

Some Feasible Lecture Notes

1. HRT434 Uzay Jeodezisi, <https://orhankurt.jimdofree.com/undergraduate/spring-bahar/hrt434-space-geodesy/>
2. HRT414 GNSS Gözlemlerinin Değerlendirilmesi, <https://orhankurt.jimdofree.com/undergraduate/spring-bahar/hrt414-processing-of-gnss-observations/>
3. HRT305 Temel Koordinat Sistemleri, <https://orhankurt.jimdofree.com/undergraduate/autumn-g%C3%BCz/hrt305-fundamental-coordinate-systems/>
4. HRT409 Dengelerde Özel Konular, <https://orhankurt.jimdofree.com/undergraduate/autumn-g%C3%BCz/hrt409-advanced-topics-in-adjustment/>
5. JJM513 Jeodezik Verilerin İrdelenmesi, <https://orhankurt.jimdofree.com/graduate/autumn/jjm513-estimation-of-geodetic-quantities-and-hypothesis-testing-in-linear-models/>
6. MUH201 Sayısal Çözümleme, <https://orhankurt.jimdofree.com/undergraduate/autumn-g%C3%BCz/muh201-numerical-analysis/>
7. GIP119 Teknolojinin Bilimsel İlkeleri, <https://orhankurt.jimdofree.com/vocational/autumn-g%C3%BCz/gip119-scientific-principles-of-technology/>

Some Feasible GNU Compilers and Software

8. Code::Blocks, The free C/C++ and FORTRAN IDE, <https://www.codeblocks.org/>
9. The Julia Programming Language (compile to the codes via LLVM), <https://julialang.org/>
10. Python Programming Language, <https://www.python.org/>
11. GNU Octave, Scientific Programming Language, <https://www.gnu.org/software/octave/index>
12. GNU Plot, a portable command-line driven graphing utility, <http://www.gnuplot.info/>
13. LibreOffice, a free and powerful office suite, <https://www.libreoffice.org/>
14. QGIS, a free and open sources GIS, <https://www.qgis.org/en/site/>
15. Falcon, a web browser, <https://www.falkon.org/>
16. FileZilla, a free FTP solution, <https://filezilla-project.org/>

Some Feasible Tubes for Space Geodesy

17. NASA (National Aeronautics and Space Administration), **Space Flight: The Application of Orbital Mechanics**, 21 Sep 2011, <https://www.youtube.com/watch?v=Am7EwmxBAW8>.
18. Christopher Scott VAUGHEN (2020), **Orbital Inclination, Launch Azimuth and Latitude**, SpaceX Demo 2 – May 2020, <https://www.youtube.com/watch?v=ot5YmhhPSsQ>.
19. Arvin ASH (2020), **Rocket Science explained in 15 minutes! And How do Satellites work?**, 10 Oct 2020, <https://www.youtube.com/watch?v=hZ5mobRcXAU>.
20. **Geostationary, Molniya, Tundra, Polar & Sun Synchronous Orbits Explained**, 10 January 2019, <https://www.youtube.com/watch?v=PZAkiXNJlqc>

01. HAFTA - 1

Subjects in Space Geodesy

HRT406 | 20 Şubat 2019 | 1

* Uydusunun Ders Notları:

<http://orhankurt.jimdo.com>

* Konular:

* Vektörel Analiz

* Gök Mekanikası

$$\begin{cases} \text{iki cisim problemi} \\ \text{Üç " " } \\ n " " \end{cases}$$

* Yörüngebilgilerin Tercih Edilmesi:

Planlamada { * Uzun yay yörünge bilgileri
Değerlendirme { * Kisa " " "
* Duyarlı yörünge bilgileri

Planlamada: Göres senkronize uydulardır.
Alicilar göresin yansıtın radyosyonunu algılar.

* Yörünge Bozucu Etkileri

- Yerin Kütle Dağılımı
- Güneşin Radyasyon Basınıcı
- Atmosferin Etkisi
- Ayın Etkisi
- Gezegenlerin

* Haberleşme Uyduları: Sözelimi
TÜRKSAT ya da senkronize
uydulardır.

* Günlümüzde Kullanılan Uydusun
Sistemleri.

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

T : Dönenin süresi (periód)

GM : Gekenkörperin kütle sekmə sabit

a : Yörünge elipsi böyük yarı eksenidir

* GNSS 1. Yörünge Eğimi Açıları

- GPS ($i \approx 55^\circ$)
- Galileo ($i \approx 58^\circ$)
- Compass ($i \approx 56^\circ$)
- Glonass ($i \approx 63^\circ$)
- :

* Laser Ölçmeleri

- SLR (Satellite Laser Ranging)
- LLR (Lunar " ")
- LIDAR

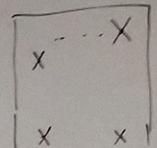
* VLBI - Very Long Base Interferometre

* Uzaktan Algılama

- Tek Yol → Uydu Aktif
- Çift Yol → Alici
Uydu Aktif

* Uydu Gözlem Teknikleri

- Uydu Yükseklik ölçümü
(Satellite Altimetry)



- Uydu hızı ölçümü

- Uydu uzunluğunu ölçümü
(Doppler ölçümü)

- Uydu doğrultu ölçümü
(Photogrammetric yörünge betirleme)

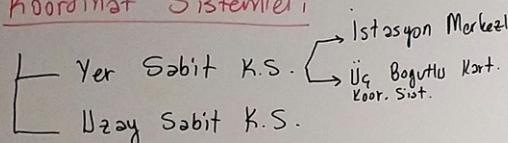
02. HAFTA - 1a

Space and Earth Fixed Coordinate Systems

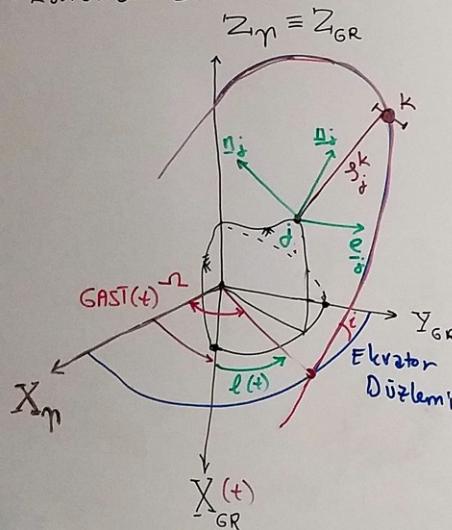
<https://orhankurt.jimdofree.com/undergraduate/autumn-g%C3%BCz/hrt305-fundamental-coordinate-systems/>

HRT404 | 25 Şubat 2019 | 2

Koordinat Sistemleri



K.S. : Koordinat Sistemleri



* $Z_r \equiv Z_{GR}$ Yerin Dönme Eksen

* O : Yerin Ağırlık Merkezi

* X_r : {Ekinoks (Gece Gündüz Eşit)}
: Ekliptik düzlemini ile
Ekuator " ile
arası (≈ 21 Mart tarihi)
nokta

Ekliptik: Yerin Güneş Etrafindaki
yörünge düzlemini.

* Y_r : Sağ el koordinat sisteminin
sağlayacağı şekilde seçilir.

* $X_{GR} \equiv X_{WGS84} \equiv X_{GLONASS}$
 $\equiv X_{ITRFxx} \equiv X_{COMPASS} \equiv$
...

A-Seviye Ağ: Uluslar arası Ağ.
(Uluslararası GNSS Ağı,
SLR > LLR, VLBI Ağları,...)

B-Seviye Ağları: Ulusal Ağlar

(TUTGA = TDSAGA = CORS-TB,...)

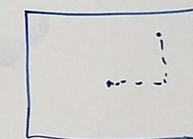
Koordinat Datumu: ITRF96.
(HGM: Hareta Genel Model)

C-Seviye Ağları: Hareta Mühendisliği
Sorumluluğundaki Ağlar
C1 ≈ B Seviye Ağlarının Sık.
C2 ≈ B-C1 " " "
C3 ≈ Dizi Nişangıllar
C4 ≈ Poligonlar

L : Yörünge Düzleminin
Rektasençiyonu (RA)

GAST(t): Greenwich Apparent
Sidereal Time
(GR'in RA'sı)

i : Yörünge Eğim Açısı



İstasyon Merkezi Koordinat Sistemi:

* Genellikle yeraltıconde alet kurulun nötbüs
göre tanımlanır.

\mathbf{l}_j : Asal eksen aletin dönme eksenini

Mugla Eksen: Aletin asal düzlemin içeriinde
hareket eten. \mathbf{l}_j ve \mathbf{e}_j
bu düzlemin içerisinde yar
alır.

\mathbf{l}_j : Aletin asal düzlemini ile
Gözlemeçinin meridyenin arasındaki

\mathbf{e}_j : Genelde sol-el koordinat sistemin
tamamları.

02. HAFTA - 1c

Space and Earth Fixed Coordinate Systems

<https://orhankurt.jimdofree.com/undergraduate/autumn-g%C3%BCz/hrt305-fundamental-coordinate-systems/>

HRT434 | 22 Şubat 2022 | 1

Zaman :

- UT : Universal Time
- (Təqim) : Universal Zaman
- { Yerin Kenti Eksenini
Etrafında dönməsi }
- UT1 : (Gələcək) Universal Time
- ST : Sidereal Time
(Yıldız zamanı)

GAST : Greenwich Apparent
Sidereal Time

UTC : Coordinated UT

TAI : İlksel arası atomik zaman

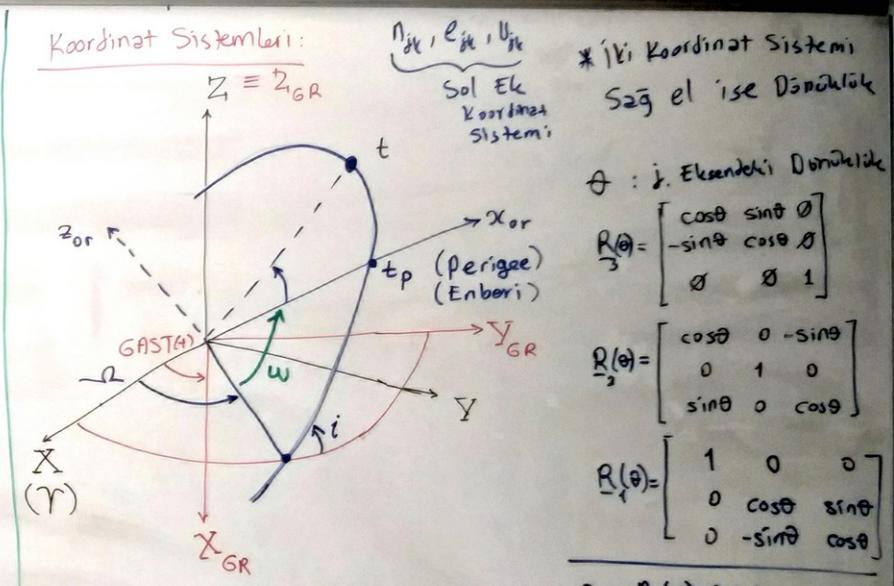
GPS Time

GLONASS Time - UTC

Compass Time

TAI	: International Atomic Time	x/get
TT	: Terrestrial Time	TLE : Two Line Ephemeris
TDB	: Barycentric Dynamical Time	
TCG	: Geocentric Coordinated Time $(\equiv TT)$	$\frac{2\pi}{T} = \Omega = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$
TCB	: Barycentric $(\equiv TDB)$	" "
UTC	: 2022/02/22 - 14:30:10.500000	Gözlemeçinin Meridyeni (Asal eksen ve Yerin Dön. Ekseni Döşlemesi)
UT1	:	- 14:30:10.834100
TAI	:	- 14:30:47.500000
TT	:	- 14:31:19.684000
TDB	:	- 14:31:19.685254
TCG	:	- 14:31:20.676856
TCB	:	- 14:31:41.77426

$$\tilde{R}_3^{-1}(\theta) = R_3^T(\theta) = R_3(-\theta)$$



$$R = R_1(\alpha) R_2(\beta) R_3(\gamma) \\ R_3(\gamma) R_2(\beta) R_1(\alpha)$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

03. HAFTA - 1a Vectorial Analysis

HRT404 / 2 Mart 2020 [3] VLBI 20-30 psn

Vektör Analizi:

- * Belli bir uzunluğu, büyüklüğü (geometrik yada fiziksel) ve yönünü göstermeye yarayan bir gösterim türüdür.
- * Matematik bir ifadeyi yazmayı basitleştirir.
- * Fiziksel kavramları kendilerini ifade etmeye yarayan koordinat sistemlerine bağlı doğrudır.
(Kullanılan vektörlerin tamamı aynı sisteme temsil ediliyorsa)
- * Vektörlerin uygulamalı yeri,
 - Konum vektörü (GNSS'de Muter Konum, Yerel Teknikler, ...)
 - Konum Değişim (Konum değişimi, SP3 formülünün bazıları böyle verilir)
 - Kohumun ivmesi (Düdü Gravite ölçüler)

$= 20-30 * 10^{11} \text{ s/n}$

1. Vektörler ve Skalerler:

$B = |B| \vec{B}$ 'B' nin normu

$\vec{A} = A_1 \vec{i} + A_2 \vec{j} + A_3 \vec{k}$

$\vec{r} \times \vec{s} = \vec{t}, \vec{s} \times \vec{t} = \vec{r}, \vec{t} \times \vec{r} = \vec{s}$

2. Birim Vektör:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = A_1 \vec{i} + A_2 \vec{j} + A_3 \vec{k}$$

$$\|\vec{A}\| = |\vec{A}| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2} = A$$

$$\vec{d} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} \text{ Birimsiz}$$

$$\vec{A} = A \vec{d}$$

3. Vektörlerin Doğrultu Kosinusları:

$A = |\vec{A}|$

$\cos \alpha = \frac{A_1}{A}, \cos \beta = \frac{A_2}{A}, \cos \gamma = \frac{A_3}{A}$

$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

$\vec{r}_1^2 = r_1^2 = \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_1 = r_1 r_1 \cos^2 \theta$

$\vec{r}_2^2 = r_2^2 = \vec{r}_2 \cdot \vec{r}_2 = r_2 r_2 \cos^2 \theta$

$\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2 = r_1 r_2 \cos \theta$

$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}$

$\vec{PQ} = t \vec{PQ}$

$\vec{PR} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$

$\vec{PQ} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$\vec{PQ} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

4. Doğru Denklemi:

$$t = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

Dogra Denklemi

03. HAFTA - 1b Vectorial Analysis

HRT404 / 2 Mart 2020 [4] VLB 20-30 psn = $20-30 \times 10^{12}$ ssn

Uygulama:

$\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\vec{r}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

Yanlış verilen konum vektörlerinin oluşturduğu doğrultu yanındaki \vec{r}_2 konumunda \vec{r}_1 'e doğru 5m uzaklıktaki konum vektörünü hesaplayınız.

Sözlük: $S_{21} = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = 3 \text{ m}$, $S = 5 \text{ m}$

$t = \frac{S}{S_{21}} = \frac{5}{3}$, $\vec{r} = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} -1 & |\vec{r} - \vec{r}_2| = 5 \text{ m} \\ 2 & \\ 5 & \end{vmatrix}$

Kontrol:

1. Vektorler ve Skalerler:

$B = |\vec{B}|$ 'B' nin normu

$\vec{A} = A_1 \vec{i} + A_2 \vec{j} + A_3 \vec{k}$

$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{k}$, $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$, $\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$

2. Birim Vekör:

$\vec{A} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = A_1 \vec{i} + A_2 \vec{j} + A_3 \vec{k}$

$|\vec{A}| = |\vec{A}| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2} = A$

$\vec{z} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$ Birimsiz

$\vec{A} = A \vec{z}$

3. Vektörlerin Doğrultu Kosinusları:

$A = |A|$

$\cos \alpha = \frac{A_1}{A}$

$\cos \beta = \frac{A_2}{A}$

$\cos \gamma = \frac{A_3}{A}$

$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

$\vec{s}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$\vec{s}_{11}, \vec{s}_{12} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$\vec{s}_{12}^2 = \vec{s}_{11}^2 = \vec{r}_2^2 - \vec{r}_2 \cdot \vec{r}_1 - \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2 + \vec{r}_1^2$

$= \vec{r}_1^2 + \vec{r}_2^2 - 2 \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2$

$\vec{r}_1 + \vec{PR} = \vec{r}_2 - \vec{RQ} = \vec{r}$

$\vec{PR} = t \vec{PQ}$

$\vec{PQ} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$\vec{RQ} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$

$\vec{r} - \vec{r}_1 = +(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$t = \frac{\vec{r} - \vec{r}_1}{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}$

4. Doğru Denklemi:

$t = \frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$

Dogruluk Katsayıları:

$S_{12}^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1 r_2 \cos \theta$

Kosinüs Konar Teoremi:

$\vec{r}_1, \vec{r}_2 = |r_1| |r_2| \cos \theta = \vec{r}_2 \cdot \vec{r}_1 = r_1 r_2 \cos \theta$

Doğru Denklemi:

03. HAFTA - 1c Vectorial Analysis

HRT434 | 01 Mart 2022 | 2 | GeoGebra

* GİP119 : Vektörel Analiz
* Yansıma ve Dönüklikle Matrisleri
* Kısa denklem çözümü

Vektörel Analiz:

1. Büyüklüğü ve yönü aynı anda temsil etmemizi sağlarlar.
2. Fiziksel ilişkileri daha sade göstermemize yarar.
3. Vektörler aynı koordinat sisteminde olduğunda vektörel işlemleri kolaylaştırmamızı sağlar.

Vektörler ve Skalerler:

Skaler: Sadece boyut eklemeye uygun ve yönüz olmayan büyüklüklerini tanımlamak kullanılır.

Vektör: Hem büyük hemde yön içeren büyüklüklerdir.

$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ Konum Vektörü

$\vec{i} = \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{bmatrix}$

$|\vec{x}| = x, |\vec{y}| = y, |\vec{z}| = z$

$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = r$

$\vec{e} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \hat{r}$

Sağ-el Koord. Sist. ($\vec{i} \perp \vec{j} \perp \vec{k}$)
 $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}, \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$

3B Ortogonal Çatı: Koordinat sistemini oluşturan birim vektörler dikdir.

