

19/20 浙江工业大学高等数学IIB 考试试卷

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

任课教师：_____

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
得 分							

一、填空选择题（每小题 3 分，共 36 分）：

1. 设向量 $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ ，则以 \vec{a}, \vec{b} 为邻边的平行四边形面积为_____。

2. 两平面 $x - 2y + 2z + 1 = 0$ 和 $-x + y + 5 = 0$ 的夹角为_____。

3. 二元函数 $z = \frac{\sin xy}{x}$ 在 $(0, 0)$ 点处的极限是_____。

4. 设 $z = x^2 \sin y^2$ ，则 $dz =$ _____。

5. 设 $\sin y + e^x - xy^2 = 0$ ，则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。

6. 设 $z = f(x^2y, \frac{y}{x})$ ，其中 $f(x, y)$ 偏导数连续，则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____。

7. 曲面 $z = 2x^2 - 4y^2$ 在点 $(2, 1, 4)$ 处的切平面方程为_____。

9. 二重积分的积分区域 D 是 $|x| + |y| \leq 1$ ，则 $\iint_D dx dy =$ _____。

9. 交换积分次序 $\int_0^4 dx \int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy =$ _____。

10. 直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-3}$ 与平面 $x + 2y - z - 1 = 0$ 的位置关系为（ ）

(A) 垂直

(B) 直线在平面内

(C) 相交但不垂直

(D) 直线与平面平行但不在平面内

11. 下列级数收敛的是（ ）

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n+1}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

12. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n$ 在收敛区域内的和函数为（ ）

A. $\frac{1}{1-x}$

B. $\frac{2}{2-x}$

C. $\frac{2}{1-x}$

D. $\frac{1}{2-x}$

二、试解下列各题（每小题 5 分，共 25 分）：

1. 求曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=9 \\ x+z=1 \end{cases}$ 在平面 $z=0$ 上的投影的方程。

2. 一直线过点 $M_0(2, -1, 3)$ 且与直线 $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ 相交，又平行于平面 $3x-2y+z+5=0$ ，求此直线的方程。

3. 求曲线 $\begin{cases} x = \int_0^t e^u \cos u du \\ y = 2 \sin t + \cos t \\ z = 1 + e^{3t} \end{cases}$ 在 $t=0$ 处的切线方程与法平面方程。

4. 求曲面： $e^z - z + xy = 2$ 在 $(1, 1, 0)$ 处的切平面与法线方程。

5. 将函数 $f(x) = \ln(a+x)$ ($a > 0$) 展开成 x 的幂级数, 并求展开式成立的区间。

三、试解下列各题 (每小题 6 分, 共 18 分) :

1. 求 $\iint_D xy dx dy$, 其中区域 D 由曲线 $y^2 = x$, 及 $y = x - 2$ 所围成的闭区域。

2. 计算二重积分 $\iint_D \frac{\sin x}{x} dx dy$, 其中 D 由曲线 $y = x^2$, 及 $y = x$ 所围成的闭区域

3. 求曲面 $z = 6 - 2x^2 - y^2$ 与 $z = x^2 + 2y^2$ 所围成的立体的体积。

四、(7分) 在第一卦限作球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的切平面, 使得该切平面与三个坐标面所围成的四面体的体积最小, 求切点坐标。

五、(8分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛域(含端点)及和函数, 并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$ 的和。

六(6分)、(1) 证明若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛。

(2) 设正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$, 满足 $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \frac{b_{n+1}}{b_n}, (n=1, 2, \dots)$, 试证: 若 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 收敛,

则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 也收敛。