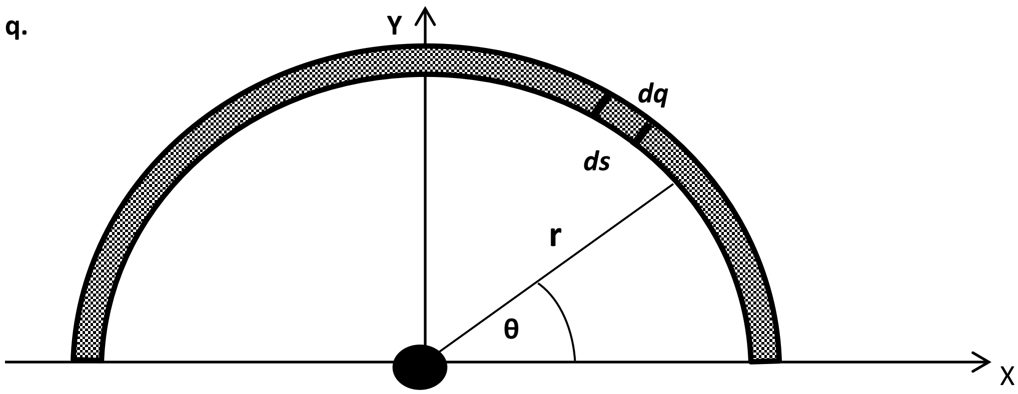
Coulomb distribución continua

Problema # 2

Una barra delgada de la largo L y de carga -Q distribuida uniformemente a lo largo de ella, se dobla en forma de arco de radio **r** para interactuar con una carga puntual **q** ubicada en el centro del arco, como se muestra en la figura. Encontrar la fuerza total que ejerce la barra sobre la carga puntual **q.**



$$s = \theta\, r$$

Modelo a utilizar

$$ds = r d\theta$$

$$\vec{F}_{qdq} = Kq \int \frac{dq(\vec{r}-\vec{r'})}{(\vec{r}-\vec{r'})^3}$$

$$\vec{r} = 0\hat{\imath} + 0\hat{\jmath}$$

$$\vec{r}' = r\cos\theta\,\hat{\imath} + r\sin\theta\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{r} - \vec{r}' = -r\cos\theta\hat{\imath} - r\sin\theta\hat{\jmath}$$

$$\left|\vec{r} - \vec{r'}\right| = r$$

$$\lambda = \frac{dq}{ds}\ ,\ \ dq = \lambda r d\theta$$

$$\vec{F}_{qdq} = Kq \int_0^\pi \frac{\lambda r d\theta(-r\cos\theta\hat{\imath} - r\sin\theta\hat{\jmath})}{r^3} = -\frac{K\lambda q}{r}\int_0^\pi (\cos\theta\hat{\imath} + \sin\theta\hat{\jmath})d\theta$$

$$\vec{F}_{qdq} = -\frac{K\lambda q}{r}(-\sin\theta\hat{\imath} + \cos\theta\,\hat{\jmath})\Big|_0^\pi = -\frac{K\lambda q}{r}\left[0\hat{\imath} - (-1-1)\hat{\jmath}\right] = 2\frac{K\lambda q}{r}\hat{\jmath} = \frac{2KQq}{rL}\hat{\jmath}$$