浙 江 工 业 大 学

线 性 代 数 期 末 试 卷（A）

（ 2015～ 2016 第一学期）

任课教师：____________学院班级：_____________选课班中编号：_____

学号：________________ 姓名：_______________得分：__________

题号	一	二	三	四
得分				

一．填空题(每空 3 分, 共 30 分)

本题得分	

1. 行列式 $D=\begin{vmatrix}2&1&3&2\\3&0&4&1\\1&2&3&1\\6&0&7&6\end{vmatrix}$，则其第四行元素的余子式之和 $M_{41}+M_{42}+M_{43}+M_{44}=$__________

2. 设 $\alpha=(-1,2,\ 1)^T$，$\beta=(2,\ -1,\ 3)^T$，则 $(\alpha\beta^T)^{2016}=$ _________________

3. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&2&0\\3&5&0\end{pmatrix}$，则 $A^T=$ _________________，$A^{-1}=$ _________________

4. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&3&2&1\\1&2&3&-1\end{pmatrix}$，则 $R(A)=$__________，齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系所包含向量个数为__________

5. 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，且 $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2,\beta_2=\alpha_2+\alpha_3,\beta_3=\alpha_3+\alpha_1$，则向量组 β_1,β_2,β_3 线性___________关

6. 设向量$\alpha=\left(1,1,1,1\right)^{\mathrm{T}}$和$\beta=\left(-2,1,x,2\right)^{\mathrm{T}}$的夹角为$\dfrac{\pi}{3}$，则$x=$________

7. 设A为3阶方阵，且$A-E$，$A+2E$，$2A-3E$均为奇异矩阵，则$|A|=$________，

$|A^*|=$________

本题得分	

二. 单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

1. 下列矩阵中，不是初等矩阵的是(　　　).

(A) $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$　(B) $\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&3\end{pmatrix}$　(C) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}$　(D) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$

2. 设A和B都为n阶方阵，则矩阵$\begin{pmatrix}A&0\\0&B\end{pmatrix}$的伴随矩阵是(　　　).

(A) $\begin{pmatrix}|A|A^*&0\\0&|B|B^*\end{pmatrix}$　(B) $\begin{pmatrix}|B|B^*&0\\0&|A|A^*\end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix}|A|B^*&0\\0&|B|A^*\end{pmatrix}$　(D) $\begin{pmatrix}|B|A^*&0\\0&|A|B^*\end{pmatrix}$

3. 设A为方阵，α_1,α_2是齐次方程组$Ax=0$的两个不同的解向量，则以下向量中一定是A的特征向量的为(　　　).

(A) α_1　(B) $\alpha_1+\alpha_2$　(C) $\alpha_1-\alpha_2$　(D) α_2

4. 设$\alpha,\beta\in R^n$，则$\begin{vmatrix}\langle\alpha,\alpha\rangle&\langle\alpha,\beta\rangle\\\langle\beta,\alpha\rangle&\langle\beta,\beta\rangle\end{vmatrix}$的值(　　　).

(A) ≥ 0　(B) $=0$　(C) ≤ 0　(D) 不确定

5. 已知矩阵A相似于对角阵$\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，则下列矩阵中可逆矩阵为(　　　).

(A) $E-A$　(B) $E+A$　(C) $2E-A$　(D) $2E+A$

三、计算题（每题 10 分，共 50 分）

1	2	3	4	5	本题总得分

1. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix}1&2&3&4\\2&3&4&1\\3&4&1&2\\4&1&2&3\end{vmatrix}$.

2. 已知 3 阶方阵 A 和 B 满足 $AB=2B-7A^*$，且 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&5&2\\0&2&1\end{pmatrix}$，求 B .

3. 已知向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}-1\\-5\\-3\end{pmatrix}$，求$span(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$的维数和一组基, 并求剩余向量在这组基下的坐标.

4. 设有线性方程组 $\begin{cases}(1+\lambda)x_1+x_2+x_3=0\\x_1+(1+\lambda)x_2+x_3=3\\x_1+x_2+(1+\lambda)x_3=\lambda\end{cases}$，

问λ取什么值时，线性方程组（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无穷多解？并在有无穷多解时，求出该方程组的通解。

5. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$，求（1）矩阵 A 的特征值和特征向量；（2）矩阵 A 是否可以相似对角化？若可以，求出相似变换矩阵 P，以及相似对角阵 $\Lambda=P^{-1}AP$；若不可以，说明理由。

四、证明题（每题 5 分，共 10 分）

1	2	本题总得分

1. 已知 n 阶方阵 A 满足 $2A^2+3A-5E=O$，证明 $A+2E$ 可逆, 并求其逆矩阵.

2. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 是正交向量组，证明 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性无关.