

浙江工业大学 04/05(二) 高等数学 A 考试试卷 A

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

任课教师：_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、填空题（每小题 4 分）：

1. 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{xy} \sin(x^2 y) & xy \neq 0 \\ 0 & xy = 0 \end{cases}$, 则 $f_x(0, 1) =$ _____。

2. 已知 $z = e^{\frac{y}{x}}$, 则 $dz =$ _____。

3. 曲线 $\begin{cases} x = y^2 \\ z = x^2 \end{cases}$ 上点 $(1, 1, 1)$ 处的法平面方程为 _____。

4. 设 $D: 0 \leq x \leq p, 0 \leq y \leq \frac{p}{2}$, 则 $\iint_D \sin x \cos y dx dy =$ _____。

5. 曲线 L 为从原点到点 $(1, 1)$ 的直线段, 则 $\int_L e^{\sqrt{x^2+y^2}} ds =$ _____。

6. 设 $f(x, y)$ 在 $D: \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1$ 上具有连续二阶偏导数, L 是 D 的正向边界,

则 $\oint_L [3y + f_x(x, y)] dx + f_y(x, y) dy$ 的值是 _____。

7. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{c_n}{c_{n+1}} \right| = L (0 < L < +\infty)$, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-1)^n$ 收敛区间 _____ (不

考虑端点)。

8. 设函数 $f(x) = x (-1 \leq x \leq 1)$, 其周期为 2 的傅氏级数的和函数为 $S(x)$, 则 $S(1) =$ _____。

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 设 $z = f(x^2 - y^2, e^{xy})$, 其中 $f(u, v)$ 一阶偏导数连续, 求: $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$

2. 求函数 $u = 2xy - z^2$ 在点 $(1, -1, 1)$ 处沿方向 $\vec{l} = (1, 1, 0)$ 的方向导数, 并问该函数沿什么方向的方向导数最大?

三、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 求： $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$ ，其中区域 D 由曲线 $x = 2$, $y = x$, $xy = 1$ 所围成。

2. 求： $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$ 其中 Ω ：由 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 及 $z = x^2 + y^2$ 所围成的闭区域。

四、试解下列各题（每小题 6 分）：

1. 计算曲线积分 $\int_L (2x^2 + 2xy + 3y)dx - (x + y + 1)dy$ ，其中 L 是从 $O(0,0)$ 沿曲线 $y = x^2$ 到 $A(1, 1)$ 的弧段。

2. 设有一半径为 1 (m)，高为 2 (m) 的圆柱形容器，盛有 1.5 (m) 高的水，放在离心机上高速旋转，因受离心力的作用，水面呈抛物面形，问当水刚要溢出容器时，液面的最低点距容器底面的距离是多少？

五、(8 分) 判别级数的收敛性，收敛级数指出是绝对收敛还是条件收敛

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}$$

六、(8 分) 设曲面 Σ 是由曲线段： $\begin{cases} x = 0 \\ y = e^z \end{cases}, 0 \leq z \leq 1$ ，绕 oz 轴旋转而成的下侧，

计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} x^2 dy dz + y^2 dz dx + 2z dx dy$ 。

七、(8 分) 求幂级数 $\frac{x}{3} - \frac{x^2}{2 \cdot 3^2} + \frac{x^3}{3 \cdot 3^3} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n \cdot 3^n} + \cdots$ 的收敛半径、收敛域以及和函数。

八、(8 分) 求球面 $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2ay - 2az + 2a^2 = 0$ 上距平面 $x + y + z = 0$ 的最近点与最远点 ($a > 0$)，并证明 $\iint_{\Sigma} (x + y + z + \sqrt{3}a)^2 dS \geq 36pa^4$