

2021-2022（二）浙江工业大学高等数学 IIB 考试试卷

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

任课教师：_____

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
得 分							

一、填空选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 设有直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$, $L_2: \begin{cases} x-y=6, \\ 2y+z=3, \end{cases}$ 则 L_1 与 L_2 的夹角为 _____.
2. 向量 $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j} + 8\vec{k}$, 向量 \vec{b} 是三个方向角均相等且为锐角的单位向量, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.
3. 设 $f(x, y) = x^3 \cos(1-y) + (y-1)\sin x$, 则 $f_x(1,1) =$ _____.
4. $\lim_{\substack{x \rightarrow 6 \\ y \rightarrow +\infty}} \frac{xy-2}{3y+1} =$ _____.
5. 设 $z = e^{\sin(xy)}$, 则 $dz =$ _____.
6. 交换二次积分的次序, 则积分 $\int_{-1}^0 dx \int_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ 为 _____.
7. 设 $D: x^2 + y^2 \leq a^2$, 若 $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy = \pi$, 则 a 为 _____.
8. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n(x+1)^n$ 的收敛域 (含端点) 为 _____.
9. 下列说法正确的是 ()
 - (A) 两向量 \vec{a} 与 \vec{b} 平行的充要条件是存在唯一的实数 λ , 使得 $\vec{a} = \lambda \vec{b}$.
 - (B) 函数 $z = f(x, y)$ 的两个二阶偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 在区域 D 内连续, 则在该区域内两个二阶混合偏导数必相等.
 - (C) 函数 $z = f(x, y)$ 的两个偏导数在点 (x_0, y_0) 处连续是函数在该点可微的充分条件.
 - (D) 函数 $z = f(x, y)$ 的两个偏导数在点 (x_0, y_0) 处存在是函数在该点可微的充分条件.

10. 设 a 为常数, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\sin(na)}{n^2} - \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ 的敛散情况是 ()

- (A) 条件收敛 (B) 绝对收敛 (C) 发散 (D) 敛散性与 a 的取值有关

11. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛, 则此级数在 $x=2$ 处 ().

- (A) 绝对收敛 (B) 条件收敛 (C) 发散 (D) 敛散性不能确定

12. 对函数 $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$, 点 $(0, 3)$ ()

- (A) 不是驻点 (B) 是驻点但非极值点 (C) 是极大值点 (D) 是极小值点

二、试解下列各题 (每小题 5 分, 共 25 分)

1. 求过点 $M(4, -3, 1)$ 且与两直线: $\frac{x}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}$ 和 $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-4}$ 都平行的平面方程.

2. 求直线 $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ 在平面 $\pi: x - y + 2z - 1 = 0$ 上的投影直线的方程.

3. 求曲线 $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$ 在点 $(1, 1, 2)$ 处的切线方程和法平面方程.

4. 求曲面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $2x + 4y - z = 0$ 平行的切平面方程。

5. 将 $f(x) = \frac{1}{x-1}$ 展开为 $x-4$ 的幂级数，并指出其收敛域（含端点）。

三、试解下列各题（每小题 6 分，共 18 分）

1. 计算 $\iint_D y^2 e^{xy} dx dy$ ，其中 D 由直线 $y = x$, y 轴， $y = 1$ 围成的平面区域。

2. 计算 $\iint_D (x^2 - y) dx dy$ ，其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 。

3. 求曲面 $z = 8 - x^2 - y^2$ 和 $z = x^2 + y^2$ 所围立体的体积.

四、(7 分) 求抛物面 $z = x^2 + y^2$ 到平面 $x + y + z + 1 = 0$ 的最短距离.

五、(8 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} x^{n-1}$ 的收敛域 (含端点)、和函数以及数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ 的和.

六、(6分) 证明题.

1. 试证: 曲面 $f(x-ay, z-by) = 0$ 的任一切平面恒与某一直线相平行 (其中 f 为可微函数, a, b 为常数)

2. 试证: 如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 绝对收敛, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 必定收敛。