boldsymbol{\varepsilon}_k}{3(n-3)}} \qquad (n > 3)$$

Hız parametrelerinin kestirimi için yukarıda oluşturulan model, ötelenmiş 3B kartezyen koordinatlara göre oluşturulmalıdır.

$$\begin{bmatrix}x & y & z\end{bmatrix}_k^T = \begin{bmatrix}\dfrac{X}{X_0} & \dfrac{Y}{Y_0} & \dfrac{Z}{Z_0}\end{bmatrix}_k^T \qquad (k=1,2,\ldots,n)$$

Yukarıdaki eşitlikte X_0, Y_0 ve Z_0 TUTGA noktalarının ağırlık merkezi koordinatlarıdır. Kondisyon sorunu çözebilmek için eşitliklerde normlandırılmış koordinatlar kullanılmalıdır (Kurt vd., 2007).

b) BÖHYY Önerilen Hız Dönüşüm Parametrelerinin Kestirimi

Yönetmelikteki hız dönüşümü, projeksiyon koordinatlarına dayalı olarak doğrusal polinomsal

$$\begin{bmatrix}1 & x & y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{a}\\ \mathbf{b}\\ \mathbf{c}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}V_X\\ V_Y\\ V_Z\end{bmatrix}$$

$\mathbf{V} = \begin{bmatrix}V_X & V_Y & V_Z\end{bmatrix}^T$	TUTGA noktasının referans anındaki hız vektörü
$\mathbf{x} = \begin{bmatrix}1 & x & y\end{bmatrix}^T$	Projeksiyon koordinatları
$\mathbf{a} = \begin{bmatrix}a_0 & a_x & a_y\end{bmatrix}^T$	*X* koordinatı yönündeki hız parametreleri
$\mathbf{b} = \begin{bmatrix}b_0 & b_x & b_y\end{bmatrix}^T$	*Y* koordinatı yönündeki hız parametreleri
$\mathbf{c} = \begin{bmatrix}c_0 & c_x & c_y\end{bmatrix}^T$	*Z* koordinatı yönündeki hız parametreleri
$\mathbf{I}_{3\times 3}$	3×3 Boyutlu birim matris

n adet TUTGA noktası için normal denklemler aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\left(\mathbf{I}_{3\times 3} \otimes \sum_{k=1}^{n} \mathbf{x}_k^T \mathbf{x}_k\right)\begin{bmatrix}\mathbf{a}\\ \mathbf{b}\\ \mathbf{c}\end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \mathbf{V}_k \otimes \mathbf{x}_k$$

Bu eşitliğinin tek anlamlı çözülebilmesi için en az üç adet TUTGA noktasına ihtiyaç vardır. Normal denklemler çözülerek hız kestirim parametreleri bulunur.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix} = \left(\mathbf{I}_{3\times3} \otimes \mathbf{Q}_{3\times3}\right) \sum_{k=1}^{n} \mathbf{V}_k \otimes \mathbf{x}_k \tag{5}$$

$$\mathbf{Q}_{3\times3} = \left(\sum_{k=1}^{n} \mathbf{x}_k^T \mathbf{x}_k \right)^{-1} \tag{6}$$

Kroneker Çarpımı

$\mathbf{A}_{n\times m}$ ve $\mathbf{B}_{p\times q}$ her hangi iki matris olmak üzere, Kronoker çarpımı aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\mathbf{A}_{n\times m} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}_{p\times q} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1q} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2q} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{p1} & b_{p2} & \cdots & b_{pqm} \end{bmatrix}$$

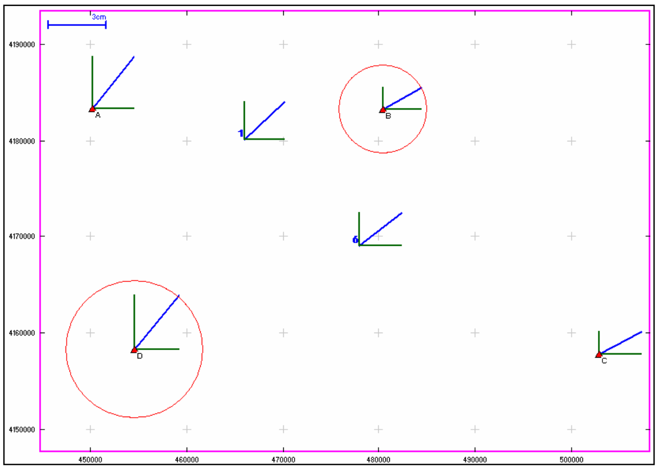
$$\mathbf{C}_{np\times mq} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B}_{p\times q} & a_{12}\mathbf{B}_{p\times q} & \cdots & a_{1m}\mathbf{B}_{p\times q} \\ a_{21}\mathbf{B}_{p\times q} & a_{22}\mathbf{B}_{p\times q} & \cdots & a_{2m}\mathbf{B}_{p\times q} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1}\mathbf{B}_{p\times q} & a_{n2}\mathbf{B}_{p\times q} & \cdots & a_{nm}\mathbf{B}_{p\times q} \end{bmatrix}$$

Uygulama: Hızları 2005 epoğuna göre verilen A, B, C, D noktalarından yararlanarak, 1 ve 6 numaralı noktaların 2005 epoğundaki koordinatlarını ve hızlarını hesaplayınız.

