

15/16 浙江工业大学高等数学 B(下) 考试试卷

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

任课教师（请务必填上）：_____

一、填空选择题（每小题 3 分）：

1、向量 $\vec{a} = (4, -3, 4)$ 在向量 $\vec{b} = (2, 2, 1)$ 上的投影是_____。

2、设 $f(x, y) = x + (y-1) \arcsin \sqrt{\frac{x}{y}}$ ，则 $f_x(0, 1) =$ _____。

3、设 $z = x^y$ ($x > 0, x \neq 1$)，则 $dz =$ _____。

4、设隐函数 $z = z(x, y)$ 是方程 $z = x + y \sin z$ 所确定的，则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____。

5、设 $z = f(x^2 - y^2, e^{xy})$ ，其中 $f(u, v)$ 一阶偏导数连续，则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____。

6、设 $D: x^2 + y^2 \leq 1$ ，则 $\iint_D x e^y dx dy =$ _____。

7、交换积分次序 $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{3-x} f(x, y) dy =$ _____。

8、若幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛域为 $(-2, 2)$ ，则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n}$ 的收敛域是_____。

9、微分方程 $y' = \frac{x}{y}$ 的通解是_____。

10、微分方程 $y'' + 2y' + y = 0$ 的通解是_____。

11、下列结论中正确的是（ ）

(A) 若函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微分，则函数在此点连续且偏导数存。

(B) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 的领域内有定义，且 $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0$ 则函数在此点全微分 $dz = 0$ 。

(C) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$ 收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ ， $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 都收敛。

(D) 若正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n = 0$ 。

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

1、求过点 $(2,1,3)$ 且与直线 $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ 垂直相交的直线方程。

2、求过直线 $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{4}$ ，且与 $z = x^2 + y^2$ 相切的平面方程。

3、求平面 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 1$ 和柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 的交线上与 xOy 平面距离最短与最长点的坐标及距离。

4、求微分方程 $(1+x^2)y'' = 2xy'$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=1$ ， $y'|_{x=0}=3$ 的特解。

三、试解下列各题（每小题 7 分）：

1、用二重积分计算由曲线 $y = x^2, y = x + 2$ 所围成平面图形的面积。

2、求两个半球面面 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, $z = 2 - \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ 所围空间体的体积。

3、设 $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2} - \frac{8}{\pi} \iint_D f(x, y) dx dy$, $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq y, x \geq 0\}$,
 $f(x, y)$ 在 D 上连续, 求: $f(x, y)$

四、试解下列各题（每小题 4 分）

1、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3 + 1}$ 的收敛性, 若收敛则指出是绝对收敛还是条件收敛。

2、讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n b_n}$ 的收敛性, 其中 $0 \leq b_n \leq a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛。

五、(6分) 设函数 $z = f(x, y) = |x - y| \sin(x + y)$, 问函数在点 $(0, 0)$ 处, (1) 是否连续; (2) 偏导数是否存在; (3) 是否可微, 为什么?

六、(8分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n$ 的收敛域 (含端点) 及和函数。