练习二

1、 设$\varphi(t)=(t-0.05)^2$为搜索区间$[0,0.2]$上的二次凸函数，那么若令$\varepsilon=0.2$，用黄金分割法求解得最终搜索区间为________________________；若令$\varepsilon=0.02$，用 *Fibonacci* 方法求解得第一次迭代后搜索区间为________________________；若用三点二次插值法求解，设初始试探结点$t_1=0$、$t_2=0.01$、$t_3=0.1$，则最终$t^\star$为________________________.

2、 设 $f(X)=X^TQX+b^TX+c$ ， 且 $Q=Q^T$ ， $X\in R^n$ ， $b\in R^n$ ， $c\in R$ ， 考虑问题 $\min_{t>0} f(X^k+tP^k)$，则X^k在方向P^k上的最优步长$t^\star=$________________________.

3、 已知下面线性规划的对偶规划的最优解为$(\frac{5}{3},\frac{7}{3})^\top$，试利用对偶理论求此问题的最优解.

$$\begin{aligned}&\min\ 4x_1+3x_2+x_3\\ s.t.\ &x_1-x_2+x_3\ge 1;\ \ x_1+2x_2-3x_3\ge 2;\\ &x_i\ge 0, i=1,2,3.\end{aligned}$$

4、 已知下面线性规划的最优解$X^\star=(4,2)^\top$，

$$\begin{aligned}&\min\ -x_1-2x_2\\ s.t.\ &x_1\le 4;\ \ x_2\le 3;\ \ x_1+2x_2\le \alpha;\\ &x_i\ge 0, i=1,2.\end{aligned}$$

（1）用图解法说明$\alpha=8$；（2）写出$X^\star$处的下降可行方向;（3）求其对偶规划的最优解.

5、 求解下面线性规划的最优解：

$$\begin{aligned}&\min z=2x_1+3x_2+x_3\\ s.t.\ &x_1+4x_2+2x_3\ge 8;\ \ 3x_1+2x_2\ge 6;\\ &x_1,x_2,x_3\ge 0\end{aligned}$$

6、 证明向量组$P^i=(1,2,\cdots,i+1,0,\cdots,0)^\top$，$i=0\sim n-1$，关于下面的$n$阶三对角矩阵共轭.

$$Q=\begin{pmatrix}2&-1&&&\\-1&2&-1&&\\&\ddots&\ddots&\ddots&\\&&-1&2&-1\\&&&-1&2\end{pmatrix}$$

7、 若令$X^0=(\frac{1}{2},1)^\top$，则FR共轭梯度法对无约束问题$\min\ \ 2x_1^2+x_2^2$进行一次迭代后得到$X^1=(\frac{-1}{6},\frac{1}{3})^\top$，

（1）请写出后续迭代过程;（2）说明X^1处的搜索方向P^1与牛顿方向P_N^1共线.

8、 求约束优化问题$\min C^TX$, $s.t.$, $X^TX\le 4$的最优解，这里，$C,X\in R^n, C\ne 0$.

9、 求$S=\{X\in R^2 \mid 2x_1+x_2\ge 5, x_1+x_2\ge 4\}$到原点之间的最小距离.

10、 求出下面问题的KT点：

$$\begin{aligned}&\min\ -x_2\\ s.t.&\\ &(3-x_1)^2-(x_2-2)\ge 0;\\ &3x_1+x_2\ge 9.\end{aligned}$$

zhangxiaowei@uestc.edu.cn