NN	X [m]	Y [m]	Z [m]	V_X[m/y]	V_Y[m/y]	V_Z[m/y]	Epok[y]
D	3963183.6846	3150884.4822	3866913.9959	-.0337	.0023	.0153	2005.0
A	3954144.9596	3137945.8715	3886675.9273	-.0349	.0002	.0131	2005.0
C	3933238.8695	3188704.0588	3866569.1434	-.0205	.0115	.0085	2005.0
B	3935261.2895	3161544.6942	3886709.5682	-.0191	.0100	.0078	2005.0

Epok: 30 6 2007

NN	X [m]	Y [m]	Z [m]
1	3945822.9834	3151448.3755	3884209.8355
6	3943349.0253	3164950.7066	3875256.7617



Çözüm:

```
    3n =    12
    3u =     9
3(n-u)=     3
    vv =     0.000026 (m/y)2
    m0 =     0.002956 m/y
```

```
********************************
  HIZLARI BILINEN SABIT NOKTALAR
********************************
```

SN	NN	X(to) [m] Y(to) [m] Z(to) [m]	to	Vx[m/y] Vy[m/y] Vz[m/y]	t	dx [m] dy [m] dz [m]	X(t) [m] Y(t) [m] Z(t) [m]
		3963183.6846		-0.0337		-0.0842	3963183.6004
1	D	3150884.4822	2005.00	0.0023	2007.50	0.0057	3150884.4879
		3866913.9959		0.0153		0.0382	3866914.0341
		3954144.9596		-0.0349		-0.0872	3954144.8724
2	A	3137945.8715	2005.00	0.0002	2007.50	0.0005	3137945.8720
		3886675.9273		0.0131		0.0327	3886675.9600
		3933238.8695		-0.0205		-0.0512	3933238.8183
3	C	3188704.0588	2005.00	0.0115	2007.50	0.0287	3188704.0875
		3866569.1434		0.0085		0.0212	3866569.1646
		3935261.2895		-0.0191		-0.0477	3935261.2418
4	B	3161544.6942	2005.00	0.0100	2007.50	0.0250	3161544.7192
		3886709.5682		0.0078		0.0195	3886709.5877

```
********************************
     OLCU NOKTALARI VE HIZLARI
********************************
```

SN	NN	X(to) [m] Y(to) [m] Z(to) [m]	to	Vx[m/y] Vy[m/y] Vz[m/y]	t	dx [m] dy [m] dz [m]	X(t) [m] Y(t) [m] Z(t) [m]
		3945823.0518		-0.0274		-0.0684	3945822.9834
1	1	3151448.3628	2005.00	0.0051	2007.50	0.0127	3151448.3755
		3884209.8085		0.0108		0.0270	3884209.8355
		3943349.0885		-0.0253		-0.0632	3943349.0253
2	6	3164950.6884	2005.00	0.0073	2007.50	0.0182	3164950.7066
		3875256.7355		0.0105		0.0262	3875256.7617

Hız dönüşüm parametrelerinin hesaplanması.

```
         A                 v_x                 Qx                    a_x
=====================  ===========   ========================  ==============
   1.00 -12.29 -17.43       -0.034     0.2500  0.0000  0.0000       -0.027050
   1.00  12.62 -21.80       -0.035             0.0018  0.0003        0.000189
   1.00 -12.88  30.80       -0.021                     0.0006        0.000346
   1.00  12.54   8.42       -0.019   ========================  ==============
=====================  ===========

          A                  v_y                 Qx                    a_y
=====================  ===========    ========================  ==============
   1.00 -12.29 -17.43        0.002      0.2500  0.0000  0.0000        0.006000
   1.00  12.62 -21.80        0.000              0.0018  0.0003        0.000051
   1.00 -12.88  30.80        0.012                      0.0006        0.000229
   1.00  12.54   8.42        0.010    ========================  ==============
=====================  ===========

          A                  v_z                 Qx                    a_z
=====================  ===========    ========================  ==============
   1.00 -12.29 -17.43        0.015      0.2500  0.0000  0.0000        0.011175
   1.00  12.62 -21.80        0.013              0.0018  0.0003       -0.000139
   1.00 -12.88  30.80        0.009                      0.0006       -0.000152
   1.00  12.54   8.42        0.008    ========================  ==============
=====================  ===========
```

8. ZAMAN

Evresel ve Yıldız Zamanı:

Bir yıldız yılı (sideral year), yerin yıldızlara göre **366.2564** kez dönüşü (yıldız günleri–sideral days) olarak tanımlanır. Yer bir yıldız yılında güneşe göre **365.2564** kez döner ve (ortalama) güneş günleri–((mean) solar days) olarak adlandırılır. Yerin güneşe bir periyoluk dönüşü Evrensel (Güneş) Zamanı (Universal (solar) Time), yıldızlara gore ise Yıldız Zamanı (Sideral Time).

Bir zama sistemi bir aralalık yada bir başlangıç anı (epok) belirleyerek tanımlanır. Güneş günü, güneşin yeryüzündeki bir meridyenden iki geçişi arasındaki zamandır. Yıldız zamanı, bahar noktasının yeryüzündeki meridyenden iki geçişi arasındaki zamandır. Yıldız epokğu; bahar noktası ile yersel meridyen arasındaki açı olarak belirlenir.Eğer epok Greenwich meridyeni olarak seçilirse, bu epok Greenwich Yıldız Zamanı (GST) olarak adlandırılır. Güneş ile yıldız epoğu arasında kesin bir matematik ilşki vardır. Yıldız zamanı, yersel ve göksel sistemler arasındaki ilişkiyi gerçekleştiren parametredir.

9. KAYNAKLAR

Alfred KLEUSBERG, Peter J. G. TEUNISSEN (Eds.), (1998), GPS for Geodesy, Springer-Verlag, ISBN: 978-3-540-60785-4 (Print) 978-3-540-49447-8 (Online).

Alfred LEICK (1995), GPS Satellite Surveying, Second Edition, John Wiley& Son, USA, ISBN:0-471-30626-6.

