浙江工业大学 2018 - 2019 学年第一学期
概率论与数理统计试卷

姓名：________________ 学号：________________ 班级：________________ 任课教师：________________

题号	一	二	三.1	三.2	三.3	三.4	三.5	三.6	总 分
得分									

分位点数据

$$\Phi(1)=0.8413,\quad \Phi(2)=0.9773,\quad \Phi(1.65)=0.95,\quad \Phi(1.96)=0.975.$$

一. 填空题，共 22 分，每空 2 分。

1. 随机投掷一枚骰子，随机事件 A 表示“点数是偶数”，随机事件 B 表示“点数不是 3 的倍数”，则“点数为 6 ”可用 A,B 表示为 _____。

2. 已知三枚不同的硬币经投掷后正面朝上的概率分别为 $0.4,0.5,0.7$。独立地投掷这三枚硬币，则“正面朝上的硬币数是偶数”的概率为 _____。

3. 已知随机事件 A,B 满足 $P(A)=2P(B)$，且 $P(A\cup B)=3P(AB)$，则 $P(B|A)=$ _____。

4. 设连续型随机变量 X 的分布函数为
$$F(x)=\begin{cases}A+Be^{-2x}, & x>0,\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$$
则常数 $A=$ _____，$B=$ _____。

5. 已知随机变量 X 服从泊松分布 $P(\lambda)$，$EX(X+1)=8$，则 $\lambda=$ _____。

6. 设随机变量 X 服从均匀分布 $U[0,1]$，则 $Y=(1-X)^2$ 的密度函数 $f_Y(y)=$ __________。

7. 设每箱货物的重量是独立的，且期望均为 100 （单位：千克），标准差均为 5 （单位：千克），则根据中心极限定理，100 箱货物的总重量不低于 9900 千克的概率大约是 _____。

8. 已知总体 X 的一组样本观测值为 $9,11,14,15,12,11$，则样本均值的观测值 $\bar{x}=$ _____，二阶样本中心矩的观测值 $b_2=$ _____。

9. 设总体 $X\sim N(0,\sigma^2)$，X_1,X_2,X_3,X_4 是其样本，若 $C\frac{(X_1+X_2+X_3)^2}{X_4^2}$ 服从 F-分布，则常数 $C=$ _____。

二. 选择题，共 18 分，每题 3 分。

1. 设离散型随机变量 X 的分布表为

X	1	2	3
p	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}-t$	$\frac{1}{3}+t$

，其中 $-\frac{1}{3}<t<\frac{1}{3}$。当 t 变大时，(　　)

A) EX 变大，$Var(X)$ 变大　　　B) EX 变大，$Var(X)$ 变小

C) EX 变小，$Var(X)$ 变大　　　D) EX 变小，$Var(X)$ 变小

2. 设随机变量 X,Y 相互独立，且分别服从指数分布 $Exp(\lambda),Exp(\mu)$，则 (　　)

A) $X+Y\sim Exp(\lambda+\mu)$　　　B) $XY\sim Exp(\lambda+\mu)$

C) $\min\{X,Y\}\sim Exp(\lambda+\mu)$　　　D) $\max\{X,Y\}\sim Exp(\lambda+\mu)$

3. 已知随机变量 X,Y 满足 $EX=1,EY=-1$，$E(XY)=1$，$EX^2=EY^2=5$。若 $X+tY$ 与 $X-Y$ 不相关，则 (　　)

A) $t=-1$　　　B) $t=1$　　　C) $t=\frac{1}{2}$　　　D) $t=2$

4. 设 $X_1,X_2,X_3,\cdots$ 相互独立，均服从泊松分布 $P(2)$，对任意 $\epsilon>0$，

$$\lim_{n\to\infty}P(|\frac{1}{n}(X_1X_2+X_3X_4+\cdots+X_{2n-1}X_{2n})-a|>\epsilon)=0,$$

则 a 的值为 (　　)

A) 2　　　B) 4　　　C) 6　　　D) 8

5. 已知总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 均未知。设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是 X 的一组样本，令

$$\bar{X}=\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n),$$

则 σ^2 的一个无偏估计可以是 (　　)

A) $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　　B) $\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

C) $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$　　　D) $\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$

6. 假设检验中，已知取显著水平为 α 时，拒绝原假设，则 (　　)

A) 取显著水平 $\alpha'<\alpha$ 时，接受原假设

B) 取显著水平 $\alpha'<\alpha$ 时，拒绝原假设

C) 取显著水平 $\alpha'>\alpha$ 时，接受原假设

D) 取显著水平 $\alpha'>\alpha$ 时，拒绝原假设

三. 解答题，共 6 题，60 分。

1. (8 分) 设离散型随机变量 X 的分布表为

X	1	2	3	4
p	0.2	a	b	0.3

，且 $EX = 2.6$。

1) 求常数 a, b；

2) 若 $Y = (X-2)^2 + |X-3|$，求 Y 的概率函数（分布律）。

2. (6 分) 已知一传输信道，发送的信号为 0 时，经过信道后接收到信号为 0 的概率是 0.8，接收到信号为 1 的概率是 0.2；发送的信号为 1 时，经过该信道后接收到信号为 1 的概率是 0.6，接收到信号为 0 的概率是 0.4。根据经验，发送的信号为 0,1 的概率均为 $\frac{1}{2}$。若接收到的信号为 0，发送的信号为 0 的概率是多少？

3. (10 分) 设连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Cx(3-x), & 0 \le x \le 2, \\ 0, & \text{其他}\ . \end{cases}$$

1) 求常数 C；

2) 求期望 EX、方差 $Var(X)$ 和 $E|X-1|$。

4. (14 分) 设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} Cx+\frac{1}{2}y, & 0<x<2, 0<y<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

1) 验证常数 $C=\frac{1}{4}$；

2) 求 $P(X<Y)$；

3) 求 X,Y 的协方差 $Cov(X,Y)$。

5. (10 分) 已知总体 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

其中 $\lambda > 0$ 为未知参数。设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是 X 的样本，求 λ 的矩估计和极大似然估计。

6. (12 分) 用自动包装机装箱，假设每箱产品的重量服从正态分布 $N(\mu, 4^2)$ (单位：千克)。现随机抽取 16 箱，测得样本均值 $\bar{x} = 98.5$ 千克。

1) 求均值 μ 的置信水平为 0.95 的双侧置信区间；

2) 取显著水平 $\alpha = 0.05$，问能否认为该包装机包装的一箱产品的平均重量为 100 千克？