习　题

2．　解：余 3 循环码的主要特点是任何两个相邻码只有一位不同，它和余 3 码的关系是：

设余 3 码为 $B_3B_2B_1B_0$，余 3 循环码为 $G_3G_2G_1G_0$，可以通过以下规则将余 3 码转换为余 3 循环码。

（1）如果 B_0 和 B_1 相同，则 G_0 为 **0**，否则为 **1**；

（2）如果 B_1 和 B_2 相同，则 G_1 为 **0**，否则为 **1**；

（3）如果 B_2 和 B_3 相同，则 G_2 为 **0**，否则为 **1**；

（4）G_3 和 B_3 相同。

4．解：（1）×，因为只要 A=**1**，不管 B、C 为何值，$A+B=A+C$ 即成立，没有必要 $B=C$。

（2）×，不成立，因为只要 A=**0**，不管 B、C 为何值，$AB=AC$ 即成立，没有必要 $B=C$。

（3）√，当 A=**0** 时，根据 $A+B=A+C$ 可得 $B=C$；当 A=**1** 时，根据 $AB=AC$ 可得 $B=C$。

7．　解：$Y=\overline{\overline{A\overline{B}}+BC}=A\overline{B}\cdot\overline{BC}=A\overline{B}(\overline{B}+\overline{C})=A\overline{B}+A\overline{B}\,\overline{C}=A\overline{B}C+A\overline{B}\,\overline{C}$

A	B	C	Y
0	**0**	**0**	**0**
0	**0**	**1**	**0**
0	**1**	**0**	**0**
0	**1**	**1**	**0**
1	**0**	**0**	**1**
1	**0**	**1**	**1**
1	**1**	**0**	**0**
1	**1**	**1**	**0**

8．解：$L_1=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}BC$

$$L_2=\overline{L_1}\,\overline{ABC}=\overline{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}BC}\cdot\overline{ABC}=(A+B+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

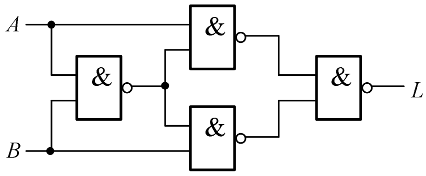
真值表

A	B	C	L_1	L_2	A	B	C	L_1	L_2
0	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**
0	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
0	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**
0	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**

9．解：$L=A\overline{B}+\overline{A}B=A\overline{B}+\overline{A}B+A\overline{A}+B\overline{B}=A(\overline{A}+\overline{B})+B(\overline{A}+\overline{B})$

$$=A\overline{AB}+B\overline{AB}=\overline{\overline{A\overline{AB}+B\overline{AB}}}=\overline{\overline{A\overline{AB}}\;\overline{B\overline{AB}}}$$

逻辑电路图



10．解：令 $Y_1 = \bar{A}C + BC + A\bar{B} + D$　　$Y_2 = \overline{BC} + \bar{A}B + AC + D$

当 D=0 时，$Y_1 = \bar{A}C + BC + A\bar{B}$，$Y_2 = \overline{BC} + \bar{A}B + AC$

列出函数真值表：

A	B	C	Y_1	Y_2
0	**0**	**0**	**0**	**1**
0	**0**	**1**	**1**	**0**
0	**1**	**0**	**0**	**1**
0	**1**	**1**	**1**	**1**
1	**0**	**0**	**1**	**1**
1	**0**	**1**	**1**	**1**
1	**1**	**0**	**0**	**1**
1	**1**	**1**	**1**	**1**

从真值表可知：

$$Y_1 \neq Y_2$$

11．解：最简与-或式：

$F = ABC + AB\bar{C} + B\bar{C} = AB + B\bar{C}$

与非-与非式：

$F = \overline{\overline{AB + B\bar{C}}} = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{B\bar{C}}}$

最小项表达式：

$F = ABC + AB\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$

12．解：方法一：先求最小项之和，再求最大项之积。

$F = \bar{A}BC + AB\bar{C} + ABC = \sum m\,(3,6,7) = \prod M\,(0,1,2,4,5)$

$= (A+B+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+C)(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+B+\bar{C})$

方法二：利用逻辑代数公式直接求。

$F = AB + BC = B(A+C) = (A+B)(\bar{A}+B)(A+C)$

$= (A+B+\bar{C})(A+B+C)(\bar{A}+B+\bar{C})(\bar{A}+B+C)(A+\bar{B}+C)(A+B+C)$

$= (A+B+\bar{C})(\bar{A}+B+\bar{C})(\bar{A}+B+C)(A+\bar{B}+C)(A+B+C)$

14．解 $F = AB + \overline{A}C + \overline{B}C + A\overline{B}CD = AB + \overline{A}C + \overline{B}C$

