浙 江 工 业 大 学
线 性 代 数 期 末 试 卷
（ 2017 ～ 2018 第 一 学 期 ）

任课教师：______________学院班级：___________________班中编号：_________

学号：____________________　姓名：_________________　得分：___________

题号	一	二	三	四
得分				

本题得分	

一．填空题(每小题 3 分, 共 30 分)

1. 三阶行列式$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{4} & \mathbf{5} & \boldsymbol{k} \\ \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{9} \end{vmatrix}$的值为零，则 $\mathbf{k} =$______。

2. 行列式$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} \\ \mathbf{d} & \mathbf{e} & \mathbf{f} \end{vmatrix} = \mathbf{2}$，则其代数余子式的和$\mathbf{A_{11} + A_{12} + A_{13}} =$______。

3. 矩阵$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$，则$\mathbf{A^3} =$_____________。

4. 矩阵$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{2} \end{pmatrix}$，则$|\mathbf{A^{-1}}| =$________。

5. 若向量$\boldsymbol{\alpha}$与向量$\boldsymbol{\beta}$线性相关，则向量$\boldsymbol{\alpha}$与向量$\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}$ 线性______关。

6. 若向量组$\boldsymbol{\alpha_1}$，$\boldsymbol{\alpha_2}$，$\boldsymbol{\alpha_3}$与向量组$\boldsymbol{\beta_1}$，$\boldsymbol{\beta_2}$，$\boldsymbol{\beta_3}$，$\boldsymbol{\beta_4}$等价，则两向量组的秩_____。

7. 设$\mathbf{A}$是$\mathbf{5 \times 4}$矩阵，且秩$\mathbf{R(A) = 2}$, 则方程组$\mathbf{AX = 0}$**的基础解系**含有______个解向量。

8. 设四元非齐次线性方程组$\mathbf{AX = b}$的系数矩阵的秩$\mathbf{R(A) = 3}$，已知

$\boldsymbol{\alpha_1}$，$\boldsymbol{\alpha_2}$，$\boldsymbol{\alpha_3}$是它的三个解向量，且$\boldsymbol{\alpha_1}=\begin{pmatrix}\mathbf{1}\\\mathbf{2}\\\mathbf{3}\\\mathbf{4}\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\alpha_2}+\boldsymbol{\alpha_3}=\begin{pmatrix}\mathbf{2}\\\mathbf{3}\\\mathbf{4}\\\mathbf{5}\end{pmatrix}$，则该方程组的通解为________。

9. 设矩阵$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}\mathbf{0}&\mathbf{1}&\mathbf{2}\\\mathbf{1}&\mathbf{0}&\mathbf{1}\\\mathbf{2}&\mathbf{1}&\mathbf{0}\end{pmatrix}$的三个特征值为$\mathbf{a}$，$\mathbf{b}$，$\mathbf{c}$，则$\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}=$_______。

10. 若矩阵$\mathbf{A}$ 与矩阵$\mathbf{B}$相似，且$|\mathbf{A}|=\mathbf{1}$，则$|\mathbf{B}|=$_________。

本题得分	

二. 单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 设A和B都是 n 阶方阵，且满足等式$AB=0$, 则必有(　　　　)。

   (A) $A=0$　　(B) $B=0$

   (C) $BA=0$　　(D) $|BA|=0$

2. 设n阶方阵A、B、C满足$ABC=E$，其中E是单位矩阵。则必有（　　　　)。

   (A) $A=BC$　　(B) $A=CB$　　(C) $A=C^{-1}B^{-1}$　　(D) $A=B^{-1}C^{-1}$

3. 若向量组$\boldsymbol{\alpha_1}$，$\boldsymbol{\alpha_2}$线性无关，向量组$\boldsymbol{\beta_1}$，$\boldsymbol{\beta_2}$线性相关，则向量组$\begin{pmatrix}\boldsymbol{\alpha_1}\\\boldsymbol{\beta_1}\end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix}\boldsymbol{\alpha_2}\\\boldsymbol{\beta_2}\end{pmatrix}$(　　　　)。

   (A) 线性无关　　(B) 线性相关

   (C) 选项(A)和(B)都不对　　(D) 线性相关性无法确定

4. 设A为$m\times n$矩阵，$AX=0$是与非齐次线性方程组$AX=b$对应的齐次线性方程组，则下列结论正确的是（　　　　)。

   (A)若 $AX=0$只有零解，则 $AX=b$有唯一解。

   (B) 若 $AX=0$有非零解，则 $AX=b$有无穷多个解。

   (C）若 $AX=b$有无穷多个解，则 $AX=0$只有零解。

   (D) 若 $AX=b$有无穷多个解，则 $AX=0$有非零解。

5. 设α和β都是n维实向量，以下关于向量内积和向量长度的结论正确的是（　　　　)。

   (A) $\langle 2\alpha,2\beta\rangle=2\langle\alpha,\beta\rangle$　　(B) $\|-\alpha\|=-\|\alpha\|$

   (C) $\|\alpha-\beta\|\le\|\alpha\|+\|\beta\|$　　(D) $\|\alpha+\beta\|^2=\|\alpha\|^2+\|\beta\|^2$

1	2	3	4	本题总得分

三、计算题（每小题 10 分, 共 40 分）

1. 计算四阶行列式$\mathbf{D}=\begin{vmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{-3} & \mathbf{-4}\\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{-4} & \mathbf{3}\\ \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{1} & \mathbf{-2}\\ \mathbf{4} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} & \mathbf{1}\end{vmatrix}$

2. 已知$\mathbf{AX}=\mathbf{B}-\mathbf{X}$, 其中$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{1}\\ \mathbf{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{-1}\end{pmatrix}$，$\mathbf{B}=\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{-1}\\ \mathbf{2} & \mathbf{0}\\ \mathbf{5} & \mathbf{-3}\end{pmatrix}$，求矩阵$\mathbf{X}$。

3. 求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{0}\\\mathbf{1}\\\mathbf{1}\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}\mathbf{1}\\\mathbf{-2}\\\mathbf{-1}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}\mathbf{2}\\\mathbf{4}\\\mathbf{6}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=\begin{pmatrix}\mathbf{-1}\\\mathbf{-2}\\\mathbf{0}\\\mathbf{3}\end{pmatrix}$ 的秩和它的一个极大无关组，并用该极大无关组表示其余向量。

4. 设矩阵$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}\mathbf{2}&\mathbf{2}&\mathbf{5}\\\mathbf{0}&\mathbf{-1}&\mathbf{0}\\\mathbf{0}&\mathbf{a}&\mathbf{-1}\end{pmatrix}$,（1）求矩阵$\mathbf{A}$的特征值与特征向量。（2）问 a 为何值时，矩阵$\mathbf{A}$可对角化？ 为什么？

本题得分	

四、证明题（10 分）设分块矩阵$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}\mathbf{A_1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{A_2}\end{pmatrix}$是可逆矩阵。（1）证明$\mathbf{A_1}$和$\mathbf{A_2}$都是方阵；（2）证明$\mathbf{A_1}$和$\mathbf{A_2}$都是可逆矩阵，（3）试求$\mathbf{A}^{-2}$。