

浙江工业大学 2012 - 2013 学年第二学期  
概率论与数理统计试卷

姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 任课教师：\_\_\_\_\_

一. 填空题 ( 每空 2 分, 共 22 分 )

1. 0.6。
2. 0.12 , 0.37。
3. 6 , 0.72。
4. 0.1。
5. 4 , 4 ,  $\geq \frac{5}{9}$ 。
6. (9.10, 15.56)。
7. 0.6826。

二. 选择题 ( 每题 3 分, 共 18 分 )

1. D
2. B
3. C
4. B
5. A
6. C

三. 计算题 ( 共 60 分 )

1. ( 12 分 ) 解:

1),2)

Y \ X	0	1	2	
0	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{6}{15}$
1	0	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{15}$
2	0	0	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$
	$\frac{1}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{6}{15}$	

3)  $E(X-1)(Y-1) = \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} \times (-1) = \frac{1}{15}.$

2. ( 16 分 ) 解:

$$1) \quad A + B = 1, -A + B = 0 \Rightarrow A = \frac{1}{2}, B = \frac{1}{2};$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$3) \quad P(-\frac{\pi}{6} < X < \frac{\pi}{6}) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2};$$

$$4) \quad E \cos(X) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2} \cos^2 x dx = \frac{1}{4} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos x + 1) dx = \frac{1}{4}(2 + \pi)$$

3. (12分) 解:

1)

$$\begin{aligned}1 &= \int_0^1 \int_0^x C(y+1) dy dx \\&= C \int_0^1 \frac{1}{2} x^2 + x dx \\&= \frac{2}{3} C \Rightarrow C = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}P(X < 2Y) &= \int_0^1 \int_{x/2}^x \frac{3}{2}(y+1) dy dx \\&= \frac{3}{4} \int_0^1 \frac{3}{4} x^2 + x dx \\&= \frac{3}{4} \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{9}{16}\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}f_X(x) &= \int_0^x \frac{3}{2}(y+1) dy = \frac{3}{4} x^2 + \frac{3}{2} x \\f_Y(y) &= \int_y^1 \frac{3}{2}(y+1) dx = \frac{3}{2}(1-y^2)\end{aligned}$$

$f(x, y) \neq f_X(x)f_Y(y)$ , 故不独立。

4. (10 分) 解:

1) 矩估计:

$$EX = E(X - 1) + 1 = \lambda + 1 \Rightarrow \lambda = EX - 1$$

矩估计为  $\hat{\lambda} = \bar{X} - 1$ 。

2) 极大似然估计:

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x_i-1}}{(x_i-1)!}$$
$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n \left[ -1 + \frac{x_i - 1}{\lambda} \right]$$

极大似然估计为  $\hat{\lambda} = \bar{X} - 1$ 。

5. (10 分) 解:

1)  $H_0: \mu = \mu_0 = 18, H_1: \mu \neq \mu_0$

2)  $u = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = 0.6$

3) 拒绝域为  $(-\infty, -1.96) \cup (1.96, +\infty)$

4) 不在拒绝域中, 故可以认为该灌装机工作正常。