$\vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\alpha, \beta, \gamma, r: \vec{r}$ 'nin doğrultu Kosinüsler

$\vec{r} = r \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{bmatrix}$

$\varphi, \lambda, r: \text{Coğrafi Koordinatlar}$

$|\vec{e}| = 1 = \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma}$

$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{s}_{12} \rightarrow |\vec{s}_{12}|: \text{EUÖ}$

GNSS Bazi Bilançları

Skaler Çarpım (İç Çarpım):

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A B \cos \theta, 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

$= |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$

$= A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3$

* $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ * $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{i} \cdot \vec{i} = 0$

* $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$ * $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{A} \perp \vec{B} (\vec{A} \wedge \vec{B} + \vec{B})$

Vektörel Çarpım (Dış Çarpım):

$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} - \underbrace{AB \sin \theta}_{\vec{C}} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix}$

$\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{C} \quad C = |\vec{C}|$

$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 B_3 - A_3 B_2 \\ A_3 B_1 - A_1 B_3 \\ A_1 B_2 - A_2 B_1 \end{bmatrix}$

$A B \sin \theta$ * $\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$

$\vec{A} \times (\vec{B} \pm \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} \pm \vec{A} \times \vec{C}$

03. HAFTA - 2 Vectorial Analysis

<p>HRT404 09 Mart 2020 1</p> <p>5. Skaler ve Vektörel Çarpım</p> <p>(1) Skaler Çarpım İki Vektörin Skaler Çarpımı (Dot product)</p> $\vec{A} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}, \vec{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}$ $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{A} \vec{B} \cos \alpha$ $= A B \cos \alpha$ $= A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3$ <p>Özellikleri:</p> <ul style="list-style-type: none"> * $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ * $\vec{A} (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$ * $m(\vec{A} \cdot \vec{B}) = (m\vec{A}) \cdot \vec{B} = \vec{A} \cdot (m\vec{B}) = (\vec{A} \cdot \vec{B}) m$ * $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$ * $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$ * $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{A} \neq \vec{0} \quad \vec{B} \neq \vec{0}$ Dürtür. 	$\vec{A} = A \vec{a}, \quad \vec{A} = A$ $\vec{B} = B \vec{b}, \quad \vec{B} = B$ $\vec{A} \cdot \vec{B} = A B \cos \alpha$ $ \vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{A} \vec{B} \cos \theta$ $= A B \cos \alpha$	<p>Vektörel Çarpım (Döngü Çarpımı) (Cross Product)</p> $\vec{A} \times \vec{B} = A \cdot B \sin \alpha$ $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ $ \vec{C} = A \cdot B \sin \alpha$ $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{C}$ <p>Özellikleri:</p> <ul style="list-style-type: none"> * $\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$ * $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$ * $m(\vec{A} \times \vec{B}) = (m\vec{A}) \times \vec{B} = \vec{A} \times (m\vec{B})$ $\alpha = \arccos \left\{ \frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2}{r_1 r_2} \right\} = \arccos \left\{ \frac{11}{\sqrt{150}} \right\}$ $\alpha = 28.9828^\circ$	<p>* $\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = \vec{0}$</p> $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}, \quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$ <p>$\vec{A} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}$</p> $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix}$ $\vec{C} = C_1 \vec{i} + C_2 \vec{j} + C_3 \vec{k}$ $\vec{r} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$	<p>Uygulama 2: \vec{r}_1 ve \vec{r}_2 vektörlerinin oluşturduğu düzlemin xy-düzlemini ile yaptığı açıyı hesaplayınız.</p> <p>$\vec{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$</p> $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ $\vec{r} \cdot \vec{k} = r k \cos \alpha$ $2 = \sqrt{29} \cdot 1 \cdot \cos \alpha$ $\alpha = \arccos \left\{ \frac{2}{\sqrt{29}} \right\} = 75.8462^\circ$
---	---	---	--	---

03. HAFTA – 3

Vectorial Analysis

HRT404 | 09 Mart 2020 | 2

Karma Garpim:

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}, \quad \vec{A} = A_1 \vec{i} + A_2 \vec{j} + A_3 \vec{k}$$

$$H = |\vec{H}|, \quad \vec{h} = \frac{\vec{H}}{|\vec{H}|}$$

$$\vec{C} \cdot \vec{h} = C \cos \alpha$$

$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$ Karma Garpimlar

$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$

$\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

* $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} \neq \vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

* Uzayda herhangi üç vekör bir paralel düzleme oluşturur.

$H = |\vec{H}| = \sqrt{H_1^2 + H_2^2 + H_3^2} = A B \sin \theta$

$\vec{C} \cdot \vec{h} = C h \cos \alpha = C_1 \cos \alpha$

$h = |\vec{h}| = 1$

$\vec{C} \cdot \vec{h} = C h \cos \alpha = C_1 \cos \alpha$

$V = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$

$V = \vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

$V = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$

Özellik:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$V = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_2 B_3 - A_3 B_2 \\ A_3 B_1 - A_1 B_3 \\ A_1 B_2 - B_1 A_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{vmatrix}$$

$$V = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{vmatrix} = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$$

$V = \emptyset$ ise $\vec{A}, \vec{B} \text{ ve } \vec{C}$ aynı düzlemededir.

{Düzlemdeslik, co-planarity}

Uygulama 1: $\vec{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{C} = \begin{bmatrix} -1/3 \\ 2/3 \\ 5/3 \end{bmatrix}$ Üç vekör doğrusalardır. (co-linearity)

$$L = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & 5/3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & 5/3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \cdot 4 \cdot \frac{5}{3} \\ 1 \cdot 2 \cdot 0 \\ -\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 - 10 = 0$$

$$L = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$$

Uygulama 2: $\vec{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \vec{C} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{D} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -7 \end{bmatrix}, \quad \vec{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Noktalar düzlemdedir.

$$V_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & -7 \end{vmatrix} = 0$$

$$V_2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -8 \end{vmatrix} = 0$$

$$V_3 = \begin{vmatrix} 1 & (-1)^{1+1} A_{11} & (-1)^{1+2} A_{12} & (-1)^{1+3} A_{13} \\ 1 & (-1)^{2+1} A_{21} & (-1)^{2+2} A_{22} & (-1)^{2+3} A_{23} \\ 1 & (-1)^{3+1} A_{31} & (-1)^{3+2} A_{32} & (-1)^{3+3} A_{33} \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} A_{11} \cdot (-1)^{1+2} A_{12} \cdot (-1)^{1+3} A_{13} + 1 \cdot (-1)^{2+1} A_{21} \cdot (-1)^{2+2} A_{22} \cdot (-1)^{2+3} A_{23} + 1 \cdot (-1)^{3+1} A_{31} \cdot (-1)^{3+2} A_{32} \cdot (-1)^{3+3} A_{33} = 0$$

Uygulama 3: $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ düzlemdedir.

özen düzlemden denklemi yazın.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & x & y & z & 1 \\ \hline \vec{A} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \vec{B} & 1 & 2 & 3 & 1 \\ \hline \vec{C} & 2 & 3 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = (-1)^{1+1} A_{11} x + (-1)^{1+2} A_{12} y + (-1)^{1+3} A_{13} z + (-1)^{1+4} A_{14} = 0$$

$$-4x + 2y - z + 3 = 0$$

04. HAFTA - 1a

Keplerian Motion and Geometry of Ellipse

HRT434 | 08 Mart 2022 | 1

Gök Mekaniği

* Kısa Tarihce

* Kepler Mekanığı ve Elips Geometrisi

* Newton Mekanığı

* Korunum Denklemleri

Kısa Tarihçe

MÖ : 190-120

MS : 88-165

MS : 370-415

MS : 1473-1543

MS : 1564-1642

MS : 1546-1609

MS : 1571-1630

MS : 1642-1727

$$GM = 3.986005 \times 10^{14} \frac{(\text{Dünya})}{\text{Yerin}} \frac{\text{Gelen Sabiti}}{[\text{m}^3/\text{s}^2]}$$

A_p : Perigee tarafındaki Alan

A_A : Apogee tarafındaki Alan

$$G = (6.67259 \pm 0.00083) \cdot 10^{-11} \frac{[\text{m}^3]}{\text{kg s}^2}$$

Hipparkos : Dünya Mekaniki
Güneş Sistemi

Batlamyus : Dünya merkezli Sistemi Duyuruyor

Hypatia : Yörünge Elips Olduğundan Şüpheneleri

Kopernik : Güneş merkezli sistemi tanımlıyor (Kitabı sonra yay.)

Galileo : Yerin Kendi Eksenini etrafında döndüğü ispatlıyor.

Tycho Brache : Mars'ı gözliyor.

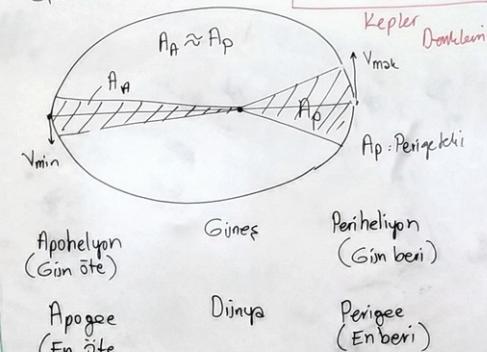
Kepler : Mars gözlemlerinde Kepler Mekanığı

Newton : Kepler kanıtlarını Kendi mekanik yasaları ile ispatlıyor

Kepler Kanıtları ve Elipsoid Geometrisi:

1. Bir gezegenin yörünge, okulardan birinde Gökçə olan eliptistir.
2. Bir gezegen yörüngesinde eşit zamande eşit alanlar tarar.

$$E_k = M_k + e \sin \theta_k$$



3. Gezegenin dolanı süresi (periöodu) ile Yörünge elipsinin büyük yarı eksenini (a) arasında sabit bir ilişki vardır.

e : Dış merkezlik parametresi;

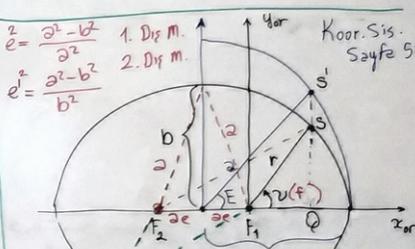
$$\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{GM}{2^3} = \text{Sabit}$$

GM : Güneşin (Yerin) Gelen Sabiti
T : Dolanım Süresi

n : Gezegenin (gezegen, yörüngesi)
Dögrusal eksenel hızı
 $\frac{d\theta(t)}{dt} = \dot{\theta}(t)$

M : Ortalamaz anomali
(Dögrusal)
 $\frac{dE(t)}{dt} = \dot{E}(t)$

$$n = \frac{dM}{dt} = \dot{M} = \sqrt{\frac{6M}{2^3}} \quad [\text{rad/s}]$$



$$\dot{\theta}(t_1) \neq \dot{\theta}(t_2), \dot{E}(t_1) \neq \dot{E}(t_2), n = \dot{M}(t_1) = \dot{M}(t_2)$$

a, b : Yörünge elipsinin eksen uzunlıklarını

ν : Gerçek anomali

E : Dışmerkezi (Ekspansiv) anomali

$$\text{Daire Alanı} = \pi r^2 \quad (r=a) \quad \frac{DA}{EA} = \frac{a}{b}$$

$$\text{Elipsin } \pi = \pi a b$$

$$\overline{F_1S} + \overline{F_2S} = 2a$$

$$\overline{F_2S}^2 = \overline{SQ}^2 + \overline{F_2Q}^2$$

$$x := x_{\text{or}} = r \cos \nu = \overline{F_1Q}$$

$$y := y_{\text{or}} = r \sin \nu = \overline{SQ}$$

$$\overline{F_2S} = 2a - r$$

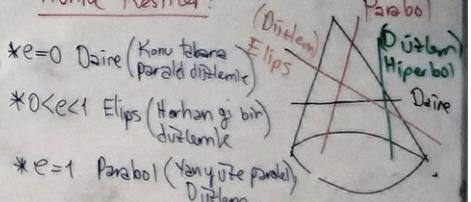
$$\overline{F_2Q} = 2ae + x = 2ae + r \cos \nu$$

$$(2a - r)^2 = (r \sin \nu)^2 + (2ae + r \cos \nu)^2$$

Bağıntısı azılır ditttenlenirse

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \nu} \quad \begin{array}{l} \text{Konik Kesitlerin} \\ \text{Kutupsal Denklemi} \end{array}$$

Konik Kesitler:



* $e=0$ Daire (Koordinat düzleminde)

* $0 < e < 1$ Ellipse (Harhangı bir düzlemede)

* $e=1$ Parabol (Yanyüzde paralel)

* $e > 1$ Hiperbol (Tabana dik bir düzlemede)

04. HAFTA - 1b

Keplerian Motion and Geometry of Ellipse

HRT404 | 11 Mart 2019 | 1

Kepler'in Hareket ve Elips Geometrisi

Kepler Kanunları:

- 1) Bir gezegenin yörüngesi obitlerinden birinde grıneş olan elipstir.
- 2) Bir gezegen yörüngesi üzerindeki esit zamanla esit alanlar tarar.

$A_1 = A_2$ 'dır.

$T^2 = \frac{GM}{4\pi^2} = \text{Sabit}$

$f = \frac{a-b}{a}, e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}, e' = \frac{a^2-b^2}{b^2}$

Basılıklık: 1. Dis Merkezli 2. Dis Merkezli

$r : \overline{F_1 S}$

$\nu : \text{Gercek anomali}$

$E : \text{Dis merkezli anomali}$

$M : \text{Ortalama anomali (Doğrusal Anomali)}$

GM : Gelen küttenin gelim sabiti

M : Gelen π kütlesi

G : Evrensel gelim sabit

$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = \text{Sabit}$

$f = \frac{a-b}{a}, e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}, e' = \frac{a^2-b^2}{b^2}$

$\nu : \text{Gercek anomali}$

$E : \text{Dis merkezli anomali}$

$M : \text{Ortalama anomali (Doğrusal Anomali)}$

$n = \frac{2\pi}{T} = \frac{dM}{dt} = \dot{M} = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$

$E = M + e \sin E$ Kepler Denklemi

$\left\{ \begin{array}{l} \dot{E}(t_1) \neq \dot{E}(t_2) \\ \dot{\nu}(t_1) \neq \dot{\nu}(t_2) \\ n(t_1) = M(t_1) = M(t_2) \end{array} \right\}$

$\overline{F_2 S}^2 = \overline{F_2 Q}^2 + \overline{QS}^2$

$\overline{F_1 Q} = r \cos \nu = x$

$\overline{QS} = r \sin \nu = y$

$\overline{F_2 Q} = 2ae + x = 2ae + r \cos \nu$

$\overline{F_2 S} = 2a - r$

* $r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \nu}$ Konik Kesteler Kutupsal Denklemi

Konik Kesteler

$e=0$	Daire
$0 < e < 1$	Elips
$e=1$	parabol
$e > 1$	Hiperbol

$\sqrt{a^2 - b^2} = c = ae$

$p: \text{Elipsin parametresi } (\nu = 90^\circ)$

$p = a(1-e^2)$

$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$

$r = \frac{p}{1+e \cos \nu}$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = a(1-e \cos \nu)$

$x = r \cos \nu = a \cos E - ae$

$y = r \sin \nu = b \sin E = a \sqrt{1-e^2} \sin E$

Elips Alanı: $\pi a b = \pi a^2 \sqrt{1-e^2}$

Daire Alanı: πa^2

$\frac{DA}{EA} = \frac{a^2 \pi}{ab \pi} = \frac{a}{b}$

04. HAFTA - 1c

Keplerian Motion and Geometry of Ellipse

HRT404 | 27 Şubat 2018 | 1

Kepler'in Hareket ve Elip Geometrisi:
Kepler Kanıtları:

- Bir gezegenin yörünge, odaclarından birinde Güneş olan eliptir.
- Bir gezegenin yörünge hareketi sırasına eşit zamanla eşit alanlar tarar.
- Gezegelerin perigot (dolanim süresi=T) ile büyük yan eksen (a) arasında sabit ilişki vardır.

Elips Geometrisi:

$$\overline{F_1B_1} + \overline{F_2B_1} = 2a$$

$$\overline{OB}_1 = \overline{OB}_2 = b$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = ea$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}, e = \frac{c}{a}$$

F_1, F_2 : Elipsin Odacları
 a, b : Elipsin büyük ve küçük yan ekseni
 e : Dışmerkezlik (elektrite) elemanı

P : Elips üzerinde Uydunun Konumu
 P' : Uydunun α yaricapı dairesine iz düşümü
 r : Uydunun Gelen Kitleye Uzaklığı
 v : Gerçek Anomali
 E : Dış merkezi (Eksentrik) Anomali

$$x = r \cos v = a \cos E - ea = \overline{F_1Q}$$

$$y = r \sin v = a \sqrt{1-e^2} \sin E = \overline{PQ}$$

$$b = a \sqrt{1-e^2}$$

$$\overline{F_1P} + \overline{F_2P} = 2a$$

$$\overline{F_2Q}^2 + \overline{PQ}^2 = \overline{F_2P}^2$$

$$\overline{F_2Q} = 2ea + x = 2ea + r \cos v$$

$$\overline{PQ} = y = r \sin v$$

$$\overline{F_2P} = 2a - r$$

* Dışmerkezlikte
 $r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v}$ Konik Kesitlerin Kutupsal Denklemi

$e=0$	Daire
$0 < e < 1$	Elips
$e=1$	Parabol
$e > 1$	Hiperbol

KONİK KESİTLER

- * Bir koni tabanına平行 bir düzleme kesirse, kesim DAİRE olur ($e=0$)
- * Bir koni tabana dik bir düzleme kesirse, kesim HİPERBOL'dır ($e>1$)
- * Bir koni yan yüzeyine平行 bir düzleme kesirse, kesim PARABOL olur ($e=1$)
- * Bir koni herhangi bir düzleme (yükarıda belirtilen hariç) kesirse bir ELIPS olur ($0 < e < 1$)

$v = 90^\circ = \varphi = r = a(1-e^2)$ Elipsin parametresi

$$r = \frac{p}{1+e \cos v}$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = a(1-e \cos E)$$

$A_{\text{Elips}} = \pi a b = \pi a^2 \sqrt{1-e^2}$ Elipsin Alanı

$$\frac{\overline{P'Q}}{\overline{PQ}} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{A_{\text{Daire}}}{A_{\text{Elips}}} = \frac{\pi a^2}{\pi a b} = \frac{a}{b}$$

04. HAFTA - 2a

Celestial Mechanics

Newtonian Motion (two-body problem)

<p><u>HBT 434 08 Mart 2022 2 </u></p> <p><u>Gök Mekanigi</u></p> <ul style="list-style-type: none"> * Kısa Tarinse * Kepler Mekanigi ve Ellips Geometrisi * Newton Mekanigi * Korunum Denklemleri <p><u>*Newton Mekanigi:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> $\vec{F}_{\text{net}} = m \ddot{\vec{r}}$, $\frac{d\vec{F}_{\text{net}}}{dt} = \vec{0}$ ise m kütleli cisim durumunu korur. $\frac{d\vec{F}_{\text{net}}}{dt} \neq \vec{0}$ cisim sisteminin durumunu bozur kuvvetle ik orantılı ve o yönde hareket eder. Her kuvvetin karesi vardir. $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ 	<p><u>Falkon</u></p> <p><u>Filezilla</u></p> <p>$F = \vec{F} = G \frac{Mm}{r^2}$ Gravitasiyondan Kugullanma Kuvveti</p> <p>M : Geçen kitle m : Geçilen "</p> <p>r : iki cisim arası mesafe vektörlük</p> <p>Inersiyal Sistemler (Fiziksel) Etkileşen Bağımsız Sistemler</p> <p>$\vec{r}_1: m \text{ kit. inersiyal konumu}$</p> <p>$\vec{r}_2: M \text{ kitlesinin inersiyal sisteme göre konumu}$</p> <p>$(x_r, y_r, z_r): \text{Uzay sabit koordinat sistemi Yani inersiyal (ylemsiz) bir koordinat sistemi fır.}$</p>	<p>$\vec{B} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\vec{r}}{ \vec{r} }$ \vec{r}' nin birim vektörü</p> <p>$\vec{F} = -M \vec{B}$</p> <p>$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ \vec{r}' nin M'ye konumu</p> <p>$\ddot{\vec{r}}$ ivme hizı vektörü</p> <p>$\ddot{\vec{r}}_1 \rightarrow \frac{d\vec{r}_1}{dt} = \dot{\vec{r}}_1 + \frac{d\dot{\vec{r}}_1}{dt} = \ddot{\vec{r}}_1$</p> <p>$\dot{\vec{r}}_1 = \vec{v}$</p> <p>$\ddot{\vec{r}}_1 = \frac{G M m}{r^2} \vec{B}$</p> <p>$\ddot{\vec{r}}_2 = -\frac{G M m}{r^2} \vec{B}$</p> <p>$\ddot{\vec{r}} = \frac{G(M+m)}{r^2} \vec{B}$</p> <p>$M \gg m$ olduguundan $M \approx M+m$</p>	<p>$M = GM$</p> <p>$\vec{r} = -\frac{GM}{r^2} \vec{v}$</p> <p>$\vec{v} = -\frac{GM}{r^2} \vec{B}$</p> <p>$\vec{v} + \frac{GM}{r^3} \vec{v} = \vec{0}$, $\vec{v} = \frac{\vec{r}}{r}$</p> <p>$\vec{v} + \frac{GM}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$: Newton Denklemi</p> <p>$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \frac{GM}{r^3} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$</p>	<p>* Bu integral sabitleri yöringe vektörü (\vec{B}) re asals momentum vektörü (\vec{h})'nın bilgisine karşılık gelir.</p>
---	--	---	--	--

04. HAFTA - 2b

Celestial Mechanics Newtonian Motion (two-body problem)

HRT404 | 27 Şubat 2018 | 2

Newton'yan Hareket (İki Cisim Problemi):

- Her cisim dışardan hiçbir kuvvet etkisi etmedikçe durgun halini korur ya da sabit hareketine devam eder.
- Bir cisimin hareketindeki değişim kendisine uygulanan kuvvette doğru orantılıdır ve kendine uygulanan kuvvette aynı yöndedir.
- Her hareketin bir efti ve karşılığı vardır.

