18/19 浙江工业大学高等数学IIA考试试卷

学院：______ 班级:______ 姓名：________ 学号:_________

任课老师：________

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
得 分							

一、填空选择题（每小题 3 分）：

1．微分方程 $y''+4y=0$ 的通解是__________________。

2．动点 $M(x,y,z)$ 到 z 轴的距离与到点 $(1,-1,0)$ 的距离相等，则动点 $M(x,y,z)$ 的轨迹方程是____________________。

3．设 $z=f(xy,\dfrac{y}{x})$，其中 $f(x,y)$ 偏导数连续，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$______________。

4．函数 $f(x,y)=x^2-xy+y^2$ 在点 $(0,0)$ 沿方向 $\vec{l}=(1,1)$ 的方向导数是________。

5．设 Ω 是曲面 $z=\dfrac{1}{2}(x^2+y^2+z^2),\ z=x^2+y^2$ 所围空间体大的那部分，则三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dv$ 在柱面坐标系下的三次积分是___________________________。

6．设 L 是曲线 $y=x^2$ 上从点 $(0,0)$ 到点 $(1,1)$ 的一段弧，则 $\int_L (x^2-y^2)dx=$_____。

7．若幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛域为 $(-2,2)$，则幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n}$ 的收敛域是_____。

8．设 $f(x)=\begin{cases} x^2 & -\pi\le x<0 \\ 4-x^2 & 0\le x\le \pi \end{cases}$，$S(x)$ 是 $f(x)$ 以 2π 为周期的傅里叶级数的和函数，则 $S(3)=$________。

9．设 $z=z(x,y)$ 可微，且满足 $z(x,y)\big|_{y=x^2}=1$，$\dfrac{\partial z}{\partial x}\Big|_{y=x^2}=x$，则有（　　　）

A、$\dfrac{\partial z}{\partial y}\Big|_{y=x^2}=0$；B、$\dfrac{\partial z}{\partial y}\Big|_{y=x^2}=1$；C、$\dfrac{\partial z}{\partial y}\Big|_{y=x^2}=x$；D、$\dfrac{\partial z}{\partial y}\Big|_{y=x^2}=-\dfrac{1}{2}$。

10． 下列级数中条件收敛的是（　　　）

A、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{1}{\sqrt{2n^3+1}}$；　　B、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$；

C、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}\sin\dfrac{\pi}{n+1}$；　　D、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln(1+\dfrac{1}{n})$。

11. 设$\Omega: x^2+y^2+z^2\le R^2$；$\sum: x^2+y^2+z^2=R^2$的外侧，则下列等式正确的是（　）。

A、$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)dv=\iiint\limits_{\Omega}R^2dv=\frac{4\pi}{3}R^5$；

B、$\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)dxdy=\iint\limits_{\Sigma}R^2dxdy=\pi R^4$；

C、$\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)dS=\iint\limits_{\Sigma}R^2dS=4\pi R^4$；　　　D、$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)dv=0$。

二、判断下列各命题（结论）是否正确（在括弧内填入√或×）（每小题2分）：

1．若函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处偏导数存在，则函数在该点连续。（　　　）

2．函数$f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$在点$(0,0)$处可微。（　　　）

3．级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$收敛的充分必要条件是数列$S_n=\sum\limits_{i=1}^{n}u_i$的极限存在。（　　　）

4．若$\lim\limits_{n\to\infty}n^2u_n=0$，则正项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$收敛。　（　　　）

5．若$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$收敛，则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$都收敛。（　　　）

三、试解下列各题（每小题6分）：

1．求与两直线$\begin{cases}x=1,\\y=-1+t\\z=2+t\end{cases}$及$\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$平行，且过原点的平面方程。

2．曲线$2x=y^2, z=x^2$在某一点处的切线与向量$\vec{a}=(1,1,1)$平行，求该点的坐标。

3．证明球面上任意一点的法线都过球心。

4．求 $\iint\limits_{D}(x^2+y^2)dxdy$，其中区域 D 由曲线 $x^2-2x+y^2=0$ 所围成。

5．求 $\iint\limits_{\Sigma}(z^2+x)dydz-2y^2dxdy$，其中 $\sum$ 是曲面 $z=x^2+y^2$ 在 $0\le z\le 1$ 之间部分的下侧。

四、试解下列各题（每小题 7 分）：

1．积分 $I=\int_{(0,0)}^{(1,1)}[e^x+f(x)]ydx+f(x)dy$与路径无关，$f(x)$ 可导，且 $f(0)=1$，求 I 的值。

2．（1）将函数 $f(x)=(1+x)\ln(1+x)$ 展开成 x 的幂级数，（2）求数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$ 的和。

五、（9 分）求球面$\sum$：$x^2+y^2+z^2-2ax-2ay-2az+2a^2=0$（$a>0$）上的点到平面$x+y+z=0$的最大与最小距离，并证明$\iint\limits_{\Sigma}\left(\frac{x+y+z}{\sqrt{3}}+a\right)^2 dS \ge 12\pi a^4$

六、（4 分）函数$z=f(x,y)$偏导数存在是可微分的必要条件，请证明之。