

Experiment 3

FIR 数字滤波器设计





1. 实验目的

- 掌握用窗函数法设计 **FIR** 数字滤波器的原理和方法。
- 熟悉线性相位 **FIR** 数字滤波器特性。
- 了解各种窗函数对滤波特性的影响。



2. 实验原理

- 理想频率响应函数为 $H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\frac{M}{2}\omega} & \text{passband} \\ 0 & \text{stopband} \end{cases}$

- 其单位脉冲响应为:

$$h_d[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

- 用窗函数 $w[n]$ 将 $h_d[n]$ 截断, 并进行加权处理, 得到:

$$h[n] = h_d[n]w[n]$$

- $h[n]$ 就作为实际设计的 FIR 数字滤波器的单位脉冲响应, 其频率响应 $H(e^{j\omega})$ 为

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h[n] e^{-j\omega n}$$



如果要求线性相位特性， 则 $h[n]$ 还必须满足：

$$h[n] = \pm h[N - 1 - n]$$

根据上式中的正、负号和长度 N 的奇偶性又将线性相位 FIR 滤波器分成四类。要根据所设计的滤波特性正确选择其中一类。

例如，要设计线性相位低通特性， 可选择 $h[n]=h[N-1-n]$ 一类， 而不能选 $h[n]=-h[N-1-n]$ 一类。



3. 实验内容及步骤

- (1) 复习用窗函数法设计 **FIR** 数字滤波器的方法，阅读本实验原理，掌握设计步骤。
- (2) 用 **Blackman Family** 中的最合适的窗设计 **FIR** 滤波器高通滤波器
- (3) 设计指标不变，换用 **Kaiser** 窗设计
- (4) 将步骤 (2) 中窗口类型改为 **Blackman Family** 中的其他 4 种，窗口长度选用 $N=41$ (即 $M=40$)，设计滤波器。
- (5) 使用 **FDATool** 设计 **FIR** 滤波器。
- (6) 观察窗函数长度对滤波器性能的影响



高通滤波器设计指标:

$$\omega_p = 0.7\pi, \omega_s = 0.54\pi, \alpha_p = 3dB, \alpha_s = 40dB$$

```
wp=0.7*pi;  
ws=0.54*pi;  
rp=3;  
rs=40;
```

计算过渡带宽、截止频率:

```
trans_width=abs(wp-ws); % transition width  
wc=(wp+ws)/2/pi; % cut-off frequency
```



根据阻带衰减确定窗函数形状:

