第 1 章

1. 写出下列随机试验的样本空间。

（1）同时抛三颗色子，记录三颗色子的点数之和；

（2）将一枚硬币抛三次，(i)观察各次正反面出现的结果；(ii)观察正面总共出现的次数；

（3）对一目标进行射击，直到命中 5 次为止，记录射击次数；

（4）将一单位长的线段分成 3 段，观察各段的长度；

（5）袋中装有 4 个白球和 5 个红球，不放回地依次从袋中每次取一球，直到首次取到红球为止，记录取球情况。

2. 设 A，B，C 为随机试验的三个随机事件，试将下列各事件用 A，B，C 表示出来。

（1）仅仅 A 发生；　（2）三个事件都发生；　（3）A 与 B 均发生，C 不发生；

（4）至少有一个事件发生；　（5）至少有两个事件发生；　（6）恰有一个事件发生；

（7）恰有两个事件发生；　（8）没有一个事件发生；　（9）不多于两个事件发生。

3. 辆公共汽车出发前载有 5 名乘客，每位乘客独立在 7 个站中的任意一站离开，求下列事件的概率：

（1）第 7 站恰有两位乘客离去；

（2）没有两位及两位以上乘客在同一站离去。

4. 一元件盒中有 50 个元件，其中 25 件一等品，15 件二等品，10 件次品，从中任取 10 件，求：

（1）恰有两件一等品，两件二等品的概率；

（2）恰有两件一等品的概率；

（3）没有次品的概率。

5. 将 3 个球随机地放入 4 个盒子中去，求盒子中球的最大个数分别为 1，2，3 的概率。

6. 设 A，B 是试验 E 的两个事件，且 P(A)=1/3, P(B)=1/2．在以下各种情况下计算 $P(B\overline{A})$

（1） $A \subset B$；　　（2）A 与 B 互不相容；　　（3）P(AB)=1/8

7. 设 $P(A)>0$， $P(B)>0$ ，将下列四个数：

$$P(A)\ 、P(AB)\ 、P(A\cup B)\ 、P(A)+P(B)$$

用“≤”连接它们，并指出在什么情况下等号成立.

8. 现有两种报警系统 A 与 B，每种系统单独使用时，系统 A 有效的概率是 0.92,系统 B 为 0.93。两种系统装置在一起后，至少有一个系统有效的概率是 0.988，求

（1）两个系统均有效的概率；

（2）两个系统中仅有一个有效的概率。

9. 已知 P(A)=P(B)=P(C)=1/4，P(AB)=0, P(AC)=P(BC)=1/16，计算 A, B, C 全不发生的概率。

10. 10 件产品中有 6 件正品，4 件次品，对它们逐一进行检查，求下列事件的概率

（1） 第 4 次才发现第一个次品；

（2） 第 1、3、5 次抽到正品，2、4 次抽到次品。

11. 某人忘记电话号码的最后一个数字，他仅记得最后一位是偶数。现在他试着拨最后一个号码， 求他拨号不超过三次而接通电话的概率。

12. 某型号的显像管主要由三个厂家供货，甲、乙、丙三个厂家的产品概率分别占总数的 25%, 50%, 25%. 甲、乙、丙三个厂家的产品在规定时间内能正常工作的概率分别是 0.1, 0.2, 0.4. 求一个随机选取的显像管能在规定时间内正常工作的概率。

13. 某超市销售一批照相机共 10 台，其中有 3 台次品，7 台正品。某顾客去选购时，超市已售出 2 台，该顾客从剩下的 8 台中任选一台，求该顾客购买到正品的概率.

14. 已知一批产品中 96%是合格品，用某种检验方法辨认出合格品为合格品的概率为 0.98, 而误认废品是合格品的概率为 0.05, 求检查合格的一件产品确系合格的概率。

15. 某保险公司把汽车保险客户分为＂易发＂和＂偶发＂两类. 该公司的统计资料表明＂易发＂客户占 30%，一年内索赔的概率为 50%，＂偶发＂客户占 70%，一年内索赔的概率为 10%. 假设现有一客户向保险公司索赔，求该客户属于＂易发＂客户的概率.

