浙江工业大学 2014 - 2015 学年第一学期
概率论与数理统计试卷

姓名：__________学号：__________ 班级：__________任课教师：__________

一. 填空题 (每空 2 分，共 22 分)

1. 设 $P(AB)=P(\bar{A}\bar{B})$，$P(A\cup B)=0.8$，$P(A)=0.6$，则 $P(B)=$ _____。

2. 将 4 个球随机放入 3 个盒子中，至少有一个盒子没有球的概率是 _____。

3. 随机变量 $X\sim P(\lambda)$，$Y\sim e(\lambda)$，$P(X\le 1)=3P(Y\ge 1)$，则 $\lambda=$ _____。

4. 若 $EX=0$，$Var(X)=1$，$EY=1$，$Var(Y)=4$，$E(X+Y)^2=8$，则 $E(2X+3Y)=$ _____，$\rho(X,Y)=$ _____。

5. 设 $EX=3$，$EX^2=15$，则由切比雪夫不等式 $P(0<X<6)\ge$ _____。

6. 设每箱货物的重量是随机的，平均值为 40 公斤，标准差为 5 公斤。100 箱货物装一车，由中心极限定理，一车货物的总重在 3900 公斤到 4050 公斤的概率约为 _____。($\Phi(1)=0.8413,\Phi(2)=0.9773$)

7. 设总体 $X\sim N(0,2^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_5$ 是其样本，
$$U=\frac{A(X_1-X_2)}{\sqrt{(X_3+X_4)^2+BX_5^2}}$$
服从 t 分布，其自由度为 _____，常数 $A=$ _____，$B=$ _____。

8. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，均值、方差均未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是一组样本，则 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的双侧置信下限为 __________。

二. 选择题 (每题 3 分，共 18 分)

1. 下面的性质和 A,B 互斥等价的是 (   )。

   A) $\bar{A} \subseteq B$ B) $A \cup \bar{B} = \bar{B}$

   C) $B\bar{A} = A$ D) $\bar{A}\bar{B} = \emptyset$

2. 下列函数中不能作为随机变量分布函数的是 (   )。

   A) $\begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$ B) $\begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-2x}, & x \geq 0 \end{cases}$

   C) $\begin{cases} 0, & x < -1 \\ 1 + x^3, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \end{cases}$ D) $\begin{cases} 0, & x < 0 \\ \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2} \\ 1, & \frac{3\pi}{2} < x \end{cases}$

3. 设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合密度函数如下（其中 C 为常数 ），其中 X,Y 独立的是 (   )。

   A) $\begin{cases} C(x+y), & 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ B) $\begin{cases} Cxy, & 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

   C) $\begin{cases} C(x+y), & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ D) $\begin{cases} Cxy, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

4. 设 $(X,Y) \sim N(1,2,1^2,2^2;0.5)$，$Z = aX + bY$，若 $EZ = 1$，X,Z 独立，则 (   )。

   A) $a = -1,\ b = 1$ B) $a = -3,\ b = 2$

   C) $a = 1,\ b = -1$ D) $a = 2,\ b = -3$

5. 设总体 X 的期望 μ 已知，而均值 σ^2 未知，X_1, X_2, X_3 是 X 的样本，下列不是统计量的是 (   )。

   A) $X_1 + X_2 + X_3$ B) $X_1 + EX_2$

   C) $X_1 - \sigma^2$ D) $X_1 + \sin(X_2)$

6. 设 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 是参数 θ 的相互独立的无偏估计，$2Var(\hat{\theta}_1) = 3Var(\hat{\theta}_2)$，要使得 $a\hat{\theta}_1 + b\hat{\theta}_2$ 是 θ 的最有效的无偏估计，则 (   )。

   A) $a = \frac{3}{5},\ b = \frac{2}{5}$ B) $a = \frac{2}{5},\ b = \frac{3}{5}$

   C) $a = \frac{9}{13},\ b = \frac{4}{13}$ D) $a = \frac{4}{13},\ b = \frac{9}{13}$

三. **解答题**（共 60 分）

1.（8 分）已知某种病菌在所有人口中的带菌率为 10%。检测时，带菌者呈阳性、阴性反应的概率为 0.95 和 0.05，而不带菌者呈阳性、阴性反应的概率为 0.01 和 0.99。现在某人经检验为阳性，问其为带菌者的概率是多少？

2.（8 分）已知离散型随机变量 X 的概率函数（分布律）为

$$P(X=-1)=0.3,\ P(X=0)=0.3,\ P(X=2)=0.4$$

求 $Y=X(X+1)$ 的概率函数（分布律）和 EY^2。

3.（12 分）连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} cx, & 0 < x < 1 \\ c(3-x), & 1 \le x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

1）验证常数 $c = \frac{1}{2}$；

2）计算 X 的期望和方差；

3）求 $Y = X^2$ 的密度函数。

4. (12 分) 二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y) = \begin{cases} A(2x+y), & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

1) 验证 $A = \frac{3}{2}$；

2) 计算 $P(X + Y < 1)$；

3) 求 X, Y 的边缘分布，并判断 X, Y 是否独立。

5. (10 分) 设 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda(x-2)}, & x\geq 2\\ 0, & x<2\end{cases}$$

其中 $\lambda>0$ 未知。求 λ 的矩估计和极大似然估计。

6. (10 分) 某种农作物的亩产量服从正态分布 $N(900,\sigma^2)$ (单位：千克)，现在使用一种新的肥料，测得 10 亩农作物产量的样本均值为 $\bar{x}=980$，样本标准差 $s=50$，取显著水平 $\alpha=0.05$，该种肥料是否显著地提高了农作物的产量？($t_{0.025}(9)=2.2622, t_{0.025}(10)=2.2281, t_{0.05}(9)=1.8331, t_{0.05}(10)=1.8125$)