$\vec{F} = \frac{G M}{r^2} \vec{r}$ M Kütle

* 1687 Newton Eksenel Çekim Yasasını Formülle etmiş

$F = \frac{G M m}{r^2} = |\vec{F}|$ $G = \{6.67259 \pm 0.00083\} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

M Geçen Kütle r M ve m arasındaki uzaklık

m Geçilen " "

G Eksenel Çekim Sabiti

Zr Verin Dönme

$\ddot{\vec{r}}_1 = F \vec{u} = \frac{G M m}{r^2} \vec{u}$ M ye
 $\ddot{\vec{r}}_2 = -F \vec{u} = -\frac{G M m}{r^2} \vec{u}$ m y'e

$\ddot{\vec{r}}_2 - \ddot{\vec{r}}_1 = \left[-\frac{G M}{r^2} - \frac{G m}{r^2} \right] \vec{u} = -\frac{G(M+m)}{r^2} \vec{u}$

$m \ll M$, $\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}_2 - \ddot{\vec{r}}_1$, $\mu = GM$

$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^2} \vec{u} = \vec{0}$

Newton Denklemi

$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$

$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \frac{\mu}{r^3} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \vec{0}$

* ikinci derece Homojen Diferansiyel Denklem sistemi

* Bu tır 3 adet üçüncü derece dif. denk. çözülmüş sonucunda 6 adet integral sabiti bulunur. Bu 6 adet integral sabiti Kepler Yörünge elementlerine karşılık gelir.

1. a Yörünge elipsi boyutu Yarı eksenli
2. e " " dismerkezik parametresi

3. M_0 : t_0 anittaki ortalamalı anomali
 E_0 " " dismerkezik "
 v_0 " " gerçek "

4. w Perigeo Argümanı
5. i Yörünge Eğim Açısı
6. Ω Yüksekme Düğüm Noktasının Rektasenizyonu

Yörünge Düğüm Noktası
İkinci derece Diferansiyel Denklem sistemi
Yörünge Konum ve Hızı
Uygun Yörünge Düğüm Noktası
Konum ve Hızı

05. HAFTA - 1a

Celestial Mechanics Newtonian Motion (two-body problem)

HRT434 | 15 Mart 2022 | 1

Falco - Web Browser (ftp sitesine girer)
Linux'ta - nemo (mint) ≈ Explorer (ftp'ye gider)

*Newton Denklemi ve Korunum Kanunları:

$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$, $\mu = GM$

(Simgə) Yerin Gravitasyonal Gekim Sabiti

Newton Denklemi

$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \frac{\mu}{r^3} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

2. Dereceden Homojen Diferansiyel Denklem Sistemi

$= \ddot{\vec{r}}$

2. Dereceden homojen olmayan Dif. Denklem sist.

*Homojen denklem sisteminin çözümünden 6 stet integral sabiti elde edilir. Bu sayılar Kepler yörünge elementleridir.

$Z_E = Z_r$

\vec{r}, \vec{n}

$t, t_0, M_0(E_0, v_0)$

\vec{B} Perigee

X_r, Y_r

Yükselme N. Ekvator

Yörünge Dikdörtgeni Uzaydaki Konumu

M_0

w

i

Ω

a, e : Yörünge elipsinin Bütük yarı eksenini ve işi Merkezligi

: t_0 'dakı Ortakma Anomali

: Perigee argümanı

: Yörünge Eğim açısı

: Yükselme Noktasının Relativ pozisyonu

Dikdörtgeni Yörünge elementleri

*Korunum Kanunları:

- Enerjinin Korunumu $\{ \vec{r} \cdot \text{Newton} \} \rightarrow -\frac{GM}{2a}$
- Ağsal Momentumun " $\{ \vec{r} \times \text{Newton} \} \rightarrow \vec{h}$
- Yörünge Vektörünün " $\{ \text{Newton} \times \vec{h} \} \rightarrow \vec{B}$

Newton: $\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$

1) $\vec{r} \cdot \text{Newton} : \text{Enerjinin Korunur} \Rightarrow$

$\ddot{\vec{r}}$

$\Delta t \cdot \vec{v}_s = \vec{s}$

$\Delta t \cdot \vec{v} = \vec{\Delta r}$

$\frac{\Delta t}{dt}$

$|\vec{r}| = \dot{s} \Rightarrow \Delta t \rightarrow \Delta s$

05. HAFTA - 2a

Celestial Mechanics Newtonian Motion (two-body problem)

HRT434 | 15 Mart 2022 | 2

Falco - Web Browser (ftp Site'ine girer)
Linux'ta - Nemo (mint) ≈ Explorer (ftp'ye girer)

*Newton Denklemi ve Korunum Kanunları:

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}, \quad M = GM$$

(Birinci) Yerin Gravitasyonal
Gekim Sabit

Newton Denklemi

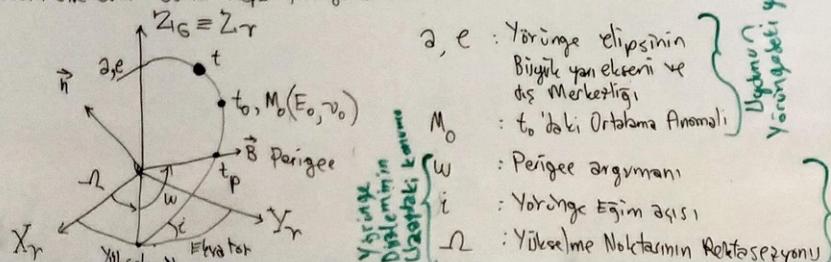
$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \frac{\mu}{r^3} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Dereceden
Homojen Diferansiyel
Denklem sistemi

= $\ddot{\vec{r}}$

2. Dereceden homojen
Olmayan Dif. Denklem sist.

*Homojen denklem sisteminin çözümünden 6 tane integral sabiti elde edilir. Bu, Kepler yörünge elementleridir.



*Korunum Kanunları:

- 1) Enerjisinin Korunumu $\{ \dot{\vec{r}} \cdot \text{Newton} \} \rightarrow -\frac{GM}{2a}$
- 2) Aksal Momentumun " $\{ \vec{r} \times \text{Newton} \} \rightarrow \vec{h}$
- 3) Yörünge Vektörünün " $\{ \text{Newton} \times \vec{h} \} \rightarrow \vec{b}$

$$\text{Newton: } \ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$$

1) $\vec{r} \cdot \text{Newton}$: Enerjisinin Korunumu:

$$\vec{r} \cdot (\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r}) = \vec{0}$$

$$\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} \cdot \vec{r} = 0$$

$$\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^2} \dot{r} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}) = \dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} \\ - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{\dot{r}}{r^2} \end{array} \right\}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}}{2} - \frac{\mu}{r} \right) = \frac{d}{dt} (\mathcal{E})$$

$$\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} = \dot{r} \dot{r} = \dot{r}^2 \equiv v^2$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \mathcal{E}$$

Yazışım
Enerji

Kinetik + Potansiyel
Enerji = Sabit
 \mathcal{E} : Herhangi bir sabit sayı

$$\begin{aligned} \vec{r}^2 &= \vec{r} \cdot \vec{r} = r^2 \\ \vec{r} \cdot \vec{r} &= \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} + \vec{r} \cdot \ddot{\vec{r}} \\ &= \dot{r} \cdot \dot{r} + r \cdot \dot{r} \\ &= 2r \dot{r} \\ \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} &= r \dot{r} \end{aligned}$$

2, e : Yörünge Ellipsinin
Büyük eksenini ve
dış Merkezligi

: t_0 'daki Ortakama Anomali

: Perigee argümanı

: Yörünge Eğim açısı

: Yükselme Noktasının Rektasinyonu

Lagranj
Yörünge
Elementleri

05. HAFTA - 3a

Celestial Mechanics Newtonian Motion (two-body problem)

HRT434 | 15 Mart 2022 | 2

Falco - Web Browser (ftp sitesine girer)
Linux'ta - nemo (mint) ≈ Explorer (ftp'ye gider)

*Newton Denklemi ve Korunum Kanunları:

$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$, $\mu = GM$ (Dünya) Yerin Gravitasyonel Getim Sabit

Newton Denklemi

$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \frac{\mu}{r^3} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 2. Dereceden Homojen Diferansiyel Denklem sistemi

$= \ddot{\vec{r}}$ 2. Dereceden homojen olmayan Dif. Denklem sist.

*Homojen denklem sisteminin çözümünden 6 adet integral sabiti elde edilir. Bular Kepler yörünge elementleridir.

$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$

Korunum Kanunları:

- 1) Enerjinin Korunumu $\{ \dot{\vec{r}} \cdot \text{Newton} \} \rightarrow -\frac{GM}{2r}$
- 2) Aksal Momentumun " $\{ \vec{r} \times \text{Newton} \} \rightarrow \vec{h}$
- 3) Yörünge Vektörünün " $\{ \text{Newton} \times \vec{h} \} \rightarrow \vec{B}$

Newton: $\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$

1) $\dot{\vec{r}} \cdot \text{Newton : Enerjinin Korunumu:}$

$$\dot{\vec{r}} \cdot (\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r}) = \vec{0}$$

$$\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \dot{\vec{r}} \cdot \vec{r} = \vec{0}$$

Yazışım Enerji

$$\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \mathcal{E}$$

Kinetik + Potansiyel Enerji = Sabit

\mathcal{E} : Herhangi bir sabit sayı

İlgili yorumlar:

- $\vec{r}^2 = \vec{r} \cdot \vec{r} = r^2$
- $\vec{r} \cdot \vec{r} = \dot{\vec{r}} \cdot \vec{r} + \vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}$
- $= \dot{r} \cdot r + r \cdot \dot{r}$
- $= 2r\dot{r}$
- $\dot{\vec{r}} \cdot \vec{r} = r\dot{r}$

06. HAFTA - 1a

Celestial Mechanics Newtonian Motion (two-body problem)

<p><u>HRT434 22 Mart 2022 1</u></p> <p><u>Newton Denklemi ve Korunum Kanınları:</u></p> $\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}, \quad \mu = GM, \quad \dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \ddot{\vec{r}} = \frac{d\dot{\vec{r}}}{dt}$ <p>1) $\vec{r} \cdot \text{Newton} : \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = E$ (Enerjinin Korunumu)</p> <p>2) Açısal Momentumun Korunumu</p> $\vec{r} \times \text{Newton} = \vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ $\vec{r} \times (\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r}) = \vec{0}$ $\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \underbrace{\vec{r} \times \vec{r}}_{\vec{0}} = \vec{0}$ $\boxed{\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = \vec{0}}$ $\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) = \dot{\vec{r}} \times \dot{\vec{r}} + \vec{r} \times \ddot{\vec{r}} \quad \vec{0}$	<p>3) Yöringe Vektörü Korunumu (\vec{B})</p> <p>Newton $\times \vec{h}$</p> $(\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r}) \times \vec{h} = \vec{0}$ $\ddot{\vec{r}} \times \vec{h} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} \times \vec{h} = \vec{0}$ $\boxed{\dot{\vec{h}} = \vec{0}} \quad (\vec{h} : \text{sabit})$ $\frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = -\frac{\mu}{r^3}(\vec{r} \times \vec{h})$ $= \frac{\mu}{r^3}(\vec{h} \times \vec{r})$ $= \frac{\mu}{r^3}(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) \times \vec{r}$ <p><u>Özellik:</u></p> $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{B} \cdot \vec{C})\vec{A}$ $= \frac{\mu}{r^3} \left\{ \underbrace{(\vec{r} \cdot \vec{r})}_{r^2} \vec{r} - \underbrace{(\vec{r} \cdot \vec{r})}_{r^2} \vec{r} \right\}$ $= \frac{\mu}{r} \vec{r} - \frac{\mu}{r^2} \vec{r}$	$\frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \mu \left(\frac{\vec{r} \times \vec{r}}{r^2} + \vec{B} \right)$ $\frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \mu \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right)$ $\boxed{\dot{\vec{r}} \times \vec{h} = \mu \frac{\vec{r}}{r} + \vec{B}}$ $\vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dt} \quad \begin{array}{l} \text{(Hesaplı sabit)} \\ \text{Sabit vektör} \\ \text{(Yöringe vektörü)} \end{array}$ <p>Runge-Lenz, Laplace Vektörü</p> <p>\vec{B}, $\vec{r} \times \vec{h}$ ve $\mu \frac{\vec{r}}{r}$ vektörlerinin doğrusal kombinasyonu ve daima perige doğrultusunu gösterir.</p> $\vec{B} = \dot{\vec{r}} \times \vec{h} - \mu \frac{\vec{r}}{r}$ $\vec{e} = \frac{1}{\mu} \vec{B}, \quad e = \vec{e} $ <p>$e = 0$ Daire, $e > 1$ Hipbol $e = 1$ Parabol, $0 < e < 1$ Ellips</p>	<p>$\vec{r} \cdot \vec{r} = \mu \frac{\vec{r}}{r} + \vec{B}$</p> $\vec{r}(\dot{\vec{r}} \times \vec{h}) = \mu r + \vec{r} \vec{B}$ $\boxed{\vec{r}(\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B}(\vec{C} \times \vec{A})}$ $\vec{h} \cdot (\vec{r} \times \vec{r}) =$ $\vec{r} = \mu r + r B \cos \nu$ <p>$v : \vec{r} \times \vec{B}$ arasındaki açı</p> $r = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + \frac{B}{\mu} \cos \nu} = \frac{p}{1 + e \cos \nu}$ <p>Konik Kesitlerin Matrisel Denklemi</p> $P = \frac{h^2}{\mu(1-e^2)} \quad \text{Elipsin parametresi}$ $e = \frac{B}{\mu}, \quad p = 2(1-e^2) = \frac{h^2}{\mu}$ <p>* Geometrik Parametreler ile Dinamik parametreler arasındaki ilişkiler.</p>
--	--	--	---

06. HAFTA - 2a

Celestial Mechanics Newtonian Motion (two-body problem)

HRT434 | 22 Mart 2022 | 2 |

Newton Denklemi ve Korunum Kanonları:

- 1) $\frac{v^2}{2} - \frac{M}{r} = -\frac{M}{2a} = \epsilon$ Enerji integrali, Enerji Korunumu
- 2) $\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{h}$ Momentum integrali, Açısal Momentum Korunumu ($\vec{h} = \vec{B}$)
- 3) $\vec{r} \times \vec{h} - M \frac{\vec{r}}{r} = \vec{B}$ Yörünge integrali(1) Yörünge Vektörü Korunumu ($\vec{B} = \vec{0}$)

$v = \frac{h^2/M}{1 + \frac{B}{M} \cos v}$ Yörünge integrali(2)

$r = \frac{h^2/M}{1 + e \cos v} = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v} = \frac{p}{1+e \cos v}$

Dinamik Geometrik

Konk Keşiflerin Kütupsal Denklemi

$v = 90^\circ = |\vec{r}| = p = r$

$|\vec{r}_{apo}| = r_{apo} = a(1+e)$

$|\vec{r}_{per}| = r_{per} = a(1-e)$

$\frac{h^2}{M} = p = a(1-e^2)$

$v \equiv \dot{r}$

$\frac{v^2}{2} - \frac{M}{r} = \epsilon$

$n = r_{per} \cdot v_{per} = r_{apo} \cdot v_{apo}$

$\left\{ \begin{array}{l} r_{per} \text{ ile } v_{per} \equiv v_{per} \text{ aşı 90}^\circ \\ r_{apo} \text{ ile } v_{apo} \equiv v_{apo} \text{ aşı 90}^\circ \end{array} \right.$

$v_{per}^2 = \frac{h^2}{r_{per}^2}$

$\frac{h^2}{2r_{per}^2} - \frac{M}{r_{per}} = \epsilon$

$\left\{ \begin{array}{l} r_{per} = a(1-e) \\ h^2 = M a(1-e^2) \end{array} \right.$

$\epsilon = \frac{Ma(1-e^2)}{2a^2(1-e)^2} - \frac{M}{2a(1-e)}$

$\epsilon = -\frac{M}{2a} = -\frac{GM}{2a}$

$\frac{v^2}{2} - \frac{M}{r} = -\frac{M}{2a}$

$\frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} = -\frac{GM}{2a}$

* M : Ortalamaya {Kütte ile Karıştırılmaz}

n : Uydunun ortalamaya açısal hızı

$\dot{M} = \frac{dM}{dt} = \dot{m}, \ddot{M} = \ddot{m} = \emptyset$

$\dot{M} = n = \sqrt{\frac{M}{a^3}} = \frac{2\pi}{T}$

T : Uydunun periyodu

$(2a - p)^2 = 4a^2 e^2 + p^2$

$4a^2 - 4ap + p^2 = 4a^2 e^2 + p^2$

$4a^2 - 4ap = 4a^2 e^2$

$4ap = 4a^2(1-e^2)$

$P = a(1-e^2)$

06. HAFTA - 3a

Celestial Mechanics Newtonian Motion (two-body problem)

HRT434 | 22 Mart 2022 | 3

Newton Denklemi ve Korunum Kanıtları:

$$1) \frac{v^2}{2} - \frac{M}{r} = -\frac{M}{2a} = E \quad \text{Enerji Integrali, Enerji Korunus}$$

$$2) \vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{h} \quad \text{Momentum integrali, Açısal Momentum Korunumu } (\vec{h} = \vec{0})$$

$$3) \vec{r} \times \vec{h} - M \frac{\vec{r}}{r} = \vec{B} \quad \text{Yörünge integrali(1) Yörünge Vektörü Korunumu } (\vec{B} = \vec{0})$$

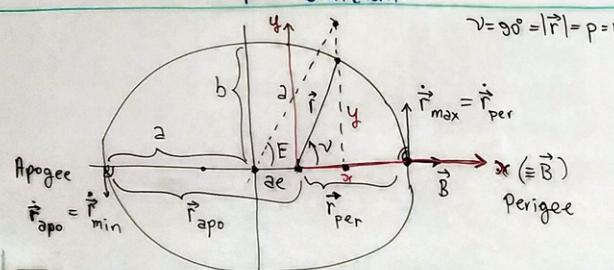
$$\vec{v} : \vec{r} \text{ ve } \vec{B} \text{ arası} \quad \text{Yörünge integrali(2)}$$

$$r = \frac{h^2/M}{1 + \frac{B}{M} \cos v} = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v} = \frac{p}{1+e \cos v} \quad \text{Yörünge integrali(2)}$$