16. 设甲、乙、丙三导弹向同一敌机射击，甲、乙、丙击中敌机的概率分别为 0.4, 0.5, 0.7. 如果只有一弹击中，飞机坠毁的概率为 0.2；如两弹击中，飞机坠毁的概率为 0.6；如三弹击中，飞机坠毁的概率为 0.9。（1）求飞机坠毁的概率；（2）若飞机已经坠毁，问飞机最有可能是被几颗导弹击中的？

17. 某工厂生产的产品每 10 件为一批。假定每批产品中的次品数最多不超过 2 件，并具有如下表所示的概率：

单批产品中的次品数（件）	0	1	2
概率	0.1	0.3	0.6

现在进行抽检，从每批产品中抽取 5 件来检验，如果发现其中有次品，则认为该批产品不合格。求通过检验的一批产品中，没有次品的概率。

18. 甲箱中有 5 个正品和 3 个次品，乙箱中有 4 个正品和 3 个次品。现从甲箱中取 2 个产品放入乙箱，再从乙箱任取 1 个产品，求：

（1）从乙箱中取出的为正品的概率；

（2）若乙箱中取得的为次品，求原先从甲箱中取出的都是正品的概率.

19. 设袋中装有 4 个球：1 白，1 红， 1 黄，还有 1 个涂了红、白、黄三种颜色。现从袋中任取一球，设 A={该球涂有白色}，B={该球涂有红色}，C={该球涂有黄色}，试讨论事件 A, B, C 的独立性。

20. 设事件 A，B，C 相互独立，且 P(A)=1/4, P(B)=1/3, P(C)=1/2. 试求：

（1） 三个事件都不发生的概率；
（2） 三个事件至少有一个发生的概率；
（3） 三个事件恰好有一个发生的概率；
（4） 至多有两个事件发生的概率。

21. 设有事件 $A_1,\cdots,A_n$，在下列各种条件下怎样求 $A_1,\cdots,A_n$ 至少有一个发生的概率。

（1） $A_1,\cdots,A_n$ 互不相容；（2） $A_1,\cdots,A_n$ 相互独立；（3）一般情形。

第 2 章

1. 设 $F_1(x), F_2(x)$ 为两个分布函数，问：

（1） $F_1(x)+F_2(x)$ 是否为分布函数？　　（2） $F_1(x)F_2(x)$ 是否为分布函数？　给出证明。

2. 一批晶体管中有个 9 个合格品和 3 个不合格品，从中任取一个安装在电子设备上。若取出不合格品不再放回，求取得合格品前已取出的不合格品个数的分布律和分布函数。

3. 做一系列独立的试验，每次试验成功的概率为 p，求：

（1） n 次试验中成功次数 X 的分布律；

（2） 在 n 次成功之前已经失败次数 Y 的分布律；

（3） 首次成功时试验次数 Z 的分布律。

4. 一批产品共有 25 件，其中 5 件次品，从中随机地一个一个取出检查，共取 4 次，设 X 为其中的次品数，若

（1） 每次取出的产品仍放回； (2) 每次取出的产品不再放回。

写出两种情况下 X 的分布律。

5. 临床观察表明，某药物产生副作用的概率为 0.002。现在 900 个患者服用该药物，求至少有 3 例患者出现副作用的概率.

6． 在一个周期内，放射源放射出的粒子数 X 服从泊松分布，如果无粒子放射出的概率为 1/3，试求：（1）X 的分布律；（2）放射出一个以上粒子的概率.

7. 设进入时代天街商场的顾客人数 X 服从参数为$\lambda>0$的泊松分布，进入该商场的顾客购买商品的概率为 p，假定顾客是否购买商品是相互独立的，求该时间段内购买商品的顾客人数 Y 所服从的分布。

8. 随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=A+Barctgx,\qquad x\in R$$

求：

（1） 系数 A，B；

（2） X 落在区间（－1，1）的概率；

（3） X 的概率密度。

9. 从一批子弹中任意抽出 5 发试射，若没有一发子弹落在靶心 2 厘米以外，则接受该批子弹。设弹着点与靶心的距离 X（厘米）的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}Axe^{-x^2}, & 0<x<3\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

试求：(1)系数 A;（2）X 的分布函数 $F(x)$; （3）该批子弹被接受的概率。

10. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}6x(1-x), & 0\le x\le 1\\ 0 & , x<0, or\ x>1\end{cases}$$

（1） 求 X 的分布函数；（2）确定满足 P{X≤b}=P{X>b}的 b 的取值

11. 已知随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \dfrac{1+x}{2}, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$$

X 是离散型随机变量吗？是连续型随机变量吗？说明理由.

