

只记录常用有用的公式。

## 等价式

1. 交换率结合率分配率
2. 德·摩根率  $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B, \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
3. 吸收率:  $A \vee (A \wedge B) \Leftrightarrow A; A \wedge (A \vee B) \Leftrightarrow A$
4. 条件转化率:  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$
5. 双条件转化率:  $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
6. 假言易位:  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg Q \rightarrow \neg P$
7. 吸收律:  $A \vee (A \wedge B) \Leftrightarrow A, A \wedge (A \vee B) \Leftrightarrow A$
8. 零律:  $A \vee T \Leftrightarrow T, A \wedge F \Leftrightarrow F$
9. 同一律:  $A \vee F \Leftrightarrow A, A \wedge T \Leftrightarrow A$

## 蕴含式

1. 附加律  $A \Rightarrow A \vee B$
2. 合取式  $P, Q \Rightarrow P \wedge Q$
3. 化简律  $P \wedge Q \Rightarrow P$
4. 假言推理  $(A \rightarrow B) \wedge A \Rightarrow B$
5. 拒取式  $(A \rightarrow B) \wedge \neg B \Rightarrow \neg A$
6. 析取三段论  $(A \vee B) \wedge \neg B \Rightarrow A$
7. 假言三段论  $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \Rightarrow (A \rightarrow C)$
8. 构造性二难  $((A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (A \vee C)) \Rightarrow (B \vee D)$
9. 破坏性二难  $((A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (\neg B \vee \neg D)) \Rightarrow (\neg A \vee \neg C)$

## 量词

1. 量词否定转化率

$$\neg \forall x P(x) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\neg \exists x P(x) \Leftrightarrow \forall x \neg P(x)$$

2. 量词辖域收缩扩张等值式

$$\forall x(A(x) \rightarrow B) \Leftrightarrow \forall x A(x) \rightarrow B$$

其他等值式并不常用.

## 谓词演算规则

这些规则都是蕴含式.(即*I*规则)

1. 全称制定规则 *US* 有两种情况,

$$\forall x A(x) \Rightarrow A(c),$$

$$\forall x A(x) \Rightarrow A(y)$$

2. 全称推广规则 *UG*

$$A(y) \Rightarrow \forall x A(x)$$

3. 存在指定规则 *ES*

$$\exists x A(x) \Rightarrow A(c)$$

4. 存在推广定理 *EG*

$$A(c) \Rightarrow \exists x A(x)$$

## 集合

### 恒等式

1. 同一律  $A \cup \varnothing = A, A \cap E = A$
2. 零律  $A \cup E = E, A \cap \varnothing = \varnothing$
3. 排中律  $A \cup \sim A = E$
4. 矛盾律  $A \cap \sim A = \varnothing$
5. 吸收律  $A \cup (A \cap B) = A, A \cap (A \cup B) = A$
6. 德·摩根律  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

7. 补交转换律  $A - B = A \cap \sim B$

## 对称差有关公式

1.  $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$
2.  $A \oplus \emptyset = A, A \oplus E = \sim A, A \oplus A = \emptyset, A \oplus \sim A = E$
3.  $A \cup B = (A \cap \sim B) \cup (\sim A \cup B) \cup (A \cap B)$
4.  $A \cup B = (A \oplus B) \cup (A \cap B)$

## 关系有关公式

1.  $(R \cup S)^C = R^C \cup S^C$
2.  $(R \cap S)^C = R^C \cap S^C$
3.  $(R - S)^C = R^C - R^S$
4.  $(\sim R)^C = \sim R^C$