Dinamik

Geometrik

Konk Keşitlerin Kutupsal Denklemi



$$\begin{aligned} \vec{r}_v &= \begin{bmatrix} r \cos v \\ r \sin v \\ 0 \end{bmatrix} = \vec{r}_E = \vec{r} \\ \vec{r}_E &= \begin{bmatrix} a \cos E - ae \\ a \sqrt{1-e^2} \sin E \\ 0 \end{bmatrix} = \vec{r}_v = \vec{r} \end{aligned} \quad \text{Korunum}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}_v &= \begin{bmatrix} i \cos v - r \dot{i} \sin v \\ i \sin v + r \dot{i} \cos v \\ 0 \end{bmatrix} \\ \dot{\vec{r}}_E &= \begin{bmatrix} -a \sin E \dot{E} \\ a \sqrt{1-e^2} \cos E \cdot \dot{E} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{Hızları}$$

$$\begin{aligned} h &= |\vec{r} \times \dot{\vec{r}}_E| \\ &= a^2 \cos^2 E \sqrt{1-e^2} \dot{E} - a^2 e \sqrt{1-e^2} \cos E \dot{E} \\ &\quad + a^2 \sqrt{1-e^2} \sin^2 E \dot{E} \\ &= a^2 \sqrt{1-e^2} \dot{E} - a^2 e \sqrt{1-e^2} \cos E \dot{E} \\ h &= a^2 \sqrt{1-e^2} (1-e \cos E) \dot{E} \end{aligned}$$

$$h = \sqrt{a(1-e^2)}$$

$$\sqrt{a(1-e^2)} = a^2 \sqrt{1-e^2} (1-e \cos E) \dot{E}$$

$$\sqrt{a(1-e^2)} = a^2 \sqrt{1-e^2} (1-e \cos E) \dot{E}$$

$$M = n = \sqrt{\frac{M}{2a}} = (1-e \cos E) \dot{E}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{E} = \frac{dE}{dt} \end{array} \right.$$

$$n dt = (1-e \cos E) dE$$

$$\int n dt = \int (1-e \cos E) dE$$

$$\int_{t_0}^t n dt + M_0 = E - e \sin E$$

$$M_0 : t_0 \text{ anındaki ortalamma anomali (integral sabiti)}$$

$$\int (t-t_0) n dt + M_0 = E - e \sin E$$

$$M = E - e \sin E$$

Kepler Denklemi

$$M_p = 0 \quad (\text{Perigeli Ortalama Anomali})$$

$$E_p = 0 \quad (\text{Perihelinik anomali})$$

$$v_p = 0 \quad (\text{Perigeli genel anomali } \theta)$$

$$\tan v = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E}{e(\cos E - e)}$$

$$r = a(1-e \cos E)$$

06. HAFTA - 3b

Newtonian Motion (two-body problem) Conservation Laws

HRT404 | 27 Şubat 2018 | 3

Newton Denklemi ve Korunum Kanonları:

Newton Denklemi: $\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$, $\mu = GM$

- 1) Enerjinin Korunumu: $\{ \dot{\vec{r}} \cdot \text{Newton Denklemi} \}$
- 2) Açısal Momentumun Korunu: $\{ \vec{r} \times \text{Newton Denklemi} \}$
- 3) Yörünge Vektörünün "": $\{ \text{Newton Denklemi} \times \vec{h} \}$

\vec{h} : Açısal Hız Vektörü (Uydunun)

1) $\dot{\vec{r}} \cdot \text{Newton}:$

$$\dot{\vec{r}} \cdot (\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r}) = \dot{\vec{r}} \cdot \vec{0} = \vec{0}$$

$$\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \dot{\vec{r}} \cdot \vec{r} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \vec{r}^2 = \vec{r} \cdot \vec{r} = r^2 \quad \text{Bu iş sarpının zamanla göre} \\ \dot{\vec{r}} \cdot \vec{r} + \vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} = 2\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} \Rightarrow \vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} = \vec{r} \cdot \vec{r} = \vec{r} \cdot \vec{r} \end{cases}$$

$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \right\} = \frac{d}{dt} \{ \epsilon \}$

$\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \epsilon \quad \text{Sabit} \quad (1)$

$m=1$ kütüklü çekilen bir cismin
İçin Kinetik Enerji ile Potansiyel
Enerji Toplamı SABİTTİR

$\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^2} \vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} = \vec{0}$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}) = \frac{1}{2} (\ddot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} + \vec{r} \cdot \ddot{\vec{r}}) = \dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}}$$

$T = \frac{v^2}{2}, v = -\frac{\mu}{r}$ $m=1$ iain
Kinetik
Potansiyel

$\vec{r} + \vec{v} = \vec{h}$

$\vec{r} \times \vec{v} = \vec{h}$

$\vec{r} \times \vec{r} = \vec{0}$

$\frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{v}) = \frac{\mu}{r^3} (\vec{r} \cdot \vec{v}) \vec{r} - (\vec{r} \cdot \vec{v}) \vec{r}$

$\frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{h}) = \frac{\mu}{r^3} (\vec{r} \cdot \vec{h}) \vec{r} - (\vec{r} \cdot \vec{h}) \vec{r}$

$\vec{r} \times \vec{h} = \mu \frac{\vec{r}}{r} + \vec{B}$

06. HAFTA - 3c

Newtonian Motion (two-body problem) Conservation Laws

Newton Denkleminin Görümleri \vec{r} ve \vec{B} 'nin Hesaplanması:

Newton: $\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$

* Korunum yasası ile Gözlemlenilen Sonucunda 6 adet (\vec{h} ve \vec{B} bilinen) integral sabiti elde edilir.

$$\textcircled{1} \quad E = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} = -\frac{GM}{2a}$$

Aksal Momentum Vektörü
 $\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$

3) $\vec{B} = \dot{\vec{r}} \times \vec{h} - \mu \frac{\vec{r}}{r^3}$ (Ränge-Lenz ya da Laplace Vektörü)

* $\vec{h} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}, \vec{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$

Bu iki sabit vektör (integral den gelen) Yörünge Düzleminin Uzaydaki konumunu göstermek için yeterlidir. Bunların yerin Kepler elementleri daha sık kullanılır.

Integral sabitleri $\vec{h} = \vec{B} = \vec{0}$

Kepler Elemanlarının Hesaplanması:

$$\textcircled{2} \quad \vec{r} (\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) = \mu \frac{\vec{r}}{r} + \vec{B}$$

$$\vec{h} (\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) = \mu \frac{\vec{r}}{r} + \vec{r} \times \vec{B}$$

$$h^2 = \mu r + r B \cos \nu$$

ν : Gerek Anomali

6 adet Kepler elementi \vec{h} ve \vec{B} bilinenin kesişimi:

$$\vec{r}_{apo} = \frac{\vec{r}_{min}}{e}$$

$$\vec{r}_{per} = \vec{r}_{min} = a(1-e)$$

$$\frac{h^2}{\mu} = p = a(1-e^2), e = \frac{B}{\mu}$$

$$E = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \Rightarrow r_{apo} v_{apo} = r_{per} v_{per} = h = |\vec{h}|$$

$$v_{per} = \frac{h}{r_{per}}$$

$$E = \frac{h^2}{2r_{per}^2} - \frac{\mu}{r_{per}} \quad \left\{ \begin{array}{l} r_{per} = a(1-e) \\ h^2 = \mu a(1-e^2) \end{array} \right.$$

$$E = \frac{\mu a(1-e^2)}{2a^2(1-e)^2} - \frac{\mu}{a(1-e)}$$

$$= \frac{\mu(1+e)}{2a(1-e)} - \frac{\mu}{a(1-e)} = \frac{\mu}{a(1-e)} \left(\frac{1+e}{2} - \frac{1}{e-1} \right)$$

$$E = -\frac{\mu}{2a}$$

07. HAFTA - 1a

Orbit Determination and Photogrammetric Method

HRT434 | 29 Mart 2022 | 1 $n = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}$

16. Orta Problem (Dön+):

$$\text{Newton: } \ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^2} \vec{r} = \vec{B}, \quad \mu = GM$$

1) Enerji Korunumu: (\vec{P} . Newton)

$$\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} \quad \begin{array}{l} \text{Enerji Korunumu} \\ \text{Değişkeni} \end{array}$$

2) Açısal Momentum ($\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$)

$$\text{Korunumu:} \quad \vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$$

Yöringe düzleme
M: Ortakana熳anı
e: Dış mekâni elemen
E: Dış mekâni熳anı

$$M = E - e \sin E$$

Kepler Denklemi

3) Yöringe (Perigee Degrütüsü) Vektöründen (\vec{B}) Korunumu.

$$\vec{B} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}} - \mu \vec{u}, \quad r = \frac{P}{1+e \cos i}, \quad B = |\vec{B}|$$

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}, \quad r = |r| \quad P = a(1-e^2), \quad e = \frac{B}{\mu} = |\vec{e}|$$

Yöringe Elemanlarının Hesaplanması

Kepler Yöringe Elemanları:

$a, e, M_0, w, i, -\lambda$, t_0 anında Kepler yöringe Elemanları

\vec{h}, \vec{B} : Yöringe düzleme normali ve Perigee doğrultusundaki Laplace Vektörü

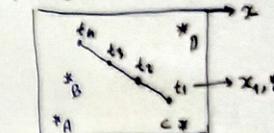
* 6 adet bilinmeyen gözebilirlik için 6 adet bilinmeyecektir.

1) $\vec{r}, \dot{\vec{r}}$ verilmiş ise Başlangıç Değeri Problemi, adım altı.

2) $\vec{r}_a = \vec{r}(t_a) \neq \vec{r}_b = \vec{r}(t_b)$, t_a ve t_b anımdaiki iki konumdan yöringe elemanlarının hesaplanmasına Sınırlı Değer Problemi denir.

3) Üz aynı noktadan 3 adet azimut ve 3 adet döngü arası açı ile yöringe elemanlarının belirlenmesi. Fotogrammetrik yöntemi.

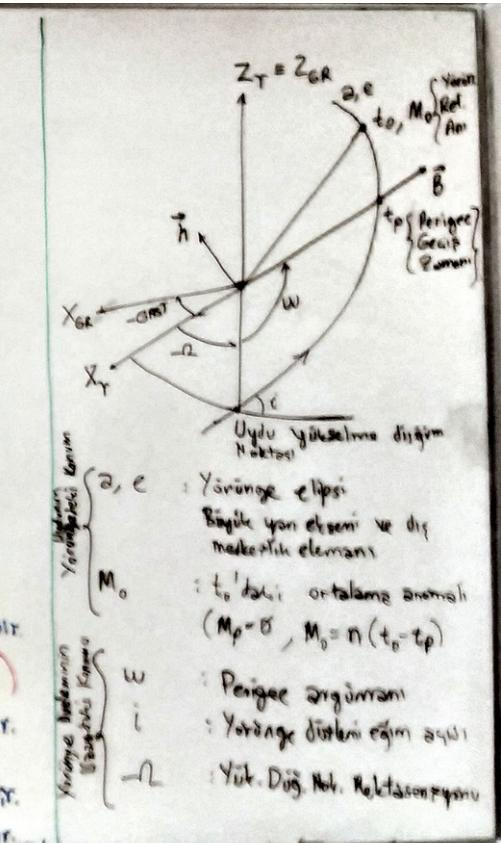
3) Fotogrammetrik yöntemi



Yüklem	Değ. Sabit		Fotoğraf	
	α	s	x	y
A	α_A	s_A	x_A	y_A
B	:	:	:	:
C	:	:	:	:
D	α_D	s_D	x_D	y_D
.	:	:	:	:

Düzen	Değ. Sabit		Fotoğraf	
	α	s	x	y
t_1	α_1	s_1	x_1	y_1
:	:	:	:	:
t_4	α_4	s_4	x_4	y_4
.	:	:	:	:

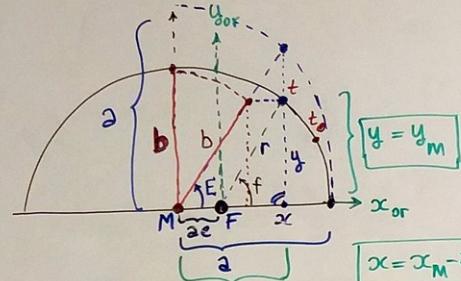
* Ortak Noktalar ile Dönüşüm Katsayıları hesaplanır.
* Uydunun $\alpha_j, s_j (j=1, \dots)$ dönüşüm katsayıları ile bulunur.
* α_j ve s_j lerden kütupsal koordinatlara (A_{ij}, Z_{ij}) gelir.
* En az üç görsel ile yapılır.



07. HAFTA - 1b

Orbit Determination

HRT434 | 27 Mart 2019 | 2 | (devam eder)



* Odağı (F) göre konum vektörü (r, \dot{r})

$$\vec{r}_F = \begin{bmatrix} r \cos f \\ r \sin f \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{\vec{r}}_F = \begin{bmatrix} \dot{r} \cos f - r \sin f \cdot \dot{f} \\ \dot{r} \sin f + r \cos f \cdot \dot{f} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt}, \quad f = \frac{df}{dt}$$

* Esençtiğin Elemanları (a, E) ve M' ye göre

$$\vec{r}_M = \begin{bmatrix} a \cos E \\ b \sin E \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{\vec{r}}_M = \begin{bmatrix} -a \sin E \cdot \dot{E} \\ b \cos E \cdot \dot{E} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$b = a\sqrt{1-e^2}$$

* Esençtiğin (a, E) ve F' ye göre:

$$\vec{r}_F = \begin{bmatrix} a \cos E - a e \\ a\sqrt{1-e^2} \sin E \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{\vec{r}}_F = \begin{bmatrix} -a \sin E \cdot \dot{E} \\ a\sqrt{1-e^2} \cos E \cdot \dot{E} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{H} = \vec{r}_F \times \dot{\vec{r}}_F = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a \cos E - a e & a\sqrt{1-e^2} \sin E & 0 \\ -a \sin E & a\sqrt{1-e^2} \cos E & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (a \cos E - a e)(a\sqrt{1-e^2} \cos E \cdot \dot{E}) + a^3 \sqrt{1-e^2} \sin^2 E \cdot \dot{E} \end{bmatrix}$$

$$H = |\vec{H}| = \left(a^2 \sqrt{1-e^2} \cos^2 E - a^2 e \sqrt{1-e^2} \cos E + a^2 \sqrt{1-e^2} \sin^2 E \right) \dot{E}$$

$$= a^2 \sqrt{1-e^2} (1-e \cos E) \dot{E}$$

$$\left\{ H = \sqrt{M a (1-e^2)} \text{ ve } \dot{E} = \frac{dE}{dt} \text{ den} \right\}$$

$$\sqrt{M a} \sqrt{1-e^2} = a^2 \sqrt{1-e^2} (1-e \cos E) \dot{E}$$

$$\dot{E} = \sqrt{\frac{M}{a^3}} = (1-e \cos E) \dot{E}$$

$$n = (1-e \cos E) \frac{dE}{dt}$$

$$\left\{ \dot{n} = 0, \quad \ddot{M} = n, \quad \ddot{E} = 0 \right\}$$

$$\frac{dt}{n} = (1-e \cos E) dE$$

$$\frac{dt}{n} = dE - e \cos E dE$$

$$\int_{t_0}^t \frac{dt}{n} = \int_{E_0}^E dE - e \int_{E_0}^E \cos E dE$$

$$n(t-t_0) + M_0 = E - e \sin E$$

M_0 : integral sabit

$$M = E - e \sin E \quad \text{Kepler Denklemi}$$

$$E = M + e \sin E$$

$$E^{(0)} = M$$

$$E^{(k)} = M + e \sin E^{(k-1)}$$

$$|E^{(k-1)} - E^{(0)}| \leq 1e-14$$

Yörünge Belirleme Yontemler:

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^2} \vec{r} = \vec{0} \quad \text{Newton Denklemi}$$

* 6 adet bilinenen integral sabitleridir. Bunları çözmede 6 adet bilgiye ihtiyaç vardır.

1) Bir epoktaki konum (\vec{r}) ve hız (\vec{v}) kullandırdıktan sonra, BAŞLANGIC DEĞER PROBLEMI.

2) İki epokta ($\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$ ve $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$) konum vektörleri biliniyorsa SINIR DEĞER PROBLEMI.

3) Üç yataş ve üç düşey ölçüyle bulunuysa, DOGRUŞTULARLA YÖRÜNGE BELİRLEME.

07. HAFTA - 1c

Orbit Determination

HRT404 | 06 Mart 2018 | 2

Kepler Denklemi:

$$\dot{v} = \frac{d v}{d t}$$

$$\dot{E} = \frac{d E}{d t}$$

$$\dot{r} = \frac{d r}{d t}$$

$$M_p = \frac{2\pi}{T}$$

* Odaga göre uygunun yörünge denklemleri Koordinatları (r, v)

$$\vec{r}_f = \begin{bmatrix} r \cos v \\ r \sin v \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dot{\vec{r}}_f = \begin{bmatrix} \dot{r}_x \cos v - r \dot{v} \sin v \\ \dot{r}_y \sin v + r \dot{v} \cos v \\ 0 \end{bmatrix}$$

* Merkeze göre uygunun yör. düz. koord. (a, E)

$$\vec{r}_f = \begin{bmatrix} a \cos E - a e \\ a(1-e^2) \sin E \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dot{\vec{r}}_f = \begin{bmatrix} -a \dot{E} \sin E \\ a \sqrt{1-e^2} \dot{E} \cos E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Yörünge Elemanlarının Hesaplanması:

- 1 $\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}$ Enerji Koruması Denklemi
- 2 $\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ Aksiyel Momentum Koruması
- 3 $\dot{\vec{r}} \times \vec{h} - \mu \frac{\vec{r}}{r} = \vec{B}$ Yörünge Vektörü Koruması (Runge-Lenz, Laplace Vek.)
- 4 $r = \frac{n^2/\mu}{1 + \frac{B}{\mu} \cos v} = \frac{P}{1 + e \cos v} = \frac{a(1-e^2)}{1 + e \cos v}$ Konuk Keşit Kutupsal Denklemi
- 5 $M = E - e \sin E = n \Delta t + M_0$, ($\Delta t = t - t_0$) Kepler Denklemi

1 Bir uyduyu herhangi bir andaki konum ve hız biliniyorsa ($\vec{r}, \dot{\vec{r}}$) Baslangıç Değer Problemi adını alır.

