

浙江工业大学 2015 - 2016 学年第二学期  
概率论与数理统计试卷

一. 填空题, 每空 3 分。

1. 0.1 ;

2. 0.5 ;

3. 0.2 ;

4.  $\frac{1}{24}$  ;

5. 4 ;

6. 
$$\begin{cases} 1 - 3^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$
 ;

7. 0.05 ;

8.  $\frac{5}{9}$  ;

9.  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  ;

10. (9.46, 12.54) .

二. 选择题, 每题 3 分。

1. C

2. B

3. B

4. D

三. 解答题, 共 58 分。

1. (8 分) 解:  $A_1, A_2, A_3, A_4$  分别表示“乘火车”、“乘轮船”、“乘汽车”、“乘飞机”,  $B$  表示迟到, 则

$$P(A_1|B) = \frac{0.3 \times \frac{1}{4}}{0.3 \times \frac{1}{4} + 0.2 \times \frac{1}{3} + 0.1 \times \frac{1}{12}} = 0.5.$$

即乘火车的概率为 0.5。

2. (10 分) 解: 一只零件的寿命大于 1500 小时的概率为

$$\int_{1500}^{\infty} \frac{1000}{x^2} dx = \frac{2}{3},$$

则 5 只零件中至少有两只寿命大于 1500 小时的概率为

$$1 - \left(\frac{1}{3}\right)^5 - C_5^1 \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right)^4 = 1 - \frac{11}{3^5} = \frac{232}{243} \approx 0.955.$$

3. (10分) 解:

(a)

$$1 = \int_0^1 \int_0^2 c(6-x-y) dy dx = c \int_0^1 12-2x-2 dx = c[10-1] = 9c$$

从而  $c = \frac{1}{9}$ ;

(b)

$$\begin{aligned} P(X \geq \frac{1}{2}, Y > 1) &= \int_{\frac{1}{2}}^1 \int_1^2 c(6-x-y) dy dx \\ &= c \int_{\frac{1}{2}}^1 6-x-\frac{3}{2} dx \\ &= c[\frac{9}{4}-\frac{3}{8}] = \frac{5}{24}. \end{aligned}$$

4. (10分) 解:

$$\begin{aligned} a+b+c &= \frac{1}{2} \\ c &= 2a \\ ab &= \frac{1}{64} \end{aligned}$$

解得

$$\begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = \frac{1}{8} \\ c = \frac{1}{4} \end{cases}, \begin{cases} a = \frac{1}{24} \\ b = \frac{3}{8} \\ c = \frac{1}{12} \end{cases}.$$

5. (10分) 解:

(a) 矩估计:

$$\begin{aligned} EX &= \int_1^2 \theta x dx + \int_2^3 (1-\theta)x dx = \frac{5}{2} - \theta \\ \theta &= \frac{5}{2} - EX \end{aligned}$$

矩估计  $\hat{\theta} = \frac{5}{2} - \bar{X}$ ;

(b) 极大似然估计:

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \theta^N (1-\theta)^{n-N} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta} &= \frac{N}{\theta} - \frac{n-N}{1-\theta} = 0 \end{aligned}$$

解得极大似然估计  $\hat{\theta} = \frac{N}{n}$ 。

6. (10分) 解:

(a)  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 = 5000, H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ;

(b)  $\chi^2 = \frac{1}{\sigma_0^2}(n-1)s^2 = 46$ ;

(c) 拒绝域为  $(0, 11.52) \cup (44.313, \infty)$ ;

(d) 在拒绝域中，拒绝原假设，可以认为这批电池寿命的波动性有显著变化。