概率统计习题

方 兴

浙江工业大学

习题

习题 1

设 A, B, C 为随机事件，则 (　　)

A) 若 $AB \subseteq C$，则 $A \subseteq C$ 或 $B \subseteq C$

B) 若 $AB \subseteq C$，则 $A \subseteq C$ 且 $B \subseteq C$

C) 若 $A \subseteq C$ 或 $B \subseteq C$，则 $A \cup B \subseteq C$

D) 若 $A \subseteq C$ 且 $B \subseteq C$，则 $A \cup B \subseteq C$

习题 1

设 A, B, C 为随机事件，则（　　）

A）若 $AB \subseteq C$，则 $A \subseteq C$ 或 $B \subseteq C$
B）若 $AB \subseteq C$，则 $A \subseteq C$ 且 $B \subseteq C$
C）若 $A \subseteq C$ 或 $B \subseteq C$，则 $A \cup B \subseteq C$
D）若 $A \subseteq C$ 且 $B \subseteq C$，则 $A \cup B \subseteq C$

解答

(D).

习题 2

设随机事件 A 表示“甲获胜或乙获胜”，B 表示“甲获胜且乙获胜”，则“甲、乙中恰有一人获胜”是 (　　)

A) AB　　B) $A \cup B$　　C) $A\overline{B}$　　D) $\overline{A}B$

习题 2

设随机事件 A 表示“甲获胜或乙获胜”，B 表示“甲获胜且乙获胜”，则“甲、乙中恰有一人获胜”是 (　　)

A） AB　B） $A \cup B$　C） $A\overline{B}$　D） $\overline{A}B$

解答

(C).

习题 3

设 A, B, C 为随机事件，若 $A \cup C = B \cup C$，则 (　　)

A) $A = B$　　B) $AC = BC$　　C) $A\overline{C} = B\overline{C}$　　D) $\overline{A}C = \overline{B}C$

习题 3

设 A, B, C 为随机事件，若 $A \cup C = B \cup C$，则 (　　)

A） $A = B$　　B） $AC = BC$　　C） $A\overline{C} = B\overline{C}$　　D） $\overline{A}C = \overline{B}C$

解答

(C).

1.1 随机事件及其表示

习题 4

随机事件 $AB \cup C$ 的逆事件是（　　）

A）$\overline{A}\,\overline{B} \cup \overline{C}$　　B）$\overline{AB} \cup \overline{C}$　　C）$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$　　D）$\overline{AB}\,\overline{C}$

1.1 随机事件及其表示

习题 4

随机事件 $AB \cup C$ 的逆事件是 (　　)

A) $\overline{A}\,\overline{B} \cup \overline{C}$　　B) $\overline{AB} \cup \overline{C}$　　C) $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$　　D) $\overline{AB}\,\overline{C}$

解答

(D).

习题 5

投掷一枚硬币，若正面，再投掷一枚硬币；若反面，再投掷一枚骰子。用 Z, F 表示“正面”、“反面”，用 $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 表示点数，写出样本空间。

习题 5

投掷一枚硬币，若正面，再投掷一枚硬币；若反面，再投掷一枚骰子。用 Z, F 表示“正面”、“反面”，用 $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 表示点数，写出样本空间。

解答

$\Omega = \{ZZ, ZF, F1, F2, F3, F4, F5, F6\}$

习题 6

投掷一枚骰子，取样本空间 $\Omega = \{1, 3, 5, V\}$，则随机事件“点数为单且小” = ________；“点数为双” = ________。

习题 6

投掷一枚骰子，取样本空间 $\Omega = \{1, 3, 5, V\}$，则随机事件“点数为单且小” $=$ ________；“点数为双” $=$ ________。

解答

$\{1, 3\}$，$\{V\}$。

习题 7

投掷三枚骰子。考虑投掷的次序，并用 Z, F 表示正反，写出样本空间。

习题 7

投掷三枚骰子。考虑投掷的次序，并用 Z, F 表示正反，写出样本空间。

解答

$\Omega = \{ZZZ, ZZF, ZFZ, ZFF, FZZ, FZF, FFZ, FFF\}.$

习题 1

从标号从 1 到 10 的卡片中随机抽出 3 张，所得最大号码为 5 的概率是 (　　)

A) $\frac{1}{60}$　　B) $\frac{1}{48}$　　C) $\frac{1}{20}$　　D) $\frac{1}{12}$

习题 1

从标号从 1 到 10 的卡片中随机抽出 3 张，所得最大号码为 5 的概率是 (　　)

A) $\frac{1}{60}$　　B) $\frac{1}{48}$　　C) $\frac{1}{20}$　　D) $\frac{1}{12}$

解答

(C).

习题 2

将 3 本语文书、3 本数学书和 2 本英语书随机排成一行，则 3 本数学书排在一起，且 2 本英语书排在一起的概率是 ________。

习题 2

将 3 本语文书、3 本数学书和 2 本英语书随机排成一行，则 3 本数学书排在一起，且 2 本英语书排在一起的概率是 ________。

解答

$\frac{1}{28}$.