2 Bir uyduyu ki anıma ait konumu biliniyorsa (\vec{r}_1, \vec{r}_2) Sınır Değer Problemi adını alır.

3 Es zamanlı ölçülmüş 3 adet azimut ve düşey açı ölçüsü Doğru Ölçmeleri ile Yörünge Belirleme adını alır. (Zenit Kamerasları ile yapılır)

$h = |\vec{r}_f \times \dot{\vec{r}}_f| =$

$$h = a^2 \cos^2 E \sqrt{1-e^2} \dot{E} - a^2 e \sqrt{1-e^2} \dot{E} \cos E + a^2 \sqrt{1-e^2} \dot{E} \sin^2 E$$

$$h = a^2 \sqrt{1-e^2} \dot{E} - a^2 e \sqrt{1-e^2} \cos E \dot{E}$$

$$h = a^2 \sqrt{1-e^2} (1 - e \cos E) \dot{E} = \sqrt{\mu a (1-e^2)}$$

$$\sqrt{\mu a} \sqrt{1-e^2} = a^2 \sqrt{1-e^2} (1 - e \cos E) \dot{E}$$

$$\sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = (1 - e \cos E) \dot{E}$$

$$\sqrt{\frac{\mu}{a^3}} dt = (1 - e \cos E) dE$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = \dot{M} = \frac{dM}{dt}$$

$$\int n dt = \int dE - e \cos E + E$$

$$n \Delta t + M_0 = E - e \sin E \quad (\Delta t = t - t_0)$$

$$n \Delta t_p + M_p = E - e \sin E \quad (\Delta t_p = t - t_p)$$

$$M = E - e \sin E$$
 Kepler Denklemi

07. HAFTA - 2a

Orbit Determination Initial Value Problem - HRT434 - Example 1

<p>HRT434 29 Mart 2022 2 $n = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}$</p> <p><u>İlk Çözüm Problemi (Özel)</u>: $\ddot{r} + \frac{\mu}{r^2} \vec{r} = \vec{0}$, $\mu = GM$</p> <p>Newton: $\ddot{r} + \frac{\mu}{r^2} \vec{r} = \vec{0}$, $\mu = GM$</p> <p>1) Enerji Korunuşu: ($\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}$) Newton)</p> $\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} \quad \text{Enerji Korunuşu}$ Denklemi <p>2) Ağısal Momentum ($\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$)</p> <p>Korunuşu: $\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$</p> <p>$\vec{h}$: Yörünge teğet M: Ortakma Anomali e: Dış mekanik element E: Dış mekeli Anomali</p> <p>Kepler Denklemi</p> <p>3) Yörünge (Perigee Döndürmeli) Vektörlerin (\vec{h}), $\vec{e} = \frac{\vec{r}}{r^2}$ (B) Konumu.</p> $\vec{B} = \vec{r} \times \vec{h} - M \vec{e}, \quad r = \frac{P}{1+e \cos v}, \quad B = \vec{B} $ $\vec{e} = \frac{\vec{r}}{r}, \quad r = \vec{r} \quad P = \frac{r^2}{\mu}, \quad e = \frac{B}{\mu} = \vec{e} $	<p>1) $\vec{r}, \dot{\vec{r}}$ Başlangıç Değer Problemi:</p> <p><u>Verilenler</u>: $\vec{r} = \begin{bmatrix} 10000.0 \\ 40000.0 \\ -5000.0 \end{bmatrix} \text{ [km]} \quad \dot{\vec{r}} = \begin{bmatrix} -1.5 \\ 1.0 \\ -0.1 \end{bmatrix} \text{ [km/s]}$</p> <p>$\mu = 398600.4405 \text{ km}^3/\text{s}^2$</p> <p>Verildiğine göre Uydunun Kepler yörünge elementlerini hesaplayınız. $(a, e, M_0, w, i, \Omega)$</p> <p><u>Gözüm</u>: $\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \begin{bmatrix} y \dot{z} - z \dot{y} \\ z \dot{x} - x \dot{z} \\ x \dot{y} - y \dot{x} \end{bmatrix}$</p> <p>① $\vec{r} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$</p> $\vec{r} = \begin{bmatrix} 10000.0 \\ 8500.0 \\ 70000.0 \end{bmatrix} \text{ [km/s]}, \quad h = \vec{h} $ $h = 70521.27 \text{ km/s}$ <p>② $\vec{w} = \frac{\vec{r}}{h} = \begin{bmatrix} 0.014180 \\ 0.120531 \\ 0.992608 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix}$</p> $= \begin{bmatrix} \cos\{-(30-\alpha)\} \sin\alpha \\ \sin\{-(30-\alpha)\} \sin\alpha \\ \cos\alpha \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} \sin\alpha \sin\alpha \\ -\cos\alpha \sin\alpha \\ \cos\alpha \end{bmatrix}$	<p>$i = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{w_x^2 + w_y^2}}{w_z} \right\}$</p> $= 6.970729^\circ$ <p>$\Omega = \arctan \left\{ \frac{w_x}{-w_y} \right\}$</p> $= 173.290163^\circ$ <p>③ $P = \frac{h^2}{\mu} = a(1-e^2)$</p> <p>$a = \left\{ \frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu} \right\}^{-1}, \quad r = \vec{r} , \quad v = \dot{\vec{r}}$</p> <p>$P = 12476.77990 \text{ km}$</p> <p>$\Delta = 25015.181035 \text{ km}$</p> <p>④ E: Eksentrlik anomali</p> <p>$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = 0.00914284 \text{ [s]}$</p> <p>$E = \arctan \left\{ \frac{\dot{r} \cdot \vec{r} / (a^2 n)}{\{1 - r/a\}} \right\}$</p> $= 158.856601^\circ$	<p>$M = E - e \sin E$</p> <p>$e = \sqrt{1 - P/a}$</p> <p>$e = 0.707977$</p> <p>$M = 144.224991^\circ$</p> <p>$\vec{r}, t \quad \vec{r}_p, t_p \quad \sim 4.3^n$</p> <p>$M = n(t - t_p)$</p> <p>$\Delta t = \frac{M}{n}$</p> <p>$= 4^h 22^m 54.46^s$</p> <p>Süre önce uydü perigeden geçmiş.</p> <p>* Son zamanlarda $t_p - t = 2^h$ seçilseydi M_0 araziyalı olurdu</p> <p>$M_0 = n(t_0 - t_p)$</p> <p>$M = M_0 + n(t - t_0)$</p>
--	---	---	---

07. HAFTA - 2b

Orbit Determination Initial Value Problem - HRT434 - Example 1

<p>HRT404 06 Mart 2018 3</p> <p>Konum ve Hızdan Yerel Koordinatlar Yörünge Elemanlarımin Hesaplanması</p> $\vec{r} = \begin{bmatrix} 10\ 000.0 \\ 40\ 000.0 \\ -5\ 000.0 \end{bmatrix} \text{ [km]} \quad \dot{\vec{r}} = \begin{bmatrix} -1.5 \\ 1.0 \\ -0.1 \end{bmatrix} \text{ [km/s]}$ <p>t anittaki $M = GM = 398600.4405 \text{ km}^3/\text{s}^2$</p> <p>Gözüm: $\vec{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \dot{\vec{r}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$</p> <p>① $\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y\dot{z} - 2y \\ 2\dot{x} - x\dot{z} \\ xy - y\dot{x} \end{bmatrix}$</p> <p>$h = \begin{bmatrix} 1000.0 \\ 8500.0 \\ 78000.0 \end{bmatrix} \text{ [m/s]}$, $\vec{w} = \frac{\vec{h}}{h} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0141488 \\ 0.120531 \\ 0.992688 \end{bmatrix}$</p> <p>② $\vec{w} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\{\varphi^0 - n\} \sin i \\ \sin\{\varphi^0 - n\} \sin i \\ \cos i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\varphi \sin i \\ -\cos\varphi \sin i \\ \cos i \end{bmatrix}$ $\vec{w} = 1$</p>	<p>④ $e = \sqrt{1 - \frac{P}{a}} = 0.707977$</p> <p>⑥ Eksentrik Anomali $E = \arctan \left\{ \frac{\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} / (a^2 n)}{1 - r/a} \right\} = 176.507134^\circ$</p> <p>⑦ $M(t) = E(t) - e \sin E(t)$ $M(t) = 160.249990^\circ$</p> <p>⑧ $\omega = \Omega - \nu = 101.725430^\circ$</p> <p>$\Omega = \arctan \left\{ \frac{z}{-x w_y + y w_x} \right\}$ $\Omega = 291.919073^\circ$</p> <p>$\nu = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E}{\cos E - e} \right\} = 190.193643^\circ$</p> <p>$M = M_p + (t - t_p) n$</p> <p>⑨ $t_p = \frac{-M + t n}{n} = -4^h 22^m 54.46^s$</p>	<p>③ $i = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{w_x^2 + w_y^2}}{w_z} \right\}$ $0 \leq i \leq \frac{\pi}{2}$ Genelde $\frac{\pi}{2} \leq i \leq \pi$ Buzlularda</p> <p>$i = 7.745255^\circ$</p> <p>①</p> <p>⑤ $\Omega = \arctan \left\{ \frac{w_x}{-w_y} \right\} = 192.544626^\circ$</p> <p>④ $P = \frac{h^2}{\mu} = 12476.779990 \text{ km}$</p> <p>③ $a = \left\{ \frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu} \right\}, r = \vec{r} , v = \vec{v}$ $a = 25015.181035 \text{ km}$</p>
---	---	--

08. HAFTA - 1a

Orbit Determination

HRT434 | 05 Nisan 2022 | 1

İki Cism Problem (2. etap)

$$\text{Newton: } \ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}, \quad \mu = GM$$

$$1) \dot{\vec{r}} \cdot \vec{r} = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2e}$$

Enerji Korunumu

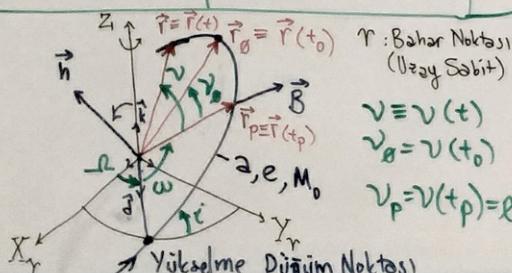
$$2) \vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}} \rightarrow \vec{h} = \vec{r} \times \vec{r}$$

Açılış Hiz
Korunumu $\rightarrow M = E - e \sin E$

$$3) \text{Newton } \vec{r} \times \vec{h} \rightarrow \vec{B} = \vec{r} \times \vec{h} - \frac{\mu}{r} \vec{r}$$

Laplace Vektörünün
Korunumu

$$\begin{aligned} p &= h^2/\mu, \quad B = |\vec{B}| \\ &= 2(1-e^2), \quad \vec{e} = \frac{\vec{B}}{B} \\ &e = |\vec{e}| \end{aligned}$$



Yörönge Elemanlarının Hesaplanması

$$* \vec{h}, \vec{B}'nin bulunması \quad \vec{h} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$$

$$* \text{Kepler Elemanlarının bulunması} \\ (\alpha, e, M_0, \omega, i, \Omega)$$

t_0

* 6 parametreyi Hesaplamak için

3 Yöntem kullanılır.

1) Uzaydaki noktadan 3 adet direğin
açı ve azimut aynı anda ölçülerek
(Photogrammetric Yöntem).

2) Başlangıç Değer problemi: Uydunun
bir t anındaki konumu ($\vec{r} \equiv \vec{r}(t)$) ve
hızı ($\dot{\vec{r}} = \vec{v}(t)$) veriliyorsa.

3) Sınırdeğer Problemi: Uydunun iki
farklı anındaki (t_1, t_2) konumları
 $\{\vec{r}_1 \equiv \vec{r}(t_1), \vec{r}_2 \equiv \vec{r}(t_2)\}$ veriliyorsa.

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}, \quad \vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}, \quad r = |\vec{r}|$$

Orbit Determination

Üzgürleme: t anındaki konum ve hızı

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = \begin{bmatrix} 10000.0 \\ 40000.0 \\ -5000.0 \end{bmatrix} [\text{km}]$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}(t) = \begin{bmatrix} -1.5 \\ 1.0 \\ -0.1 \end{bmatrix} [\text{km/s}]$$

darek veilen uydunun yörönge

Elemanlarını hesaplayınız.

Gözüm:

$$\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{bmatrix}$$

$$\vec{h} = \begin{bmatrix} y\dot{z} - z\dot{y} \\ z\dot{x} - x\dot{z} \\ x\dot{y} - y\dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000.0 \\ 8500.0 \\ 70000.0 \end{bmatrix} [\text{km}^2/\text{s}]$$

$$\vec{r} \times \dot{\vec{h}} = \begin{bmatrix} 70850.0 \\ 104900.0 \\ -13750.0 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{km}^3}{\text{s}^2} \right]$$

$$\frac{\mu}{r^3} \vec{r} = M \vec{u} = \begin{bmatrix} 95971.71 \\ 383886.83 \\ -47985.85 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{km}^3}{\text{s}^2} \right]$$

$$\vec{B} = \vec{r} \times \vec{h} - \frac{\mu}{r} \vec{r} = \begin{bmatrix} -25121.71 \\ -278986.83 \\ 34235.85 \end{bmatrix} \left[\frac{\text{km}^3}{\text{s}^2} \right] \text{ Laplace Vektörü}$$

$$* \text{Yükselme düzgün noktası doğrultusu } \hat{k} \times \vec{u}_h = \hat{d}$$

$$\hat{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{u}_h = \frac{\vec{h}}{h} = \begin{bmatrix} 0.0142 \\ 0.1205 \\ 0.9926 \end{bmatrix}, \quad \hat{d} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{u}_d = \frac{\hat{k} \times \vec{u}_h}{|\hat{k} \times \vec{u}_h|}, \quad \hat{d} = \hat{k} \times \hat{u}_h = \begin{bmatrix} -0.1205 \\ 0.0142 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$\hat{u}_d = \frac{\hat{d}}{|\hat{d}|} = \begin{bmatrix} -0.9932 \\ 0.1168 \\ 0.0000 \end{bmatrix}, \quad \vec{e} = \frac{\vec{B}}{\mu} = \begin{bmatrix} -0.0630 \\ -0.6999 \\ 0.0859 \end{bmatrix}$$

$$w = \arccos(\vec{u}_d \cdot \hat{u}_d) = 90.1884^\circ \quad t' anındaki ortalamalı anomali \quad t = t_0$$

$$\Omega = \arccos(\hat{i} \cdot \hat{u}_d) = 173.2902^\circ$$

$$i = \arccos(\hat{k} \cdot \hat{u}_h) = 1.4429^\circ$$

$$e = \frac{B}{\mu} = |\vec{e}| = 0.707977$$

$$a = \frac{h^2}{\mu(1-e^2)} = 25015.18 \text{ km}$$

$$v = \arccos(\vec{B} \cdot \vec{u}_B) = 171.1743^\circ$$

$$E = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2} \sin v}{e + \cos v} \right\}$$

$$E = 158.8566^\circ$$

$$M = 144.2250^\circ$$

08. HAFTA - 2a

Orbit Determination

HRT434 | 05 Nisan 2022 | 1

İki Cisim Problemi (Özet)

$$\text{Newton: } \ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}, \quad \mu = GM$$

$$1) \dot{\vec{r}} \cdot \text{Newton} \rightarrow \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}$$

Enerji Korunumu

$$2) \vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}} \rightarrow \vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$$

Açışal Hiz

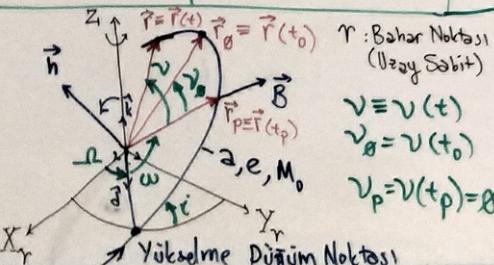
$$\text{Korunumu} \rightarrow M = E - e \sin E$$

$$3) \text{Newton} \times \vec{h} \rightarrow \vec{B} = \dot{\vec{r}} \times \vec{h} - \frac{\mu}{r} \vec{r}$$

Laplace Vektörünün

Korunumu

$$\begin{aligned} p &= h^2/\mu, \quad B = |\vec{B}| \\ &= a(1-e^2), \quad \vec{e} = \frac{\vec{B}}{B} \\ &e = |\vec{e}| \end{aligned}$$



Yörünge Elemanlarının Hesaplanması

$$* \vec{h}, \vec{B}' \text{nin bulunması} \quad \vec{h} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$$

$$* \text{Kepler Elemanlarının bulunması} \\ (a, e, M_0, \omega, i, \Omega)$$

3) Sınır Değer Problemi:

$$\vec{r}_b = \vec{r}(t_b)$$

$$v = a \cos \left(\frac{\vec{r}_a \cdot \vec{r}_b}{r_a r_b} \right)$$

$$v = a \cos \left(\frac{\vec{r}_a \cdot \vec{r}_b}{r_a r_b} \right)$$

* Gauss tarafından sektör ve alan oranı üzerinden geliştirilmiş algoritmadır.

Alan: Üçgen alanı

Sektor: Yörünge esas alan üçgenini alan

* Sektor Alanı:

$$S = \frac{1}{2} h (t_b - t_a) = \frac{1}{2} \sqrt{\mu a (1-e^2)} \Delta t$$

$$h = |\vec{h}|, \quad h^2/\mu = p = a(1-e^2)$$

$$h = \sqrt{\mu a (1-e^2)}$$

$$\Delta t = t_b - t_a$$

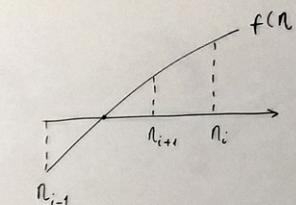
* Üçgen Alanı:

$$\Delta = \frac{1}{2} r_a r_b \sin(v_b - v_a)$$

$$\eta = \frac{S}{\Delta} > 1$$

$$\eta = \frac{\sqrt{p}}{r_a r_b \sin(v_b - v_a)}$$

$$\tilde{c} = \sqrt{\mu} (t_b - t_a)$$



09. HAFTA - 1a
Orbit Determination
Boundary Value Problem
HRT404 - Example 2

HRT434 | 12 Nisan 2022 | 1 GeoGebra:

Sınır Değer Problemi:

Istenecekler: Kepler elementleri:
 t_0 : Referans anı
 $a, e, M_0, \omega, i, -\nu$
 E_0, v_0
 t_p : Perige Geçiş zamanı
 $M_p = E_p = \nu_p = 0$

$M_p = (t_a - t_p)n$

Bilinenler: t_j anındaki $\vec{r}_j = \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{bmatrix}$
 $\{j=a, b\}$ Uydun iki farklı anındaki konumu biliniyorrsa.

