浙江工业大学 2014 - 2015 学年第二学期
概率论与数理统计试卷

姓名：__________学号：__________ 班级：__________任课教师：__________

一. 填空题（每空 2 分，共 28 分）

1. 已知 $P(A\bar{B}) = 0.3$，$P(A) - P(B) = 0.1$，则 $P(B\bar{A}) =$ _____。

2. 甲盒中有 2 只红球、3 只蓝球，乙盒中有 1 只红球、2 只蓝球。从两盒中分别选取一只球，两只球颜色相同的概率是 _____。

3. 已知 $X \sim U(a, b)$，$P(X < 0) = EX = \frac{1}{3}$，则 $a =$ _____，$b =$ _____。

4. 已知连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 1, & x > \pi \\ A + B\cos x, & 0 < x \le \pi \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$，
   则 $A =$ _____，$B =$ _____，X 的密度函数 $f(x) =$ __________。

5. 已知总体 X 的一组样本观测值为 101、107、98、104、106、102，则样本均值的观测值 $\bar{x} =$ _____，样本方差的观测值 $s^2 =$ _____。

6. 已知总体 $X \sim N(1, 2^2)$，X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 是 X 的一组样本，
   $$C\frac{(X_1 + X_2 + X_3 - u)^2}{(X_4 - X_5)^2}$$
   服从 $F(1, 1)$，则 $u =$ _____，$C =$ _____。

7. 已知 $EX = 3, EX^2 = 13$，则由切比雪夫不等式，$P(0 < X < 6) \ge$ _____。

8. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，μ, σ^2 均未知，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是其样本，则 μ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的双侧置信上限为 __________。（用分位点表示）

9. 设每箱货物的重量是随机的，平均值为 40 千克，标准差为 2 千克，则由中心极限定理，100 箱货物的总重在 3980 千克到 4020 千克之间的概率为 _____。（用 Φ 表示）

二. 选择题 (每题 3 分，共 12 分)

1. 已知 A, B, C 为随机事件。若 $A \cup B = A \cup C$，则 (　　)。

   A) $A\bar{B} = C\bar{A}$　　B) $B\bar{A} = C\bar{A}$　　C) $A\bar{B} = A\bar{C}$　　D) $AB = AC$

2. 已知 X, Y 为随机变量，$Var(2X + 3Y) = Var(3X + 2Y)$，则 (　　)。

   A) $EX = EY$　　B) $Var(X) = Var(Y)$

   C) $EX^2 = EY^2$　　D) $Var(X^2) = Var(Y^2)$

3. $X \sim e(\lambda)$，$Y \sim e(2\lambda)$，$a = P(X > 1), b = P(Y > 1)$，则 (　　)。

   A) $a = 2b$　　B) $b = 2a$　　C) $a = b^2$　　D) $b = a^2$

4. 总体 $X \sim P(\lambda)$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是 X 的一组样本，则下面为 λ^2 无偏估计的是 (　　)。

   A) $[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i]^2$　　B) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$

   C) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i^2 - X_i)$　　D) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i^2 + X_i)$

三. 解答题 (共 60 分)

1. (12 分) 二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布表为

X \ Y	-1	0	1
1	a	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
2	b	$\frac{1}{9}$	c

已知 X, Y 相互独立。

1) 求 a, b, c 的值；

2) 求 X, Y 的边缘分布；

3) 求 $P(X + Y > 1)$。

2.（12 分）已知连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x^2), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

1）求常数 c；

2）求 $EX, Var(X)$；

3）求 $Y = X^2$ 的密度函数。

3. (14 分) 已知二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}c(1+y), & 0<x<1, 0<y<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

1) 验证 $c=\frac{2}{3}$；

2) 求 $P(X<Y)$；

3) 求 X,Y 的相关系数 ρ。

4. (12 分)总体 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\alpha x^{\alpha-1}, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是 X 的一组样本，求 $\alpha>0$ 的矩估计和极大似然估计。

5. (10 分) 从一批鱼中选取 16 条，测得其重量的样本均值为 991 克，样本方差为 20 克。假设鱼的重量服从正态分布，取显著水平 $\alpha=0.05$，能否认为这批鱼的平均重量是 1000 克？($t_{0.05}(15)=1.7531, t_{0.05}(16)=1.7459, t_{0.025}(15)=2.1315, t_{0.025}(16)=2.1199$)