

**浙江工业大学 2012 - 2013 学年第二学期
概率论与数理统计试卷**

姓名: _____ 学号: _____ 班级: _____ 任课教师: _____

一. 填空题 (每空 2 分, 共 22 分)

1. 已知 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.8$, 则 $P(B|A) =$ _____。
2. 甲乙两人独立地进行投篮, 假设甲乙的命中率分别为 0.5, 0.6, 每人投篮两次, 设甲的投中次数为 X , 乙的投中次数为 Y , 则 $P(X = 2, Y = 1) =$ _____, $P(X = Y) =$ _____。
3. 已知某城市一年内发生火灾的次数 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 若 $P(X = 3) = 2P(X = 2)$, 则其方差 $Var(X) =$ _____, $P(X = 2|X \leq 2) =$ _____。
4. 设 $X \sim N(2, \sigma^2)$, $P(1 < X < 3) = 0.8$, 则 $P(X < 1) =$ _____。
5. 已知 $EX = -2, EY = 3, Var(X) = 4, Var(Y) = 1, \rho(X, Y) = -0.5$, 则 $E(X + 2Y) =$ _____, $Var(X + 2Y) =$ _____, 由切比雪夫不等式, $P(1 < X + 2Y < 7) \geq$ _____。
6. 设某物体长度的测量值 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 现进行 9 次测量, 得到样本均值 $\bar{x} = 12.33$, 样本方差 $s^2 = 17.64$, 则其置信水平为 0.95 的区间估计为 _____。($t_9(0.05) = 1.8331, t_8(0.05) = 1.8595, t_9(0.025) = 2.2622, t_8(0.025) = 2.3060$)
7. 设某物理量的一次测量结果服从分布 $N(\mu, 0.1^2)$, 现在进行 100 次独立测量, 其平均值记为 \bar{X} , 则根据中心极限定理, $P(\mu - 0.01 < \bar{X} < \mu + 0.01) =$ _____。($\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772$)

二. 选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 设 A 为“零件长度合格”, B 为“零件直径不合格”, 则“零件长度或直径不合格”为 ()。
A) $\bar{A} \cap B$ B) $A \cap \bar{B}$ C) $A \cup \bar{B}$ D) $\bar{A} \cup B$

2. 设某电子元件的寿命服从参数为 λ 的指数, 则当 λ 增加时, ()。
- A) $P(X > \frac{1}{\lambda})$ 增加 B) $P(X > \frac{1}{\lambda^2})$ 增加
 C) $P(X < \frac{1}{\lambda})$ 增加 D) $P(X < \frac{1}{\lambda^2})$ 增加
3. 设 $X \sim N(\mu_0, \sigma^2)$, μ_0 已知而 σ^2 未知, 则下列哪个不是统计量。()
- A) $X_1 + X_2 + X_3$ B) $X_1^2 - X_2 X_3$
 C) $(X_1 - \mu_0)^2 - \sigma^2$ D) $(X_1 + X_2 - 2\mu_0^2)^2$
4. 设 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 都是 θ 的相互独立的无偏估计, $Var(\hat{\theta}_1) = 3Var(\hat{\theta}_2)$, $U = a\hat{\theta}_1 + b\hat{\theta}_2$, 则下面哪组值使得 U 是 θ 的最有效的无偏估计。()
- A) $a = \frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}$ B) $a = \frac{1}{4}, b = \frac{3}{4}$
 C) $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}$ D) $a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{4}$
5. 设 $X \sim P(2)$, X_1, \dots, X_n, \dots 是其样本, 则根据大数定律, 对任意 $\epsilon > 0$, ()。
- A) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) - 2| < \epsilon) = 1$
 B) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) - 6| < \epsilon) = 0$
 C) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) - 3| > \epsilon) = 0$
 D) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) - 4| < \epsilon) = 1$
6. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma_0^2)$, σ_0^2 已知, 假设样本容量 n 和置信水平 $1 - \alpha$ 保持不变, 则对于不同的样本观测值, 总体均值 μ 的置信区间的长度 ()。
- A) 变长 B) 变短 C) 不变 D) 不能确定

三. 计算题 (共 60 分)

1. (12 分) 已知盒中有 6 个小球，其中 4 个红球，2 个蓝球，现随机地从其中选取两个，其中红球的个数为 X ，不放回，再从剩下的球中随机选取两个，其中蓝球的个数为 Y ，

1) 给出 X, Y 的联合分布表；

2) 求 X, Y 的边缘分布；

3) 计算 $E(X - 1)(Y - 1)$ 。

2. (16 分) 已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 1, & x > \frac{\pi}{2} \\ A \sin x + B, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & x < -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

- 1) 验证常数 $A = \frac{1}{2}, B = \frac{1}{2}$;
- 2) 求 X 的密度函数 $f(x)$;
- 3) 求 $P(-\frac{\pi}{6} < X < \frac{\pi}{6})$;
- 4) 求 $E \cos(X)$ 。

3. (12 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} C(y+1), & 0 < y < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- 1) 验证常数 $C = \frac{3}{2}$;
- 2) 求 $P(X < 2Y)$;
- 3) 求边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$, 并判断独立性

4. (10 分) 设离散随机变量 X 的概率函数为

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

求 $\lambda > 0$ 的矩估计和极大似然估计。

5. (10 分) 某纯净水生产厂家用自动灌装机灌装纯净水, 该自动灌装机灌装量服从 $N(\mu, 0.5^2)$, 现测量了 9 个样本的灌装量 (单位: 升) 为: 18.0, 17.7, 17.6, 18.4, 18.1, 18.5, 17.9, 18.4, 18.3, 若标准灌装量为 18 升, 取显著性水平 $\alpha = 0.05$, 问该灌装机是否工作正常? ($Z_{0.025} = 1.96, Z_{0.05} = 1.65, t_8(0.05) = 1.8595, t_8(0.025) = 2.3060$)