习题一

1. （略）
2. 两个二元消息符号 X_1 与 X_2 的取值及概率分别为：

X_1	a_1	a_2
P	0.3	0.7

X_2	a_1	a_2	a_3	a_4
P	0.3	0.2	0.3	0.2

求它们的熵。

解：利用式 $H(X)=-\sum_{i=1}^{M}P_i\log_2 P_i$ 易见，

$$H(X_1)=-0.3\log_2 0.3-0.7\log_2 0.7\approx 0.881 \qquad (bit)$$

$$H(X_2)=-2\times 0.3\log_2 0.3-2\times 0.2\log_2 0.2\approx 1.971 \quad (bit)$$

3. （略）
4. 假定电话按键由 10 个数字、“*”与“#”组成，按压每个数字键的概率均为 0.099，按压“*”或“#”的概率各为 0.005，拨号速率为 2 次/s。试求（1）每次按键产生的熵与连续拨号的熵率？（2）如果每次按键采用 4 位二进制表示，拨号产生的二进制数据率（二元符号率)?

解：

（1）利用式 $H(X)=-\sum_{i=1}^{M}P_i\log_2 P_i$，

$$H=-10\times 0.099\log_2 0.099-2\times 0.005\log_2 0.005$$

$$\approx 3.356 \quad \text{bits/key}$$

连续按键产生的熵率

$$R=\frac{H}{T}=\frac{3.356 bits/key}{0.5 s/key}=6.712\ bits/s$$

（2）拨号产生的二进制数率，

$$4bit/key\times 2key/s=8bits/s$$

5. （略）
6. 假定容量为 4.7GB 的 DVD 盘可存储 133 分钟的数字音视频资料，试计算该数字音视频信号的数据率（二元符号率）是多少？

解：数据率为

$$R=\frac{4.7\times 2^{30} Bytes\times 8bits/Byte}{133\times 60 s}=5.059\text{Mbps}$$

注意，1GB= $2^{30}Bytes=1073741824Bytes\approx 10^9$，有时也可用 10^9。

7. （略）
8. （略）
9. （略）
10. 假定电传打字机的信道带宽为 300Hz，信噪比为 30dB（即，$S/N = 10^{30/10} = 1000$），试求该信道的容量。

解：利用式 $C = B\log_2(1+\dfrac{S}{N})bps$

有 $\mathrm{C} = 300 \times \log_2(1+1000) = 2.99(kbps)$

11. 假定某用户采用拨号上网，已测得电话线可用频带 300-3400Hz，信噪比为 25dB（即，$S/N = 10^{2.5}$），试计算该信道的容量；在选用调制解调器时，可选速率为 56、28.8 或 9.6kbps 的调制解调器中哪个较合适？

解：带宽 B=3400Hz-300Hz=3100Hz，利用式 $C = B\log_2(1+\dfrac{S}{N})bps$，有

$$\mathrm{C} = 3100 \times \log_2(1+316.23) = 25.73(kbps)$$

故应采用 $28.8\mathrm{kbps}$ 的调制解调器较合适（实际调制解调器会结合实际线路情况，自动降低速率，以充分利用信道资源）。

习题三

1. （略）
2. 一个 AM 信号具有如下形式：

$$s(t) = [20 + 2\cos 3000\pi t + 10\cos 6000\pi t]\cos 2\pi f_c t$$

其中 $f_c = 10^5$ Hz；

（1）试确定每个频率分量的功率；

（2）确定调制指数；

（3）确定边带功率、全部功率，以及边带功率与全部功率之比。

解：（1）试确定每个频率分量的功率

$$\begin{aligned} s(t) &= [20 + 2\cos 3000\pi t + 10\cos 6000\pi t]\cos 2\pi f_c t \\ &= 20\cos 2\pi f_c t + \cos 2\pi(f_c+1500)t + \cos 2\pi(f_c-1500)t \\ &\quad + 5\cos 2\pi(f_c+3000)t + 5\cos 2\pi(f_c-3000)t \end{aligned}$$