Arslan DİLAVER (1997), Jeodezide Temel Koordinat Sistemleri, KTÜ, MMF, Ders Notları No:47.

Bernard HOFMANN-WELLENHOF, Herbert LICHTENEGGER, and J. COLLINS (1997), GPS Theory and Practice, Fourth, revised edition, ISBN 3-211-82839-7, Springer-Verlag Wien New York.

Bernhard HOFMANN-WELLENHOF, **Gerhard KIENAST**, **Herbert LICHTENEGGER (1994)**, GPS in der Praxis, Springer Vienna, ISBN: 978-3-211-82609-6 (Print), 978-3-7091-9369-3 (Online).

Bernard HOFMANN-WELLENHOF and Helmut MORITZ (2005), Physical Geodesy, SpringgerWienNewYork, ISBN-10 3-211-23584-1.

Edward J. Krakiwsky and D.E. Wells (1971), Coordinate Systems in Geodesy, University of New Brunswick, Surveying Engineering, Lecturer Notes No:16, Latest Printing 1998, http://www.fgg.uni-lj.si/~/mkuhar/Zalozba/Coord_systems_in_geodesy.pdf

Gunter SEEBER (1993), Satellite Geodesy, Foundations, Methods and Applications, Walter de Gruyter, Berlin-New York, ISBN:1-11-012753-9.

Guochang XU (2007), GPS Theory, Algorithms and Applications, Second Edition, Springer Berlin Heidelberg New York, ISBN 978-3-540-72714-9.

Joseph L. AWANGE (2002) Gröbner bases, multipolynomial resultants and the Gauss-Jacobi combinatorial algorithms -adjustment of nonlinear GPS/LPS observations-, PhD Thesis, Dissertation (D93), Geodätisches Institut der Universität Stuttgart, Germany.

Onur GÜRKAN (1979), Astrojeodezik Ağların Deformasyonu ve Türkiye 1. Derece Triyangülasyon Ağı, KTÜ Yer Bilimleri Fakültesi, KTÜ Yayın No:104, YBF yayın No:21, Trabzon.

Şerif HEKİMOĞLU, (2006), Referans Koordinat Sistemleri, YTÜ, Ders Notları, http://www.yildiz.edu.tr/~hekim/coordinate_systems.zip

Christopher JEKELI (2012), Geometric Reference Systems in Geodesy, http://kb.osu.edu/dspace/bitstream/handle/1811/51274/Geometric_Reference_Systems_2012.pdf,

R. E. DEAKIN and M. N. HUNTER (2013), Geometric Geodesy, Part A, http://user.gs.rmit.edu.au/rod/files/publications/Geometric%20Geodesy%20A(2013).pdf

R. H. RAPP (1991), Geometric Geodesy, Part I, http://kb.osu.edu/dspace/bitstream/handle/1811/24333/Rapp_Geom_Geod_Vol_I.pdf?sequence=1

R. H. RAPP (1993), Geometric Geodesy, Part II, http://www.fgg.uni-lj.si/~/mkuhar/Zalozba/Rapp_Geom_Geod_%20Vol_II.pdf

Yehoda Bock, (1998), Reference Systems, GPS for Geodesy, Teunissen, P. J. G. and Kleusberg A. (Eds.), pages:1-37, Springer-Verlag, ISBN: 3-540-63661-7.

John Bangert, Wim Brouw, Anne-Marie Gontier, Catherine Hohenkerk, Wen-Jing Jin, Zinovy Malkin, Dennis McCarthy, Jeffrey Percival and Patrick Wallace (2010), Standards Of Fundamental Astronomy, SOFA Tools for Earth Attitude, International Astronomical Union, Software version 4, Document revision 1.0. http://www.iau-sofa.rl.ac.uk/

D.B. Thomson (1981), Introduction to Geodetic Astronomy, Deparment of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Frederiction, Canada. http://gge.unb.ca/Pubs/LN49.pdf.

P. Vanícek, (1974), Earth-Pole Wobble, Deparment of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Frederiction, Canada. http://gge.unb.ca/Pubs/LN25.pdf

Weikko A. HEISKANEN and Helmut MORITZ (1993), Physical Geodesy, Reprint, Instute of Physical Geodesy, Technical University, Graz, Austria.

URL

IGS (International GNSS Service), 19 June 2007, http://igscb.jpl.nasa.gov/

NGS (National Geodetic Survey), 19. June 2007, http://www.ngs.noaa.gov/, http://www.ngs.noaa.gov/PUBS_LIB/Geodesy4Layman/toc.htm, http://www.ngs.noaa.gov/gps-toolbox/bc_velo.htm

IERS Conventions (2010), IERS Technical Note No. 36 and Related Programs, http://tai.bipm.org/iers/convupdt/convupdt.html

Celes Trak, , http://www.celestrak.com/

Celes Trak, http://celestrak.com/software/tskelso-sw.asp

Michael F. Henry, The Orbit Tools Libraries**,** 10 October 2016**,** http://www.zeptomoby.com/satellites/

GNU Yazılımlar

SOFA - Standarts of Fundamentals Astronomy, http://www.iausofa.org/.

NOVAS 3.1 C - Naval Observatory Vector Astrometry Software, http://aa.usno.navy.mil/software/novas/novas_c/novasc_info.php.

Stellarium, http://www.stellarium.org/tr/ .