习题 3

10 把钥匙中有 2 把能打开门，从这 10 把钥匙中随机选取 3 把，能用这 3 把钥匙开门的概率是 ________。

习题 3

10 把钥匙中有 2 把能打开门，从这 10 把钥匙中随机选取 3 把，能用这 3 把钥匙开门的概率是 ________。

解答

$\frac{8}{15}$.

习题 4

有 5 名男同学和 3 名女同学随机排成一行，所有女同学都不相邻的概率是 ________。

习题 4

有 5 名男同学和 3 名女同学随机排成一行，所有女同学都不相邻的概率是 ________。

解答

$\frac{5}{14}$.

习题 5

从装有 3 个红球和 4 个蓝球的盒中随机选出 3 个球，所得蓝球比红球多的概率是 ________。

习题 5

从装有 3 个红球和 4 个蓝球的盒中随机选出 3 个球，所得蓝球比红球多的概率是 ________。

解答

$\frac{22}{35}$.

习题 5

投掷 11 枚均匀的硬币，正面朝上的数目比反面朝上的数目多的概率是 ________。

习题 5

投掷 11 枚均匀的硬币，正面朝上的数目比反面朝上的数目多的概率是 ________。

解答

$\frac{1}{2}$.

习题 1

已知 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$。若 $P(A|B) + P(\overline{A}|\overline{B}) > 1$，则 (　　)

A) $P(A|B) > \frac{1}{2}$　　B) $P(A|B) < \frac{1}{2}$

C) $P(A|B) > P(A)$　　D) $P(A|B) < P(A)$

习题 1

已知 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$。若 $P(A|B) + P(\overline{A}|\overline{B}) > 1$，则 (　　)

A) $P(A|B) > \frac{1}{2}$　　B) $P(A|B) < \frac{1}{2}$

C) $P(A|B) > P(A)$　　D) $P(A|B) < P(A)$

解答

(C).

习题 2

已知 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$。若 $P(A|B) > P(B|A)$，则 (　　)

A) $P(A|\overline{B}) > P(B|\overline{A})$　　B) $P(A|\overline{B}) < P(B|\overline{A})$

C) $P(\overline{A}|\overline{B}) > P(\overline{B}|\overline{A})$　　D) $P(\overline{A}|\overline{B}) < P(\overline{B}|\overline{A})$

习题 2

已知 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$。若 $P(A|B) > P(B|A)$，则 (　　)

A) $P(A|\overline{B}) > P(B|\overline{A})$　　B) $P(A|\overline{B}) < P(B|\overline{A})$

C) $P(\overline{A}|\overline{B}) > P(\overline{B}|\overline{A})$　　D) $P(\overline{A}|\overline{B}) < P(\overline{B}|\overline{A})$

解答

(D).

习题 3

设 $P(A) = 2P(B) = 3P(AB) > 0$，则 $P(A|A \cup B) =$ _______。

习题 3

设 $P(A)=2P(B)=3P(AB)>0$，则 $P(A|A\cup B)=$ _______。

解答

$\frac{6}{7}$.

习题 4

已知 $P(A) = 0.5$，$P(A \cup \overline{B}) = 0.8$，则 $P(A \cup B) = $ ______。

习题 4

已知 $P(A)=0.5$，$P(A\cup\overline{B})=0.8$，则 $P(A\cup B)=$ ________。

解答

0.7.

习题 5

盒中装有 4 红 4 蓝共 8 个球，从中随机选取 4 个，所得红球数不超过 2 的概率是 ________。

习题 5

盒中装有 4 红 4 蓝共 8 个球，从中随机选取 4 个，所得红球数不超过 2 的概率是 ________。

解答

$\frac{53}{70}$.

习题 6

已知 $P(A \cup B) = 0.8, P(A) = 0.5, P(AB) = 0.1$,
则 $P(B|A \cup B) =$ _______。

习题 6

已知 $P(A \cup B) = 0.8, P(A) = 0.5, P(AB) = 0.1$,
则 $P(B|A \cup B) = $ ______。

解答

$\frac{1}{2}$.

习题 7

已知 $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}, P(C) = \frac{1}{4}$，$P(AB) = P(AC) = P(BC) = a$，$P(ABC) = a^2$，$P(A \cup B \cup C) = \frac{11}{18}$，则 $a =$ ________。

习题 7

已知 $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{3}, P(C)=\frac{1}{4}$，$P(AB)=P(AC)=P(BC)=a$，$P(ABC)=a^2$，$P(A\cup B\cup C)=\frac{11}{18}$，则$a=$ ________。

解答

$\frac{1}{6}$.

