浙江工业大学 2018 - 2019 学年第二学期
概率论与数理统计试卷

姓名：________ 学号：________ 班级：________ 任课教师：________

题号	一	二	三.1	三.2	三.3	三.4	三.5	总 分
得分								

分位点数据

$$\Phi(1)=0.8413,\quad \Phi(2)=0.9772,\quad \Phi(1.65)=0.95,\quad \Phi(1.96)=0.975,$$
$$t_{0.025}(8)=2.306,\quad t_{0.025}(9)=2.262,\quad t_{0.05}(8)=1.86,\quad t_{0.05}(9)=1.833.$$

一. 填空题，共 28 分，每空 2 分。

1. 0.8
2. $\frac{1}{3}$
3. $\frac{1}{6}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{7}{4}$
4. 3，3
5. 1，1
6. $\frac{5}{9}$
7. 3
8. 0.9544
9. $\frac{1}{2}$，9

二. 选择题，共 12 分，每题 3 分。

1. B
2. D
3. C
4. A

三. 解答题，共 5 题，60 分。

1. (12 分)

解

1) $a+b=0.3$，且

$$E(X+Y)=(-2)\times 0.2+(-1)\times a+1\times 0.1+2\times b=2b-a-0.3=0,$$

解得 $a=0.1, b=0.2$。 4 分

2)

$$E(XY)=(-1)\times(-1)\times 0.2+(-1)\times 1\times 0.3+1\times(-1)\times 0.1+1\times 1\times b=b-0.2=0.$$

4 分

3) 由函数值表

Y X	-1	0	1
-1	0	1	2
1	-2	-1	0

，

可得 $Z=Y-X$ 的分布律

Z	-2	-1	0	1	2
p	0.1	0.1	0.4	0.1	0.3

4 分

2. (12 分)

解

1) 由连续性，$F(1)=\frac{a}{2}=1\Rightarrow a=2$。 4 分

2) 求导得

$$f(x)=\frac{d}{dx}F(x)=\begin{cases}\frac{2}{(1+x)^2}, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

4 分

3)

$$\begin{aligned}EX(X+1)&=\int_0^1 x(1+x)\frac{2}{(1+x)^2}\,dx\\&=\int_0^1 2-\frac{2}{1+x}\,dx=2-2\ln 2.\end{aligned}$$

4 分

3. (12 分)

解

1)

$$S(\Omega)=\int_0^1\int_x^{2-x^2}\ dydx=\int_0^1 2-x^2-x\ dx=\frac{7}{6},$$

从而 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{6}{7}, & (x,y)\in\Omega,\\ 0, & (x,y)\notin\Omega.\end{cases}$。 4 分

2)

$$P(X+Y\geq 2)=\int_0^1\int_{2-x}^{2-x^2}\frac{6}{7}\,dydx=\frac{6}{7}\int_0^1 x-x^2\ dx=\frac{1}{7}.$$

4 分

3)

$$\begin{aligned}EX&=\int_0^1\int_x^{2-x^2}\frac{6}{7}x\ dydx=\frac{6}{7}\int_0^1 2x-x^2-x^3\ dx=\frac{5}{14},\\ EY&=\int_0^1\int_x^{2-x^2}\frac{6}{7}y\ dydx=\frac{6}{7}\int_0^1\frac{1}{2}[(2-x^2)^2-x^2]\ dx\\ &=\frac{3}{7}\int_0^1 x^4-5x^2+4\ dx=\frac{38}{35}.\end{aligned}$$

4 分

4. (10 分)

解

矩估计

$$EX=\int_0^\infty x\lambda^2xe^{-\lambda x}\ dx=\frac{2}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{2}{EX},$$

得矩估计 $\hat{\lambda}=\frac{2}{\bar{X}}$。 5 分

极大似然估计

$$\begin{aligned}L(\lambda)&=\Pi_{i=1}^n\lambda^2x_ue^{-\lambda x_i},\\ \frac{d\ln L}{d\lambda}&=\sum_{i=1}^n(\frac{2}{\lambda}-x_i),\end{aligned}$$

令 $\frac{d\ln L}{d\lambda}=0$，解得极大似然估计 $\hat{\lambda}=\frac{2}{\bar{X}}$。 5 分

5. (14 分)

解

1)

$$\begin{aligned}\bar{x}&=\frac{1}{9}[9+10+13+10+9+15+15+6+12]=11,\\ s^2&=\frac{1}{8}[4+1+4+1+4+16+16+25+1]=9.\end{aligned}$$

4 分

2）

$$t=\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{S}\sim t(n-1),$$

均值 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的单侧置信上（下）限为 $\bar{x}\pm\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\alpha}(n-1)$，即上限 $\hat{\mu}_1=12.86$，下限 $\hat{\mu}_2=9.14$。 6 分

3）$H_0:\mu\leq\mu_0=10$，$H_1:\mu>\mu_0$，
由 $\mu_0>\hat{\mu}_1$，故接受 H_0，不能认为均值 μ 明显大于 10。 4 分