EK-1 Lineer Cebir

Matris İşlemleri

$\underset{n,m}{\underline{A}}$, $\underset{m,n}{\underline{B}}$, $\underset{m,n}{\underline{K}}$, $\underline{I}$	dikdörtgen matrisler ve birim matris
$\underset{n,n}{\underline{C}}$, $\underset{m,m}{\underline{D}}$, $\underset{n,n}{\underline{F}}$, $\underset{n,n}{\underline{H}}$	Cayley inversi alınabilen kare matrisler
$\underline{C}^{-1}$ ve $\underline{C}^{T}$: $\underline{C}$	matrisinin tersi (inversi) ve transpozezi (evriği)

$$\underline{K} = \underline{A}^T \pm \underline{B}$$

$$\underline{C}^{-1}\underline{C} = \underline{C}\underline{C}^{-1} = \underset{n\times n}{\underline{I}} \qquad \underline{C}\ \underline{I} = \underline{I}\ \underline{C} = \underline{C} \qquad \underline{A}\ \underline{B} = \underline{C} \qquad \underline{B}\ \underline{A} = \underline{D}$$

$$(\underline{A}\underline{B})^T = \underline{B}^T\underline{A}^T = \underline{C}^T \qquad \underline{C}\underline{F} = \underline{H} \qquad (\underline{C}\underline{F})^{-1} = \underline{F}^{-1}\underline{C}^{-1} = \underline{H}^{-1}$$

Genel Doğrusal Denklem Takımlarının Çözümü.

$\underline{A}_{m,n}\underline{x}_n = \underline{b}_m$	Genel Doğrusal Denklem Takımı
m ve n	Satır ve sütun sayısı
$\underline{A}_{m,n}$	$m*n$ boyutlu *katsayılar matrisi*
$\underline{x}_n$	n boyutlu *bilinmeyenler vektörü*
$\underline{b}_m$	m boyutlu *sabit terimler vektörü*

olmak üzere; genel denklem çözüm üç şekilde gerçekleştirilir.

1) $m = n$ ise det($\underline{A}$)≠0 olmak koşulu ile ***Tek Anlamlı Çözüm*** aşağıdaki gibi bulunur.

$\underline{x}_n = \underline{A}_{n,n}^{-1}\underline{b}_n$ Bilinmeyenlerin çözümü

2) $m < n$ ise tek anlamlı çözüm için ***Lagrange Dönüşümü*** nden yararlanılır.

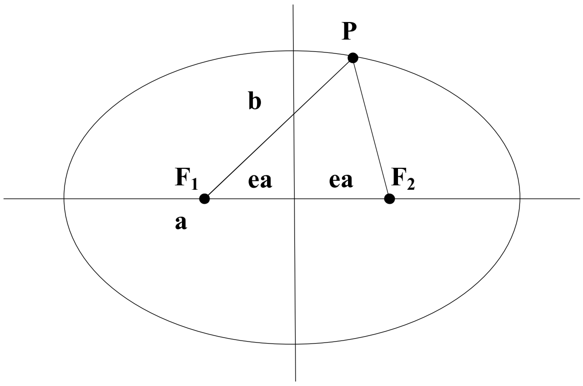
$\underline{x}_n = \underline{A}_{n,m}^T\underline{y}_m$	Yardımcı bilinmeyenler (*korelatlar*)
$(\underline{A}\,\underline{A}^T)_{m,m}\underline{y}_m = \underline{b}_m$	Yardımcı bilinmeyenler ile denklem takımı
$\underline{y}_m = (\underline{A}\,\underline{A}^T)_{m,m}^{-1}\underline{b}_m$	Yardımcı bilinmeyenlerin çözümü
$\underline{x}_n = \underline{A}_{n,m}^T\underline{y}_m = \left[\underline{A}^T(\underline{A}\,\underline{A}^T)^{-1}\right]_{n,m}\underline{b}_m$	Bilinmeyenlerin çözümü
$\underline{Q}_{n,n} = \underline{A}_{n,m}^T(\underline{A}\,\underline{A}^T)_{m,m}^{-1}\underline{A}_{m,n}$	Bilinmeyenlerin ters ağırlık matrisi

3) $m > n$ ise tek anlamlı çözüm için ***Gauss Dönüşümü*** nden yararlanılır.

$\underline{x}_n = (\underline{A}^T\underline{A})_{n,n}^{-1}(\underline{A}^T\underline{b})_n = \left[(\underline{A}^T\underline{A})^{-1}\underline{A}^T\right]_{n,m}\underline{b}_m$	Bilinmeyenlerin çözümü
$\underline{Q}_{n,n} = (\underline{A}^T\underline{A})_{n,n}^{-1}$	Bilinmeyenlerin ters ağırlık matrisi

EK-2. Elipsoit Geometrisi

İki odağa uzaklıkları toplamı eşit olan noktalar kümesinin olşuturduğu geometrik şekle elips denir.

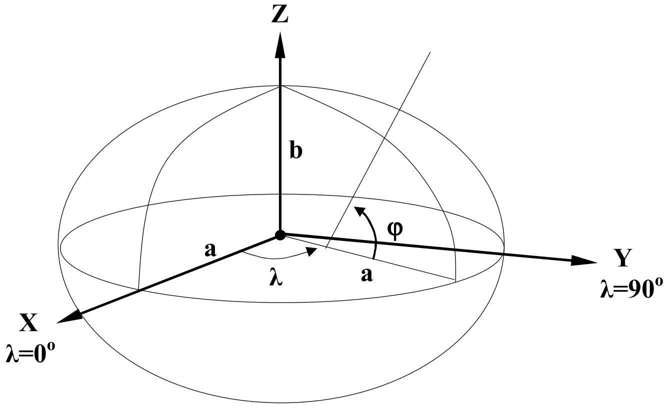


a	Büyük yarı eksen (semi-major axis)
b	küçük yarı eksen (semi-minor axis)
$f=(a-b)/a$	Basıklık (flattening)
$e^2=(a^2-b^2)/a^2$	Birinci dışmerkezlik (first eccentricity)
$e'^2=(a^2-b^2)/b^2$	İkinci dışmerkezlik (second eccentricity)
$F_1P+F_2P=2a$	P noktasının odaklara (F_1 ve F_2) uzaklıklarının toplamı=sabit