习题 1

判断对错。

1. 若 A 与 B 独立，AB 与 C 独立，则 $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$。 (　　)
2. 若 A 与 B 独立，A 与 BC 独立，则 $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$。 (　　)
3. 若 A, B, C 两两独立，则 $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ 两两独立。 (　　)

习题 1

判断对错。

1. 若 A 与 B 独立，AB 与 C 独立，则 $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$。( )
2. 若 A 与 B 独立，A 与 BC 独立，则 $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$。( )
3. 若 A, B, C 两两独立，则 $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ 两两独立。( )

解答

1. $\checkmark$
2. $\times$
3. $\checkmark$

习题 2

甲盒中 5 红 3 蓝共 8 个球，乙盒中有 3 红 3 蓝共 6 个球。

1. 从所有球中随机选一个。取到的球为红球的概率是 ________；若取到的球是红球，该球从甲盒中抽取的概率是 ________。
2. 从甲乙两盒中随机选一个，再从选中的盒中随机选一个球。取到的球为红球的概率是 ________；若取到的球是红球，该球从甲盒中抽取的概率是 ________。

习题 2

甲盒中 5 红 3 蓝共 8 个球，乙盒中有 3 红 3 蓝共 6 个球。

1. 从所有球中随机选一个。取到的球为红球的概率是 ________；若取到的球是红球，该球从甲盒中抽取的概率是 ________。
2. 从甲乙两盒中随机选一个，再从选中的盒中随机选一个球。取到的球为红球的概率是 ________；若取到的球是红球，该球从甲盒中抽取的概率是 ________。

解答

1. $\frac{4}{7}$； $\frac{5}{8}$.
2. $\frac{9}{16}$； $\frac{5}{9}$.

习题 3

盒中有2红3蓝共5个球，从中随机抽取一个，将该球放回，并放回同颜色的球2个；再从盒中随机取出2个球，恰有1个红球的概率是 ________。

习题 3

盒中有2红3蓝共5个球，从中随机抽取一个，将该球放回，并放回同颜色的球2个；再从盒中随机取出2个球，恰有1个红球的概率是 ________。

解答

$\frac{18}{35}$.

习题 4

设一箱产品有5件，其中有0,1,2件次品的概率分别为2/3,1/6,1/6。从一箱产品中随机抽取1件检验，若检验为合格品则该箱产品通过检验。若1件合格品一定检验合格，而1件次品检验合格的概率为1/6。若一箱产品通过检验，则该箱中全是合格品的概率是 ______。

习题 4

设一箱产品有5件，其中有0,1,2件次品的概率分别为2/3,1/6,1/6。从一箱产品中随机抽取1件检验，若检验为合格品则该箱产品通过检验。若1件合格品一定检验合格，而1件次品检验合格的概率为1/6。若一箱产品通过检验，则该箱中全是合格品的概率是 ______。

解答

$\frac{8}{11}$.

习题 1

设 X 的分布列为 $P(X=i)=\frac{C}{i(i+1)}$，$i=1,2,3,4,5$，
则 $C=$ _______；$P(X\text{为奇数})=$ _______。

解答

$\underline{\quad\frac{6}{5}\quad}$，$\underline{\quad\frac{37}{50}\quad}$.

习题 2

从标号 1 至 6 的卡片中随机选取两张，所得号码的最大值记为 X，求 X 的分布列。

解答

X	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$

习题 3

设离散型变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ 0.3, & -1 \leq x < 1, \\ 0.7, & 1 \leq x < 2, \\ 1, & 2 \leq x. \end{cases}$$

求 X 的分布列。

解

X	-1	1	2
P	0.3	0.4	0.3

习题 4

设 $X \sim P(\lambda)$，若

$$P(X=4)+P(X=3)=5P(X=2),$$

则 $\lambda =$ ________.

解答

$\underline{\quad 6 \quad}$.

习题 5

设 $X \sim B(n, p)$，若

$$P(X = 2) = 4P(X = 1) = 40P(X = 0),$$

则 $n =$ ________, $p =$ ________.

解答

$\underline{\ \ 5\ \ }$, $\underline{\ \ \frac{2}{3}\ \ }$.

习题 1

设连续型随机变量 X 的密度函数

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}, & \mathrm{e}<x<A,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

则常数 $A=$ ______； $P(X>2\mathrm{e})=$ ______。

解答

$\underline{\ \mathrm{e}^2\ }$； $\underline{\ 1-\ln 2\ }$.

习题 2

设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}1, & x\geq 0,\\ Ae^{x}, & x<0.\end{cases}$$

若 $P(X=0)=\frac{1}{2}$，则常数 $A=$ ______，$P(|X|<1)=$ ______。

解答

$\underline{\ \frac{1}{2}\ }$，$\underline{\ 1-\frac{1}{2e}\ }$.

习题 3

设 $X \sim P(\lambda)$，$Y \sim E(\lambda)$，若 $P(X \leq 1) = 4P(Y \geq 1)$，则 $\lambda =$ ______。

解答

3.

习题 4

设 $X_1 \sim N(1,\sigma^2)$，$X_2 \sim N(1,2\sigma^2)$，$X_3 \sim N(0,\sigma^2)$，令

$$p_i = P(|X_i| < 1).$$

则（　　）

A） $p_1 < p_2 < p_3$　　B） $p_2 < p_3 < p_1$

C） $p_2 < p_1 < p_3$　　D） $p_3 < p_2 < p_1$

解答

C.

