期末考试复习

数学科学学院

电子科技大学
UNIVERSITY OF ELECTRONIC SCIENCE
AND TECHNOLOGY OF CHINA

期中考试的启发I：

一.理清各种概念的同时重视反例；

例：1.联合分布、边缘分布、条件分布的关系；

2.零概率事件和空集的关系；

后半部分内容中类似的问题：

例：独立和不相关等。

二.真正理解思想；

例：全概率公式的思想。

后半部分内容中类似的问题：

例：最大似然估计的思想等。

期中考试的启发II:

三.常见题型严格对照课本用标准的解法。

注：对后半部分章节更加重要。

四.考试的注意事项。

例：1.答题区域要写全步骤、用到的定理、性质；

2.未出现在书上，而出现在课件上的例子或者结果，不能直接使用。

3.题目看清楚，如有疑问可找巡考。

如：设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为：

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}(1+\sin x\sin y),\qquad (x,y)\in R^2$$

则可计算得

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}},-\infty<x<+\infty$$

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}},-\infty<y<+\infty$$

即 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(0,1)$ 类似反例，如要使用需证明！

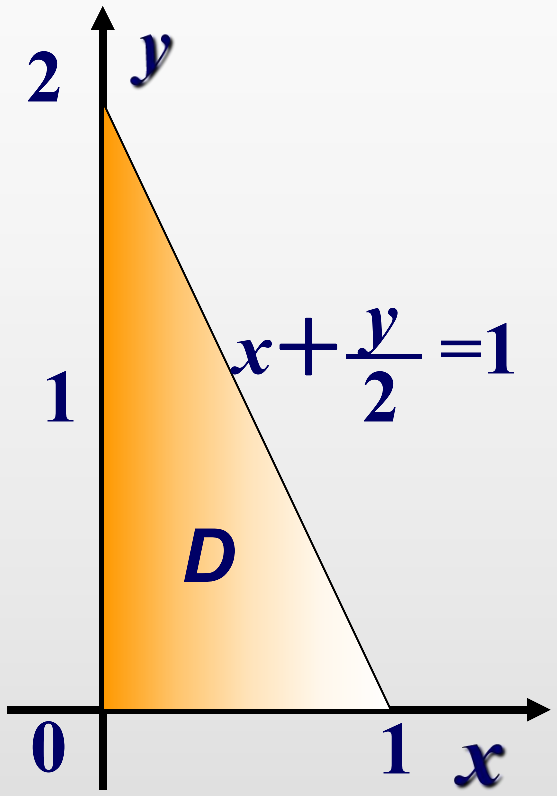
但显然(X,Y)并不服从二维联合正态分布！

例 设随机变量(X, Y)在D上服从均匀分布

$$D=\{(x,y): 0\le x\le 1, 0\le x+\frac{y}{2}\le 1, 0\le y\}$$

试求 $f_{X|Y}(x|y)$ 和$f_{Y|X}(y|x)$.

解 $$f(x,y)=\begin{cases}1, & (x,y)\in D,\\ 0 & (x,y)\notin D.\end{cases}$$

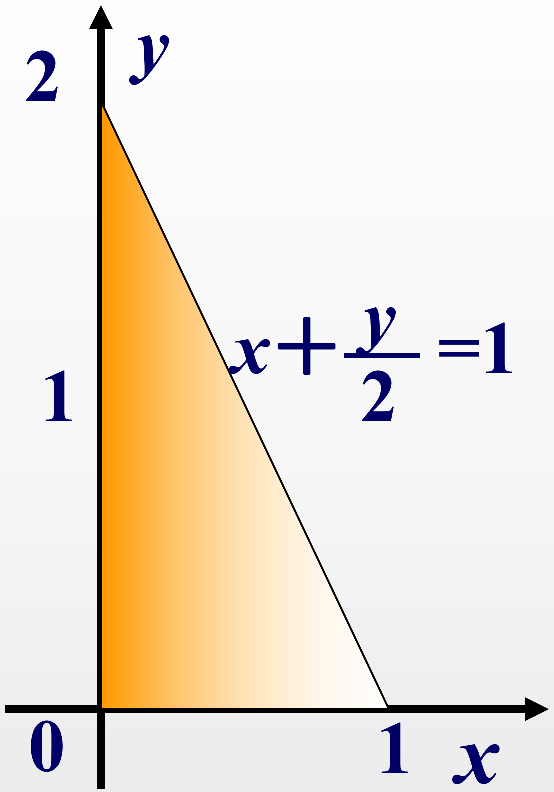


$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy$$

$$=\begin{cases}\int_0^{2(1-x)}dy=2(1-x), & 0<x<1;\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

当 $0<x<1$ 时(如不写会扣分)

$$f_{Y|X}(y|x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}=\begin{cases}\dfrac{1}{2(1-x)}, & 0<y<2(1-x);\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$



当 x 不属于 $(0,1)$ 时，$f_{Y|X}(y|x)$ 不存在(如不写会扣分)

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & (x,y)\in D,\\ 0 & (x,y)\notin D.\end{cases}$$

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_0^{1-\frac{y}{2}}dx=1-\dfrac{y}{2}, & 0<y<2;\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

当$0<y<2$时(如不写，会扣分)

$$f_{X|Y}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}=\begin{cases}\dfrac{1}{1-\dfrac{y}{2}}, & 0<x<1-\dfrac{y}{2}\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

当y不属于(0,2)时，$f_{X|Y}(x|y)$不存在(如不写，会扣分)

可见：二维均匀分布的条件分布一定是一维均匀分布

思考：二维均匀分布随机变量（X,Y）什么时候相互独立?

