1 Postulate und Formulierung

Eigenschaften von Kets

Linearer Operator mit Eigenkets $|a\rangle$:

$$A|a\rangle = a|a\rangle$$

Erwartungswert:

$$\langle A\rangle_s = \langle s|A|s\rangle \qquad , \qquad \langle A\rangle_a = a\langle a|a\rangle = a$$

Flukuation und Dispersion:

$$\Delta A = A - \langle A\rangle$$

$$\left\langle (\Delta A)^2 \right\rangle = \left\langle A^2 \right\rangle - \langle A\rangle^2$$

Unschärferelation:

$$\left\langle (\Delta A)^2 \right\rangle \cdot \left\langle (\Delta B)^2 \right\rangle \geq \frac{1}{4} |\langle [A,B]\rangle|^2$$

2 Das freie Teilchen

Ort und Impuls

Ortsoperator:

$$X|x\rangle = x|x\rangle$$

Translationsoperator:

$$T(dx)|x\rangle = |x+dx\rangle$$

$$T(dx) = 1 - iGdx + \mathcal{O}(dx^2)$$

$$T(dx) = 1 - \frac{i}{\hbar}Pdx + \mathcal{O}(dx^2) \Longleftrightarrow G = \frac{P}{\hbar}$$

Kommutator:

$$[X_i, P_j] = i\hbar\delta_{ij}$$

Wellenfunktionen

Kontinuumsformulierung:

$$\langle a|b\rangle = \int dx\, \langle a|x\rangle \langle x|b\rangle = \int dx\, \psi_a^*(x)\psi_b(x)$$

Erwartungswert für X:

$$\langle a|X|a\rangle = \int dx\, x \cdot \psi_a^*(x)\psi_a(x) = \int dx\, x|\psi_a(x)|^2$$

Matrixelement für P:

$$\left\langle x \middle| \frac{iP}{\hbar} \middle| a \right\rangle = \frac{\partial \psi_a(x)}{\partial x}$$

Darstellungen

Ortsdarstellung:

$$(|a\rangle, X, P) \longleftrightarrow (\psi_a(x), x, -i\hbar\partial_x)$$

Impulsdarstellung:

$$(|a\rangle, P, X) \longleftrightarrow (\phi_a(p), p, i\hbar\partial_p)$$

Darstellungswechsel:

$$\langle x|P|p\rangle = p\langle x|p\rangle$$

$$\langle x|P|p\rangle = -i\hbar\partial_x \langle x|p\rangle$$

$$\Rightarrow \langle x|p\rangle = \psi_p(x) = Ce^{\frac{ipx}{\hbar}}$$

$$\psi_a(x) = \langle x|a\rangle = \int dp\, \langle x|p\rangle \langle p|a\rangle = \int \frac{dp}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{ipx}{\hbar}} \phi_a(p)$$

3 Schrödinger-Gleichung

Zeitentwicklung

Zeitentwicklungsoperator:

$$|a,t\rangle = U(t,t_0)|a,t_0\rangle$$

$$U(t_2,t_0) = U(t_2,t_1)U(t_1,t_0),\; U(t,t) = 1$$

Hamilton-Operator:

$$U(t_0+dt,t_0)|a,t_0\rangle = (1 - i\frac{H}{\hbar}dt)|a,t_0\rangle + \mathcal{O}(dt^2)$$

Schrödinger-Gleichung

$$i\hbar|a,t\rangle = H|a,t\rangle$$

4 1-dimensionale Systeme

5 Zentralkraftproblem und Drehimpuls

6 Symmetrien

7 Näherungsmethoden