习题 5

设 $X \sim U(a,b)$，若 $P(X<2|X>1)=\frac{1}{3}$，$P(X<0)=\frac{1}{3}$，
则 $a=$ ________，$b=$ ________。

解答

$\underline{\quad -2 \quad}$，$\underline{\quad 4 \quad}$.

习题 6

假设一零件的规格（单位：cm）服从正态分布 $N(12, 0.4^2)$，则其规格在 $(11.6, 12.8)$ 范围内的概率是 ______。
（已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772$ ）

解答

<u>0.8185</u>.

2.3 随机变量函数的分布

习题 1

设 X 的分布表为

X	-2	0	1	3
P	0.4	0.2	0.3	0.1

求 $Y = |X-3| + X^2$ 的分布列。

解答

Y	3	9
P	0.5	0.5

习题 2

设 X 的密度函数为

$$f_X(x) = \begin{cases} 4xe^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

则 $Y = \arctan(X)$ 的密度函数 $f_Y(y) =$ ____________。

解答

$$\begin{cases} 4\tan(y)\sec^2(y)e^{-2\tan(y)}, & 0 < y < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

习题 3

设 X 的密度函数

$$f_X(x) = \begin{cases} 1-|X|, & -1<x<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

则 $Y = X^2$ 的密度函数 $f_Y(y) =$ ________________。

解答

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{y}} - 1, & 0<y<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

习题 4

设 X 的密度函数

$$f_X(x) = Ce^{-\frac{x^2-2x}{4}},$$

则 $Y = 2X + 1$ 的密度函数 $f_Y(y) =$ ________。（表达式不含 C）

解答

$$\frac{1}{4\sqrt{\pi}}e^{-\frac{(y-3)^2}{16}}.$$

习题 5

设 X 的分布函数

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}e^{-2x^2}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

则 $Y = X^2 + 1$ 的分布函数 $F_Y(y) =$ ______________。

解答

$$\begin{cases} 1 - \frac{1}{2}e^{-2(y-1)}, & y \geq 1, \\ 0, & y < 1. \end{cases}$$

习题 1

设 X 的分布列为

X	-2	0	1	2
P	0.2	0.3	0.4	0.1

则 $EX =$ ________，$Var(X) =$ ________。

解答

<u> 0.2 </u>, <u> 1.56 </u>.

习题 2

设 X 的密度函数

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + \frac{1}{3}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

则 $EX =$ ______, $Var(X) =$ ______。

解答

$\underline{\ \frac{2}{3}\ }$, $\underline{\ \frac{1}{15}\ }$.

习题 3

设 X 的密度函数

$$f(x)=\begin{cases} A, & 1<x<2, \\ B, & 3<x<4, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

且 $EX=2$，则 $A=$ ________，$B=$ ________；$Var(X)=$ ________。

解答

$\underline{\ \frac{3}{4}\ }$，$\underline{\ \frac{1}{4}\ }$；$\underline{\ \frac{5}{6}\ }$。

习题 4

设 $X \sim U(0, \pi)$，$Y = \sin X$，则 $EY =$ ________，$E(Y^2) =$ ________。

解答

$\underline{\;\frac{2}{\pi}\;}$，$\underline{\;\frac{1}{2}\;}$。

习题 5

设 X, Y 的密度函数分别为 f_X, f_Y，且 $EX = 1, Var(X) = 2^2$，$EY = 0$，$Var(Y) = 3^2$。若 Z 的密度函数为 $\frac{1}{2}(f_X + f_Y)$，则 $EZ =$ ______，$Var(Z) =$ ______。

解答

$\underline{\ \frac{1}{2}\ }$，$\underline{\ \frac{27}{4}\ }$。

习题 1

设 $X \sim U(-a, 2a)$，$EX = 1$，则 $Var(X) = $ ________。

解答

<u> 3 </u>.

习题 2

设 $X \sim P(\lambda)$，$2P(X=4)=P(X=3)$，

则 $EX=$ ______，$E(X^2)=$ ______。

解答

$\underline{\quad 2 \quad}$，$\underline{\quad 6 \quad}$.

习题 3

假设某人每周 1 次去银行办业务，每次的等待时间（单位：小时）服从指数分布 $E(3)$。若等待时间超过 20 分钟，则其不再等待而离开。记 X 为其 4 周内未办成业务的次数，则 $EX=$ ______，$Var(X)=$ ______。

解答

$\underline{\ \frac{4}{e}\ }$，$\underline{\ \frac{4}{e}(1-\frac{1}{e})\ }$.

习题 4

投掷 3 枚均匀硬币，直到 3 枚硬币的正反相同。记 X 为投掷次数，则 $EX=$ ______，$Var(X)=$ ______。

解答

$\underline{\quad 4 \quad}$，$\underline{\quad 12 \quad}$.

习题 5

设 X 的密度函数

$$f(x) = Ce^{-(x^2+2x)},$$

其中 C 为常数，则 $EX =$ ______，$Var(X) =$ ______。

解答

$\underline{\quad -1 \quad}$, $\underline{\quad \frac{1}{2} \quad}$.