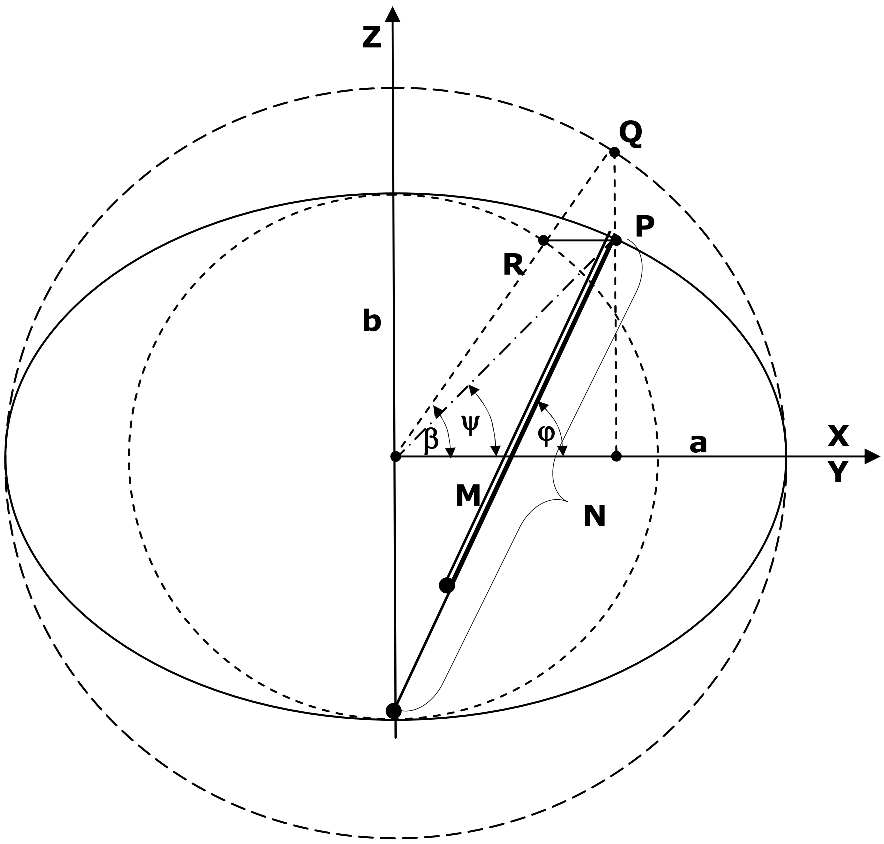
Tablo-1 Dünyada yaygın olarak kullanılan Dönel Elipsoit parametreleri

Elipsoit	a (m)	b (m)	Açıklama
Hayford	6378388	6356911.94613	ED50 Europe Datum 1950, Uluslar arası elipsoit
GRS80	6378137	6356752.31414	GRS80 (NAD83) Geodedic Referans System 1980, ABD
WGS84	6378137	6356752.31425	WGS84 World Geodedic System 1884, GPS
Bessel	6377397.15508	6356078.96290	Almanyada Kullanılır
Krassowsky	6378245	6356863.01877	Doğu Bloku Ülkelerinde Kulanılır
Clarke 1866	6378206.4	6356583.80012	NAD27 North America Datum 1927, Eski ABD

Bir elipsin küçük ekseni etrafında döndürülmesi sonucu elde edilen geometrik şekle *dönel elipsoit* denir.



$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad \underline{S}_E = \begin{bmatrix} 1/a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/b^2 \end{bmatrix}$$



Dönel Elipsoidin denklemi.

$$\underline{x}^T \underline{S}_E \underline{x} = \frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

ψ	Merkezi enlem
φ	Jeodezik enlem
β	İndirgenmiş enlem
P	Elipsoit üzerindeki nokta
Q,R	P noktasının dairelere projeksiyonu
M	Meridyen yönündeki eğrilik yarı çapı
N	Meridyene dik yöndeki eğrilik yarıçapı
R_G	Gauss eğrilik yarıçapı
N cosφ	φ enlemindeki küçük daire yarıçapı

tgβ = b/a tgφ = a/b tgψ

$N = a / (1 - e^2 \sin^2\varphi)^{1/2}$
$= a^2 / (a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi)^{1/2}$

$M = a(1-e^2) / (1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}$

$R_G=(M\ N)^{1/2}$

Ek-3. Yansıma ve Dönüklük Matrisleri

Ortogonal Dönüşüm: X ve Y sütun vektörler ve A dönüşüm matrisi olmak üzere

$\underline{y} = \underline{A}\ \underline{x}$

bağıntısına doğrusal dönüşüm denir. İki vector aynı uzunluk iseler, dönüşüm ve dönüşüm matrisi her ikisi birden orthogonal olarak adlandırılır.

$$\underline{y}^T\ \underline{y} = \underline{x}^T\ \underline{A}^T\ \underline{A}\ \underline{x} = u$$

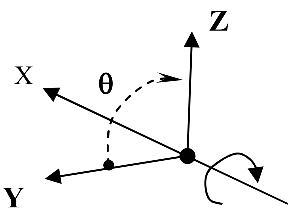
olabilmesi için $\underline{A}^T\ \underline{A} = \underline{I}$ olmalıdır. Ortogonal matrislerde

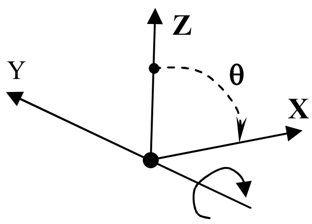
$$\underline{A}^T\ \underline{A} = \underline{A}^{-1}\underline{A} = \underline{I}\ ,\ \underline{A}^T = \underline{A}^{-1}\ \ det(\underline{A}\ ) = \pm 1$$

olur. İki çeşit orthogonal dönüşüm vardır; dönüklük ve yansıma. Dönüklük matrislerinde $det(\underline{A}\ ) = 1$ ve yansıma matrislarinde $det(\underline{A}\ ) = -1$ dir.