$= AB + (\overline{A} + \overline{B})\ C = AB + \overline{AB}C = AB + C$

15．解：$F = AB + \overline{A}C + \overline{B}C + \overline{C}D + \overline{D}$

$= AB + \overline{A}C + \overline{B}C + \overline{C} + \overline{D}$

$= AB + C\overline{AB} + +\overline{C} + \overline{D} = AB + C + \overline{C} + \overline{D} = 1$

17． 证：令 $X = ABCD + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$， $Y = A\overline{B} + B\overline{C} + C\overline{D} + D\overline{A}$

∵ $XY = (ABCD + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D})(A\overline{B} + B\overline{C} + C\overline{D} + D\overline{A}) = 0$

$X + Y = ABCD + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B} + B\overline{C} + C\overline{D} + D\overline{A}$

$= ACD + \overline{A}\ \overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B} + B\overline{C} + C\overline{D} + D\overline{A}$ （利用公式 $A + \overline{A}B = A + B$ ）

$= AC + \overline{A}\ \overline{C} + A\overline{B} + B\overline{C} + C\overline{D} + D\overline{A}$ （利用公式 $A + \overline{A}B = A + B$ ）

$= AC + D\overline{A} + CD + \overline{A}\ \overline{C} + A\overline{B} + B\overline{C} + C\overline{D}$ （利用公式 $AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$ ）

$= AC + D\overline{A} + C + \overline{A}\ \overline{C} + A\overline{B} + B\overline{C}$ （利用公式 $AB + A\overline{B} = A$ ）

$= D\overline{A} + C + \overline{A} + A\overline{B} + B$ （利用公式 $AB + A = A$ ）

$= C + \overline{A} + A + B = 1 + C + B = 1$

∴ $X = \overline{Y}$，原等式成立。

18．解：

F: A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	1	1	0

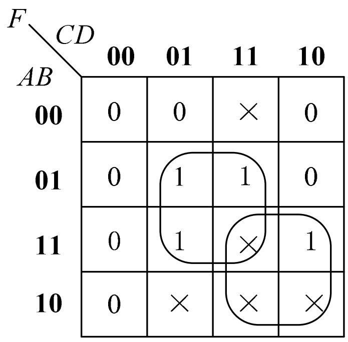
$F(A, B, C) = \overline{B} + \overline{A}\,\overline{C} + AC$

19．解：

F: AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	0	0
10	1	1	1	1

$F = \overline{A}B + A\overline{B} + B\overline{C}$ 或者 $F = \overline{A}B + A\overline{B} + A\overline{C}$

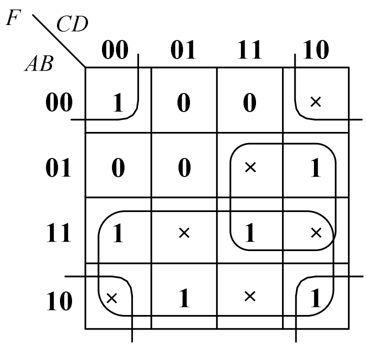
21．解：

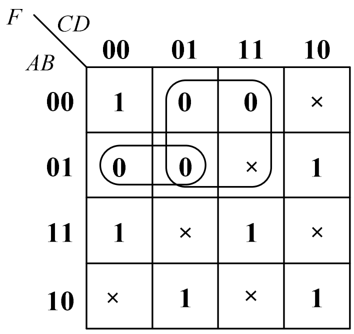


$F = BD + AC$

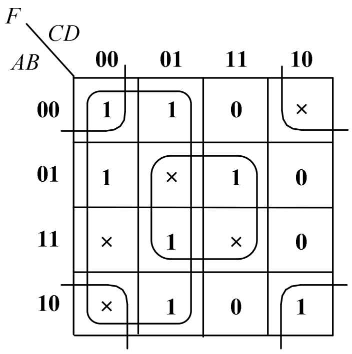
22． 解：最简与-或式:$F = A + BC + \overline{B}\,\overline{D}$

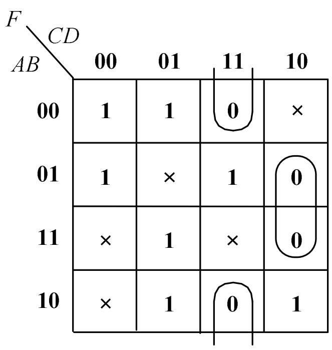
最简与-或-非式:$F = \overline{\overline{A}B\overline{C} + \overline{A}D}$