习题 1

盒中有 3 红 2 蓝共 5 个球，从中随机抽取 2 个，抽到的红球数记为 X，则 $\nu_3(X) =$ ______。

解答

$\underline{\quad -0.024 \quad}$.

习题 2

设 $X \sim P(\lambda)$，$E(X^2) = 6$，则 $E[X(X-1)(X-2)] = \underline{\qquad\qquad}$。

解答

$\underline{\quad 8 \quad}$.

习题 3

设 X 的密度函数

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2}{5}+\frac{3}{10}x, & 0<x<1,\\ \frac{3}{10}x, & 1<x<2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

则 $\mu_3(X)=$ ________，$\nu_3(X)=$ ________。

解答

$\underline{\frac{101}{50}}$，$\underline{\frac{1}{50}}$.

习题 4

设 X 的密度函数

$$f(x) = \begin{cases} 4xe^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

则 $\nu_4(X) =$ ________。

解答

<u>6</u>.

习题 5

设 X 的分布表为

X	0	1	2
P	0.3	0.4	0.3

则 X 的峰度系数 $K(X) =$ ______。

解答

$\underline{\quad -\frac{4}{3}\quad}$.

习题 6

已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，$\nu_4(X) = 12$，则 $\sigma^2 =$ ________。

解答

$\underline{\ \ 2\ \ }$.

习题 4.1 (1)

设 (X, Y) 的联合分布表为

Y \ X	-1	0	1	2
1	0.2	a	0.05	b
2	0.15	0.1	0.05	0.15

满足 $P(X+Y>2)=0.3$，则

1. $a=$ ______;
2. $b=$ ______;
3. X 的边缘概率函数是 ______;
4. Y 的边缘概率函数是 ______。

解答 4.1 (1)

1. <u>0.2</u>;
2. <u>0.1</u>;
3.

X	-1	0	1	2
P	0.35	0.3	0.1	0.25

4.

Y	1	2
P	0.55	0.45

习题 4.1 (2)

设 X, Y 的联合密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases} A(x+2y), & 0<x<1-y<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

1. 常数 $A=$ ______;
2. $P(X<Y)=$ ______;
3. X 的边缘密度函数 $f_X(x)=$ ______;
4. Y 的边缘密度函数 $f_Y(y)=$ ______。

解答 4.1 (2)

1. $\underline{\quad 2 \quad}$;
2. $\underline{\quad \frac{7}{12} \quad}$;
3. $\underline{\begin{cases} 2(1-x), & 0<x<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}}$;
4. $\underline{\begin{cases} 1+2y-3y^2, & 0<y<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}}$;

习题 4.1 (3)

设 X, Y 的联合分布函数

$$F(x,y) = \begin{cases} A(B + \arctan(x))(C - e^{-y}), & y > 0, \\ 0, & y \leq 0. \end{cases}$$

1. $A =$ ______;
2. $B =$ ______;
3. $C =$ ______;
4. Y 的边缘分布函数 $F_Y(y) =$ ______。

解答 4.1 (3)

1. $\underline{\quad \frac{1}{\pi} \quad}$;
2. $\underline{\quad \frac{\pi}{2} \quad}$;
3. $\underline{\quad 1 \quad}$;
4. $\underline{\begin{cases} 1 - e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0. \end{cases}}$;

习题 4.2 (1)

设 $(X, Y) \sim U(\Omega)$，其中 $\Omega = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}$，
则 $P(X + Y > 1) =$ ______，X 的密度函数 $f_X(x) =$ ______。

习题 4.2 (1)

设 $(X, Y) \sim U(\Omega)$，其中 $\Omega = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}$，
则 $P(X + Y > 1) =$ ______，X 的密度函数 $f_X(x) =$ ______。

解答 4.2 (1)

$\underline{\frac{\pi-2}{4\pi}}$; $\underline{\begin{cases} \frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2}, & -1 < x < 1, \\ 0, & 其他. \end{cases}}$.

习题 4.2 (2)

设 $(X, Y) \sim N(1, 2; 2^2, 3^2; -0.5)$,
则 $EX =$ ________, $EY =$ ________, $Var(X) =$ ________。

习题 4.2 (2)

设 $(X, Y) \sim N(1, 2; 2^2, 3^2; -0.5)$,
则 $EX =$ ______， $EY =$ ______， $Var(X) =$ ______。

解答 4.2 (2)

$\underline{\quad 1 \quad}$; $\underline{\quad 2 \quad}$; $\underline{\quad 4 \quad}$。

习题 4.2 (3)

设 X, Y 的联合分布表

Y \ X	-1	1	2
0	0.2	0.1	0.2
1	0.1	0.3	0.1

求给定 Y 条件下 X 的条件分布。

解答 4.2 (3)

X	-1	1	2
$P_{X\|Y}(\cdot\|0)$	0.4	0.2	0.4
$P_{X\|Y}(\cdot\|1)$	0.2	0.6	0.2

习题 4.2 (4)

设 X, Y 的联合分布表

Y \ X	-1	1	2
0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
1	a	b	c

若 X, Y 独立，则 $a =$ ________，$b =$ ________，$c =$ ________.