12. 在长为 L 的线段上随机选取一点，将其分为两段，求短的一段与长的一段之比小于 1/4 的概率？

13. 一电子信号在(0,T)时间内随机出现，设$0<t_0<t_1<T$，

(1) 求信号在区间（t_0,t_1）内出现的概率；

(2) 已知信号在t_0时刻前没有出现，求它在（t_0,t_1）内出现的概率。

14. 两台新的电子仪器寿命分别为X_1,X_2，$X_1\sim N(42,36)$，$X_2\sim N(45,9)$，若需连续使用仪器 46 小时，问选用哪一台仪器较好？

15. 设电源电压$X\sim N(220,25^2)$（单位：*V*），通常有三种状态：（*a*）电压不超过 200*V*；（*b*）电压在 200*V*~240*V* 之间；（c）电压超过 240*V*. 在上述三种状态下，某电子元件损坏的概率分别 0.1，0.001 及 0.2，试求 1）该电子元件损坏的概率； 2）在电子元件损坏的情况下，分析电压最可能处于什么状态？

16. 设测量误差$X\sim N(0,10^2)$，求在 100 次独立重复测量中至少有 3 次测量误差的绝对值大于 19.6 的概率，并用泊松分布求其近似值。

17. 设某型号电视机的有效使用时间 X（年）服从参数(失效率)为 0.125 的指数分布。现在某人购买了一台该型号的旧电视，求它还能使用 4 年以上的概率.

18. 假设一大型设备在任何长为 t 的时间内发生故障的次数 N(t) 服从参数为λt 的泊松分布。求（1）相继两次故障之间的时间间隔 T 的概率分布；

（2）已知设备无故障工作了 10 小时，还能正常工作 10 小时以上的概率.

19. 某工厂生产的电子管寿命 X（单位：小时）服从正态分布 $N(1600,\sigma^2)$,如果要求电子管的寿命在 1200 小时以上的概率达到 0.96，求σ值

第 3 章

1. 二维随机变量（X，Y）的联合分布函数为

$$F(x,y)=A(B+arctg\frac{x}{2})(C+arctg\frac{y}{3}),\quad (x,y)\in R^2，$$

试求：（1）系数 A，B，C；　（2）边缘分布函数。

2. 袋中有 4 个球，分别标有数字 1, 2, 2, 3, 从中随机取出一球,再取第二次，分别以 X, Y 记第一次、第二次取到球上的号码，求

   (1) (X,Y)的联合分布律;　(2)　(X,Y)的边缘分布律；

3. 随机变量(X，Y)的联合分布律为：

X \ Y	-1	0
1	1/4	1/4
2	1/6	a

求：(1) a 的值;　(2) (X，Y)的联合分布函数。

4. 假设（X，Y）的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}Cx^2y, & x^2\le y\le 1;\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

试求：（1）常数 C；　（2）$P\{X\ge Y\}$；　（3）$P\{\frac{1}{4}\le Y\le 1\}$ 。

5. 设二维随机变量（X，Y）的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}12e^{-(3x+4y)}, & x>0,y>0;\\ 0, & \text{其它.}\end{cases}$$

试求：（1）$P\{0\le X\le 1, 0\le Y\le 2\}$；　（2）联合分布函数 $F(x,y)$.

6. 甲乙两人约定在下午 1 点到 2 点之间的任意时刻独立到达某车站乘坐公交车，这段时间内共有四班公交车，它们开车的时刻分别为 1:15, 1:30, 1:45; 2:00. 若他们约定：(1)见车就乘；（2）最多等一辆车。求他们乘同一辆车的概率。

7. 设二维随机变量$(X,Y)\sim N(0,1;0,1;0)$,计算$P\{X^2+Y^2<r\}$，其中 r>0

8. 设二维随机变量（X，Y）的联合分布律为

X \ Y	1	2	3
1	1/6	1/9	1/18
2	1/3	α	β

问α和β取什么值时，X 与 Y 相互独立？

9. 设（X，Y）的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}8xy, & 0\le x\le y\le 1;\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

问 X 与 Y 是否相互独立？

10. 设（X，Y）的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}Cxy^2, & 0<x<1, 0<y<1;\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

确定常数 C，并讨论 X 与 Y 的独立性。

11. 设（X，Y）在（1，0），（0，1），（-1，0），（0，-1）四点构成的正方形上服从均匀分布，

求(1) 条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$； (2) 计算概率 $P\{Y>\frac{1}{2}|X<\frac{1}{2}\}$。