23． 解：（1）最简与−或式





$F = \overline{C} + BD + \overline{B}\,\overline{D}$

（2）最简或−与式

方法一：根据最简与−或式变换得到：

$$\overline{F} = \overline{\overline{C}+BD+\overline{B}\,\overline{D}} = C(\overline{B}+\overline{D})(B+D) = \overline{B}CD + BC\overline{D}$$

$$F = \overline{\overline{B}CD + BC\overline{D}} = (B+\overline{C}+\overline{D})(\overline{B}+\overline{C}+D)$$

方法二：利用卡诺图对 **0** 方格画包围圈。

$$\overline{F} = \overline{B}CD + BC\overline{D} \qquad F = (B+\overline{C}+\overline{D})(\overline{B}+\overline{C}+D)$$

24．解：$Y = B\overline{C}D + \overline{A}BCD + A\overline{B}\,\overline{C}D$

$= AB\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BCD + A\overline{B}\,\overline{C}D = \sum m(5,7,9,13)$

约束条件 $CD+\overline{C}\,\overline{D}=0$，意味着 C、D 不能同时为 1，也不能同时为 0。对应着 8 个无关项。

$CD+\overline{C}\,\overline{D} = \overline{A}\,\overline{B}CD + \overline{A}BCD + A\overline{B}CD + ABCD + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + AB\overline{C}\,\overline{D} = 0$

$\sum d(0,3,4,7,8,11,12,15) = 0$

两个式子都包含了最小项 $\overline{A}BCD$，根据约束条件，该最小项恒等于 0，属于无关项。

$Y = F(A,B,C,D) = \sum m(5,9,13) + \sum d(0,3,4,7,8,11,12,15)$

Y: AB \ CD	00	01	11	10
00	×	0	×	0
01	×	1	×	0
11	×	1	×	0
10	×	1	×	0

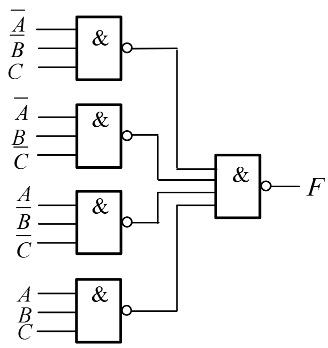
$Y = BD + AD$

27．解：（1）真值表

A	B	C	F	A	B	C	F
0	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**
0	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**
0	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**
0	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**

（2）$F = \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + ABC = \overline{\overline{\overline{A}\,\overline{B}C}\cdot\overline{\overline{A}B\overline{C}}\cdot\overline{A\overline{B}\,\overline{C}}\cdot\overline{ABC}}$（无法用卡诺图化简）

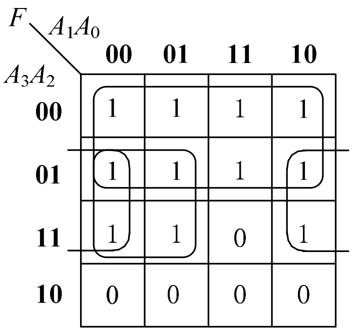
（3）逻辑图

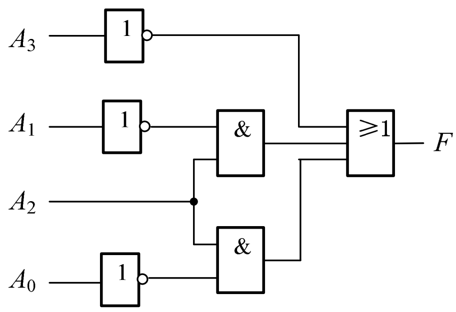


28． 解：（1）真值表：

A_3	A_2	A_1	A_0	F	A_3	A_2	A_1	A_0	F
0	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**
0	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**
0	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**
0	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**
0	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**
0	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
0	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**
0	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**

（2）表达式　　　　　　　　　　　　　　　（3）电路图



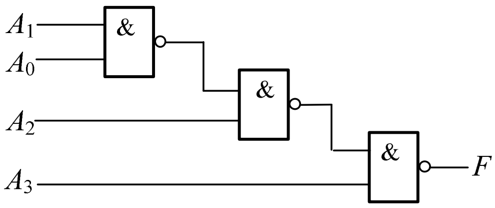


$$F = \overline{A_3} + A_2\overline{A_1} + A_2\overline{A_0}$$

（4）如果要求用**与非**门实现，则：

$$F = \overline{A_3} + A_2\overline{A_1} + A_2\overline{A_0} = \overline{A_3} + A_2\overline{A_1A_0} = \overline{\overline{\overline{A_3} + A_2\overline{A_1A_0}}} = \overline{A_3\,\overline{A_2\overline{A_1A_0}}}$$