4.2 常见分布、条件分布和独立性

习题 4.2 (4)

设 X, Y 的联合分布表

Y \ X	-1	1	2
0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
1	a	b	c

若 X, Y 独立，则 $a =$ ______，$b =$ ______，$c =$ ______.

解答 4.2 (4)

$\underline{\frac{1}{6}}$；$\underline{\frac{1}{12}}$；$\underline{\frac{1}{12}}$.

习题 4.2 (5)

根据联合密度函数，判断两个边缘分布是否独立。

1. $$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}xy, & 0<x<y<2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

2. $$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{\pi e^x(1+y^2)}, & 0<x<\infty,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

习题 4.2 (5)

根据联合密度函数，判断两个边缘分布是否独立。

3.

$$f(x,y)=\begin{cases} xy+\frac{1}{4}(x+y+1), & 0<x<1, 0<y<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

4.

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{2}e^{-(|x|+2|y|)}, & x>0, \\ e^{-(2|x|+2|y|)}, & x\leq 0. \end{cases}$$

解答 4.2 (5)

1. 不独立
2. 独立
3. 独立
4. 独立

习题 4.3 (1)

设 X, Y 的联合分布表

Y \ X	-1	1	2
-1	0.05	0.1	0.1
0	0.2	0	0.25
1	0	0.1	0.2

则 $Z = |X| + |Y|$ 的分布列是 ______。

解答 4.3 (1)

Z	1	2	3
P	0.2	0.5	0.3

习题 4.3 (2)

设 X, Y 的联合密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}3x, & 0<y<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

则 $Z=X+Y$ 的密度函数 $f_Z(z)=$ ______。

习题 4.3 (2)

设 X, Y 的联合密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}3x, & 0<y<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

则 $Z=X+Y$ 的密度函数 $f_Z(z)=$ ______。

解答 4.3 (2)

$$\begin{cases}\frac{9}{8}z^2, & 0<z<1,\\ \frac{3}{2}-\frac{3}{8}z^2, & 1<z<2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}.$$

习题 4.3 (3)

设 X, Y 相互独立，$X \sim U(0,1)$，$Y \sim E(1)$，则 $Z = X + Y$ 的密度函数是 ________。

习题 4.3 (3)

设 X, Y 相互独立，$X \sim U(0,1)$，$Y \sim E(1)$，则 $Z = X + Y$ 的密度函数是 ________。

解答 4.3 (3)

$$\begin{cases} 0, & z < 0, \\ 1 - \mathrm{e}^{-z}, & 0 < z < 1, \\ \mathrm{e}^{-z}(\mathrm{e} - 1), & z > 1. \end{cases}$$

习题 4.3 (4)

设 X, Y 相互独立，$X \sim U(0,1)$，$Y \sim E(1)$，则 $Z_{\max} = \max\{X, Y\}$ 的密度函数是 ________。

习题 4.3 (4)

设 X, Y 相互独立，$X \sim U(0,1)$，$Y \sim E(1)$，则 $Z_{\max} = \max\{X, Y\}$ 的密度函数是 ________。

解答 4.3 (4)

$$\begin{cases} 0, & z < 0, \\ 1 - \mathrm{e}^{-z} + z\mathrm{e}^{-z}, & 0 < z < 1, \\ \mathrm{e}^{-z}, & z > 1. \end{cases}$$

习题 4.3 (5)

设连续型变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 独立同分布，共同的分布函数

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

则 $Z_{\min} = \min\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 的密度函数是 ________。

4.3多维随机变量的函数

习题 4.3 (5)

设连续型变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 独立同分布，共同的分布函数

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

则 $Z_{\min} = \min\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 的密度函数是 ______。

解答 4.3 (5)

$$\underline{\begin{cases} \frac{n}{(1+z)^{n+1}}, & 0 < z < 1, \\ 0, & z < 0. \end{cases}}.$$

习题 4.4 (1)

设 X, Y 的联合分布表为

Y \ X	-1	1	2
1	0.1	0.3	0.2
2	0.2	0.1	0.1

则 X, Y 的协方差 $Cov(X, Y) =$ ______。

习题 4.4 (1)

设 X, Y 的联合分布表为

Y \ X	-1	1	2
1	0.1	0.3	0.2
2	0.2	0.1	0.1

则 X, Y 的协方差 $Cov(X, Y) =$ ______。

解答 4.4 (1)

$\underline{\quad -0.18 \quad}$.

习题 4.4 (2)

设 X, Y 的联合密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}(x+y+1), & 0<x<1, 0<y<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

则相关系数 $\rho(X,Y)=$ ________。

习题 4.4 (2)

设 X, Y 的联合密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}(x+y+1), & 0<x<1, 0<y<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

则相关系数 $\rho(X,Y)=$ ______。

解答 4.4 (2)

$\underline{\ -\frac{1}{47}\ }$.

