浙江工业大学 2018 - 2019 学年第一学期
概率论与数理统计试卷

姓名：________________ 学号：________________ 班级：________________ 任课教师：________________

一. 填空题，共 22 分，每空 2 分。

1. $\underline{\quad \frac{1}{5} \quad}$。

2. $\underline{\quad 3 \quad}$。

3. $\underline{\quad 2 \quad}$。

4. $\underline{\quad -1 \quad}$，$\underline{\quad \frac{5}{4} \quad}$。

5. $\underline{\quad 2 \quad}$，$\underline{\quad 4 \quad}$。

6. $\underline{\ 0.6826\ }$。

7. $\underline{\quad 29 \quad}$，$\underline{\quad 16 \quad}$，$\underline{\quad 32.07 \quad}$。

二. 选择题，共 18 分，每题 3 分。

1. B

2. D

3. D

4. C

5. A

6. C

三. 解答题，共 5 题，60 分。

1. 解

1）$P(X=k)=\frac{C_3^k C_2^{2-k}}{C_5^2}$，即

X	0	1	2
p	0.1	0.6	0.3

； 4 分

2）$P(X=k,Y=l)=\frac{C_3^k C_2^{2-k}}{C_5^2}\frac{C_{3-k}^l C_2^{2-l}}{C_{5-k}^2}$，即

Y \ X	0	1	2
0	0.01	0.1	0.1
1	0.06	0.4	0.2
2	0.03	0.1	0

可得 $P(X<Y)=0.06+0.03+0.1=0.19$。 6 分

3）上表各行求和，得

Y	0	1	2
p	0.21	0.66	0.13

. 4 分

2. 解

1）$1=\int_0^1 x+c\,dx=\frac{1}{2}+c\Rightarrow c=\frac{1}{2}$； 4 分

2）

$$F_X(x)=\int_{-\infty}^x f(s)\,ds=\begin{cases}1, & x>1,\\ \int_0^x s+\frac{1}{2}\,ds=\frac{1}{2}(x+x^2), & 0\le x\le 1,\\ 0, & x<0.\end{cases}$$

4 分

3）$y=-\ln x$ 严格单调，$x=h(y)=e^{-y}$，$0\le X\le 1$，故 $Y>0$，

$$f_Y(y)=f_X(h(y))|h'(y)|=\begin{cases}(e^{-y}+\frac{1}{2})e^{-y}=e^{-2y}+\frac{1}{2}e^{-y}, & y>0,\\ 0, & y\le 0.\end{cases}$$

4 分

3. 解

1）

$$1=\int_0^\infty\int_0^x Ce^{-2x}\,dy\,dx=\frac{C}{2}\int_0^\infty x2e^{-2x}\,dx=\frac{C}{4},$$

故 $C=4$； 4 分

2）

$$f_X(x) = \begin{cases} \int_0^x 4e^{-2x}\, dy = 4xe^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \int_y^\infty 4e^{-2x}\, dx = 2e^{-2y}, & y > 0, \\ 0,\ y \le 0. \end{cases}$$

$f(x,y) \ne f_X(x) f_Y(y)$，故 X, Y 不独立； 6 分

3）

$$\begin{aligned} P(X+Y<2) &= \int_0^1 \int_y^{2-y} 4e^{-2x}\, dx\, dy \\ &= \int_0^1 2[e^{-2y} - e^{-2(2-y)}]\, dy \\ &= [1-e^{-2}] - [e^{-2} - e^{-4}] = (1-e^{-2})^2. \end{aligned}$$

4 分

4. **解**

矩估计 $X \sim G(p)$，故 $EX = \frac{1}{p} \Rightarrow p = \frac{1}{EX}$，故 p 的矩估计为 $\hat{p} = (\bar{X})^{-1}$； 4 分

极大似然估计

$$L(p) = \Pi_{i=1}^n (1-p)^{x_i - 1} p,$$

$$\frac{d \ln L}{dp} = \sum_{i=1}^n [(x_i - 1)(-\frac{1}{1-p}) + \frac{1}{p}],$$

令 $\frac{d \ln L}{dp} = 0$，解得 p 的极大似然估计 $\hat{p} = (\bar{X})^{-1}$。 6 分

5. **解** $H_0 : \sigma = \sigma_0 = 3, H_1 : \sigma > \sigma_0$ 2 分

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = 21.6,$$

4 分

拒绝域为 $(\chi^2_\alpha(n-1), \infty)$，即 $(24.996, +\infty)$， 2 分

不在拒绝域中，故接受原假设，不能认为该设备电压值的标准差显著高于正常水平。 2 分