Dönüklükler: Sağ el koordinat sistemine gore yazılmıştır. Dönüklük matrislerinde değişme özelliği yoktur. Dönüklüklerin uygulanış sırası önemlidir.

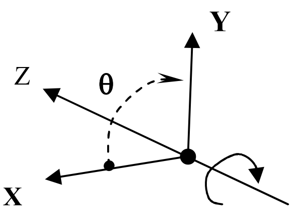
$$R_1(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$ Dönüşüm **2.(Y)** Eksenden **3.(Z)** eksene





$$R_2(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$ Dönüşüm **3.(Z)** Eksenden **1.(X)** eksene

$$R_3(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ Dönüşüm **1.(X)** Eksenden **2.(Y)** eksene



$R(\alpha,\beta,\gamma) = R_1(\alpha)\ R_2(\beta)\ R_3(\gamma)$ yada $R(\alpha,\beta,\gamma)^{-1} = R_3(\gamma)^{-1} R_2(\beta)^{-1} R_1(\alpha)^{-1}$

$R_k(\theta)^{-1} = R_k(\theta)^T = R_k(-\theta)$ $\qquad$ $R_k(\theta) R_k(\varepsilon) = R_k(\theta + \varepsilon)$

Yansımalar: Yansıma matrislerinde değişme özelliği vardır.

$$P_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad P_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$P_1\ P_2 = P_2\ P_1$ ve $P_k^{-1} = P_k$ dir.

