浙江工业大学 2017 - 2018 学年第一学期
概率论与数理统计试卷

姓名：__________ 学号：__________ 班级：__________ 任课教师：__________ 得分：__________

一. 填空题，共 28 分，每空 2 分。

1. 已知 $P(A\cup B)=0.8$，$P(A\bar{B})=0.3$，则 $P(B)=$_____.

2. 已知有三个班，其中甲班有 12 名男生和 8 名女生，乙班有 10 名男生和 15 名女生，丙班有 13 名男生和 12 名女生. 从三个班级的所有学生中随机选取一名，该学生为男生的概率为 _____；从三个班级中随机选取一个班级，再从该班级中随机选取一名学生，该学生为男生的概率为 _____.

3. 已知随机变量 X 服从指数分布. 若 $P(X\geq 1)=\frac{1}{2}$，则 $P(X\geq 3|X\geq 1)=$_____.

4. 已知随机变量 X,Y 相互独立，$X\sim B(1,\frac{1}{2})$，$Y\sim B(1,\frac{1}{3})$，则关于 x 的方程 $x^2+2Xx+Y=0$ 没有实根的概率为 _____.

5. 已知二维随机变量 $(X,Y)\sim N(0,1;2^2,1^2;0.5)$，则 $\mathrm{E}(X-2Y)=$_____，$\mathrm{Var}(X-2Y)=$_____.

6. 二维离散型变量 (X,Y) 的联合分布表为

X \ Y	-1	0	1
1	0.2	0.2	0.1
2	0.1	0.3	0.1

则 $\mathrm{E}X=$_____，$\mathrm{E}(XY)=$_____，$\mathrm{Cov}(X,XY)=$_____。

7. 已知随机变量 X 满足 $\mathrm{E}X=2,\mathrm{E}(X+1)^2=15$，则由切比雪夫不等式，$P(-1<X<5)\geq$_____.

8. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 均未知. 现测得 X 的 9 个样本的样本均值 $\bar{x}=11.6$，样本标准差 $s=1.2$，则 μ 的置信水平为 0.95 的单侧置信下限是 _______. ($t_{0.025}(8)=2.306,t_{0.05}(8)=1.860$)

9. 设总体 $X\sim N(\mu,1)$，X_1,X_2,X_3,X_4 是 X 的一组简单样本. 令 $\bar{X}=\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$，若

$$A[(X_1-\bar{X})^2+(X_2-\bar{X})^2+(X_3-\bar{X})^2]+B(X_4-\bar{X})^2$$

服从卡方分布，则 $A=$_____，$B=$_____.

二. 选择题，共 12 分，每题 3 分。

1. 设甲盒中有 2 红 2 蓝共 4 个球，乙盒中有 4 红 4 蓝共 8 个球. 从甲盒中随机取两个球，取到的红球个数记为 X；从乙盒中随机取两个球，取到的红球个数记为 Y，则 (　　).

   A) $\mathrm{E}X > \mathrm{E}Y$　　B) $\mathrm{E}X < \mathrm{E}Y$　　C) $\mathrm{Var}(X) > \mathrm{Var}(Y)$　　D) $\mathrm{Var}(X) < \mathrm{Var}(Y)$

2. 已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} Be^{x}, & x \le 0, \\ A - Be^{-2x}, & x > 0. \end{cases}$$

   其中 A, B 为常数，则 (　　).

   A) $A = 1, B = 1$　　B) $A = -1, B = 1$　　C) $A = 1, B = \frac{1}{2}$　　D) $A = -1, B = \frac{1}{2}$

3. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 独立同分布，且 $\mathrm{E}X_1 = -1, \mathrm{Var}(X_1) = 2$，则由大数定律，$\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2)$ 依概率收敛于(　　).

   A) 　-1　　B) 　1　　C) 　3　　D) 　5

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，其中 μ, σ^2 都未知，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是 X 的一组简单样本. 令 $\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$，则 σ^2 的无偏估计可以是 (　　).

   A) 　$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$　　B) 　$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$

   C) 　$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$　　D) 　$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$

三. 解答题，共 5 题，60 分。

1. (12 分) 已知离散型随机变量 X 的分布律为

X	-1	1	2
p	0.2	0.5	0.3

.

1) 计算 $P(X \geq 1)$；

2) 写出 X 的分布函数；

3) 求 X 的期望与方差.

2. (12 分) 设连续型随机变量 X 密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 \le x \le 1 \\ 2 - x, & 1 < x \le 2, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

1) 求常数 a；

2) 求 X 的分布函数 $F(x)$；

3) $P(0.5 \le X \le 1.5)$.

3. (16 分) 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y) = \begin{cases} C(1+x), & 0 < x < 2, 0 < y < 2, \\ 0, & \text{其他} . \end{cases}$$

1) 求常数 C；

2) 计算 $P(X < Y)$；

3) 求 X, Y 的边缘密度函数 f_X, f_Y，并判断 X, Y 是否相互独立；

4) 求 $Z = X + Y$ 的密度函数.

4. (12 分) 设总体 X 服从 $[-\theta, 2\theta]$ 上的均匀分布，其中 $\theta > 0$ 为未知参数. 现有 X 的一组样本观测值：$1.2, -0.8, 0.4, 1.8, -1.1$，根据这组样本观测值，求 θ 的矩估计值和极大似然估计值.

5. (8 分) 设某种导线的电阻（单位：欧姆）服从正态分布，要求电阻的标准差不超过 0.05. 从生产的一批导线中随机抽取 9 根，测得样本标准差 $s = 0.07$. 取显著水平 $\alpha = 0.05$，能否认为这批导线电阻的标准差明显偏大？($\chi^2_{0.025}(8) = 17.535, \chi^2_{0.05}(8) = 15.507$)