逻辑图：



29.解：$F_1=(A+B)CD+AB(C+D)$

$\overline{F_2}=\overline{A}\,\overline{B}+\overline{C}\,\overline{D}$

$F_2=(A+B)(C+D)$

31. **解**：方案一：L_1 和 L_2 采用如图1 所示的卡诺图进行化简，即对 L_1 和 L_2 的逻辑函数单独化简，得到最简**与非-与非**式：

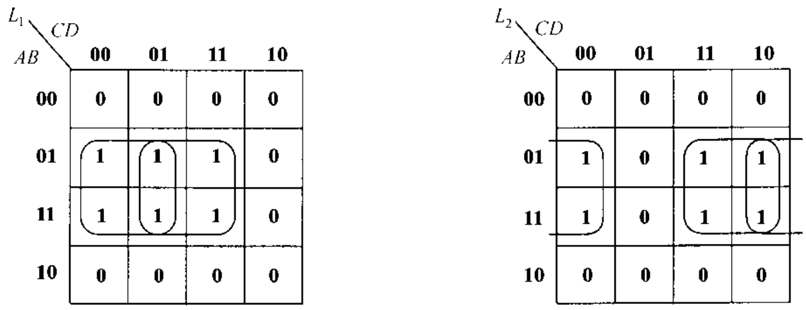


图 1　设计方案一卡诺图

$$L_1=B\overline{C}+BD=\overline{\overline{B\overline{C}}\,\overline{BD}}\text{，}\quad L_2=B\overline{D}+BC=\overline{\overline{B\overline{D}}\,\overline{BC}}$$

根据逻辑式得逻辑图，如图2 所示。

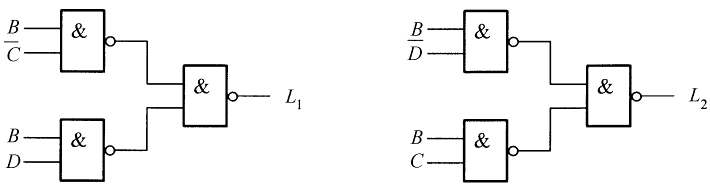


图 2　方案一逻辑图

方案二：L_1 和 L_2 采用如图3 所示的卡诺图进行化简，得到最简**与非-与非**式：

$$L_1=B\overline{C}+BCD=\overline{\overline{B\overline{C}}\,\overline{BCD}}\text{，}\quad L_2=B\overline{D}+BCD=\overline{\overline{B\overline{D}}\,\overline{BCD}}$$

根据逻辑式得逻辑图，如图4 所示。

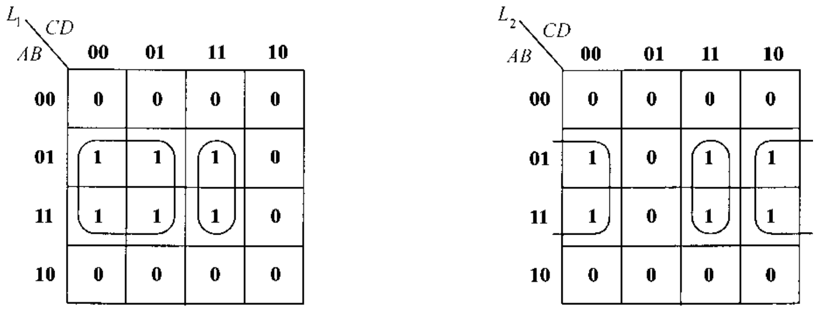


图 3　方案二卡诺图

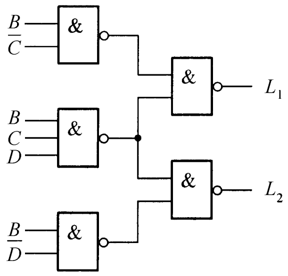


图 4 方案二逻辑图

设计方案二得到的逻辑表达式虽然不是最简式，但从图4 的逻辑图看，所用的**与非**门比设计方案一少一个。这是因为在设计方案二中，两个逻辑函数利用了一个公共项 *BCD*，从而节省了一个**与非**门。从这个例子得到如下启发：对于具有多个输出变量的组合逻辑电路设计，有时不应该单纯追求每个输出**与-或**表达式最简，而应该在各个输出**与-或**表达式中尽可能多用公共项，达到整体最简的目的。