浙江工业大学 05/06(二)高等数学 AⅡ考试试卷 A

学院：________ 班级: _________ 姓名：_________ 学号: ___________

任课教师：___________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得 分									

一、填空题（每小题 4 分）：

1．设 $z = y\ln(x + y)$ 则 dz ＝________________________。

2．设 $z = f(xy, x^2 + y^2)$，$y = j(x)$，f, j 可微，则 $\dfrac{dz}{dx}$ ＝__________________。

3．函数 $u = 2xy - z^2$ 在点（1,－1,1）处沿方向 $\vec{l} = (1,1,0)$ 的方向导数是________。

4．改变积分次序 $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$ =____________________。

5．设 $f(x, y)$ 在 $D: x^2 + y^2 \le 4$ 上具有连续二阶偏导数，L 是 D 的正向边界，则 $\oint_L [f_x(x, y) - y^3]dx + [f_y(x, y) + x^3]dy$ ＝__________________。

6．若把函数 $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$ 展开为 x 的幂级数，则此幂级数的收敛半径 R=_______。

二、选择题（每小题 4 分）：

1、设函数 $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{2xy}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \ne 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$，则函数在点（0，0）处（　　　　）

（A）连续且偏导数存在；　　（B）不连续且偏导数不存在；

（C）偏导数存在且可微；　　（D）偏导数存在但不连续。

2、曲线 $\begin{cases} xyz = 2 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$ 上点（2，1，1）处的一个切向量与 oz 轴正向成锐角，则此切向量与 oy 轴正向的夹角为（　　　　）

(A) $\dfrac{p}{4}$；　(B) $\dfrac{3p}{4}$；　(C) $\dfrac{p}{3}$；　(D) $\dfrac{2p}{3}$。

3、下列级数中条件收敛的是（　　　），绝对收敛的是（　　　）。

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{\dfrac{n}{n+1}}$；　(B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\dfrac{n+1}{n}$；

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \dfrac{n}{n^3+1}$；　(D) $\sum_{n=2}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$。

三、试解下列各题（每小题 7 分）：

1．隐函数$z=z(x,y)$**由方程**$xyz=e^z$**确定，求：**$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

2、**求圆柱面**$x^2+y^2=1$**被平面**$x+y+z=0$**截得椭圆的长半轴的长度。**

四、试解下列各题（每小题 7）：

1．**计算二次积分**$\int_1^4 dy\int_{\sqrt{y}}^2 \dfrac{\ln x}{x^2-1}dx$

2．**求**$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dv$，**其中**$\Omega$**是由曲面**$4z^2=25(x^2+y^2)$**及平面**$z=5$**所围成的闭区域。**

3．**求：**$\oiint\limits_{\Sigma} xz^2dydz+(x^2y-z^3)dzdx+(2xy+y^2z)dxdy$，**其中**$\Sigma$**为上半球体**$x^2+y^2\le a^2$，$0\le z\le\sqrt{a^2-x^2-y^2}$**的表面外侧。**

五、（8 分）求幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{n^2+1}{3^n n!}x^n$**的收敛区间及和函数。**

六、（8 分）设$f(x)$**是周期为**$2p$**的周期函数，它在**$[-p,p)$**上的表达式为**$f(x)=x$，

1．将$f(x)$**展开成傅里叶级数**

2．若设该傅里叶级数的和函数为$S(x)$**，则求**$S(3p)$，$S(\dfrac{7}{2}p)$**的值。**

七、（8 分）设$y=f(x)\ge 0\quad(a\le x\le b)$**是**$xOy$**平面上一条单调光滑曲线，将此曲线绕**$x$**轴旋转一周得旋转曲面**$\Sigma$。

1．**试证：曲面**Σ**的面积计算公式**$S=2p\int_L yds$，**其中**L**为曲线**$y=f(x)$ $(a\le x\le b)$，**（即可以用关于弧长的曲线积分计算此类曲面**Σ**的面积）。**

2．**利用此公式计算曲线**$y=\sqrt{a^2-x^2}\quad(0\le x\le a)$**绕**$x$**轴旋转一周得旋转曲面**$\Sigma$**的面积。**

八、（5 分）设$u=u(x,y)$，$v=v(x,y)$**具有二阶连续偏导数且使曲线积分**$\int_{L_1}udx+vdy$**与**$\int_{L_2}vdx-udy$**都与路径无关，证明：函数**$u=u(x,y)$，$v=v(x,y)$**分别满足方程**

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0 \quad \textbf{及} \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}=0$$