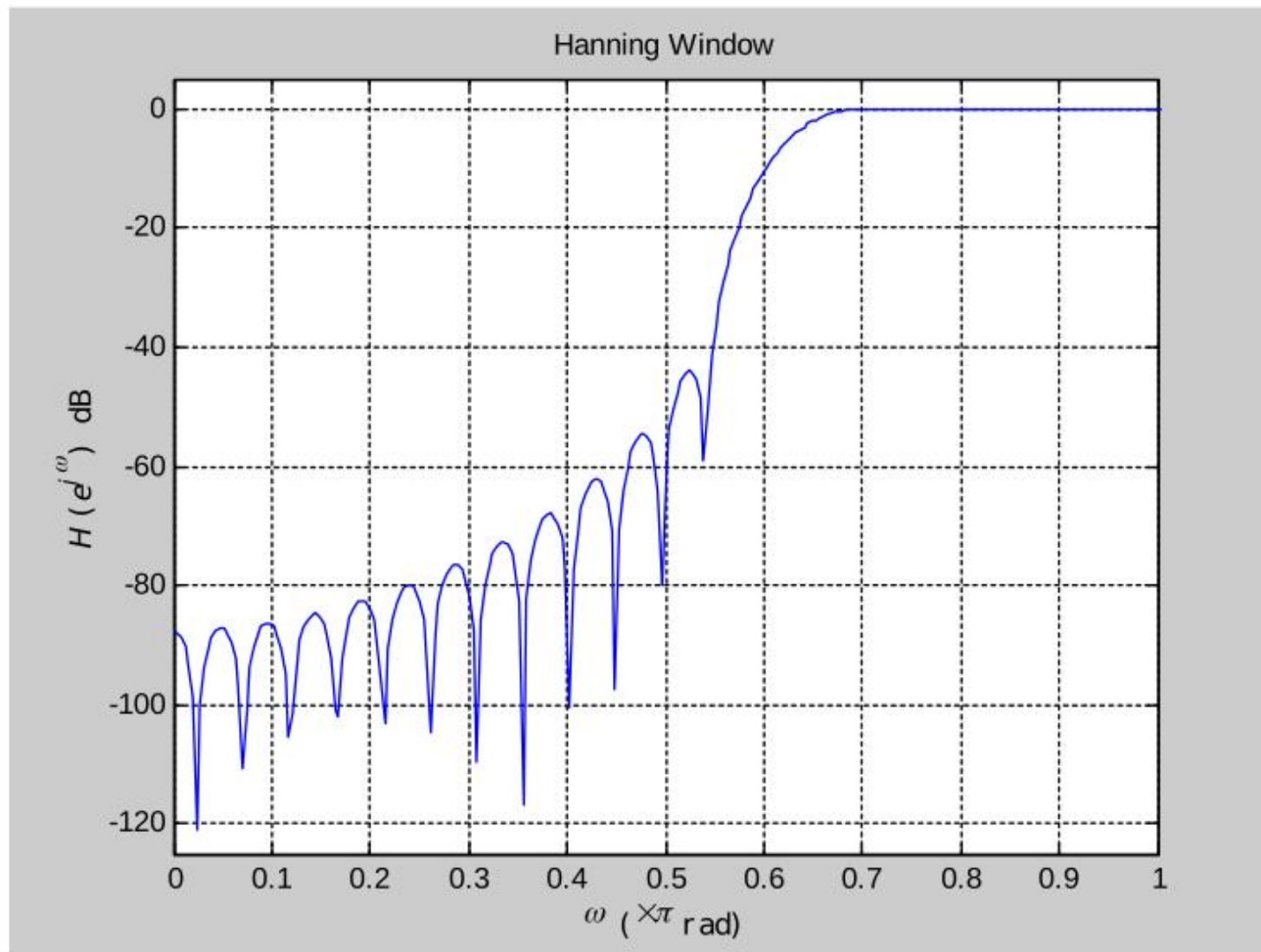
- **Blackman** 族的窗函数, 直接查表, 得到阶数 **M**

表 3-1 Blackman 族窗函数

窗的类型	窗口函数 $w[n]$ $0 \leq n \leq M$	最大逼近误差 (dB)	近似过渡带宽 $\Delta\omega$
Rectangular	1	-21	$1.8\pi/M$
Bartlett	$\begin{cases} \frac{2n}{M}, & 0 \leq n \leq \frac{M}{2} \\ 2 - \frac{2n}{M}, & \frac{M}{2} \leq n \leq M \end{cases}$	-25	$6.1\pi/M$
Hanning	$0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)$	-44	$6.2\pi/M$
Hamming	$0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)$	-53	$6.6\pi/M$
Blackman	$0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{M}\right)$	-74	$11\pi/M$

```
M=ceil(6.2*pi/trans_width)+1;  
h=fir1(M,wc, 'high',hanning(M+1)) ;  
H=fft(h,512);
```

$$M = \frac{6.2\pi}{\Delta\omega}$$





- **Kaiser** 窗，计算参数 β 和阶数 M

$$\delta = \min(\delta_p, \delta_s) \longrightarrow A = -20 \log_{10} \delta$$

$$\beta = \begin{cases} 0.1102(A - 8.7) & A > 50 \\ 0.584(A - 21)^{0.4} + 0.07886(A - 21) & 21 \leq A \leq 50 \\ 0 & A < 21 \end{cases}$$