前三章回顾：

重视大量的基础概念：

例：分布函数(包括联合)、概率、(事件和随机变量)两两独立与相互独立、离散(连续)型随机变量等等；

注：以课本和课件为主！重视期中复习课件。

常见题型练习：

例：事件概率的计算；

边缘分布和条件分布的计算；

随机变量的函数的分布。

第四章：

一.数学期望、方差、矩的定义和存在性问题。

1.数学期望不存在的反例（条件收敛，柯西分布）；

二.数学期望和(协)方差的计算

1.常见分布的期望和方差(包括几何分布);

2.期望和方差的性质，如：$D(aX \pm bY)$;

3.随机变量的函数的期望和方差的计算;

4.协方差和相关系数的计算、性质、区别;

5.独立性(讨论联合分布和边缘分布)和相关性(相关系数是否为0)的关系。(反例？)

注：对照书和课件查上面提到的性质等。

第四章：三.多元正态分布

要求掌握：

1.多元正态的概率密度函数(向量形式)；
2.多元正态的线性变换的分布；
3.从分布提取相关性信息；
4.独立和不相关的关系。

经典题型：例 设二维随机变量 $(X, Y) \sim N(1, 3^2; 0, 4^2; -0.5)$，并且

$Z = \dfrac{X}{3} + \dfrac{Y}{2}$，试求

(1) Z 的数学期望和方差；

(2) X与Z 的相关系数 ρ_{XZ}；

(3) X与Z 是否相互独立？

注：尝试使用向量计算本题，考虑(X,Y)到(X,Z)的线性变换。

第五章：

一.大数定律的定义及其证明

1.依概率收敛与大数定律的关系；

2.两类条件(独立同分布，独立且方差有统一上界)。

注：若让证明大数定律，最好给以证明。

二.中心极限定理及相关题型。

1.依分布收敛与中心极限定理的关系；

2.条件(独立同分布，大样本)。

技巧：1.计算概率时对随机变量和a同时标准化；

2.注意$\Phi(-3) \approx 0$.

第六章：

一.基本概念：

1.简单随机样本的定义、性质和它的本质(随机变量)；

2.统计量和统计值的概念及大小写问题；

3.常见统计量(样本均值，样本方差，样本k阶中心矩等)；

4.四大分布的定义(注意独立性要求)和性质(可加性，大样本，对称性等)；

5.上侧分位数的定义，以及分布对称时的性质。

二.抽样分布定理：

1.本质：样本均值和样本方差的分布；

2.注意样本均值和样本方差的独立性；

3.单样本和双样本抽样分布定理都要重视。

第六章：

经典题型：

设 X_1，X_2，…，X_{n+m} 是来自正态总体 $X \sim N(0,\sigma^2)$ 的样本，求下列统计量的概率分布：

1. $Y = \dfrac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n+m} X_i^2$　　2. $Z = \sqrt{\dfrac{m}{n}}\sum_{i=1}^{n} X_i \Big/ \sqrt{\sum_{i=n+1}^{n+m} X_i^2}$　　3. $\dfrac{1}{Z^2}$

注：通过统计量的形式先确定是哪一个分布

第七章：统计部分的重难点！

一.基本题型：矩法和最大似然估计法。

矩法：从估计量到估计值；
最大似然估计法：从估计值到估计量。

注1：看清是值还是量。
注2：注意似然方程无解时的处理方法。

二.三个准则的基本概念及相关题型。

三.本章大量小的知识点，回归课本，梳理细节。
例：对方差的矩估计不是样本方差等等。

区间估计、八、九章：

理清区间估计和假设检验的关系(看8.1课件)。

两类标准题型：假设检验；线性关系是否显著。

注1：自己提取文字信息给定零假设和备择假设。

注2：单侧检验问题遵从备择有利原则(看8.1课件)。

注3：当参数已知时，区间估计可能不需要用到抽样分布定理。(能不用抽样分布定理就不用)。

注4：判断线性关系是否显著，用相关系数法。

总而言之：标准题型严格使用课本的标准步骤！

注5：关心数学建模的同学，看一下第九章课件。

备考注意事项

1.抄过的部分重要习题，不看答案重新做一遍。

2.常见题型严格仿照课本上的过程解答。

3.期末复习课件可能覆盖不全，重视课本课件课后题。

如有疑问随时飞书联系，可以约线下答疑(建议多人)。

固定答疑：

每周四晚7:30-9:30，清水河校区品C108，直到12.28

考试的注意事项：

1.答题区域要写全步骤、用到的定理、性质；

2.未出现在书上，而出现在课件上的例子或者结果，不能直接使用；

3.题目看清楚，如有疑问可找巡考；

4.切勿作弊！

祝大家考试顺利！感谢大家！