Gözüm: Gauss'un Sektör / Alan yöntemi;
 $\gamma = E_b - E_a$: Dışmerkezli Anomali farkı

6 $\Omega = \arctan \left\{ \frac{w_x}{-w_y} \right\} = 173.2901^\circ$

Uygulama: $t_a = 0, t_b = 15^d = 900^s$
 $t_a = 0^s$
 $\vec{r}_a = \begin{bmatrix} 10000.0 \\ 40000.0 \\ -5000.0 \end{bmatrix} [km]$, $\vec{r}_b = \begin{bmatrix} 8628.750 \\ 40810.354 \\ -5078.811 \end{bmatrix} [km]$

Tüzüm:
 $r_a = |\vec{r}_a|, r_b = |\vec{r}_b|, \chi = \sqrt{GM}(t_b - t_a)$
 $\theta = \sqrt{2(r_a r_b + \vec{r}_a \cdot \vec{r}_b)}, m = \frac{\chi^2}{\theta^3},$
 $l = \frac{r_a + r_b - 1}{2\theta} - \frac{1}{2}, \beta = \frac{m}{\chi^2} - l, f(x) = 1 - x + (\beta - l)W(\beta)$

Geometrik:
 $W(\beta) = \frac{2g - \sin^2 g}{\sin^3 g}, g = 2\arcsin \sqrt{\beta}$
 $W(\beta) = \frac{4}{3} + \frac{4.6}{3.5} \omega + \frac{46.8}{3.5.7} \omega^2 + \dots$
 $\eta = 1 + \frac{m}{n^2} W\left(\frac{m}{\chi^2} - l\right)$

Analitik:
 $1) \eta = \frac{S}{\Delta} = 1.0007377 \dots$
 $r_a = 41533.119 \text{ km}$
 $r_b = 42020.645 \text{ km}$
 $t_0 = 1527.031 \text{ km}$

$\begin{bmatrix} -1481.950 \\ 367.555 \\ -23.461 \end{bmatrix} = \vec{r}_b = \vec{r}_b - (\vec{r}_b \cdot \vec{e}_3) \vec{e}_3, \vec{e}_0 = \frac{\vec{r}_a}{r_a}, \vec{e}_3 = \frac{\vec{r}_b}{r_b}$

$\vec{r}_b = \frac{\vec{r}_b}{r_b}$

$\vec{w} = \vec{e}_3 \times \vec{e}_0 = \begin{bmatrix} 0.0142 \\ 0.1205 \\ 0.9926 \end{bmatrix}$

$\vec{e}_b = \frac{\vec{r}_b}{r_b}$

$P = \left\{ \frac{\eta r_a r_0}{\chi} \right\}^2$
 $= 12476.780 \text{ km}$

$e = \sqrt{x^2 + y^2} = 0.7080$ ②

$\alpha = P / (1 - e^2) = 25015.181 \text{ km}$ ①

$M_a = E_a - e \sin E_a = M_0 = M_a = 144.2450^\circ$ ③

$t_0 = t_a$ ③

$w = \Omega_a - \nu_a = 91.5529^\circ$ ④

$t_p = \frac{n t_2 - M_a}{n}$ ③

$t_p = -15776.499111 \text{ s}$

$\Omega = \arctan \left\{ \frac{w_x}{-w_y} \right\} = 173.2901^\circ$

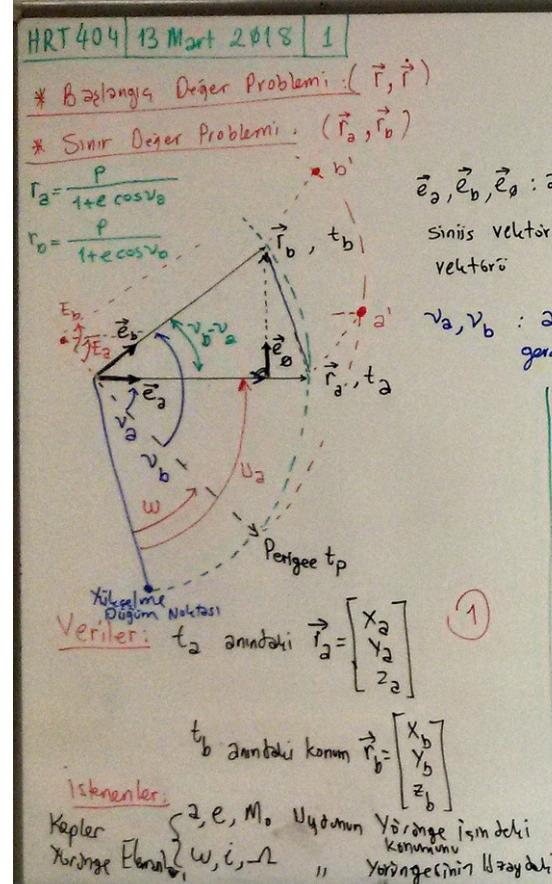
$\nu_a = \arctan \left\{ \frac{z_a}{-x_a w_y + y_a w_x} \right\} = 262.7272^\circ$

$\nu_a = \arctan \left\{ \frac{y}{x} \right\} = 171.1743^\circ$

$i = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{w_x^2 + w_y^2}}{w_z} \right\} = 6.970729^\circ$ ⑤

09. HAFTA - 1b

Orbit Determination Boundary Value Problem HRT404 - Example 2



$$\Delta = \frac{1}{2} r_a r_b \sin(v_b - v_a) \quad (2)$$

$$h = |\vec{h}| = \sqrt{\mu a(1-e^2)}, \mu = GM$$

$$S = \frac{1}{2} h(t_b - t_a) = \frac{1}{2} \sqrt{\mu a(1-e^2)} (t_b - t_a)$$

$$\eta = \frac{S}{\Delta} = \frac{\sqrt{\mu} \ell}{r_a r_b \sin(v_b - v_a)}$$

$$r_a = |\vec{r}_a|, r_b = |\vec{r}_b|$$

$$\ell = \sqrt{\mu(t_b - t_a)}, p = \frac{h^2}{\mu} = a(1-e^2)$$

$$\Theta = \sqrt{2(r_a r_b + \vec{r}_a \cdot \vec{r}_b)}, m = \frac{r^2}{\Theta^2}, g = \frac{E_b - E_a}{2}$$

$$l = (r_a + r_b)/(2\Theta) - 0.5$$

$$\eta^2(n-i) = m \frac{2g - \sin(2g)}{\sin^3(g)}$$

$$\eta^2 = m \frac{1}{1 + \sin^2(g/2)}$$

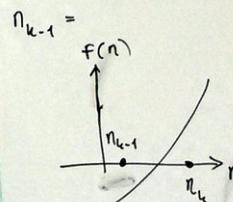
Birlikte
sistemin
değil elimine edilecek

$$\eta = 1 + \frac{m}{\eta^2} \{ \frac{m}{n} - 1 \} \quad (3)$$

$$\{ x \} = \frac{2g - \sin(2g)}{\sin^3(g)}$$

$$g = 2 \arcsin(\sqrt{x})$$

$$\{ x \} = \frac{4}{3} + \frac{4.6}{3.5} x + \frac{4.6.8}{3.5.7} x^2 +$$



$$\eta_{k-1} = \frac{6}{11} + \frac{5}{11} \sqrt{1 + \frac{88m}{18\ell + 15}}$$

$$\eta_k = \eta_{k-1} + 0.1$$

$$\eta_{k+1} = \eta_k - \frac{n_k - \eta_{k-1}}{f(\eta_k, m, \ell) - f(\eta_{k-1}, m, \ell)} \quad \left| \eta_{k+1} - \eta_k \right| \leq 1e-15 \text{ birimde}$$

$$f(x, m, \ell) = 1 - x + \frac{m}{x^2} \{ \frac{m}{x^2} - \ell \}$$

η Bulunur.

$$(4) \rho = (\eta r_a r_b / \ell)^2, \vec{e}_a = \frac{\vec{r}_a}{r_a}, \vec{e}_b = \frac{\vec{r}_b}{r_b}$$

$$(5) M_2 = E_2 - e \sin E_2, \vec{r}_g = \vec{r}_b - (\vec{r}_b \cdot \vec{e}_g) \vec{e}_g, \vec{e}_g = \frac{\vec{r}_b}{r_b}$$

\vec{r}_b nin \vec{r}_a doğrusundan
cosinus vektörü

$$(6) \vec{w} = \frac{\vec{h}}{\eta} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \vec{e}_a \times \vec{e}_b$$

$$(7) i = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{w_x^2 + w_y^2}}{w_z} \right\}, \Omega = \arctan \left\{ \frac{w_x}{-w_y} \right\}$$

$$(8) w = u_a - v_a, u_a = \arctan \left\{ \frac{z_a}{-x_a w_y + y_a w_x} \right\}$$

$$2\Delta = r_a r_b \sin(v_b - v_a) = r_a r_g$$

$$e \cos(v_a) = p/r_a - 1, x = e \cos(v_a) = p/r_a - 1$$

$$e \cos(v_b) = p/r_b - 1, y = e \sin(v_b) = \left\{ \frac{p}{r_a} - 1 \right\} (\vec{r}_b \cdot \vec{e}_a) / r_b$$

$$v_g = \arctan \left\{ \frac{y}{x} \right\} = \left\{ \frac{p}{r_a} - 1 \right\} / \left\{ r_a / r_b \right\}$$

$$2. e = \sqrt{x^2 + y^2}, 3. t_p = \frac{n t_a - M_2}{n}, n = \sqrt{\frac{m}{\ell^3}}$$

$$1. \Delta = p/(1-e^2), 4. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$5. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$6. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$7. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$8. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$9. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$10. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$11. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$12. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$13. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$14. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

$$15. \eta = \frac{n t_a - M_2}{n}$$

09. HAFTA – 1c
Orbit Determination
Boundary Value Problem
HRT404 - Example 2b

HRT404 | 20 Mart 2018 | 1 |
Sınır Değer Problem i (Lambert-Gauss Sol.)

Verilenler: $\vec{r}_a(t_a) = [x_a \ y_a \ z_a]^T$
 $\vec{r}_b(t_b) = [x_b \ y_b \ z_b]^T$

Istenecekler: t_0 Yörünge referans zamanı
 ω, i, w
 a, e, M_θ

Gözüm: $M = GM$ Yerin kütlesel çekim sabiti
 ω_E Yerin açısal dönmeye Hizi

1) $r_a = |\vec{r}_a|$, $r_b = |\vec{r}_b|$, $\Delta t = t_b - t_a$, $\Delta\varphi = \varphi_a - \varphi_b = \arctan \frac{|\vec{r}_a \times \vec{r}_b|}{\vec{r}_a \cdot \vec{r}_b}$
 $d = 2\sqrt{r_a r_b} \cos(\Delta\varphi/2)$, $k = 1 - \cos(\Delta\varphi)$, $l = \frac{r_a + r_b}{2d} - 0.5$, $m = \frac{4 \Delta t^2}{d^3}$

2) $y = 1 = \eta$
 $y_0 = y$
 $x_1 = \frac{m}{y^2} - 1$
 $x_2 = \frac{4}{3} \left\{ 1 + \frac{6}{5}x_1 + \frac{68}{57}x_1^2 + \frac{6810}{579}x_1^3 + \dots \right\}$
 $y = 1 + x_2 (l + x_1)$
 $|y - y_0| > 1e-16 \rightarrow y = \eta$

$$\begin{cases} p = \frac{r_a r_b k}{r_a + r_b - d(1 - 2x_1)} \\ f = 1 - \frac{k r_a}{p}, g = 1 - \frac{k r_b}{p} \\ q = \frac{|\vec{r}_a \times \vec{r}_b|}{\sqrt{\mu p}} = \frac{r_a r_b \sin(\Delta\varphi)}{\sqrt{\mu p}} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{\vec{r}}_a = \vec{v}_a(t_a) = \frac{\vec{r}_b - g \vec{r}_a}{q} = \begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{y}_a \\ \dot{z}_a \end{bmatrix} \\ \dot{\vec{r}}_b = \vec{v}_b(t_b) = \frac{f \vec{r}_b - \vec{r}_a}{q} = \begin{bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{y}_b \\ \dot{z}_b \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

$\vec{r}_a, \dot{\vec{r}}_a : \text{Başlangıç Değer Problemi}$
 $\vec{r}_b, \dot{\vec{r}}_b : //$

Buradan

başlangıç değer problemine göre elde edilen kepler elemanları eşit olur.
Bu da hesap kontrolü sağlar.

Uygulama: $t_1 = 3600 \text{ s}$, $\vec{r}_1 = [10000, 40000, -5000]^T$, $t_2 = 4500$, $r_2 = [8628.749612, 45810.35417^2, -5078.810852]$

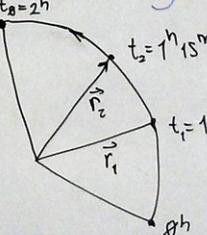
Istenecekler: Yörünge referans zamanı $t = 2^h$, a, e, M_θ , w, i, ω
Yörünge Dövizamntı
Yerinin Dövizamntı
Yerinin Dövizamntı

Gözüm:
1) $d = 83538.544405 \text{ km}$ Yardımcı
 $k = 0.000660516507675$ Sabit
 $l = 0.000091038098808$ Değerler
 $m = 0.000553811643133$

2) $x_1 = 0.0000461897313979$ Döngülenen
 $x_2 = 1.334072759360039$ Gökantı
 $y_0 = 1.000737736116250 = \eta$

$\eta = \text{Satır / Alan} = y$

3) $p = 12476.779997 \text{ km}$ Yardımcı
 $f = 0.997801$ Terimler
 $g = 0.997775$
 $q = 899.336527 \text{ s}$
 $t_{a0} = 2^h$



4) $t_1 = 3600 \text{ s}$, $\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} -1.5 \\ -1.0 \\ -0.1 \end{bmatrix} \text{ km/s}$, $t_2 = 4500 \text{ s}$, $\vec{r}_2 = \begin{bmatrix} 0.801282 \\ -0.875215 \end{bmatrix} \text{ km/s}$

Başlangıç Değer

Problemi:

$$\begin{aligned} t_0 &= 2^h \\ e &= 0.707977 \\ a &= 25015.181035 \text{ km} \\ M_0 &= 177.139588^\circ \\ w &= 91.552887^\circ \\ i &= 6.978729^\circ \\ \eta &= 173.298163^\circ \end{aligned}$$

09. HAFTA – 2c

Civil and GNSS Calendar, and Orbit Formats

HRT434 | 12 Nisan 2022 | 2

* Sivil (UTC) ve GNSS Takvimleri
Aراسمدادی ilişKİ

* 14 Şubat 2022 - 11:32:25.00

* Yıl ve günü: 2022 - 045 = 41545 s

* GPS Haftası GPS Haftası Sonufası Gün Son
ve Sonufası : 2197 - 127945.0 , 2197 - 1 - 41545

GPS - Beidou (Compass) - Galileo - IRNS - QZSS
(US) (CH) (EU) (IR) (JP)

-2197 cod 21971.SP3
esa mit
igs 21971.SP3
ngs

sta 21971.

falcon

SP3	km X	km Y	km Z	msn $\frac{ft}{60t}$
PG01				
C				
R				
J				
E				
I				

Yayın Yörüngelerde

1/2022/045/brdc 0450.22n
0 m

2197 GPS Haftası
2048
149 Dijitalim3 GPS
Haftası

Yuma.week0149.147456.txt

01.HRT434 – 2

Explanation for Midterm Homework

HRT434 | 10 Mart 2022 | 1

wget.exe veri indirme programı

download.cmd

.bat

.bat

download.cmd

wget c -i 000_Precs_Names.txt

{ 14 Şubat 2022
2022 - 045
2197 - 01 (GPS Haf, Hafta Göndü)

----- /PRODUCT /22045 /final /Sta21971.sp3
/rapid/
/Ultra/

13 Şubat 2022 ← 22044 /final /Sta21970.sp3
15 Şubat 2022 ← 22046 /final /Sta21972.sp3

notepad++ .exe } Text Editor

Sublime .exe } Programlar

Falkon : ftp sitelerine girmele için
filezilla : //

Veri Kontrolü

- * Size sırt içinde uydu var mı, yok mu.
- * Saat hatası (~~999999.999999~~^{olmazacak}) ve koordinatları doğrulu (uydu varsa baki olacak)

Brdc 04S0.22n - GPS
g - GLONASS

- 1) Broadcast Ephemeris from IAC - <ftp://ftp.glonass-iac.ru/MCC/PRODUCTS/>
 - 2) Broadcast Ephemeris from IAC - <ftp://ftp.glonass-iac.ru/MCC/BRDC/>
 - 3) YUMA Almanac from CelesTrak - [YUMA Almanacs from CelesTrak](#)
 - 4) [2022 Civil & GNSS Calendar](#)
 - 5) [An executable software to separate a desired satellite from a SP3 file](#)

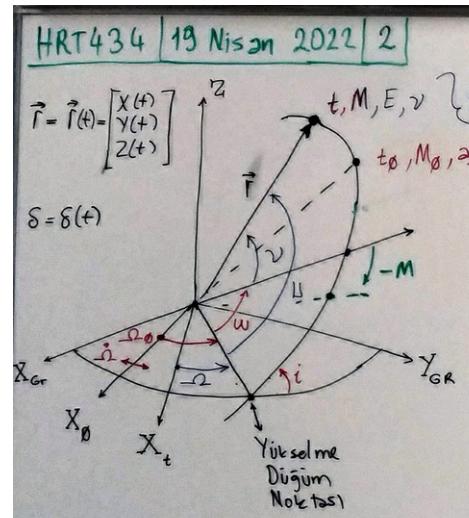
10.HRT434 – 1

Computation of a Satellite Position from Kepler Orbit Elements

<p>HRT434 19 Nisan 2022 1</p> <p>M_{Gw} : Modified GPS Week</p> <p>Gw : GPS Week</p> <p>$M_{Gw} = \text{mod}(Gw, 1024)$</p> <p>$T_{sec}$: GPS Haftası saniyesi</p> <p>$604800 \text{ sn} = 7 \text{ gün}$</p> <p>$(Gw, T_{sec}) = (2200, 233472)$ = 2200-2, 16:51:12</p>	<p>2200 { 152 } 233472 , 2022 03 08 - 16:51:12</p> <p>GPS Hafta (2200) { 152 } 319488 , 2022 03 09 - 16:54:48</p> <p>GPS Hafta + Saniyesi</p> <p>Altın saat Dörtlüklerde Uydu Koordinat Horozan:</p> <ul style="list-style-type: none"> $\alpha_0 [^{\circ}]$: Uydu saat koordinatının to'daki değerleri $\alpha_1 [^{\circ}]$: Saat koordinatının kota <p>Yerelde (YERDEK):</p> $\delta = \alpha_0 + \alpha_1(t - t_0)$ <p>$t - t_0$ [saat]: Yerel referans saat (± 3 saat parametresi) Referans saat</p> <ul style="list-style-type: none"> ϵ [saat]: Yerel Eksen açısı β [$^{\circ}$]: Dikim düzleminin kota γ [$^{\circ}$]: Yerel düzlemin kota açısı ω [rad]: Dijital referans saat 't' değeri ν [$^{\circ}$]: Belirleme kota λ_0 [$^{\circ}$]: t_0 referans saatının
---	--

10.HRT434 – 2

Computation of a Satellite Position from Kepler Orbit Elements



Istenerler: t sınınde uydu koordinatları ve uydu saat hatası.