习题 4.4 (3)

设 $Var(X) = 1, Var(Y) = 4$，$\rho(X, Y) = -\frac{1}{2}$，
则 $\rho(X+Y, X-Y) =$ ________。

解答 4.4 (3)

$\underline{\quad -\sqrt{\frac{3}{7}}\quad}$.

习题 4.4 (4)

设 $(X, Y) \sim N(1, 2; 2^2, 3^2; \frac{1}{2})$，则 $Z = 3X - 2Y + 2$ 的密度函数是 ________。

习题 4.4 (4)

设 $(X,Y) \sim N(1,2;2^2,3^2;\frac{1}{2})$，则 $Z = 3X - 2Y + 2$ 的密度函数是 ______。

解答 4.4 (4)

$\underline{\frac{1}{6\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{72}}}$.

习题 5.1 (1)

设随机变量 X 满足 $EX=3$，$E(X^2)=10$，则由切比雪夫不等式，

$$P(0<X<6)\geq \underline{\qquad\qquad}.$$

解答 5.1 (1)

$\underline{\quad \frac{8}{9} \quad}$.

习题 5.1 (2)

设 $X_1, X_2, X_3, \cdots$ 独立同分布，共同的分布为 $U(-1,5)$，对任意 $\epsilon > 0$，

$$\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}(X_1X_2 + X_3X_4 + \cdots + X_{2n-1}X_{2n}) - A| < \epsilon) = 1,$$

则 $A =$ _______。

解答 5.1 (2)

<u>4</u>.

习题 5.1 (3)

设车间内有 600 台机器，每台机器处于工作状态时需要 20 kW 的电力。假设每台机器是否处于工作状态相互独立，且处于工作状态的概率均为 0.4。根据中心极限定理估算，至少应提供该车间多少 kW 电力，才能使电力不足的概率不高于 1 %.

解答 5.1 (3)

$\underline{\quad 5360 \quad}$.

习题 6.1 (1)

设总体 X 的一组样本观测值为

$$10.2, 11.3, 9.7, 10.5, 10.3$$

则样本均值 $\overline{x} =$ ________，样本方差 $s^2 =$ ________。

解答 6.1 (1)

$\underline{\quad 10.4 \quad}$; $\underline{\quad 0.34 \quad}$.

习题 6.1 (2)

设总体 $X \sim U(a-1, a+1)$，其中 a 为未知参数。X_1, X_2, X_3 是 X 的样本，判断下列样本函数是否为统计量。

1. $X_1 - X_2^2 + X_3^3$；
2. $(X_1 - a)^2 + (X_2 - a)^2$；
3. $\frac{(X_1 - X_2)^2}{E(X_3 - a)^2}$。

解答 6.1 (2)

1. 是
2. 不是
3. 是

习题 6.1 (3)

设总体 $X \sim N(2, 2^2)$，X_1, X_2, X_3 是 X 的样本，若

$$A(X_1 - X_2)^2 + B(X_3 - c)^2$$

服从 χ^2 分布，则自由度为 ______；$A =$ ______，$B =$ ______，$c =$ ______。

解答 6.1 (3)

$\underline{\quad 2 \quad}$；$\underline{\quad \frac{1}{8} \quad}$；$\underline{\quad \frac{1}{4} \quad}$；$\underline{\quad 2 \quad}$.

习题 6.2 (1)

设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$，X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 是 X 的样本。若

$$\frac{C(X_1 - X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}}$$

服从 t 分布，则 $C =$ ______。

习题 6.2 (1)

设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$，X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 是 X 的样本。若

$$\frac{C(X_1 - X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}}$$

服从 t 分布，则 $C =$ ______。

解答 6.2 (1)

$\underline{\sqrt{\frac{3}{2}}}$.

习题 6.2 (2)

设总体 $X \sim N(0,\sigma^2)$，$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ 是 X 的样本。若

$$\frac{C(X_1 - X_2)^2}{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2 + X_6^2}$$

服从 F 分布，则自由度为 ________，$C =$ ________。

6.2 t-分布、F-分布、正态总体统计量

习题 6.2 (2)

设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$，$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ 是 X 的样本。若

$$\frac{C(X_1 - X_2)^2}{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2 + X_6^2}$$

服从 F 分布，则自由度为 ________，$C =$ ________。

解答 6.2 (2)

$\underline{\ (1, 2)\ }$，$\underline{\ 2\ }$.

习题 6.2 (3)

设总体 $X \sim N(1, 2^2)$，$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ 是 X 的样本。
令 $\overline{X} = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X3)$,

$$\frac{C[(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + (X_3 - \bar{X})^2]}{(X_4 + X_5 + X_6 - a)^2}$$

服从 F 分布，则自由度为 _______，$C =$ _______，$a =$ _______。

习题 6.2 (3)

设总体 $X \sim N(1, 2^2)$，$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ 是 X 的样本。
令 $\overline{X} = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X3)$,

$$\frac{C[(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + (X_3 - \bar{X})^2]}{(X_4 + X_5 + X_6 - a)^2}$$

服从 F 分布，则自由度为 ________，$C =$ ________，$a =$ ________。

解答 6.2 (3)

$\underline{\quad (2,1) \quad}$，$\underline{\quad \frac{3}{2} \quad}$，$\underline{\quad 3 \quad}$.