12. 设（X,Y）是二维连续型随机变量，已知 X 的边缘概率密度为

$$f_X(z)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

对任意 $x\in(0,1)$, 在$X=x$的条件下, $Y\sim U(0,x)$，（1）求（X,Y）的联合概率密度

（2）判断 X,Y 是否相互独立，给出证明。

13. 设随机变量 X 与 Y 分别服从参数为λ_1和λ_2的指数分布，且二者相互独立．求：

(1) $f_{Y|X}(y|x)$；　(2) $Z=\begin{cases}1, & X\le Y\\ 0, & X>Y\end{cases}$的分布律．

14. 已知离散型随机变量 X 的分布律为

X	0	π/2	π
p	1/4	1/2	1/4

试求$Y=\dfrac{2}{3}X+2$和$Z=\cos X$ 的分布律。

15. 设随机变量 X 和 Y 的联合概率密度为$f(x,y)=\dfrac{1}{2\pi}e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}$，$(x,y)\in R^2$．计算概率

$P\{-\sqrt{2}<X+Y<2\sqrt{2}\}$。

16. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，写出（1）$Y = e^X$；（2）$Y = |X|$ 的概率密度。

17. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{2}, & 0 \le x \le 2; \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求 $Y = X(2 - X)$ 的分布函数和概率密度。

18. 设电路中的电压振幅 X~N(0,1)，求：经过半波整流后的电压振幅 $Y = \dfrac{X + |X|}{2}$ 的分布函数，并讨论随机变量 Y 的类型．

19. 假设随机变量 X 服从指数分布，试求 Y= min{X, 2}的分布函数，并讨论随机变量 Y 是否为离散或连续型随机变量，为什么？

20. 设随机变量 X，Y 相互独立，且分别服从参数为 λ_1 和型 λ_2 的泊松分布，

（1） 证明：X+Y 服从参数为 $\lambda_1+\lambda_2$ 的泊松分布；

（2） 对给定的 X+Y，X 的条件分布是二项分布：$P\{X=k \mid X+Y=n\} \sim B(n,\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2})$

21. 设随机变量 X 在 $[0,2]$ 上服从均匀分布， Y 服从参数 $\lambda=2$ 的指数分布，且 X,Y 相互独立，求（1）关于 a 的方程 $a^2+Xa+Y=0$ 有实根的概率；（2）$P\{X+2Y\leq 3\}$.

22. 一射手向某个靶子射击，设靶心为坐标原点，弹着点坐标（X，Y）服从二维正态分布 N(0,1;0,1;0). 求弹着点与靶心的距离 Z 的概率密度函数。

23. 设 P{X=0}=P{X=1}=1/2，Y~U(0,1)且 X,Y 相互独立，求 X+Y 的概率分布.

24. 随机变量（*X*, *Y*）的联合概率密度函数是

25. $$f(x,y)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}+\frac{1}{2\pi}e^{-\pi^2}g(x)g(y) \quad (x,y)\in R_2$$

其中 $$g(x)=\begin{cases}\cos x & |x|\le\pi \\ 0 & |x|>\pi\end{cases}$$

1) 证明 *X* 与 *Y* 都服从正态分布；2) 求随机变量 *Y* 关于 *X* 的条件概率密度; 3）讨论 *X* 与 *Y* 是否相互独立？ 4) 根据本题的结果，你能总结出什么结论？

第 4 章

1. 一箱产品中有 3 件正品和 2 件次品，不放回任取两件，X 表示得到的次品数，求 X 的期望和方差。

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} x, & 0 \le x \le 1 \\ 2-x, & 1 < x \le 2; \\ 0, & 其他 \end{cases}$，试求 E(X)和 D(X).

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{-|x|}$，计算 E(X)和 D(X).

4. 地面雷达搜索飞机，在时间(0,t)内发现飞机的概率是 $P(t)=1-e^{-\lambda t},(\lambda>0)$，试求发现飞机所需的平均搜索时间。

5. 已知随机变量 X~P(λ), 试求 $E(\frac{1}{1+X})$.

6. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，试求 $E|X-\mu|$

7. 随机变量 X 的概率密度为$f(x)=\begin{cases}e^{-x}, x>0\\ 0, \quad x\le 0\end{cases}$，求$Y=e^{-2X}$的数学期望。

8. 在单位长度的线段上任取两点，求这两点之间线段的平均长度.

9. 设(X, Y) 的联合概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}12y^2, 0\le y\le x\le 1\\ 0, \quad 其它\end{cases}$,求 E(X),E(Y),E(XY),E($X^2$+$Y^2$).

10. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立，都服从区间 $(0, \theta)$ 上的均匀分布，求 $Y = \max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 的数学期望和方差。

11. 民航机场的送客汽车载有 20 名乘客，从机场开出，乘客可以在 10 个车站下车，如果到达某一车站时无顾客下车，则在该站不停车。设随机变量 X 表示停车次数，假定每个乘客在各个车站下车是等可能的，求平均停车次数。

12. 设随机变量 X 仅在区间$[a, b]$中取值，证明： $D(X) \le \frac{(b-a)^2}{4}$.

13. 设(X,Y)的联合密度为 $f(x,y)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1, |y|<x \\ 0, & 其他\end{cases}$，判断 X 与 Y 的相关性和独立性。

14. 设 D(X)=25, D(Y)=36, 相关系数 $\rho_{XY}=0.4$，试求：D(X+Y) 和 D(X-Y).

15. 设二维正态随机变量, $(X,Y)\sim N(1,3^2;0,4^2;-\frac{1}{2})$，设 $Z=\frac{X}{3}+\frac{Y}{2}$，求：

(1) Z 的数学期望和方差；(2) ρ_{XZ}；(3) 判断 X 与 Z 的独立性。

第 5 章

1. 设噪声电压 $X_1, X_2, \cdots X_{100}$ 相互独立且都服从区间(0,6)上的均匀分布，用切比雪夫不等式估计叠加后的总噪声电压 $Y = \sum_{k=1}^{100} X_k$ 在 260 到 340 之间的概率。

2. 设 $\{X_k\}$ 为相互独立的随机变量序列，且

$$P\{X_k = k^{\alpha}\} = P\{X_k = -k^{\alpha}\} = 1/2, k = 1,2,\cdots$$

证明：当 $\alpha \le 0$ 时，$\{X_k\}$ 服从大数定律。

3. 试比较独立同分布情形下的大数定律和中心极限定理的结论，二者有何联系与区别？

4. 独立重复地抛掷一枚均匀硬币 n =1200 次，用 X_n 表示正面出现的次数，分别用切比雪夫不等式和中心极限定理计算满足 $P\{|\frac{X_n}{n}-\frac{1}{2}|<\delta\}\geq 0.99$ 的最小 δ 值；并对结果的差异做出解释。

5. 对敌人的阵地进行 100 次炮击，每次炮击时炮弹命中颗数的均值为 4，方差为 2.25。求在 100 次炮击中有 380 颗到 420 颗炮弹命中目标的概率。

6. 某快餐店出售四种快餐套餐，这四种快餐套餐的价格分别为 6 元、10 元、15 元和 18 元. 并且这 4 种快餐套餐售出的概率分别为 0.2、0.45、0.25、0.1. 若某天该快餐店售出套餐 500 份，试用中心极限定理计算：⑴ 该快餐店这天收入至少为 5500 元的概率. ⑵15 元套餐至少售出 140 份的概率.

7. 某种电器元件的寿命（单位：小时）T 服从参数为 0.01 的指数分布，现随机抽取 16 件，设它们的寿命相互独立，求这 16 个元件寿命总和大于 1920 小时的概率.

8. 某系统由相互独立的 n 个部件组成，每个部件的可靠性（正常工作的概率）为 0.9，且至少有 80%的部件正常工作，才能使整个系统工作. 问 n 至少为多大，才能使系统的可靠性为 95%.

9. 在计算机模拟中，假设已经产生区间(0,1)上均匀分布的 48 个随机数 $X_1, X_2, \cdots, X_{48}$，则可用 $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{48} X_i - 12$ 来模拟标准正态分布的随机数，说明其原理和应假设满足什么条件。

第 6 章

1. 设电子元件的寿命(小时)服从参数$\lambda = 0.0015$的指数分布，今测试 6 个元件，记录下它们各自失效的时间。问：

(1) 这里的总体和样本分别是什么？ (2) 写出样本的联合概率密度；

(3) 设有样本的一组观测值：600, 670, 640, 700, 620,610, 试计算样本均值和样本方差。

2. 设 $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i,\ \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$，证明：

(1) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\ 2} - \bar{x}^2$； (2) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \overline{xy}$

3. 设总体$X \sim N(12, 2^2), X_1, X_2, \cdots, X_5$为其样本，

(1) 求样本均值 $\overline{X}$ 大于 13 的概率；

(2) 求样本均值与总体均值之差的绝对值大于 1 的概率。

4. 设总体 $X \sim N(5,6^2)$，n 和 $\overline{X}$ 分别为样本容量和样本均值，问：样本容量至少应取多大，才能使样本均值位于区间(3,7)的概率不小于 0.9。