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \vec{r}(t) = \begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \\ Z(t) \end{bmatrix}$$

$$\delta = \delta(t)$$

GPS Hafta {2200 152} sn 233472, 2022 03 08 - 16:51:12
Degitirilmis {2200 152} 319488, 2022 03 09 - 16:54:48
GPS Hafta Saniyesi

Almanak Dosyalarından Uydu Koordinat Hesabı:

$$\alpha_0 [s] : \text{Uydu saat hatasının to'dan değer} \\ \alpha_1 [s/s] : \text{Saat hatasının hızı} \\ \delta = \alpha_0 + \alpha_1 (t - t_0)$$

$e []$: Yörünge elipsi düz merkezligi

$t_c = \frac{t_0}{\sqrt{1-e^2}}$ [sn]: Yörünge referans anı (\equiv saat parametresi)
Referans anı

i [rad]: Yörünge eğim açısı

Ω [$\frac{rad}{s}$]: Düğüm noktasının hızı

\sqrt{a} [km]: Yörünge tipsi büyük yarı eksen

ω [rad/s]: Düğüm noktasının t_0 'daki değeri

M_0 [rad]: t_0 ortalamalı anomalili

Uygulama

(+) International Reference Ellipsoid:

$$a_{grs} = 6378137.00000 \text{ m} \\ b_{grs} = 6356752.31414 \text{ m}$$

(+) Cartesian Coordinates (X,Y,Z) & Orthometric Height (H):

$$X = 3818682.4594 \text{ m} \quad Y = 3068056.5571 \text{ m} \quad Z = 4071183.8593 \text{ m} \quad H = 39.2876 \text{ m}$$

(+) Geodetic Coordinates (B,L,h) & Geoid Undulation (N):

$$B = 39.919539^\circ \quad L = 38.779554^\circ \quad h = 71.8050 \text{ m} \quad N = 32.5174 \text{ m}$$

Gözleme: $W_E = 7292115.1467 \times 10^{-11} \text{ r/s}$ Yerin Ağısal Hizi
 $M_{week} = \text{mod}(Gweek, 1024)$

$$1) \dot{M} = n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$$

$$\mu = GM = 3.986005 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 (\text{GPS})$$

$$t = 2022 02 14 - 12:30:15.00 \text{ (Perşembe)} \\ 2. \text{ Gün}$$

$$M_{week} = \frac{149}{2197} \quad \left. \begin{array}{l} G_{week} \\ \end{array} \right\} t = 86400 * 1 + 12 * 3600 + 30 * 60 + 15$$

$$t = 131415 \text{ sn} \quad \left. \begin{array}{l} 149 \\ 2197 \end{array} \right\} (\text{Degitirilmis GPS Zamanı})$$

$$① \dot{M} = n = \sqrt{\frac{6M}{a^3}}, \Delta t = t - t_0$$

$$② M = M_0 + n \Delta t =$$

$$③ E^{i+1} = M + e \sin E^i, (E^{i+1} - E^i) \leq 5e^{-16} =$$

$$④ V = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E}{\cos E - e} \right\}, V = \text{mod}(\text{atan2}(x, y) + 2\pi, 2\pi)$$

$$⑤ U = V + \omega, r = a(1 - e \cos E) \\ \omega = \omega_0 + (\dot{\omega} - \omega_E) \Delta t - \omega_E t_0$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos(\omega_0 \cos U) - \sin(\omega_0 \cos U) \cos(\omega_0 \sin U) \\ \sin(\omega_0 \cos U) + \cos(\omega_0 \cos U) \sin(\omega_0 \sin U) \\ \sin(\omega_0 \sin U) \end{bmatrix}$$

JJMS10
5.28

(+) 3° Gauss-Kruger (x,y) & UTM Coordinates (Up, Right, $m_0 = 1.0000$):

$$Lo = 39.00^\circ \text{ in } 3^\circ \\ x = 4420618.4012 \text{ m} \quad y = -18846.8187 \text{ m} \\ Up = 4420618.4012 \text{ m} \quad \text{Right} = 481153.1813 \text{ m}$$

(+) 6° Gauss-Kruger (x,y) & UTM Coordinates (Up, Right, $m_0 = 0.9996$):

$$Lo = 39.00^\circ \text{ in } 6^\circ \\ x = 4420618.4012 \text{ m} \quad y = -18846.8187 \text{ m} \\ Up = 4418850.1538 \text{ m} \quad \text{Right} = 481160.7200 \text{ m}$$

11.HRT434 – 1

Computation of a Satellite Position from Kepler Orbit Elements

<p><u>HRT434 26 Nisan 2022 1</u></p> <p><u>Newton :</u> $\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$</p> <p>* 2. Dereceden Homojen Diferansiyel Denklemler</p> <p>* Korunum konusları ile götürün denklemin 6 atet integral sabiti Kepler elementleri dir.</p> <p>* Bu çözüm yeterlilik göstermiyor, denklemin sağ tarafı $\ddot{\vec{r}} \neq \vec{0}$ almakla çözülmeli dir. Homojen olmayan 2. derece diferansiyel denklem çözümü yapılmamıştır.</p> <p>(Güneş, ay, diğer gezegenler) Gravitasyondan kaynaklanan etki</p> $\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \ddot{\vec{r}} + \text{Gravitasyon işi etkiler} = \text{Güneşin radyasyon basıncı} = \text{Atmosferik büküklendirme} = \text{Relativistik etki}$ <p>Verilen manyetik alanı</p>	<p>$\ddot{\vec{r}}$ Uyduları sırasıyla izlenir. Dolaylı olarak $\ddot{\vec{r}}$ batı parametrelerin fonksiyonları şeklinde verilir.</p> <p>Bu işlem için iki yolla yapılır.</p> <ul style="list-style-type: none"> → Uzun yay yörünge ($\text{TLE YUMA SEM AGC, AGP}$) Belirleme ($\pm 3-10 \text{ km}$) → Kısa yay yörünge ($\text{Broadcast + (Yayın) Yörünge Bilgisi}$) Belirleme ($\pm 3-5 \text{ m}$) → Kepler yörünge ($\text{GNSS, Uydular Uyduların Bilgileri Diğer Uydular}$) Elementler → Konum, hız ve \dot{r} ($\text{GLONASS, GPS, Sayısal Integral}$) ($\vec{r}(t_0), \dot{\vec{r}}(t_0)$) → Dupli yörünge Bilgileri ($\pm 5 \text{ cm}$) TLE $\pm 5-10 \text{ km}$ <p>YUMA SEM AGL AGP Almanak</p>	<p><u>Verilenler</u> $a, e, M_0, w, i, \Omega, n, \dot{n}, -\dot{i}, \{$</p> <p>Homojen Gözüm Sonraki parametreler</p> <p>TLE YUMA SEM AGP Almanak</p> <p>n, \dot{n}, \ddot{n}</p> <p>i, \dot{i}</p> <p>TLE $\left\{ \begin{array}{l} \text{Uyduyun yörüngeteki esas hız}, \\ \text{hızının hızı, hızının ivmesi} \end{array} \right\}$ Uzun yay yörünge Elementlerinin $\ddot{\vec{r}}$ 'yi gösterme</p> <p>\dot{i} $\left\{ \begin{array}{l} \text{Dirğim noktasının boyğumının} \\ \text{hizi} \end{array} \right\}$</p>
---	--	--

11.HRT434 – 2

Computation of a Satellite Position from Kepler Orbit Elements

<p><u>HRT434 26 Nisan 2022 2</u></p> $t_{(26, 0.975)} = 2.0555$ <p>Newton : $\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}$</p> $\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos\Omega \cdot \cos i - \sin\Omega \cdot \sin i \cdot \cos e \\ \sin\Omega \cdot \cos i + \cos\Omega \cdot \sin i \cdot \cos e \\ \sin i \cdot \sin e \end{bmatrix}$ $s = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta t_c + \alpha_2 \Delta t_c^2$	<p>$\ddot{\vec{r}}$ Uydular sürekli izlenir. Dolaylı olarak $\ddot{\vec{r}}$ birei parametrelerin fonksiyonları şeklinde verilir.</p> <p>Bu işlem iki yolla yapılabilir.</p> <ul style="list-style-type: none"> Uzun yay yörünge belirleme ($\pm 10 \text{ km}$) (TLE, YUMA, SEM, AGL, AGP) Kısa Yay Yörünge Belirleme ($\pm 3-5 \text{ m}$) (Yayın, Yörünge Bilgisi) <ul style="list-style-type: none"> Kepler yörünge (GNSS Uyduları, Uyduların Alışverişe Diger Uydular) Konum, hız ve ivme (Sayısal Integral) ($\vec{r}(t), \vec{v}(t)$) Dupli Yörünge Bilgileri ($\pm 5 \text{ cm}$) <p>(Güneş, ay, diğer gezegenler) Gravitasyondan kaynaklanan etkiler Gravitasyonal etkiler Yerçekimi + - Güneşin radyasyon basıncı - Atmosferik sürtünme - Relativistik etkiler</p> <p>$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \ddot{\vec{r}}$</p> <p>Verilen manyetik alan - Güneşin manyetik alan - Atmosferik manyetik alan - Relativistik etkiler</p>
<p><u>Verilenler</u> $\begin{cases} \omega_0, e, M_0, w_0, i_0, \Omega_0 \\ t_c: \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \end{cases}$</p> <p><u>TLE</u> $\begin{cases} n, \dot{n}, \Omega \\ i, \dot{i}, \omega \\ \text{YUMA, SEM, AGL, AGP Almanak} \end{cases}$</p> <p><u>Broadcast Ephemeris</u> $\begin{cases} \dot{n}, \dot{i}, \dot{\omega}, C_{\text{xc}}, C_{\text{sc}}, C_{\text{rc}}, C_{\text{sr}}, C_{\text{ic}}, C_{\text{sic}} \end{cases}$</p> <p><u>Dizeltme Tesimleri</u></p>	
<p>$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$</p> <p>$\mu = GM$ Yerin kütlesi</p> <p>$WE \approx \frac{2\pi}{86400}$ Yerin döngü hızı</p> <p>$\Omega = \frac{2\pi}{T}$ Dönme hızı</p>	
<p><u>Gözlemevi:</u> \vec{r}_E, t Koordinat Hesaplaması GPS zamanı</p> <p>$\Delta t_0 = (W - W_0) 604800 + (t - t_0)$: Yörünge Elemanları için Geçen Süre</p> <p>$\Delta t_c = (W - W_c) 604800 + (t - t_c)$: Saat Metresi için Geçen Süre</p> <p>$M = M_0 + (n + \dot{n}) \Delta t_0$</p> <p>$E^{(i+1)} = M + e \sin E^{(i)}$ ($E^{(i+1)} - E^{(i)} \leq e^{-15}$) , $f = \arctan \left\{ \sqrt{1-e^2} \sin E / (\cos E - e) \right\}$, $u_0 = w_0 + f$</p> <p>$u = u_0$</p> <p>$r = a(1-e \cdot \cos E)$</p> <p>$i = i_0$</p> <p>$\Omega = \Omega_0 - \omega_E t_0 + (\dot{\omega} - \omega_E) \Delta t_0$</p> <p>$+ C_{\text{xc}} \cos(2u_0) + C_{\text{yc}} \sin(2u_0)$ $+ C_{\text{rc}} \cos(2u_0) + C_{\text{sc}} \sin(2u_0)$ $+ i \cdot \Delta t_0 + C_{\text{ic}} \cos(2u_0) + C_{\text{ic}} \sin(2u_0)$</p> <p><u>Broadcast Ephemeris</u></p>	

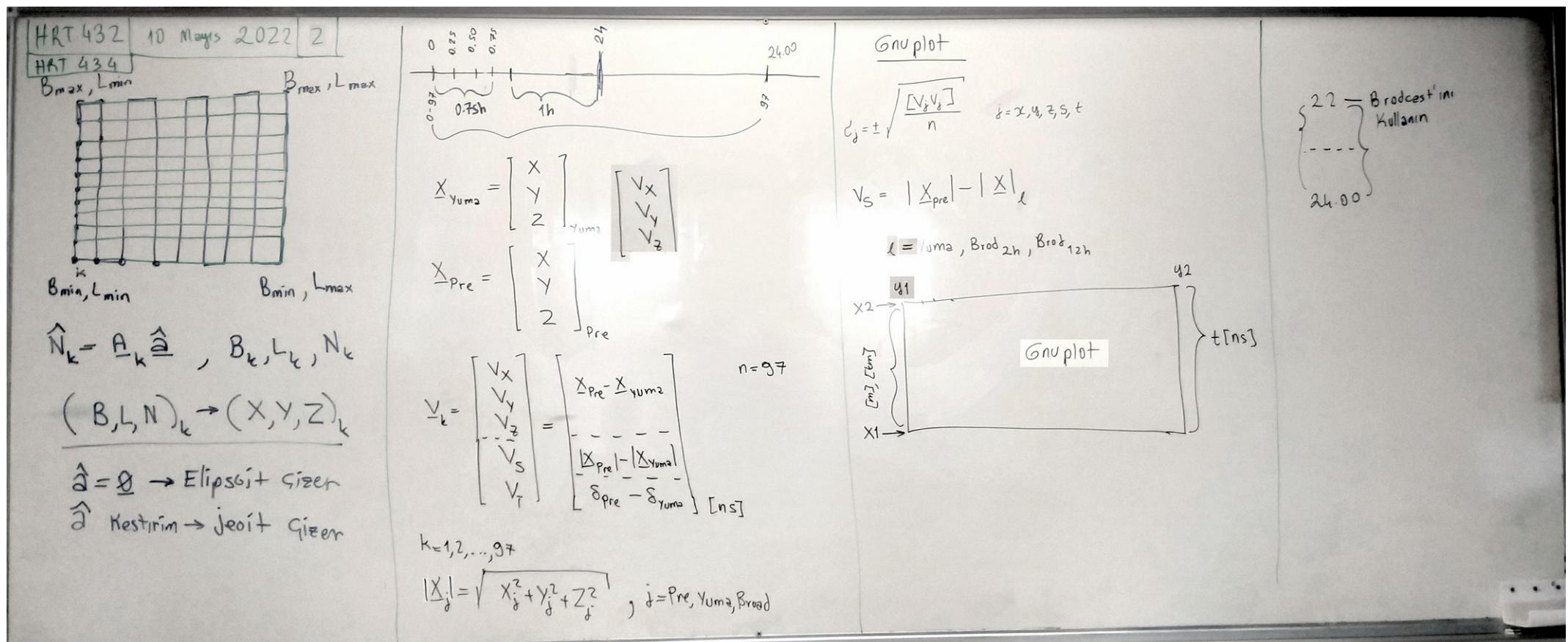
12.HRT434 - 1

Orbit Representation (Yörünge Temsili)

Almanac Data (Long-Arc Ephemeris) – Almanak Verileri (Uzun Yay Yörünge Bilgileri) ($\pm 0.5 - 5$ km)

Broadcast Ephemerides (Short-Arc Ephemeris) – Yayın Yörünge Bilgileri (Kısa Yay Yörünge Bilgileri) ($\pm 1 - 5$ m)

Precise Ephemeris – Duyarlı Yörünge Bilgileri ($\pm 1 - 5$ cm)



12.HRT434 - 2

Plotting in GnuPlot

Figure-1.txt ****

#	t [h]	vX [km]	vY [km]	vZ [km]	vS [km]	T [ns]
#	=====	=====	=====	=====	=====	=====
0.000	0.096	-0.744	0.702	1.028	-87.50	
0.250	0.143	-0.640	0.848	1.072	-88.91	
0.500	0.210	-0.511	0.968	1.115	-90.35	
0.750	0.292	-0.363	1.054	1.152	-91.82	
1.000	0.383	-0.206	1.098	1.181	-93.25	
1.250	0.474	-0.050	1.099	1.198	-94.75	
1.500	0.557	0.096	1.059	1.200	-96.23	
1.750	0.624	0.223	0.984	1.186	-97.72	
2.000	0.669	0.325	0.882	1.154	-99.24	
2.250	0.689	0.402	0.766	1.106	-100.74	
2.500	0.684	0.451	0.646	1.043	-102.24	
2.750	0.656	0.474	0.533	0.969	-103.71	
3.000	0.611	0.476	0.433	0.887	-105.17	
3.250	0.556	0.461	0.352	0.803	-106.66	
3.500	0.499	0.432	0.289	0.720	-108.12	
3.750	0.448	0.394	0.241	0.643	-109.54	
4.000	0.407	0.350	0.203	0.574	-110.97	
4.250	0.380	0.304	0.168	0.515	-112.49	
4.500	0.366	0.260	0.126	0.466	-113.75	
4.750	0.362	0.220	0.071	0.429	-115.18	
5.000	0.362	0.186	-0.002	0.407	-116.36	
5.250	0.359	0.164	-0.095	0.406	-117.74	
5.500	0.346	0.156	-0.206	0.432	-119.18	
5.750	0.316	0.165	-0.330	0.486	-120.59	
6.000	0.264	0.194	-0.458	0.564	-122.00	
6.250	0.191	0.243	-0.581	0.658	-123.43	
6.500	0.098	0.310	-0.687	0.760	-124.87	
6.750	-0.011	0.392	-0.767	0.862	-126.33	
7.000	-0.127	0.484	-0.814	0.956	-127.80	
7.250	-0.243	0.578	-0.825	1.036	-129.31	
7.500	-0.349	0.666	-0.799	1.097	-130.79	
7.750	-0.439	0.740	-0.743	1.136	-132.24	
8.000	-0.506	0.794	-0.663	1.152	-133.63	
8.250	-0.549	0.825	-0.570	1.143	-135.09	
8.500	-0.566	0.832	-0.474	1.113	-136.53	
8.750	-0.560	0.819	-0.386	1.065	-137.96	
9.000	-0.533	0.792	-0.311	1.004	-139.40	
9.250	-0.491	0.757	-0.253	0.937	-140.84	
9.500	-0.437	0.722	-0.212	0.871	-142.29	
9.750	-0.378	0.695	-0.182	0.812	-143.72	
10.000	-0.316	0.681	-0.157	0.766	-145.13	
10.250	-0.255	0.679	-0.127	0.736	-146.67	
10.500	-0.199	0.687	-0.085	0.721	-148.05	
10.750	-0.152	0.701	-0.023	0.718	-149.48	
11.000	-0.116	0.712	0.061	0.724	-150.83	
11.250	-0.095	0.713	0.168	0.738	-152.26	
11.500	-0.092	0.694	0.291	0.758	-153.55	
11.750	-0.109	0.651	0.424	0.785	-154.98	