习题 7.1 (1)

设 X 的密度函数

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta+2x-2\theta x, & 0\le x\le 1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

其中 $0<\theta<1$ 为未知参数。设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是 X 的样本，$\overline{X}=\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)$，若 $A+B\overline{X}$ 是 θ 的无偏估计，则 $A=$ ________，$B=$ ________。

解答 7.1 (1)

__4__；__-6__。

习题 7.1 (2)

设总体 $X \sim P(\lambda)$，$Y \sim P(2\lambda)$ 相互独立，X_1, X_2, X_3 是 X 的样本，Y_1, Y_2, Y_3 是 Y 的样本，则当 $A =$ ______，$B =$ ______ 时，

$$A(X_1 + X_2 + X_3) + B(Y_1 + Y_2 + Y_3)$$

是 λ 的最有效的无偏估计。

解答 7.1 (2)

$\underline{\ \frac{1}{9}\ }$；$\underline{\ \frac{1}{9}\ }$。

习题 7.2 (1)

已知总体 $X \sim B(n, \frac{1}{\sqrt{n}})$，一组样本观测值为

$$3, 4, 4, 5, 3, 6, 1, 2,$$

则 n 的矩估计值 $\hat{n} =$ ________。

解答 7.2 (1)

$\underline{\quad\frac{49}{4}\quad}$.

习题 7.2 (2)

设总体 X 的密度函数

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{\theta}{x^{\theta+1}}, & x\geq 1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

其中 $\theta>1$ 为未知参数，则 θ 的矩估计 $\hat{\theta}=$ ________；θ 的最大似然估计 $\tilde{\theta}=$ ________。

解答 7.2 (2)

$\underline{\frac{\overline{X}}{\overline{X}-1}}$；$\underline{\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}}$.

习题 7.2 (3)

设 $X \sim U(\theta, 2\theta)$，其中 $\theta > 0$ 为未知参数，一组样本观测值为

$$9, 11, 8, 7, 9, 10$$

则 θ 的矩估计 $\hat{\theta} =$ ________；最大似然估计 $\tilde{\theta} =$ ________。

解答 7.2 (3)

$\underline{\quad 6 \quad}$；$\underline{\quad 5.5 \quad}$.

习题 7.3 (1)

设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 均未知。现有 X 的一组样本观测值

$$24, 28, 31, 35, 27, 34, 27, 31, 24,$$

其样本均值的观测值 $\bar{x} =$ ________，样本方差的观测值 $s^2 =$ ________。根据该组观测值，均值 μ 的置信水平为 0.95 的双侧置信上限是 ________。

解答 7.3 (1)

__29__; __16__; __32.07__.

习题 7.3 (2)

设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，μ, σ^2 均未知，现有一组 9 个样本，测得样本均值 $\overline{x} = 10.2$，样本标准差 $s = 0.3$，则 μ 的置信水平为 0.05 的双侧置信上限为 ________；σ^2 的置信水平为 0.95 的单侧置信上限是 ________。

解答 7.3 (2)

$\underline{\quad 10.43 \quad}$；$\underline{\quad 0.2635 \quad}$.

习题 8.1 (1)

从一批鱼中选取 16 条，测得其重量的样本均值为 991 克，样本方差为 20 克。假设鱼的重量服从正态分布，取显著水平 $\alpha = 0.05$，能否认为这批鱼的平均重量是 1000 克？($t_{0.05}(15) = 1.7531, t_{0.05}(16) = 1.7459, t_{0.025}(15) = 2.1315, t_{0.025}(16) = 2.1199$)

解答 8.1 (1)

$H_0 : \mu = \mu_0 = 1000$，$H_1 : \mu \neq \mu_0$；
$t = \frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu_0)}{s} = -1.8$；
拒绝域为 $\{t_0 \in (-\infty, -2.1315) \cup (2.1315, \infty)\}$；
不在拒绝域中，可以认为这批鱼的平均重量为 1000 克。

习题 8.1 (2)

某种农作物的亩产量服从正态分布 $N(900, \sigma^2)$ (单位：千克)，现在使用一种新的肥料，测得 10 亩农作物产量的样本均值为 $\bar{x} = 980$，样本标准差 $s = 50$，取显著水平 $\alpha = 0.05$，该种肥料是否显著地提高了农作物的产量？($t_{0.025}(9) = 2.2622, t_{0.025}(10) = 2.2281, t_{0.05}(9) = 1.8331, t_{0.05}(10) = 1.8125$)

解答 8.1 (2)

$H_0 : \mu = (\leq)\mu_0 = 900$，$H_1 : \mu > \mu_0$

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \approx 5.06$$

拒绝域为 $\{t_0 \in (1.8331, \infty)\}$，
在拒绝域中，拒绝原假设，该肥料显著地提高了农作物的产量。