Ek-4. Bazı Dönüşüm Bağıtılarının C++ Programları

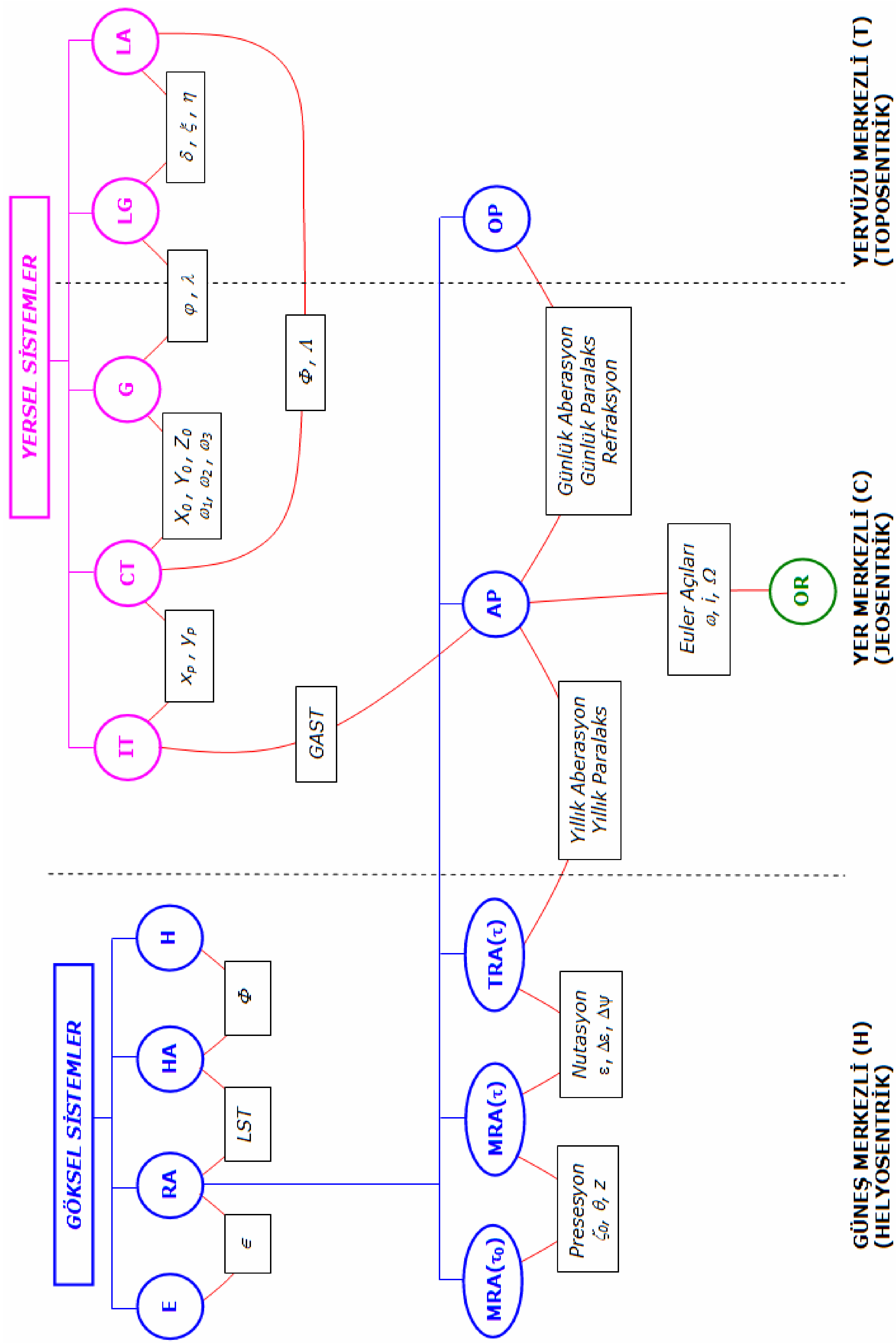
```
#include <cmath>
using namespace std;
#define ro_D   (180./M_PI)
#define ro_G   (200./M_PI)
///___________________________________________________________________
double JD_(double Y, double M, double D, double h, double m, double s){//day
   double JD ;
   if(M <=2.){Y--;M+=12.;}
   JD=(double)((int)(365.25*Y)+(int)(30.6001*(M+1))+D+(h+m/60.+s/3600.)/24.+1720981.5);
return JD;
}
///___________________________________________________________________
double GST_1900(    double Y, double M, double D, double h, double m, double s){//deg
   double JD1900, JD, L, T, ST_dt, GST, GST0, dt ;
   JD1900=  2415020.0 ;                              /// 00 January 1900, 00h
    JD    = JD_(Y, M, D, h, m, s);                   /// JD for (Y,M,D,h,m,s)
   T      = (JD-JD1900)/36525.0 ;                    /// century
   L      = 365.24219879-6.14e-6*T ;                 /// days
   ST_dt = (1.0+1.0/L)/240.0 ;                       /// deg/sec
   GST0  = (99.69098329+36000.76893*T+3.87080e-4*T*T); /// deg
   dt    = 3600.0*h + 60.0*m + s ;                   /// sec
   GST   = GST0 + ST_dt * dt ;                       /// deg
   GST   = fmod(GST,360.);                           /// deg
   return  GST;
}

///___________________________________________________________________
double arctan(double X, double Y ){// (Radyan)
   return ( fmod( atan2(Y,X)+2.*M_PI , 2.*M_PI ) ;
}
///___________________________________________________________________
//... B Enleminde Meridyen Doğrultusundaki Egrilik Yaricapi
double M_(double a, double b, double B ){// B (radyan)
   return (a*(1.-(a*a-b*b)/a/a)/pow(1.-(a*a-b*b)/a/a*sin(B)*sin(B),1.5);
}
///___________________________________________________________________
//... B Enleminde Meridyene Dik Doğrultudaki Egrilik Yaricapi
double N_(double a, double b, double B ){// B (radyan)
   return (a/sqrt(1.-(a*a-b*b)/a/a*sin(B)*sin(B)) ;
}
//____________________________________________________________________
// B enlemindeki Gauss Egrilik Yaricapi
double Rgauss(double a, double b, double B ){// B (radyan)
   return sqrt( N_(a,b,B)*M__(a,b,B)) ;
}

//____________________________________________________________________
// Her tür nokta için geçerli olan iteratif bağıntılar
void XYZ_BLh(double a,double b, double  X, double  Y, double Z,
             double &B, double &L, double &h){
   double e =(a*a-b*b)/a/a, p=sqrt(X*X+Y*Y), Bo, N ;
   B = atan( Z/p/(1.-e)) ;
   do{
      Bo = B ;
      N  = a/sqrt(1.-e*sin(Bo)*sin(Bo));
      h  = p/cos(Bo)-N ;
      B  = atan(Z/p/(1.-e*N/(N+h))) ;
   }while ( fabs(B-Bo) >= 1.0e-14 ) ;
   N  = a/sqrt(1.-e*sin(B)*sin(B));
   h  = p/cos(B) - N ;
   B  = atan(Z/p/(1.-e*N/(N+h))) ;
   L  = arctan(X , Y) ;
}
```

```
//______________________________________________________________________________
// Yeryüzündeki herhangi bir nokta için yeterli olan direkt bağıntılar
void XYZ_BLh1(double a,double b, double  X, double  Y, double Z,
              double &B, double &L, double &h){
    double e=1.-b*b/a/a , e1=a*a/b/b-1. , p=sqrt(X*X+Y*Y) , t=arctan(p*b,Z*a) ;
    B = atan((Z+e1*b*pow(sin(t),3.))/( p-e*a*pow(cos(t),3.))) ;
    L = arctan(X,Y) ;
    h = p/cos(B)-N_(a,b,B) ;
}

//______________________________________________________________________________
void BLh_XYZ(double a,double b, double  B, double  L, double h,
              double &X, double &Y, double &Z ){
    double N = N_(a,b,B);
    X = (N+h) * cos(B) * cos(L);
    Y = (N+h) * cos(B) * sin(L);
    Z = (b*b/a/a*N+h) * sin(B);
}

//______________________________________________________________________________
double DilimOrta(int DRC, double L){// DRC = 3 ya da 6 , L (radyan)
    double L0 ;
    L *= ro_D;
    switch(DRC){
        case 6://... 6.derece UTM projeksiyonunda dilim orta meridyeni hesabi
            L0=((int)(L/6.))*6.+3.;if(fabs(L-L0)>3.0)L0+=6.; break;
        default:
            L0=((int)(L/3.))*3.   ;if(fabs(L-L0)>1.5)L0+=3.; break;
    }
    return (L0/ro_D) ;
}

//______________________________________________________________________________
void BL_xy(double a,double b, double L0, double B, double L,
            double &x, double &y ){
   double dL=L-L0, t=tan(B), bn=(a-b)/(a+b),
         nu=(a*a-b*b)/b/b*cos(B)*cos(B), N=(a*a)/b/sqrt(1.+nu) ,
          b1 =(a+b)/2.*(1.+bn*bn/4.+pow(bn,4.)/64.),
          b2 = -3./2.*bn + 9./16.*pow(bn,3.)-3./32.*pow(bn,5.),
          b3 = 15./16.*bn*bn - 15./32.*pow(bn,4.),
          b4 = -35./48.*pow(bn,3.) + 105./256.*pow(bn,5.),
          b5 = 315./512.*pow(bn,4.);
   x = b1*(B+b2*sin(2.*B)+b3*sin(4.*B)+b4*sin(6.*B)+b5*sin(8.*B))
     + t*N*(pow(dL*cos(B),2.)/2.
     + pow(dL*cos(B),4.)*(5.-t*t+ 9.*nu+4.*nu*nu)/24.
     + pow(dL*cos(B),6.)*(61.-58.*t*t+pow(t,4.)+270.*nu-330.*t*t*nu)/720.
     + pow(dL*cos(B),8.)*(1385.-3111.*t*t+543.*pow(t,4.)-pow(t,6.))/40320.);
   y =  N*(dL*cos(B)
     + pow(dL*cos(B),3.)*(1.-t*t+nu)/6.
     + pow(dL*cos(B),5.)*(5.-18.*t*t+pow(t,4.)+14.*nu-58.*t*t*nu)/120.
     + pow(dL*cos(B),7.)*(61.-479.*t*t+179.*pow(t,4.)-pow(t,6.))/5040.);
}

//______________________________________________________________________________
void xy_BL(double a,double b,double L0,
            double x, double y,
            double &B, double &L ){
   double
      bn =(a-b)/(a+b) ,
      b1 =(a+b)/2.*(1.+ bn*bn/4. + pow(bn,4.)/64.) ,
      b2 = 3./2.*bn-27./32.*pow(bn,3.)+269./512.*pow(bn,5.) ,
      b3 = 21./16.*bn*bn-55./32.*pow(bn,4.) ,
      b4 = 151./96.*pow(bn,3.)+417./128.*pow(bn,5.) ,
      b5 = 1097./512.*pow(bn,4.) ,
      B0=x/b1+b2*sin(2.*x/b1)+b3*sin(4.*x/b1)+b4*sin(6.*x/b1)+b5*sin(8.*x/b1) ,
      t=tan(B0), nu=(a*a-b*b)*pow(cos(B0)/b,2.), N=a*a/b/sqrt(1.+nu) ;
   B = B0
     + t/2.*pow(y/N,2.)*(-1.-nu)
     + t/24.*pow(y/N,4.)*(5.+3.*t*t+6.*nu-6.*t*t*nu-3.*nu*nu-9.*t*t*nu*nu)
```

```
    + t/720.*pow(y/N,6.)*(-61.-90.*t*t-45.*pow(t,4.)
    - 107.*nu+162.*t*t*nu+45.*pow(t,4.)*nu)
    + t/40320.*pow(y/N,8.)*(1385.+3633.*t*t+4095.*pow(t,4.)+1575.*pow(t,6.)) ;
  L = L0
    + y/N/cos(B0)
    + pow(y/N,3.)/6./cos(B0)*(-1.-2.*t*t-nu)
    + pow(y/N,5.)/120./cos(B0)*(5.+28.*t*t+24.*pow(t,4.)+6.*nu+8.*t*t*nu)
    + pow(y/N,7.)/5040./cos(B0)*(-61.-662.*t*t-1320.*pow(t,4.)-720.*pow(t,6.));
}
```