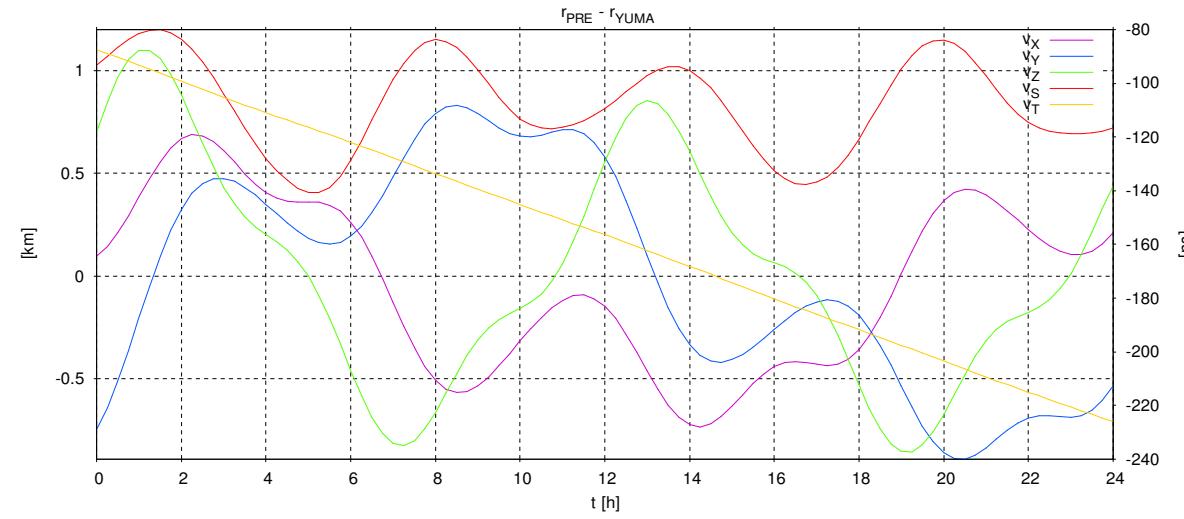
12.000	-0.147	0.581	0.555	0.817	-156.40
12.250	-0.205	0.486	0.674	0.856	-157.87
12.500	-0.281	0.369	0.768	0.897	-159.33
12.750	-0.368	0.237	0.830	0.938	-160.78
13.000	-0.460	0.101	0.853	0.975	-162.32
13.250	-0.549	-0.032	0.838	1.003	-163.70
13.500	-0.627	-0.153	0.787	1.018	-165.19
13.750	-0.686	-0.254	0.707	1.018	-166.73
14.000	-0.722	-0.332	0.607	1.000	-168.22
14.250	-0.733	-0.385	0.498	0.966	-169.58
14.500	-0.719	-0.413	0.390	0.916	-171.11
14.750	-0.683	-0.419	0.293	0.853	-172.64
15.000	-0.633	-0.406	0.213	0.782	-174.14
15.250	-0.577	-0.380	0.153	0.707	-175.76
15.500	-0.521	-0.344	0.111	0.634	-177.29
15.750	-0.474	-0.303	0.084	0.568	-178.75
16.000	-0.439	-0.259	0.065	0.514	-180.26
16.250	-0.420	-0.217	0.045	0.475	-181.72
16.500	-0.415	-0.178	0.017	0.452	-183.15
16.750	-0.420	-0.147	-0.028	0.446	-184.62
17.000	-0.429	-0.124	-0.093	0.457	-186.03
17.250	-0.434	-0.115	-0.180	0.484	-187.49
17.500	-0.428	-0.121	-0.286	0.529	-188.95
17.750	-0.404	-0.145	-0.405	0.590	-190.32
18.000	-0.358	-0.190	-0.528	0.666	-191.75
18.250	-0.290	-0.254	-0.644	0.751	-193.21
18.500	-0.202	-0.336	-0.743	0.840	-194.63
18.750	-0.099	-0.432	-0.815	0.928	-196.10
19.000	0.011	-0.535	-0.853	1.007	-197.58
19.250	0.121	-0.636	-0.855	1.073	-198.90
19.500	0.221	-0.729	-0.822	1.121	-200.37
19.750	0.305	-0.806	-0.758	1.147	-201.86
20.000	0.368	-0.859	-0.672	1.151	-203.39
20.250	0.407	-0.887	-0.575	1.133	-204.85
20.500	0.423	-0.890	-0.478	1.095	-206.32
20.750	0.419	-0.871	-0.389	1.041	-207.82
21.000	0.397	-0.835	-0.315	0.977	-209.29
21.250	0.362	-0.792	-0.260	0.909	-210.78
21.500	0.319	-0.750	-0.221	0.845	-212.21
21.750	0.273	-0.715	-0.196	0.790	-213.64
22.000	0.227	-0.691	-0.175	0.748	-215.05
22.250	0.184	-0.680	-0.150	0.720	-216.44
22.500	0.148	-0.679	-0.115	0.705	-217.85
22.750	0.121	-0.684	-0.061	0.697	-219.20
23.000	0.106	-0.686	0.013	0.695	-220.59
23.250	0.106	-0.678	0.107	0.695	-221.93
23.500	0.123	-0.653	0.215	0.698	-223.31
23.750	0.158	-0.605	0.330	0.707	-224.64
24.000	0.212	-0.533	0.441	0.723	-225.97

Figure-1.txt ****

12.HRT434 – 3 , Plotting in GnuPlot (.EPS)

```
draw.plt ****
# Ploting for HRT434 class in gnuplot.
set terminal postscript eps size 20.0,10.0 enhanced color font 'Helvetica,40' linewidth 2
set output "figure-1.eps"
#set tmargin 3
set tics out
set grid x y
set x2label " r_{PRE} - r_{YUMA} "
set xtics 0,2,24
set ylabel "[km]"
set ytics -3,0.5,3
set ytics nomirror
set y2label "[ns]"
set y2tics
set xlabel " t [h] \n\n Sekil-1 PRE-YUMA duzeltme vektorlerinin ( v_X , v_Y , v_Z , v_S [km] ve v_T [ns] ) grafikleri. "
plot \
"figure-1.txt" u 1:2 title "v_X" with lines axes xly1 linewidth 2 lt rgb "#CC00CC", \
"figure-1.txt" u 1:3 title "v_Y" with lines axes xly1 linewidth 2 lt rgb "#0055FF", \
"figure-1.txt" u 1:4 title "v_Z" with lines axes xly1 linewidth 2 lt rgb "#55FF00", \
"figure-1.txt" u 1:5 title "v_S" with lines axes xly1 linewidth 2 lt rgb "#FF0000", \
"figure-1.txt" u 1:6 title "v_T" with lines axes xly2 linewidth 2 lt rgb "#FFCC00"
draw.plt ****
```

- 1) Dosyanın ([figure-1.txt](#)) ve draw.plt dosyalarının olduğu dizinde comut satırı açın.
- 2) Komut satırında, |> gnuplot draw.plt yazın ve çalıştırın. “[figure-1.eps](#)” dosyasında aşağıdaki şekil oluşur.

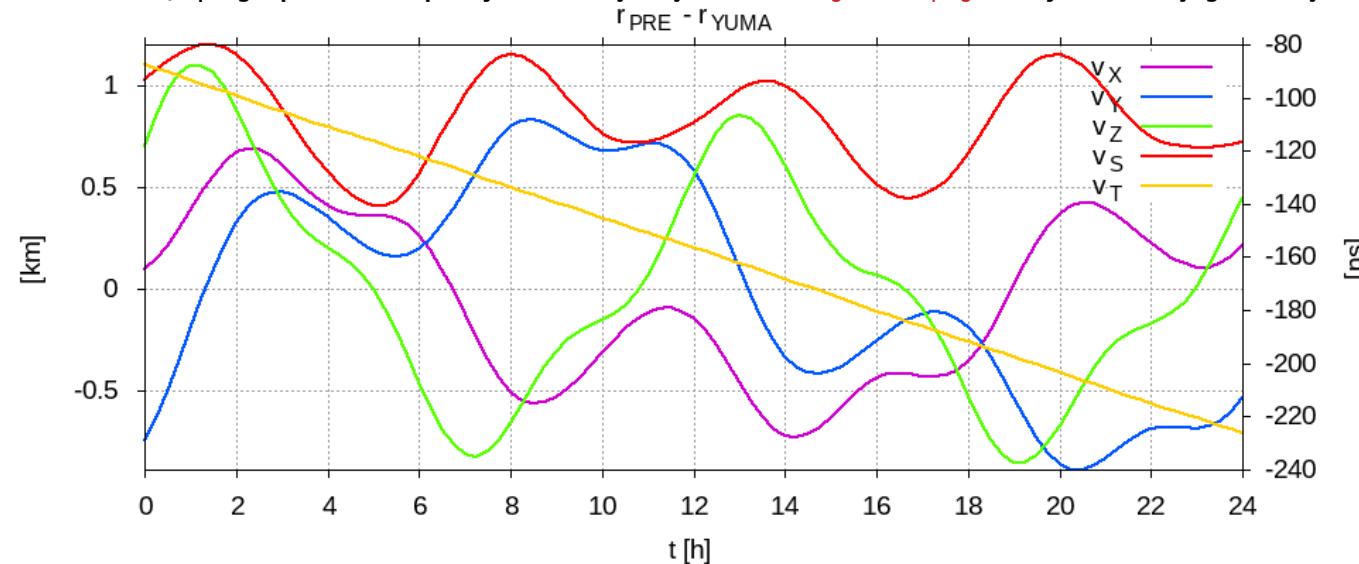


Sekil-1 PRE-YUMA duzeltme vektorlerinin (v_X , v_Y , v_Z , v_S [km] ve v_T [ns]) grafikleri.

12.HRT434 – 4 , Plotting in GnuPlot , (.PNG)

```
draw_png.plt ****
# Ploting for HRT434 class in gnuplot.
set term png font arial 14 size 1000,500
set output "figure-1.png"
set tmargin 3
set tics out
set grid x y
set x2label " r_{PRE} - r_{YUMA} "
set xtics 0,2,24
set ylabel "[km]"
set ytics -3,0.5,3
set ytics nomirror
set y2label "[ns]"
set y2tics
set xlabel " t [h] \n Sekil-1 PRE-YUMA duzeltme vektorlerinin ( v_X , v_Y , v_Z , v_S [km] ve v_T [ns] ) grafikleri. "
plot \
"figure-1.txt" u 1:2 title "v_X" with lines axes xly1 linewidth 2 lt rgb "#CC00CC", \
"figure-1.txt" u 1:3 title "v_Y" with lines axes xly1 linewidth 2 lt rgb "#0055FF", \
"figure-1.txt" u 1:4 title "v_Z" with lines axes xly1 linewidth 2 lt rgb "#55FF00", \
"figure-1.txt" u 1:5 title "v_S" with lines axes xly1 linewidth 2 lt rgb "#FF0000", \
"figure-1.txt" u 1:6 title "v_T" with lines axes xly2 linewidth 2 lt rgb "#FFCC00"
draw.plt ****
```

- 1) Dosyanın (figure-1.txt) ve draw.plt dosyalarının olduğu dizinde comut satırı açın.
- 2) Komut satırında, |> gnuplot draw.plt yazın ve çalıştırın. "figure-1.png" dosyasında aşağıdaki şekil oluşur.



Sekil-1 PRE-YUMA duzeltme vektorlerinin (v_X , v_Y , v_Z , v_S [km] ve v_T [ns]) grafikleri.

13.HRT434 – 1

HRT434 12 Mayıs 2022 1	
	Gps (Wgps)
$t_0 = 00$	$\rightarrow 0.00$
	$\rightarrow 0.25$
	$\rightarrow 0.50$
	$\rightarrow 0.75$
	$\rightarrow 1.00$
	$\rightarrow 1.25$
	$\rightarrow 1.50$
	$\rightarrow 1.75$
	$\rightarrow 2.00$
	\vdots
	$\rightarrow 2.75$
$t_0 = 4h$	$\rightarrow 4 * 86400$

W_ϕ, T_ϕ : Yöringe Referans Anı
 T_C : S22+ // YUMA //

$$\Delta t = (W_{gps} - W_0) * \underbrace{604800}_{7 * 86400} + (T_{gps} - T_\phi)$$

$$\left\{ \Delta t_c = (W_{gps} - W_0) * \underbrace{604800}_{7 * 86400} + (T_{gps} - T_c) \right\}$$

Broadcast'ta

$$Y_{UMA} = \Delta t \equiv \Delta t_c$$

$$\begin{cases} V_{xj} = X_{pre}(t) - X_j(t) \\ V_{yj} = Y_{pre} - Y_j \\ V_{zj} = Z_{pre} - Z_j \end{cases} \quad j = Broad, YUMA$$

$$m_x = \sqrt{\frac{[V_x V_x]}{n}}, m_y = \sqrt{\frac{[V_y V_y]}{n}} \dots ,$$

~~$$V_S = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$~~

$$V_S = S_{pre} - S_j \quad j = \left\{ \begin{array}{l} YUMA \\ broad \end{array} \right\}$$

$$S_k = \sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2} \quad k = \left\{ \begin{array}{l} pre \\ YUMA \\ broad \end{array} \right\}$$

14.HRT434 – 1

HRT434 | 17 Mayıs 2022 | 1

Final Projesi için Aşimlar:

- * /HRT434/ PRN from SP3.exe
- (Cuma) Sta 2205 5.sp3 (15 Nisan 2022)
- (C.tesi) 6.sp3 (16 Nisan 2022)

Run:
PRN from SP3.exe - Galatirin → R01
→ 2022 04 15

Output:
R01.xyz → Dosyanın 1. → 0.00 saat
2. → 0.25 saat
3. → 0.50
⋮
97. → 24.00
Silm 98.
⋮
192.

$Z \equiv Z_{GR}$

$X_{GR}^{(+)}$ $X_{GR}^{(+)}$

θ

w_E

Δt

$t_0 = 2205, 5.00$

$\Delta = t - t_0$

$\Theta = \Delta \cdot w_E [\text{rad/sec}]$

$\Delta t [h]$	$\Delta t [sn]$
0.0	0.0
0.25	900.0
0.50	1800.0
0.75	
1.00	
⋮	
24.00	-86400.0

$R_j = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & \sin \theta_j & 0 \\ -\sin \theta_j & \cos \theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad j=0, 1, \dots, 36$

Yer Sabit Koordinatları $\underline{x}_j = \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{bmatrix}$

Uzay Sabit Koordinatları $\underline{X}_j = \begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix}$

Venilen:

 $\underline{X}_j = R_j \underline{x}_j$
 $\Theta_0 = -0.0 * w_E$
 $\Theta_1 = -900.0 * w_E$
 \vdots
 $\Theta_{36} = -86400.0 * w_E$

14.HRT434 – 2

HRT 434 | 17 Mayıs 2022 | 2

Final Projesi için Aşımlar:

$$\phi_j = X_j, Y_j, Z_j$$

$\phi_j = X_j$ Polinom Trigonometrik

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{g_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x + b_x \Delta_0 + c_x \sin(d_x + f_x \Delta_0) \\ a_x + b_x \Delta_1 + c_x \sin(d_x + f_x \Delta_1) \\ \vdots \\ a_x + b_x \Delta_{g_6} + c_x \sin(d_x + f_x \Delta_{g_6}) \end{bmatrix}$$

Bilinmeyenler: $a_x, b_x, c_x, d_x, f_x : U=5$ Bil. Say.

Olgı Sayısı $n = 97$, $f = n - U = 92$

$$\frac{\partial X_j}{\partial a_x} = 1, \frac{\partial X_j}{\partial b_x} = \Delta_j, \frac{\partial X_j}{\partial c_x} = \sin(d_x + f_x \Delta_j)$$

$$\frac{\partial X_j}{\partial d_x} = c_x \cos(d_x + f_x \Delta_j), \frac{\partial X_j}{\partial f_x} = c_x \cos(d_x + f_x \Delta_j) \Delta_j$$

$$\begin{bmatrix} l \\ l_0 \\ l_1 \\ \vdots \\ l_{g_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta_0 & \sin(d_x + f_x \Delta_0) & c_x \cos(d_x + f_x \Delta_0) \Delta_0 \\ & 1 & \Delta_1 & \sin(d_x + f_x \Delta_1) & c_x \cos(d_x + f_x \Delta_1) \Delta_1 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & 1 & \Delta_{g_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{s} \\ s_a \\ s_b \\ s_c \\ s_d \\ s_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [km] \\ [km/h] \\ [km] \\ [rad] \\ [rad/h] \end{bmatrix}$$

$$\hat{a}_x = \underline{a}_x + \delta a, \hat{b}_x = \underline{b}_x + \delta b, \hat{f}_x = \underline{f}_x + \delta f$$

Bilinmeyenlerin Kesin Değerleri

$$l_j = X_j - \{a_x + b_x \Delta_j + c_x \sin(d_x + f_x \Delta_j)\}$$

$$\underline{l} = \underline{A} \underline{s}, \underline{Q}_j = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1}$$

$$\hat{s} = \underline{Q}_j \underline{A}^T \underline{l}$$

$$\hat{a} = \underline{a} + \hat{s}$$

$$\max |\hat{s}^{(i)} - \hat{s}^{(i-1)}| \leq 1e-9$$

$$\underline{v} = \underline{A} \hat{s} - \underline{l}$$

$$\hat{c}_0 = \pm \sqrt{\frac{\underline{v}^T \underline{v}}{f}}$$

$$K_j = \hat{c}_0 \underline{Q}_j$$

$$\hat{a}_x = \pm \sqrt{(K_j)_{11}}$$

$$\hat{b}_x = \pm \sqrt{(K_j)_{22}}$$

$$\hat{f}_x = \pm \sqrt{(K_j)_{55}}$$

Uydu Sırt Hatası Modeli:

$$\begin{bmatrix} \underline{z}_0 \\ \underline{z}_1 \\ \vdots \\ \underline{z}_{g_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta_0 & \Delta_0^2 \\ 1 & \Delta_1 & \Delta_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \Delta_{g_6} & \Delta_{g_6}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{a}_x \\ b_x \\ c_x \end{bmatrix}$$

$$\underline{l} = \underline{A} \underline{a}_x$$

15.HRT434 – 1

HRT432 | 20 Mayıs 2022 | 1

Taylor Serisi:

$$F(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{F^{(k)}(x_0) \Delta x^k}{k!}, \quad x = x_0 \text{ var ise}$$

$$F(x) = \frac{F^{(0)}(x_0)}{0!} \Delta x^0 + \frac{F^{(1)}(x_0)}{1!} \Delta x^1 + \frac{F^{(2)}(x_0)}{2!} \Delta x^2 + \dots$$

$$L = F(x) = F(x_0) + F'(x_0) \Delta x + \underbrace{\frac{1}{2} F''(x_0) \Delta x^2}_{Q_2(x)} + \dots$$

* Dolaylı İlaçlar Dengelenme

$$L = F(x_0) + \frac{\partial F}{\partial x} dx + Q_2(x) \quad \text{Doğruselastiklmış Fonksiyonel Model}$$

$$L - F(x_0) = \underbrace{\frac{\partial F}{\partial x}}_{l} dx$$

$$l = \underline{A} \underline{s}$$

$$\begin{aligned} \hat{L} &= F(\hat{x}), \quad K_L = c_0 I \\ \hat{x} &= x_0 + \underline{s} \\ L + \underline{v} &= F(x_0) + \underbrace{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)}_{\underline{A}} \underline{s} \\ \hat{x} &: \text{Bilinmeyenlerin Dengeli Değeri} \\ \underline{s} &: \text{Dengelenme Bilinmeyen} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{L} - L_0 &= \underline{A} \underline{s} \\ l &= \underline{A} \underline{s} \\ 1. \text{ Adımda } \hat{x}_0^{(1)} & \\ l^{(1)} &= \underline{A}^{(1)} \underline{s}, \quad \underline{Q}_s^{(1)} = (\underline{A}^{(1)\top} \underline{A}^{(1)})^{-1} \\ \underline{s}^{(1)} &= \underline{Q}_s^{(1)} \underline{A}^{(1)\top} l^{(1)}, \quad \max\{\underline{s}^{(1)}\} > 1e-9 \\ 2. \quad \hat{x}_0^{(2)} &= \hat{x}_0^{(1)} + \underline{s}^{(1)} \\ l^{(2)} &= \underline{A}^{(2)} \underline{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{s}^{(2)} &= \underline{Q}_s^{(2)} \underline{A}^{(2)\top} l^{(2)} \\ \max\{\underline{s}^{(2)}\} &> 1e-9 \\ 3. \quad \hat{x}_0^{(3)} &= \hat{x}_0^{(2)} + \underline{s}^{(2)} \\ l^{(3)} &= \underline{A}^{(3)} \underline{s} \\ \underline{s}^{(3)} &= \underline{Q}_s^{(3)} \underline{A}^{(3)\top} l^{(3)} \\ \max\{\underline{s}^{(3)}\} &\leq 1e-9 \text{ olduğundan} \\ \hat{x} &= \hat{x}_0^{(3)} + \underline{s}^{(3)} \\ \underline{v} &= \underline{A}^{(3)} \underline{s} - l^{(3)} \end{aligned}$$

Sonuç Değerlileri:

$$\begin{aligned} \hat{L} &? = F(\hat{x}) \quad \text{Sonuç Değerlileri} \\ \max\{\hat{L} - F(\hat{x})\} &\leq 1e-9 \\ \hat{L} &= L + \underline{v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{s}^T &= [s_a \ s_b \ s_c \ s_d \ s_f] \\ \underline{s}^T \underline{v} & \rightarrow \min \end{aligned}$$

$$\varphi = a + b t + c \sin(d + f t)$$

$$\underline{x}_0^{(0)} = [a_0 \ b_0 \ c_0 \ d_0 \ f_0]^T$$

