# 2021-2022（二）浙江工业大学高等数学 A 期末试卷

**学院：________ 班级：_______ 姓名:_________ 学号:_________**

**任课教师**（请务必填上）**:_________**

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | |

**一、 填空题（本题满分 33 分，每小题 3 分）**

**1.** 微分方程 $xy'+y=0$ 满足初始条件 $y(1)=1$ 的特解是__________________.

2. 已知曲线 $y=y(x)$ 过原点，且在原点处的法线垂直于直线 $y-3x=1$, $y=y(x)$ 又是微分方程 $y''-y'-2y=0$ 的解，则 $y(x)=$__________________.

3.设 $\vec{a}=(2,1,2), \vec{b}=(4,-1,10), \vec{c}=\vec{b}-\lambda\vec{a}$, 且 $\vec{a}\perp\vec{c}$，则 $\lambda=$_________.

4. 设 $z=y\cdot\sin(xy)-(1-y)\arctan x+e^{-2y}$，则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=0}}=$____________.

5. 设 $z=f(x+y,xy)$, 则 $dz=$________________________.

6. 函数 $u(x,y,z)=1+\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{12}+\dfrac{z^2}{18}$ 在点 (1,2,3) 处沿方向 $\vec{n}=(1,1,1)$ 的方向导数为_________.

7. 交换积分顺序 $\int_{-1}^{0}dy\int_{1-y}^{2}f(x,y)dx=$___________.

8.设 $L$ 为椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，其周长记为 $a$，则 $\oint_L(2xy+3x^2+4y^2)\,ds=$_________.

9.设 $\Sigma=\{(x,y,z)\,|\,x+y+z=1, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0\}$，则 $\iint_\Sigma y^2 dS=$_________.

10. 设 $\Omega$ 是由 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 与 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的区域，

则 $\iiint_\Omega (x+y+z)dV=$__________.

11. 设 $f(x)=\begin{cases}1 & 0\le x<\dfrac{\pi}{2}\\ x-1 & \dfrac{\pi}{2}\le x<\pi\end{cases}$ 的正弦级数 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$ 和函数为 $s(x)$，

则 $s\left(\dfrac{5}{2}\pi\right)=$____________.

## 二、 选择题（本题满分 12 分，每小题 3 分）

1. 考虑二元函数 $f(x,y)$ 的下面 4 条性质:

   ① $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 处连续;

   ② $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 处的两个偏导数连续;

   ③ $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 处可微;

   ④ $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 处的两个偏导数存在;

   若用“$P\Rightarrow Q$”表示可由性质 $P$ 推出性质 $Q$,则有(　　　).

   (A) ③⇒①⇒④.　(B) ③⇒②⇒①.　(C) ③⇒④⇒①.　(D) ②⇒③⇒①.

2. 设 $\dfrac{xdx-mydy}{x^2+y^2-1}$ 在区域 $D=\{(x,y)\big|x^2+y^2<1\}$ 内为某个二元函数的全微分,

   则 $m=$(　　　).

   (A) $-1$;　(B) 0 ;　(C) 1 ;　(D) 2

3. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=2$ 处条件收敛， 则 $x=\sqrt{3}$与$x=3$ 依次为幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}na_n(x-1)^{n-1}$ 的（　　　）.

   (A)收敛点，收敛点.　　(B)收敛点，发散点.

   (C)发散点，收敛点.　　(D)发散点，发散点.

4. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，则级数（　　　）.

   (A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|a_n|$ 收敛.　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ 收敛.　(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n a_{n+1}$ 收敛.　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{a_n+a_{n+1}}{2}$ 收敛.

## 三、 试解下列各题（本题满分 12 分，每小题 6 分）

1. 设 $f(x)$ 连续可微且 $f(0)=-2$ ，曲线积分 $\int_C[y\sin 2x-yf(x)\tan x]dx+f(x)dy$ 与路径 $C$ 无关，求 $f(x)$.

2. 求曲面 $z=2x^2+\frac{y^2}{2}$ 上平行于平面 $2z+2y-4x+1=0$ 的切平面方程，并求切点处的法线方程.

**四、 试解下列各题（本题满分 14 分，每小题 7 分）**

1.计算二重积分 $\iint_D \left|x^2+y^2-1\right| d\sigma$， 其中 $D=\left\{(x,y)\middle|0\le x\le 1, 0\le y\le 1\right\}$.

2. 求曲线积分 $\int_L (x^2-2y)dx-(x+\sin^2 y)dy$，其中 $L$ 是沿曲线 $y=1-\sqrt{2x-x^2}$ 由点(0, 1)到点(2, 1)的弧段.

**五、试解下列各题（本题满分 24 分，每小题 8 分）**

1．求直线 $l:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ 在平面 $\pi$：$x-y+2z-1=0$ 上的投影直线 $l_0$ 的方程，并求 $l_0$ 绕 $y$ 轴旋转一周所成曲面的方程。

2. 计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} y^2dzdx+zdxdy$，其中 $\Sigma$ 是球面 $x^2+y^2+z^2=4(z\geq 0)$ 的上侧.

3. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{5^n}x^{n-1}$ 的收敛域（包含端点）、和函数以及数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{5^n}$ 的和.

**六、证明题（本题满分 5 分）**

已知函数 $f(x)$ 可导，且 $0 < f'(x) < \frac{1}{2}$, 设数列 $\{x_n\}$ 满足： $x_{n+1} = f(x_n) (n = 1, 2, \cdots)$.

证明：级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (x_{n+1} - x_n)$ 绝对收敛.