5. 设总体 $X \sim N(20,3)$，分别取样本容量 10 及 15 的两个样本，$\overline{X}_1$ 和 $\overline{X}_2$ 分别为两个样本的样本均值，求 $P\{|\overline{X}_1 - \overline{X}_2| > 0.3\}$。

6. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_{20}$ 为其样本，$S^2 = \frac{1}{19}\sum_{i=1}^{20}(X_i - \overline{X})^2$ 为样本方差，求 $P\{0.4\sigma^2 \le S^2 \le 2\sigma^2\}$。

7. 设总体$X \sim N(\mu,\sigma^2)$,样本$X_1, X_2, \cdots, X_n, X_{n+1}$，记$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$，$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$，

确定统计量 $\frac{X_{n+1} - \overline{X}}{S}\sqrt{\frac{n}{n+1}}$的抽样分布。

8. 设总体$X \sim N(0,\sigma^2)$，X_1, X_2, X_3, X_4为其样本，试确定$\frac{(X_1 - X_2)^2}{(X_3 + X_4)^2}$的分布。

第 7 章

1. 设总体ξ的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{\theta^2}e^{-x^2/(2\theta^2)}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases},$$

求参数θ的矩估计量和极大似然估计量。

2. 设总体X服从几何分布：$P\{X=k\}=(1-p)^{k-1}p \quad (0<p<1),\quad k=1,2,3,\cdots$。求$p$的矩估计量和极大似然估计量。

3. 已知某随机变量X服从参数为λ的指数分布，设$x_1,x_2,\cdots,x_n$是样本观察值，求λ的极大似然估计值和矩估计量。

4. 从一批产品中随机抽取 n 个进行检测，发现其中次品个数为 m 个，试用极大似然估计法估计该批产品的次品率

5. 设总体 X 的分布律为：

X	0	1	2	3
p	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$1-2\theta$

其中 $0<\theta<1/2$ 为未知参数，利用如下样本值：3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3 求 θ 的矩估计值和极大似然估计值。

6. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为其样本，试求常数 C 使 $C\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为 σ 的无偏估计量。

7. 设总体$X \sim N(\mu,1)$，X_1, X_2为其样本，问：估计量$\hat{\mu}_1 = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2$, $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$,

$\hat{\mu}_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{2}X_2$中，哪一个是$\mu$的较有效的估计量？

8. 设总体$X \sim B(1,p)$，$X_1, X_2, \cdots X_n$为其样本，验证统计量$T = \frac{1}{n}({X_1}^2 + {X_2}^2 + \cdots + {X_n}^2)$是参数$p$的相合估计量。

9. 设某种清漆的干燥时间（小时）服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，现有一组样本观测值：

6.0, 5.7, 5.8, 6.5, 7.0, 6.3, 5.6, 6.1, 5.0

求μ的置信度为 0.95 的置信区间。（1）已知$\sigma = 0.6$；（2）σ未知。

10. 某商店一种产品的月销售量服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，随机抽取 7 个月的销售量观察：

64, 57, 49, 81, 76, 70, 59,

求 σ^2 的置信度为 0.9 的置信区间（1）已知 μ =68; （2） μ 未知.

11. 某出租车公司欲了解：从金沙车站到火车北站乘租车的时间。随机地抽查了 9 辆出租车，记录其从金沙车站到火车北站的时间，算得 $\overline{x}=20$（分钟），标准差 $s=3$。若假设此样本来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 均未知，试求 σ 的置信水平为 0.95 的置信下限.

12. 对方差 σ^2 为已知的正态总体，问：需取容量 n 为多大的样本才能使总体均值的置信度 $1-\alpha$ 的置信区间长度不大于 L？

13. 设某种零件的加工时间 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，现进行 30 次独立试验，测得样本均值为 5.5（秒），样本标准差为 1.729（秒），若置信度为 0.95，求加工时间的数学期望和标准差的置信区间。

14. 设某地区男、女身高 X 、Y 相互独立，均服从正态分布且方差相等，随机抽取成人男、女各 100 名，测量并计算得男子身高 $\bar{x} = 1.71m, s_1 = 0.035m$，女子身高 $\bar{y} = 1.67m, s_2 = 0.038m$。求男、女平均身高之差的置信度 0.95 的置信区间。

15. 设有 A, B 两位化验员对某种聚合物的含氯量用同样的方法各做 10 次测定，由测量值分别算得 $s_1^2 = 0.5419, s_2^2 = 0.6065$，设总体均为正态分布，求方差比 σ_1^2 / σ_2^2 的置信度 95%的置信区间。

