

14/15(二)浙江工业大学高等数学B考试试卷A

学院：_____ 班级：_____ 学号：_____ 姓名：_____

任课教师：_____ (请务必填上)

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、填空选择题 (本题满分 30 分, 每小题 3 分)

1. 设向量 $\vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (k, 0, 2)$, 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 则 $k =$ _____。

2. 直线 $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$ 与 z 轴正向夹角的余弦是_____。

3. 设 $z = y^x$ 则 $dz =$ _____。

4. 设 $z = f(xy, \frac{x}{y})$, f 可微, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____。

5. 已知 $z = \sqrt{xy} + \frac{x}{y}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ _____。

6. 设 $D: |x| \leq 1, 0 \leq y \leq 1$. 则 $\iint_D x^3 e^y dx dy =$ _____。

7. 改变积分次序 $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy =$ _____。

8. 将函数 $f(x) = \frac{1}{1+2x}$ 展开为麦克劳林级数, 则该级数的收敛半径是_____。

9. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = xy$ 的通解是_____。

10. 设二阶线性常系数齐次微分方程有两个特解: $\cos x, 2\sin x$, 则这个微分方程的表达式为_____。

二、判断题 (本题满分 10 分, 每小题 2 分): (正确的打“√”错误的打“×”)

1. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} + u_{2n})$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛 ()

2. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n, \sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 都收敛 ()

3. 若存在非零常数 λ , 使得 $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = \lambda$, 则正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 发散. ()
4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛的充分必要条件是数列 $S_n = \sum_{i=1}^n u_i$ 的极限存在. ()
5. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2^n}$ 、 $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{(-1)^n}{2n})$ 都是收敛的. ()

三、试解下列各题 (本题满分 24 分, 每小题 6 分):

1. 与两直线 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1+t \\ z=2+t \end{cases}$ 及 $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ 都平行, 且过原点的平面方程。

2. 设 $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$, 求: $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

3. 求曲线 $\begin{cases} x = y^2 \\ z = x^2 \end{cases}$ 上点 $(1, 1, 1)$ 处的切线方程与法平面方程。

4. 求函数 $f(x, y) = xy$ 在闭区域 $x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1$ 上的最大最小值。

四、试解下列各题（本题满分 24 分，每小题 6 分）：

1. 求 $\iint_D (x+y)dxdy$ ，其中区域 D 由曲线 $x^2 - 2y + y^2 = 0$ 所围成。

2. 求 $\int_1^2 dx \int_{\sqrt{x}}^x \sin \frac{\pi x}{2y} dy + \int_2^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 \sin \frac{\pi x}{2y} dy$ 。

3. 求微分方程 $xdy - ydx = x^2 e^x dx$ 的通解。

4. 设 $y(x)$ 在点 $(0,1)$ 与抛物线 $y = x^2 - x + 1$ 相切，并满足方程 $y'' - 3y' + 2y = 2e^x$ ，求 $y(x)$ 。

五、（8分）求幂级数 $\frac{x}{3} + \frac{x^2}{2 \cdot 3^2} + \frac{x^3}{3 \cdot 3^3} + \cdots + \frac{x^n}{n \cdot 3^n} + \cdots$ 的收敛区间及和函数。

六、（4分）设 $f(x)$ 为连续函数， $F(t) = \int_1^t dy \int_y^t f(x) dx$ ，求： $F'(2)$