浙江工业大学 2018 - 2019 学年第一学期
概率论与数理统计试卷

姓名：________________ 学号：________________ 班级：________________ 任课教师：________________

一. 填空题，共 22 分，每空 2 分。

1. $\underline{\quad A\bar{B} \quad}$。
2. $\underline{\quad \frac{1}{2} \quad}$。
3. $\underline{\quad \frac{3}{8} \quad}$。
4. $\underline{\quad 1 \quad}$，$\underline{\quad -1 \quad}$。
5. $\underline{\quad 2 \quad}$。
6. $\underline{\begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{y}}, & 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}}$。
7. $\underline{\ 0.9773\ }$。
8. $\underline{\quad 12 \quad}$，$\underline{\quad 4 \quad}$。
9. $\underline{\quad \frac{1}{3} \quad}$。

二. 选择题，共 18 分，每题 3 分。

1. A
2. C
3. B
4. B
5. D
6. D

三. 解答题，共 6 题，60 分。

1. 解

1) $\begin{cases} a+b & =0.5 \\ 2a+3b & =2.6-1\times 0.2-4\times 0.3=1.2 \end{cases}$ ，解得 $a=0.3, b=0.2$； 4 分

2) 函数值表为

X	1	2	3	4
Y	3	1	1	5

，可得

Y	1	3	5
p	0.5	0.2	0.3

. 4 分

2. 解 分别用 A, B 表示发送、接收的信号为 0，则

$$P(A|B)=\frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A)+P(\bar{B})P(A|\bar{B})}=\frac{0.5\times 0.8}{0.5\times 0.8+0.5\times 0.4}=\frac{2}{3}.$$

6 分

3. 解

1)

$$1=\int_0^2 C(3x-x^2)\,dx=C[3\times 2-\frac{8}{3}]=\frac{10}{3}C\Rightarrow C=0.3.$$

4 分

2)

$$\begin{aligned}
EX &= \int_0^2 x\,C(3x-x^2)\,dx=C[3\times\frac{8}{3}-4]=4C=1.2,\\
EX^2 &= \int_0^2 x^2\,C(3x-x^2)\,dx=C[3\times 4-\frac{32}{5}]=\frac{28}{5}C=1.68,\\
Var(X) &= 1.68-(1.2)^2=0.24.\\
E|X-1| &= \int_0^2 |x-1|C(3x-x^2)\,dx=C\int_{-1}^1 |y|[3(y+1)-(y+1)^2]\,dy \quad (y=x-1)\\
&= C\int_{-1}^1 |y|(2+y-y^2)\,dy=2C\int_0^1 y(2-y^2)\,dy=\frac{3}{2}C=0.45.
\end{aligned}$$

6 分

4. 解

1)

$$1=\int_0^2\int_0^1 Cx+\frac{1}{2}y\,dy\,dx=\int_0^2 Cx\,dx+\int_0^2\frac{1}{4}\,dx=2C+\frac{1}{2},$$

故 $C=\frac{1}{4}$. 4 分

2)

$$P(X<Y)=\int_0^1\int_0^y Cx+\frac{1}{2}y\,dx\,dy=\int_0^1\frac{C}{2}y^2+\frac{1}{2}y^2\,dy=\frac{C}{6}+\frac{1}{6}=\frac{5}{24}.$$

4 分

3)

$$
\begin{aligned}
EX &= \int_0^2 \int_0^1 x[Cx+\frac{1}{2}y]\,dy\,dx = \int_0^2 Cx^2+\frac{1}{4}x\,dx = \frac{8}{3}C+\frac{1}{2} = \frac{7}{6},\\
EY &= \int_0^2 \int_0^1 y[Cx+\frac{1}{2}y]\,dy\,dx = \int_0^2 \frac{C}{2}x+\frac{1}{6}\,dx = \frac{1}{4}+\frac{1}{3} = \frac{7}{12},\\
E(XY) &= \int_0^2 \int_0^1 xy[Cx+\frac{1}{2}y]\,dy\,dx = \int_0^2 \frac{C}{2}x^2+\frac{1}{6}x\,dx = \frac{1}{3}+\frac{1}{3} = \frac{2}{3},\\
Cov(X,Y) &= \frac{2}{3}-\frac{7}{6}\times\frac{7}{12} = -\frac{1}{72}.
\end{aligned}
$$

6 分

5. 解

矩估计

$$EX = \int_0^\infty \lambda^2 x^2 e^{-\lambda x}\,dx = \frac{2}{\lambda},$$

故 $\lambda = \frac{2}{EX}$，λ 的矩估计 $\hat{\lambda} = 2(\bar{X})^{-1}$； 4 分

极大似然估计

$$
\begin{aligned}
L(\lambda) &= \Pi_{i=1}^n [\lambda^2 x_i e^{-\lambda x_i}],\\
\frac{d\ln L}{d\lambda} &= \sum_{i=1}^n [\frac{2}{\lambda} - x_i],
\end{aligned}
$$

令 $\frac{d\ln L}{d\lambda} = 0$，可得 λ 的极大似然估计 $\hat{\lambda} = 2(\bar{X})^{-1}$。 6 分

6. 解

1)

$$u = \frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{\sigma_0} \sim N(0,1),$$

4 分

μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的双侧置信区间为 $(\bar{X}-\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}, \bar{X}+\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2})$， 2 分

$\bar{X} = 98.5$，$\sigma_0 = 4$，$n = 16$，$Z_{0.025} = 1.96$，计算得置信区间为 $(96.54, 100.46)$。 2 分

2) $H_0: \mu = \mu_0 = 100$，$H_1: \mu \neq \mu_0$，

$\alpha = 0.05$，$96.54 < 100 < 100.46$，接受原假设，

因此可以认为该包装机包装的一箱产品的平均重量为 100 千克。 4 分