16. 从某型号的一批电子管中抽出容量为10的样本做寿命试验，算得$s=45$（小时），设整批电子管的寿命服从正态分布，试求这批电子管寿命标准差的单侧置信上限（置信度为0.95）。

17. 某大学从来自A，B两市的新生中分别随机抽取5名与6名新生，测其身高（单位：cm）后算得$\overline{x}$＝175.9，$\overline{y}$＝172.0；$s_1^2=11.3$，$s_2^2=9.1$。假设两市新生身高分别服从正态分布$X\sim N(\mu_1,\sigma^2), Y\sim N(\mu_2,\sigma^2)$其中$\sigma^2$未知。试求$\mu_1-\mu_2$的置信度为0.95的置信区间。

（$t_{0.025}(9)=2.2622$, $t_{0.025}(11)=2.2010$）

第 8 章

1. 在标准差$\sigma = 5.2$的正态总体中，抽取容量 n=16 的样本，算得样本均值$\bar{x} = 27.56$, 问：在显著性水平 0.05 下，能否认为总体均值$\mu = 26$？

2. 某种矿砂含镍量$X \sim N(\mu, \sigma^2)$，测定 5 个样品的含镍量（%）为：

   3.25, 3.27, 3.24, 3.26, 3.24

   问在显著性水平$\alpha = 0.01$下，能否认为这批矿砂的平均含镍量为 3.25(%)?

3. 设某工厂生产的保险丝的熔化时间$X \sim N(\mu, \sigma^2)$，通常情况下其方差为 400。某天 任取 25 个保险丝测量熔化时间，得样本均值$\bar{x} = 62.24$, 样本方差$s^2 = 404.77$。取显著性水平$\alpha = 0.01$，检验这天生产的保险丝熔化时间的分散度与通常情况有无显著差异？

4. 某包装机包装物品重量服从正态分布 $N(\mu,4^2)$。现在随机抽取16个包装袋，算得平均包装袋重为 $\overline{x}=900$，样本均方差为 $S^2=2$，试检查今天包装机所包物品重量的方差是否有变化？（$\alpha=0.05$）（$\chi^2_{0.975}(15)=6.262$，$\chi^2_{0.025}(15)=27.488$）

5. 测试某溶液的水分，测得 10 个观测值，样本均值为 0.452%，标准差为 0.037%.设总体服从正态分布，试在显著性水平 0.05 下，分别检验假设

$H_0:\mu\geq 0.5\%, H_1:\mu<0.5\%$ （1）$H_0:\sigma\geq 0.04\%, H_1:\sigma<0.04\%$.

6. 自动装罐机包装罐头食品，假定罐头净重服从正态分布，规定罐头净重的标准差不能超过 5 克，否则就必须停工检修机器。现检查１０罐，测得它们净重的标准差为 5.5 克，取检验水平 $\alpha=0.05$，问机器是否需要检修？

7.　有一种新安眠药，据说在一定剂量下，能比某种旧安眠药平均增加睡眠时间 3 小时，根据资料用某种旧安眠药时，平均睡眠时间为 20.8 小时。标准差为 1.6 小时，为了检验这个说法是否正确，收集到一组使用新安眠药的睡眠时间为 26.7，22.0，24.1，21.0，27 .2，25.0，23.4。试问：从这组数据能否说明新安眠药已达到新的疗效(假定睡眠时间服从正态分布，α=0.05)。

8.　掷一骰子 120 次，得到数据如下表

出现点数	1	2	3	4	5	6
次数	x	20	20	20	20	40—x

若我们使用 χ^2 检验，则 x 取哪些整数值时，此骰子是均匀的的假设在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下被接受？

9. 比较两种枪弹的速度（均为正态分布，单位：米/秒），在相同条件下进行速度测量，分别算得样本均值和样本标准差如下：

枪弹甲：$n_1 = 110,\quad \overline{x} = 2805,\quad s_1 = 120.51;$

枪弹乙：$n_2 = 100,\quad \overline{y} = 2680,\quad s_2 = 105.00;$

在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，问：可否认为甲枪弹的速度比乙枪弹的速度快？

10. 机器包装食盐，假设每袋盐的净重服从 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，规定每袋标准重量为 $\mu = 1$，方差 $\sigma^2 \le 0.02^2$。某天开工后，为检验其机器工作是否正常，从装好的食盐中随机抽取抽取 9 袋，测得净重（单位：kg）为：0.994, 1.014, 1.02, 0.95, 1.03, 0.968, 0.976, 1.048, 0.982 算得上述样本相关数据为：均值为 $\overline{x} = 0.998$，标准差为 $s = 0.032$，

