

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1. 替他人考试或由他人替考；2. 通讯工具作弊；3. 组织作弊。

大学 高等数学 A-1 试题卷 (闭)

2020—2021 学年第一学期 使用班级 _____

班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、选择题 (本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

得分	
评阅人	

1. 下列极限存在的是 ().

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$ (B) $\lim_{x \rightarrow 0} \arctan \frac{1}{x}$ (C) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ (D) $\lim_{x \rightarrow 0} x \arctan \frac{1}{x}$

2. 设 $f(x)$ 可导且 $f'(x_0) = \frac{1}{3}$, 则当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 在 x_0 处的微分 dy 是 ().

- (A) 与 Δx 等价的无穷小 (B) 比 Δx 低阶的无穷小
(C) 与 Δx 同阶的无穷小 (D) 比 Δx 高阶的无穷小

3. 设函数 $y = x\sqrt{2-x}$, $x \in [0, 2]$, 则满足 Rolle 定理条件的 ξ 值为 ().

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) 4 (D) 不存在

4. 曲线 $y = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$, 当 $x \rightarrow -\infty$ 时, 该曲线有斜渐近线 ().

- (A) $y = -x + 1$ (B) $y = -x - 1$
(C) $y = x + 1$ (D) $y = x - 1$

5. 设函数 $f(x)$ 连续, 则在下列函数中必为偶函数的是 ().

- (A) $\int_0^x f(t^2) dt$ (B) $\int_0^x f^2(t) dt$
(C) $\int_0^x t[f(t) - f(-t)] dt$ (D) $\int_0^x t[f(t) + f(-t)] dt$

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1. 替他人考试或由他人替考；2. 通讯工具作弊；3. 组织作弊。

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

得分	
评阅人	

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \int_0^x \cos \sqrt{t} dt}{x \sin x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 若 $x=0$ 是函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[4]{1+ax}-1}{\arcsin x}, & x < 0 \\ \frac{\tan x - x}{\ln(1-x^3)}, & x > 0 \end{cases}$ 的可去间断点，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 设 $f(x) = \cos^2 x$ ，则 $f^{(2021)}(\frac{\pi}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{\sqrt[3]{5-4x}} + xe^{x^4} \right) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 若 $f'(\sin x) = x$ ，则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答下列各题（本大题共 4 小题，每题 7 分，共 28 分）

得分	
评阅人	

1. 已知 $f(x) = (x-a)^2 \varphi(x)$ ，其中 $\varphi'(x)$ 在 $x=a$ 处连续，求 $f''(a)$.

2. 设 $f''(u)$ 存在且不为零，求由参数方程 $\begin{cases} x = f'(2t) \\ y = f(2t) - 2tf'(2t) \end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

3. 求不定积分 $\int \cos(\ln x) dx$.

4. 求定积分 $I = \int_0^{\ln 2} \sqrt{1-e^{-2x}} dx$.

四、解答下列各题（本大题共 3 小题，每题 7 分，共 21 分）

得分	
评阅人	

5. 求由方程 $\int_0^y e^{t^2} dt = \frac{1}{2}(\sqrt[3]{x}-1)^2$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$ 的极值点.

6. 设函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 的某邻域内连续，且满足 $f(x) = 1 + 2x + o(x-1)$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{f(1-\frac{4}{n})}{f(1)} \right)^n$.

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1. 替他人考试或由他人替考；2. 通讯工具作弊；3. 组织作弊。

7. 已知曲线 $y = a\sqrt{x}$ ($a > 0$) 与曲线 $y = \ln \sqrt{x}$ 在点 (x_0, y_0) 处有公共切线，求

(1) 常数 a 与切点 (x_0, y_0) ；

(2) 两曲线与 x 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所成的旋转体的体积.

五、综合题（本大题共 2 小题，每题 7 分，共 14 分）

8. 设 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上连续，且 $f(x) > 0$ ，求曲线 $y = \int_{-1}^1 |x-t|f(t)dt$

在 $[-1, 1]$ 上的凹凸性.

得分	
评阅人	

9. 设 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上连续，证明 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$ ，并求积分

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \tan x} dx.$$

六、证明题（本题 7 分）

10. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续，在 $(0, 1)$ 内可导，且 $|f'(x)| \leq |f(x)|$ ，

$f(0) = 0$. 证明： $f(x) \equiv 0, x \in [0, 1]$.

得分	
评阅人	