

浙江工业大学 2012 - 2013 学年第二学期
概率论与数理统计试卷

姓名: _____ 学号: _____ 班级: _____ 任课教师: _____

一. 填空题 (每空 2 分, 共 22 分)

1. 设 $P(A \cup B) = 2P(A)$, $P(AB) = \frac{1}{2}P(A)$, $P(A) > 0$, 则 $P(A|B) =$ _____。
2. 从 2 个红球, 2 个蓝球, 3 个黄球中任取 2 个, 其中黄球的数目比红球多的概率为 _____。
3. 设 $X \sim e(\lambda)$, $P(X > 1) = 0.5$, 则 $P(1 < X < 2) =$ _____。
4. 设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = e^{-x^2+2x+c}$, 则 $EX =$ _____。
5. 设 $X \sim P(4)$, $Y \sim e(1)$, $\rho(X, Y) = -0.5$, 则 $E(2X + Y) =$ _____, $Var(2X + Y) =$ _____。
6. 设 $EX = 2, EX^2 = 6$, 则由切比雪夫不等式, $P(0 < X < 4) \geq$ _____。
7. 设 X_1, X_2, X_3, \dots 是独立同分布随机变量序列, $EX_1 = 3$, $Var(X_1) = 9$, 则由中心极限定理, $P(240 < X_1 + X_2 + \dots + X_{100} < 360) \approx$ _____。
($\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772$)
8. 设 $X \sim N(\mu, 2^2)$, X_1, X_2, X_3, X_4 是其样本, 令

$$U = C \frac{(X_1 - \mu)^2 + (X_2 - \mu)^2}{(X_3 - X_4)^2}$$

服从 F-分布, 则其自由度为 _____, 常数 $C =$ _____。

二. 选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 随机事件 A 表示“甲和乙都获得优秀”, 随机事件 B 表示“甲和乙都没有获得优秀”, 则 $\bar{A}\bar{B}$ 表示 ()。
A) 甲获得优秀, 乙没有获得优秀
B) 甲没有获得优秀, 乙获得优秀
C) 甲和乙有且仅有一个获得优秀
D) 甲和乙至少有一个获得优秀
2. 下列性质和“X,Y 不相关”不等价的是 ()。
A) $Var(X+Y) = Var(X-Y)$
B) $E(X-1)(Y-1) = E(X-1)(Y-1)$
C) $Var(X+2Y) = Var(X-2Y)$
D) X,Y 相互独立
3. 设 X_1, X_2, X_3, \dots 是独立同分布随机变量序列, $X_1 \sim U(-2, 6)$, 则下列说法正确的是 ()。
A) $\forall \epsilon > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) - 2| > \epsilon) = 0$
B) $\forall \epsilon > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) - 2| > \epsilon) = 1$
C) $\forall \epsilon > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) - 4| > \epsilon) = 0$
D) $\forall \epsilon > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) - 4| > \epsilon) = 1$
4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma_0^2)$, 其中 μ 未知, σ_0^2 已知, X_1, X_2, X_3 是其样本, 则下列不为统计量的是 ()。
A) $X_1^2 + X_2X_3$ B) $X_1 + E(X_2)$
C) $(X_1 + X_2)^2$ D) $(X_1 - X_2)^2 - \sigma_0^2$
5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是其样本, $\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ 是样本均值, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 是样本方差, 那么 μ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 ()。
A) $(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha}(n-1), \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha}(n-1))$
A) $(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$
A) $(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_{\alpha}(n-1), \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_{\alpha}(n-1))$
A) $(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$

三. 计算题 (共 60 分)

1. (12 分) 设 A, B, C, D, E, F 是单位圆内接正六边形的顶点, 从中任取三个顶点, 令 X 为所得三角形的面积。

1) 求 $P(X = \frac{\sqrt{3}}{4})$;

2) 求 X 的分布表;

3) 计算 X 的期望;

4) 计算 X 的方差。

2. (12 分) 设连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Cx(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- 1) 验证常数 $C = 6$;
- 2) 求分布函数 $F(x)$;
- 3) 求 $Y = (2X - 1)^2$ 的密度函数。

3. (14 分) 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Cx(1 - y), & 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- 1) 验证常数 $C = 4$;
- 2) 求 X, Y 的边缘概率函数, 并判断独立性;
- 3) 计算 $P(X < Y)$ 。

4. (12 分) 设总体 X 的分布表为

X	0	2	3
p	$1 - \theta$	$\theta - \theta^2$	θ^2

其中 $0 < \theta < 1$, X 的一组观察值为 2, 2, 0, 3, 0, 求 θ 的矩估计值和极大似然估计值。

5. (10 分) 已知一种机器生产螺丝的长度服从正态分布 $N(20, \sigma^2)$ (单位: cm), 现抽取某台机器生产的螺丝 16 件, 测量其长度, 得样本均值 $\bar{x} = 21.2$ cm, 样本标准差 $s = 2.4$ cm。取显著水平 $\alpha = 0.05$, 问该机器工作是否正常? ($t_{0.05}(15) = 1.7531, t_{0.025}(15) = 2.1315, t_{0.05}(16) = 1.7459, t_{0.025}(16) = 2.1199$)