Ek-5. Bazı Dönüşüm Bağıtılarının Python Programları

```
rD = 180/pi

#________________________________________________________________________________
def JD_(Y,A,G,S,D,s):
  if A<=2:
    Y -= 1
    A +=12
  h   = S + D/60. + s/3600.
  jd = float( int(365.25*Y) + int(30.6001*(A+1.)) + G + h/24.0 + 1720981.5 )
  return jd

#________________________________________________________________________________
""" Resource: http://aa.usno.navy.mil/faq/docs/GAST.php"""
def GAST_(JD):# [UT1]
  JD00 = JD_( 2000, 1, 1, 12, 0, 0 )          # 2000 epoğunun jülyen günü
  D    = JD  - JD00                           # 2000'den beri gün sayısı
  D0   = int(D)-0.5                           # 2000'den beri gün başlangıcı
  H    = (D - D0)*24.                         # Gün içi saat
  T    = D/36525.                             # 2000'den jülyen yılı
  GMST =6.697374558+0.06570982441908*D0+1.00273790935*H+0.000026*T**2 #[saat]
  Ω    = (125.04  - 0.052954 *D) / rD         # [der] -> [rad]
  L    = (280.47  + 0.98565  *D) / rD         # [der] -> [rad]
  ε    = (23.4393 - 0.0000004*D) / rD         # [der] -> [rad]
  Δψ   = -0.000319*sin(Ω) - 0.000024*sin(2*L) # [saat]  Boylamdaki Nutasyon
  eqeq = Δψ * cos(ε)                          # [saat]  Ekinoks Denklemi
  GAST = GMST + eqeq                          # [saat]
  GAST, GMST = GAST%24, GMST%24
  return GAST                                 # [saat]
```


YERSEL SİSTEMLER
LA
LG
G
CT
IT
δ, ξ, η
φ, λ
X_0, Y_0, Z_0
ω_1, ω_2, ω_3
x_P, y_P
Φ, Λ
GAST
OP
AP
OR
Günlük Aberasyon
Günlük Paralaks
Refraksyon
Euler Açıları
ω, i, Ω
Yıllık Aberasyon
Yıllık Paralaks
GÖKSEL SİSTEMLER
H
HA
RA
E
Φ
LST
ε
TRA(τ)
MRA(τ)
MRA(τ_0)
Nutasyon
ε, $\Delta\varepsilon$, $\Delta\psi$
Presesyon
ζ_0, θ, z
YERYÜZÜ MERKEZLİ (T)
(TOPOSENTRİK)
YER MERKEZLİ (C)
(JEOSENTRİK)
GÜNEŞ MERKEZLİ (H)
(HELYOSENTRİK)