$$M = \frac{A - 8}{2.285 \Delta \omega}$$

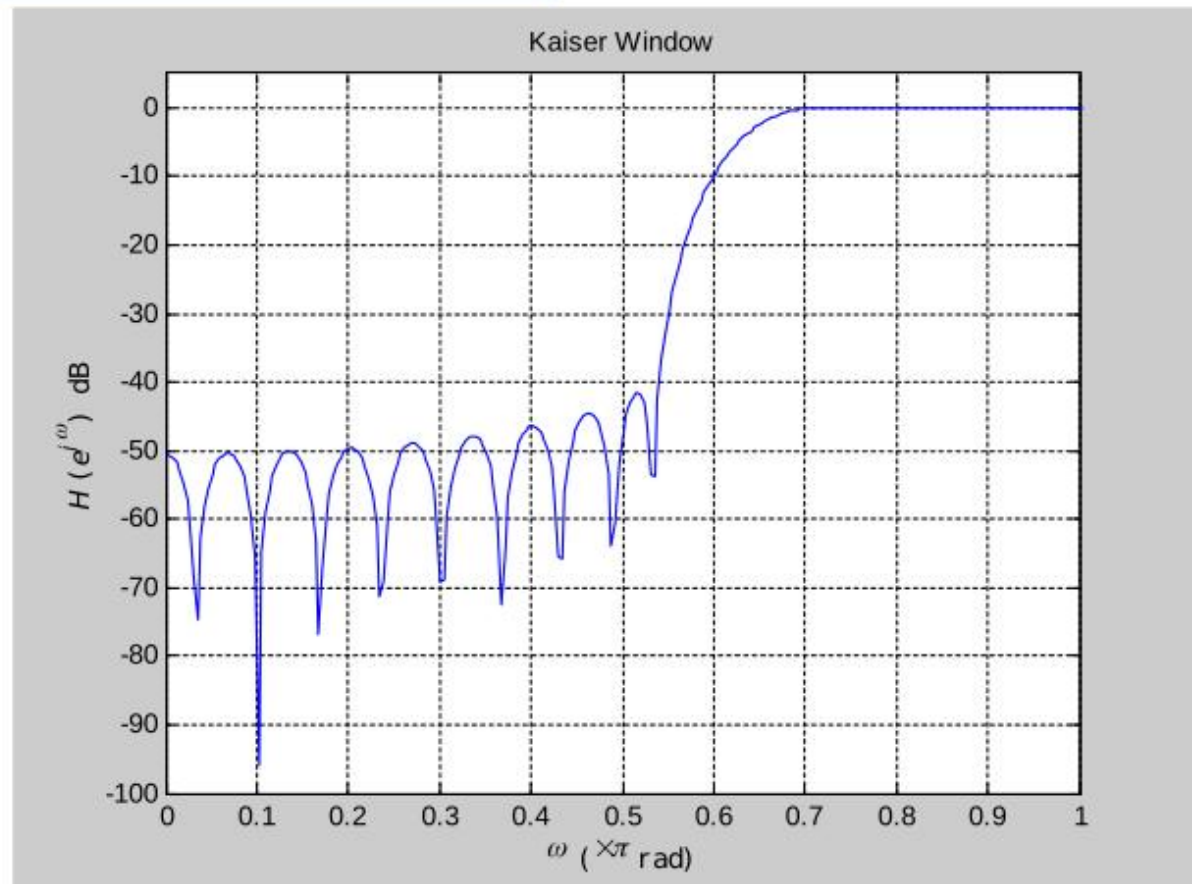
- 根据线性相位原理，设计 **LPF/BPF**， M 取整数即可；
设计 **HPF/BSF**， M 必须取偶数。
- 窗函数长度为 $N = M + 1$

```

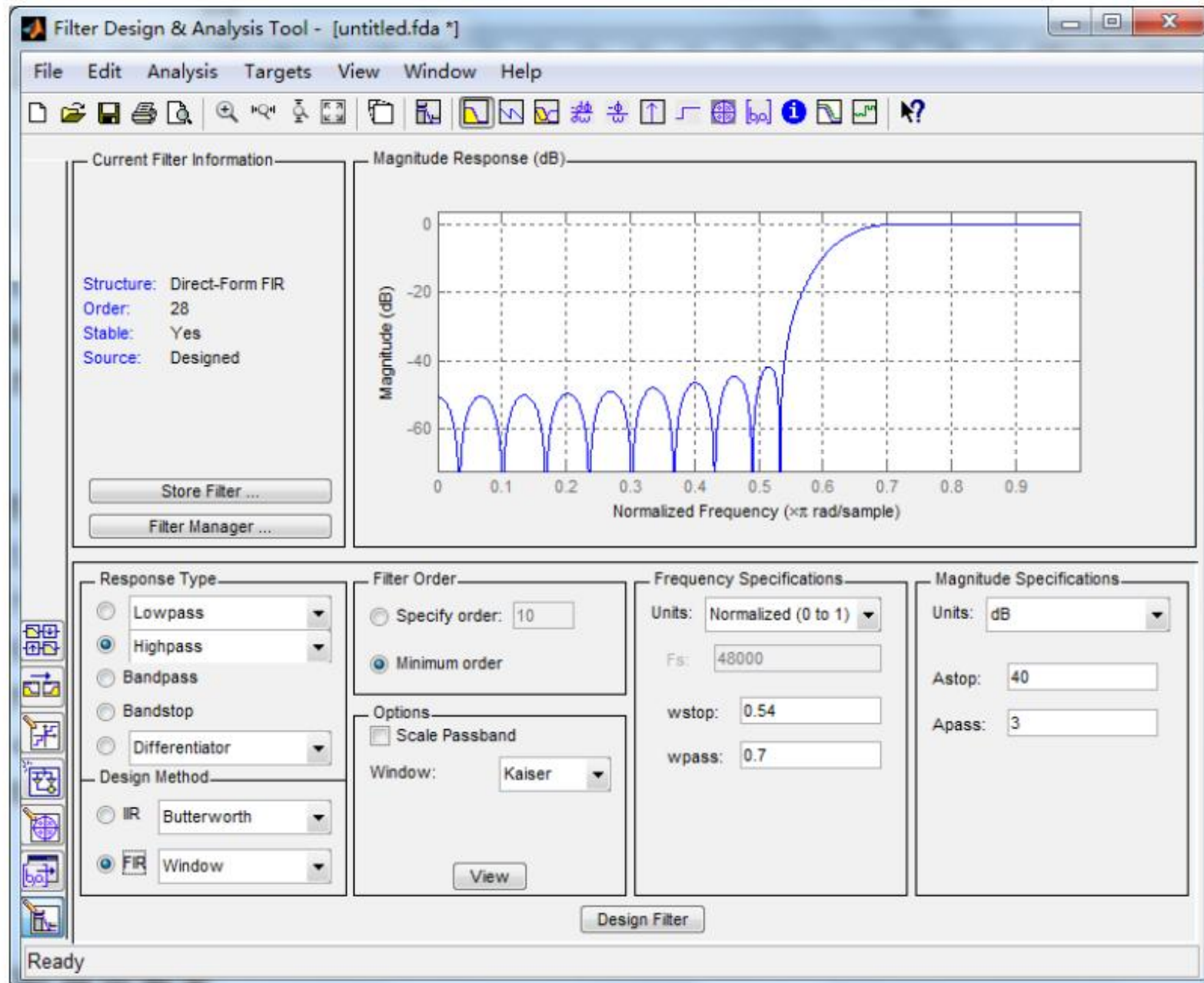
A=max(20*log(1-power(10,(-rp/20))),rs);
b=0.5842*power((A-21),0.4)+0.07886*(A-
    21);
M=ceil((A-8)/2.285/trans_width);

h=fir1(M,wc,'high',kaiser(M+1,b));
H=fft(h,512);

```



使用 FDATool 设计 FIR 滤波器





用设计好的滤波器对数据进行处理

- 点击菜单 “File”-“Export...”，可以把设计得到的滤波器系数导出到 Matlab 的工作空间（Workspace），输出 **h**
- 或者存为文件 *.mat。在程序中可用 **load *.mat** 读取滤波器系数。
- 使用设计得到的滤波器对信号 **x[n]** 做滤波。

$$x[n] = 10 \cos(0.1\pi n) + 3 \sin(0.8\pi n)$$


```
n=[0:100];  
x=10*cos(0.1*pi*n)+3*sin(0.8*pi*n) ;  
subplot(2,1,1);      plot(n,x)  
y=filter(h,1,x) ;  
subplot(2,1,2);      plot(n,y)
```

