浙江工业大学 2018 - 2019 学年第二学期
概率论与数理统计试卷

姓名：________ 学号：________ 班级：________ 任课教师：________

题号	一	二	三.1	三.2	三.3	三.4	三.5	总 分
得分								

分位点数据

$\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$, $\Phi(1.65) = 0.95$, $\Phi(1.96) = 0.975$,

$t_{0.025}(8) = 2.306$, $t_{0.025}(9) = 2.262$, $t_{0.05}(8) = 1.86$, $t_{0.05}(9) = 1.833$.

一. 填空题，共 28 分，每空 2 分。

1. 已知 $P(A) = 0.6, P(B) = 0.7, P(AB) = 0.5$，则 $P(A \cup B) =$ _____。

2. 将 a, b, c, d, e, f, g 这 7 个字母随机排成一行，则 a, c 都在 f 左侧的概率是 _____。

3. 随机投掷一枚骰子，记所得点数为 X；再随机投掷 X 枚均匀的硬币，记正面朝上的数目为 Y，则 $P(Y = 3) =$ _____，$P(X = 4|Y = 3) =$ _____，$EY =$ _____。

4. 设 $X \sim U(0, 3)$，则函数 $f(a) = E(2X - a)^2$ 在 $a =$ _____ 达到最小值，最小值是 _____。

5. 设 $EX = 1, EX^2 = 2, EX^3 = 3$，则 $Var(X) =$ _____，$Cov(X, X^2) =$ _____。

6. 已知 $EX = 3, Var(X) = 4$，则由切比雪夫不等式，$P(0 < X < 6) \geq$ _____。

7. 已知 $Var(X) = Var(Y) = Var(X + Y) = 1$，则 $Var(X - Y) =$ _____。

8. 设每箱货物的重量（单位：kg）是独立的，均值为 100，标准差为 10。一重型卡车共装 100 箱货物，由中心极限定理，其总重量在 9800 kg 到 10200 kg 之间的概率是 _____。

9. 设总体 $X \sim N(\mu, 3^2)$，其中 μ 为未知参数，X_1, X_2, X_3, X_4 是 X 的一组样本。若

$$\hat{\mu} = \frac{1}{2}(X_1 - X_2) + a(X_3 + X_4)$$

是 μ 的无偏估计，则 $a =$ _____，此时 $Var(\hat{\mu}) =$ _____。

二. 选择题，共 12 分，每题 3 分。

1. 已知 $A \cup B \subseteq A \cup C$，则 (　　)

   A) $AB \subseteq AC$　　　　B) $\bar{A}B \subseteq \bar{A}C$

   C) $A\bar{B} \subseteq A\bar{C}$　　　　D) $\bar{A}\bar{B} \subseteq \bar{A}\bar{C}$

2. 已知 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $Y = 2X - 1$ 的分布函数为 (　　)

   A) $F(2x-1)$　　　　B) $F(\frac{x-1}{2})$

   C) $F(2x+1)$　　　　D) $F(\frac{x+1}{2})$

3. 设 X 服从指数分布 $Exp(\lambda)$，则 $P(a < X < 2a)$ 的最大值是 (　　)

   A) $\frac{1}{2}$　　B) $\frac{1}{3}$　　C) $\frac{1}{4}$　　D) $\frac{1}{5}$

4. 已知总体 $X \sim N(\mu, 1^2)$，X_1, X_2, X_3, X_4 是 X 的样本。令 $\bar{X} = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$，若

$$(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + (X_3 - \bar{X})^2 + A(X_4 - \bar{X})^2$$

   服从 χ^2-分布，则 (　　)

   A) $A = \frac{3}{4}$，自由度为 3　　　　B) $A = \frac{3}{4}$，自由度为 4

   C) $A = \frac{3}{2}$，自由度为 3　　　　D) $A = \frac{3}{2}$，自由度为 4

三. 解答题，共 5 题，60 分。

1. (12 分) 设 (X, Y) 的联合分布表为

X \ Y	-1	0	1
-1	0.2	a	0.3
1	0.1	0.1	b

且满足 $E(X+Y)=0$。

1) 求常数 a, b；

2) 求 $E(XY)$；

3) 求 $Z=Y-X$ 的分布律。

2. (12 分) 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{ax}{1+x}, & 0 \le x \le 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

1) 求常数 a；

2) 求 X 的密度函数；

3) 求 $E[X(X+1)]$。

3. (12 分) 设 (X,Y) 服从区域 Ω 上均匀分布，其中

$$\Omega = \{(x,y) : 0 \le x \le y \le 2 - x^2\}.$$

1) 求 (X,Y) 的联合密度函数；

2) 求 $P(X+Y \ge 2)$；

3) 求 X, Y 的期望。

4. (10 分) 设总体 X 的密度函数 $f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$，其中 $\lambda > 0$ 是未知参数。若 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是 X 的样本，求 λ 的矩估计和极大似然估计。

5. (14 分) 已知总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$。现有 X 的一组样本观测值：$9, 10, 13, 10, 9, 15, 15, 6, 12$。

1) 求样本均值 $\bar{x}$ 和样本方差 s^2；

2) 求 μ 的置信水平为 0.95 的单侧置信上、下限；

3) 取显著水平 0.05，能否认为均值 μ 明显大于 10？