

浙江工业大学 2018 - 2019 学年第二学期 概率论与数理统计补考试卷

姓名：_____ 学号：_____ 班级：_____ 任课教师：_____

题号	一	二	三.1	三.2	三.3	三.4	三.5	三.6	总分
得分									

分位点数据

$$\begin{aligned} \Phi(1) &= 0.8413, & \Phi(2) &= 0.9772, & \Phi(1.65) &= 0.95, & \Phi(1.96) &= 0.975, \\ t_{0.025}(8) &= 2.306, & t_{0.025}(9) &= 2.262, & t_{0.05}(8) &= 1.86, & t_{0.05}(9) &= 1.833. \end{aligned}$$

一. 填空题，共 28 分，每空 2 分。

1. 已知随机事件 A, B 满足 $P(A \cup B) = 2P(A) = 3P(AB)$ ，则 $P(A|B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 将 3 个小球随机放入 3 个盒中，每个盒子都有球的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ A + B \sin x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0, \\ 1, & x > 0, \end{cases}$$

则 $A = \underline{\hspace{2cm}}, B = \underline{\hspace{2cm}}, E(\cos X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设 $X \sim P(\lambda)$ ，且 $P(X = 4) = P(X = 3) + P(X = 2)$ ，则 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 设 $(X, Y) \sim N(0, 2; 2^2, 3^2; -0.5)$ ， $Z = X + 2Y - 3$ ，则 $EZ = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $Var(Z) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若 Z 与 $X + tY$ 不相关，则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
6. 已知总体 $X \sim N(\mu, 2^2)$ ，其中 μ 为未知参数。现有 X 的一组样本观测值：1.7, 3.6, 2.3, 1.8, 4.7, 0.9, 2.1, 2.9, 1.6，则样本均值 $\bar{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ ； μ 的置信水平为 0.95 的单侧置信下限为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 已知总体 $X \sim N(2, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, X_3, X_4 是其样本。若 $C \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{(X_3 - a)^2 + (X_4 - a)^2}}$ 服从 t-分布，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 设每户家庭的月用电量（单位：kWh）相互独立，均值为 180 kWh，标准差为 50 kWh。由中心极限定理，400 户家庭的月用电总量在 70000 kWh 以上的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二. 选择题, 共 12 分, 每题 3 分。

1. 已知随机事件 A, B, C 。若 A 与 C 独立, 且 $A \cup B$ 与 C 独立, 则 ()

A) B 与 C 独立

B) AB 与 C 独立

C) $\bar{A}B$ 与 C 独立

D) $A\bar{B}$ 与 C 独立

2. 设 X, Y 相互独立, 则 (X, Y) 的联合密度函数可能是 ()

$$A) \begin{cases} C \ln(x+y), & 1 < x < 2, 1 < y < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} C \ln(xy), & 1 < x < 2, 1 < y < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$C) \begin{cases} Ce^{x+y}, & 1 < x < 2, 1 < y < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$D) \begin{cases} C(e^x + e^y), & 1 < x < 2, 1 < y < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

3. 设 $X \sim B(n, p), Y \sim B(n, 1-p)$, 则 ()

A) $X = Y$

B) $Var(X) = Var(Y)$

C) $X + Y = n$

D) $Var(X) + Var(Y) = n$

4. 设 X_1, X_2, X_3, \dots 是独立同分布随机变量序列, 且 $Var(X_1) = 2$, 则对任意 $\epsilon > 0$, ()

$$A) \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}[(X_1 - X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2 + \dots + (X_{2n-1} - X_{2n})^2] - 2| < \epsilon) = 0$$

$$B) \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}[(X_1 - X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2 + \dots + (X_{2n-1} - X_{2n})^2] - 2| > \epsilon) = 0$$

$$C) \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}[(X_1 - X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2 + \dots + (X_{2n-1} - X_{2n})^2] - 4| < \epsilon) = 0$$

$$D) \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\frac{1}{n}[(X_1 - X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2 + \dots + (X_{2n-1} - X_{2n})^2] - 4| > \epsilon) = 0$$

三.解答题，共 6 题，60 分。

1. (8 分) 已知盒中有 3 红、3 黄、2 蓝共 8 个球。从中随机选取 3 个，记所取球的颜色种数为 X 。

1) 求 X 的分布律；

2) 求 X 的期望、方差。

2. (8 分) 制作一件产品有三道工序，这三道工序的差错率分别为 0.1,0.1,0.2。若所有工序都不出差错，则该产品为优等品；若恰有一道工序出差错，则该产品为合格品；若有 2 道及以上的工序出差错，则该产品为次品。

1) 求制作的一件产品为合格品的概率；

2) 若制作的一件产品为合格品，求第一道工序出差错的概率。

3. (12 分) 已知连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} C(1+x^3), & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- 1) 求常数 C ;
- 2) 求 X 的分布函数 $F(x)$;
- 3) 求 $Y = (X - 1)^2$ 的密度函数。

4. (14 分) 已知二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} C(1 + x + y), & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- 1) 求常数 C ;
- 2) 求 $P(X + Y < 1)$;
- 3) 求 X, Y 的协方差。

5. (10 分) 已知总体 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

其中 $\sigma > 0$ 是未知参数。设 X_1, X_2, \dots, X_n 是 X 的一组样本，求 σ 的矩估计和极大似然估计。

6. (8 分) 已知某河流的日平均水位（单位：m）服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，现测得 9 天的日平均水位的样本均值 $\bar{x} = 3.8$ m，样本标准差 $s = 0.4$ m。取显著水平 $\alpha = 0.05$ ，能否认为该河流日平均水位的均值是正常值 3.5 m？