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = 0.008192$$

问 (1) 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，这天生产的食盐的平均净重是否和规定的标准有显著差异？

(2) 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，这天生产的食盐的净重的方差是否符合规定的标准？

(3) 你觉得该天包装机工作是否正常？

11. 设总体 $X \sim N(\mu, 2^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_{16}$ 为其样本，$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{16} X_i$ 为样本均值，对假设：

$$H_0: \mu = 0, \quad H_1: \mu \neq 0$$

(1)试证：下述三个拒绝域具有相同的显著性水平 $\alpha = 0.05$。

{ $2\overline{X} \leq -1.645$ }，　　{ $1.5 \leq 2\overline{X} \leq 2.125$ }，　　{ $2\overline{X} \leq -1.96$ 及 $2\overline{X} \geq 1.96$ }

(2)在上述三个拒绝域中应选取哪一个比较合理？为什么？

12. 设总体 $X \sim N(\mu, 4^2)$，X_1, X_2, X_3, X_4 为其样本，样本均值为 $\overline{X}$，对假设

$$H_0: \mu = 5, \quad H_1: \mu \neq 5.$$

（1） 给出一个显著性水平为 $\alpha = 0.05$ 的拒绝域；

（2） 若 $\mu = 6$，试计算犯第二类错误的概率 β。

第 9 章

1. 以下列出了在不同挂物质量X（g）下弹簧长度Y（cm）的测量值，

x_i	5	10	15	20	25	30
y_i	7.25	8.12	8.95	9.90	10.9	11.8

（1）由上述观测值，画出散点图草图，直观上能否认为质量 X 与长度 Y 是线性相关的？

（2）求Y关于X的经验线性回归方程；

（3）求挂物质量为 60g 时弹簧长度的预测值。

2. 某工厂为预测其产品回收率Y，要研究它与原材料的有效成分X之间的相关关系，现取得 8 对观测数据(x_i, y_i)，计算得：

$$\sum_{i=1}^{8} x_i = 52, \quad \sum_{i=1}^{8} y_i = 228, \quad \sum_{i=1}^{8} x_i^2 = 478, \quad \sum_{i=1}^{8} y_i^2 = 7666, \quad \sum_{i=1}^{8} x_i y_i = 1849.$$

（1） 检验X与Y的线性相关关系是否显著（$\alpha = 0.01$）？

（2） 求Y关于X的经验线性回归方程。

3. 对一元线性正态回归模型

$$Y_i = a + bx_i + \varepsilon_i,\quad (i=1,\cdots,n)\quad \varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$$ 且相互独立

若 Y_i 的观测值为 $y_i\ (i=1,\cdots,n)$，求参数 a,b 和 σ^2 的极大似然估计值。

4. 一种产品的单位成本 Y 与制作数量 X 相关，现得到一组统计数据

x_i	1	2	3	5	10	20	30	50	100	200
y_i	10.15	5.52	4.08	2.85	2.11	1.62	1.41	1.30	1.21	1.15

根据这些数据，大致推断 X 与 Y 之间可建立形如

$$Y = a + b\frac{1}{X} + \varepsilon,\quad \varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$$

的模型.

（1） 求未知参数 a,b 的最小二乘估计值和 σ^2 的无偏估计值，并写出经验线性回归方程；

（2） 检验上述回归是否显著（$\alpha = 0.01$）？

5.　对某种产品进行一项腐蚀加工试验，得到腐蚀时间 X（秒）和腐蚀深度 Y（毫米）的数据见下表：

X	5	5	10	20	30	40	50	60	65	90	120
Y	4	6	8	13	16	17	19	25	25	29	46

假设 Y 与 X 之间符合一元线回归模型 $Y=\beta_0+\beta_1 X+\varepsilon$

（1）试建立线性回归方程。

（2）在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下，检验 $H_0:\beta_1=0$

6.　随机抽查了某企业的 10 家工厂，得到它们的产量 x 与生产费用 Y 的数据如下表：

工厂编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
产量（千个）	40	42	48	55	65	79	88	100	120	140
生产费用（千元）	300	280	320	340	300	324	370	330	380	370

（1） 试求生产费用对产量的经验线性回归方程，（2）检验回归效果是否显著,预测 x=200 时生产费用的估计值.