

03 浙江工业大学高等数学()考试试卷 A

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、填空题（每小题 4 分）：

1、设隐函数 $z = z(x, y)$ 是方程 $\frac{x}{z} = \ln \frac{y}{z}$ 所确定，则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____。

2、设 $u = 2xy - z^2$ 在点 $(1, -1, 1)$ 处方向导数的最大值是_____。

3、设 Ω 由 $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ ， $0 \leq x \leq y \leq \sqrt{3x}$ 确定，则三重积分

$\iiint_{\Omega} f(x^2 + y^2 + z^2) dv$ 在球坐标系下的三次积分是_____。

4、已知 $\frac{(x+ay)dx + ydy}{(x+y)^2}$ 是某函数的全微分，则常数 $a =$ _____。

5、已知 $\ln(x+2) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x+1)^n$ ， $-2 < x \leq 0$ ，则 $a_n =$ _____。

二、选择题（每小题 4 分）：

1、在空间直角坐标系中，方程 $x^2 + y^2 + z^2 = az$ 所表示的曲面是

- A) 球面； B) 旋转抛物面；
C) 双曲抛物面； D) 圆锥面；

答：()。

2、若函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 附近连续， $z_0 = f(x_0, y_0)$ ， $f_x(x_0, y_0) = 2$ ， $f_y(x_0, y_0) = 1$ ，则在 (x_0, y_0, z_0) 处

A) 函数 $z = f(x, y)$ 可微分，且 $dz = 2dx + dy$ ；

B) 曲线 $\begin{cases} z = f(x, y) \\ x = x_0 \end{cases}$ 的切线对 y 轴的倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ ；

C) 曲线 $\begin{cases} z = f(x, y) \\ y = y_0 \end{cases}$ 的切线对 x 轴的倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ ；

D) 曲面 $z = f(x, y)$ 切平面的法向量为 $\vec{n} = (2, 1, 1)$ 。

答：()。

3、设 $I_1 = \oint_L \sqrt{x^2 + y^2} ds$, $I_2 = \oint_L (x^2 + y^2)^2 ds$, $L : x^2 + y^2 = 1$, 是 xOy 平面上的曲线, 则有

A) $I_1 < I_2$; B) $I_1 > I_2$; C) $I_1 = I_2$; D) $I_2 = I_1^4$ 。

答：()。

4、曲线 L 是圆周 $x^2 + y^2 = 1$ 的顺时针方向一周, 则 $\oint_L (x^2 y - x^3) dx + (y^3 - xy^2) dy$ 的值是

A) $-\frac{p}{2}$; B) $\frac{p}{2}$; C) $-p$; D) p ;

答：()。

5、已知数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 都收敛, 则

A) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n b_n)^2$ 收敛 ; B) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$ 收敛 ;
C) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n b_n)$ 收敛 ; D) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 收敛 ;

答：()。

三、试解下列各题 (每小题 6 分) :

1、设 $z = f(u, v)$, $u = 2x + y$, $v = xy$, 其中 f 有一阶连续的偏导数, 求复合函数 z 对变量 x, y 的全微分 dz 。

2、写出积分 $\int_{\frac{p}{4}}^{\frac{p}{2}} dq \int_0^{2a \cos q} f(r \cos q, r \sin q) r dr$, 在直角坐标系下二种不同次序的二次积分。

3、计算 $\iint_{\Sigma} z dS$, Σ 是上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ 。

四、试解下列各题 (每小题 6 分)

1、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{p^n} \sin \frac{1}{n}$ 的收敛性, 如果收敛, 是条件收敛还是绝对收敛?

2、已知 $x = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$, $(-p < x < p)$, 试求: b_n 。

3、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n n!} x^n$ 的收敛区间及和函数。

五、(8分)某公司可通过电台或报纸两种方式做销售某产品的广告,根据统计资料,销售利润 z 与电台广告费用 x , 及报纸广告费用 y 之间的关系有经验公式:

$$z = 15 + 14x + 32y - 8xy - 2x^2 - 10y^2 \quad (\text{万元})$$

(1) 在广告费用无限的情况下,求最优广告策略,使利润最大;

(2) 在广告费用限制在 1.5 万元的情况下,求最优广告策略。

六、(7分)计算 $\iint_{\Sigma} (2x + z)dydz + zdx dy$, Σ 是曲面 $z = x^2 + y^2$ ($0 \leq z \leq 1$), 部分的下侧。

七、(5分)证明曲面 $z = xf(\frac{y}{x})$ 上的所有切平面都相交于原点, 其中 $f(u)$ 是可导函数。

八、(4分)设 $f(u)$ 有连续导数, L 是上半平面上从点 $A(a, b)$ 到 $B(c, d)$ 的直线段, $I = \int_L \frac{1}{y}[1 + y^2 f(xy)]dx + \frac{x}{y^2}[y^2 f(xy) - 1]dy$, 试证: 当 $ab = cd$ 时, $I = \frac{c}{d} - \frac{a}{b}$