浙江工业大学 2014 - 2015 学年第二学期
概率论与数理统计参考答案

姓名：__________学号：__________ 班级：__________任课教师：__________

一. 填空题 (每空 2 分，共 28 分)

1. $\underline{\ 0.2\ }$

2. $\underline{\frac{8}{15}}$

3. $\underline{-\frac{2}{3}}$ ， $\underline{\frac{4}{3}}$

4. $\underline{\frac{1}{2}}$ ， $\underline{-\frac{1}{2}}$ ， $\underline{\begin{cases} \frac{1}{2}\sin x, & 0 < x < \pi \\ 0, & \text{其它} \end{cases}}$

5. $\underline{\ 103\ }$ ， $\underline{\frac{56}{5}}$

6. $\underline{\ 3\ }$ ， $\underline{\frac{2}{3}}$

7. $\underline{\frac{5}{9}}$

8. $\underline{\bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1)}$

9. $\underline{2\Phi(1) - 1}$

二. 选择题 (每题 3 分，共 12 分)

1. B
2. B
3. D
4. C

三. 解答题 (共 60 分)

1. 解：

1) $c = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$； $a = 3b$， $a + b = \frac{1}{3}$，从而$b = \frac{1}{12}$, $a = \frac{1}{4}$；

2)

X \ Y	-1	0	1	
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{4}$
2	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	

3) $P(X + Y > 1) = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{1}{3}$。

2. 解：

1) $1 = \int_0^1 c(1 - x^2)dx = c[1 - \frac{1}{3}] \Rightarrow c = \frac{3}{2}$；

2) $EX = \int_0^1 xc(1 - x^2)dx = c[\frac{1}{2} - \frac{1}{4}] = \frac{3}{8}$；
$EX^2 = \int_0^1 x^2c(1 - x^2)dx = c[\frac{1}{3} - \frac{1}{5}] = \frac{1}{5}$；
$Var(X) = EX^2 - (EX)^2 = \frac{19}{320}$；

3) $X = \sqrt{Y}$，从而

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{3}{4}[\frac{1}{\sqrt{y}} - \sqrt{y}], & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

3. 解：

1) $1 = \int_0^1 \int_0^1 c(1 + y)dxdy = \frac{3}{2}c \Rightarrow c = \frac{2}{3}$；

2) $P(X < Y) = \int_0^1 \int_0^y c(1+y)dxdy = c\int_0^1 y(1+y)dy = \frac{5}{6}c = \frac{5}{9}$；

3) $EX = \int_0^1 \int_0^1 xc(1+y)dxdy = \frac{1}{2}$； $EY = \int_0^1 \int_0^1 yc(1+y)dy = \frac{5}{9}$；

$$EXY = \int_0^1 \int_0^1 xyc(1 + y)dxdy = \frac{1}{2}c\int_0^1 y(1 + y)dy = \frac{5}{18}$$

从而 $Cov(X,Y) = EXY - EX\ EY = 0$，即 $\rho = 0$。

4. **解：**

矩估计：$EX = \int_0^1 x\alpha x^{\alpha-1}dx = \frac{\alpha}{\alpha+1}$，从而 $\alpha = \frac{EX}{1-EX}$，即矩估计为 $\tilde{\alpha} = \frac{\bar{X}}{1-\bar{X}}$；

极大似然估计：$L(\alpha) = \Pi_{i=1}^{n}\alpha x_i^{\alpha-1}$，

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^{n}[\frac{1}{\alpha} + \ln x_i] = 0$$

可得极大似然估计为 $\hat{\alpha} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}$。

5. **解：** $H_0 : \mu = \mu_0 = 1000$，$H_1 : \mu \neq \mu_0$；
$t = \frac{\bar{x}=\mu_0}{s/\sqrt{n}} = -1.8$；
拒绝域为 $(-\infty, -2.1315) \cup (2.1315, \infty)$；
不在拒绝域中，可以认为这批鱼的平均重量为 1000 克。