$s(t)$ 的 5 个频率分量及其功率为：

$20\cos 2\pi f_c t$ ：功率为 200w； $\cos 2\pi(f_c+1500)t$ ：功率为 0.5w；

$\cos 2\pi(f_c - 1500)t$ ：功率为 0.5w； $5\cos 2\pi(f_c + 3000)t$ ：功率为 12.5w； $5\cos 2\pi(f_c - 3000)t$:功率为 12.5w。

（2）确定调制指数

$$s(t) = [20 + 2\cos 3000\pi t + 10\cos 6000\pi t]\cos 2\pi f_c t$$
$$= 20[1 + 0.1\cos 3000\pi t + 0.5\cos 6000\pi t]\cos 2\pi f_c t$$

因此 $m(t) = 0.1\cos 3000\pi t + 0.5\cos 6000\pi t$， $\beta_{AM} = [m(t)]_{\max} = 0.6$ 。

（3）确定边带功率、全部功率，以及边带功率与全部功率之比

5 个频率分量的全部功率为：

$$P_{total} = 200w + 2\times 0.5w + 2\times 12.5w = 226w$$

边带功率为： $$P_{side} = 2\times 0.5w + 2\times 12.5w = 26w$$

边带功率与全部功率之比： $$\eta_{AM} = \frac{26}{226} = 0.115$$

3. 用调制信号 $m(t) = A_m \cos 2\pi f_m t$ 对载波 $A_c \cos 2\pi f_c t$ 进行调制后得到的已调信号为 $s(t) = A_c[1 + m(t)]\cos 2\pi f_c t$ 。为了能够无失真地通过包络检波器解出 $m(t)$，问 A_m 的取值应满足什么条件。

解：

如果 $A_m > 1$，即发生了过调制，包络检波器此时将无法恢复出 $m(t)$ 。因此要想无失真通过包络检波器解出 $m(t)$，则需要 $A_m \le 1$ 。

4. 已知调制信号 $m(t) = \cos(2000\pi t) + \cos(4000\pi t)$，载波为 $\cos 10^4 \pi t$，进行单边带调制，试确定该单边带信号的表达式，并画出频谱图。

解：根据单边带信号的时域表达式，可确定上边带信号：

$$S_{USB}(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t - \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t$$
$$= \frac{1}{2}[\cos(2000\pi t) + \cos(4000\pi t)]\cos 10^4 \pi t$$
$$- \frac{1}{2}[\sin(2000\pi t) + \sin(4000\pi t)]\sin 10^4 \pi t$$
$$= \frac{1}{2}\cos 12000\pi t + \frac{1}{2}\cos 14000\pi t$$

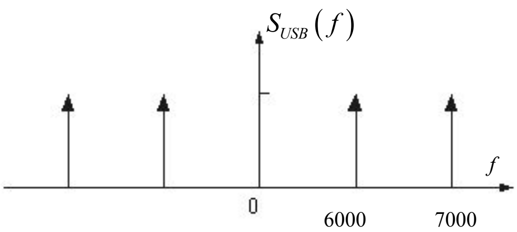
$$S_{USB}(f) = \frac{1}{4}[\delta(f + 6000) + \delta(f - 6000) + \delta(f + 7000) + \delta(f - 7000)]$$

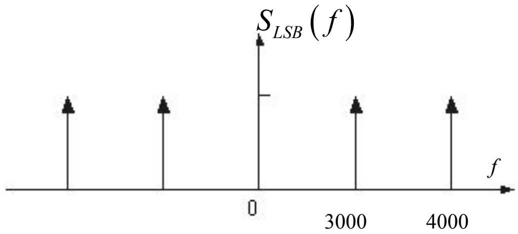
同理，下边带信号为：

$$
\begin{aligned}
S_{LSB}(t) &= \frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t + \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t \\
&= \frac{1}{2}\left[\cos(2000\pi t) + \cos(4000\pi t)\right]\cos 10^4 \pi t \\
&\quad + \frac{1}{2}\left[\sin(2000\pi t) + \sin(4000\pi t)\right]\sin 10^4 \pi t \\
&= \frac{1}{2}\cos 8000\pi t + \frac{1}{2}\cos 6000\pi t
\end{aligned}
$$

$$S_{LSB}(\omega) = \frac{1}{4}[\delta(f+4000) + \delta(f+3000) + \delta(f-4000) + \delta(f-3000)]$$

两种单边带信号的频谱图分别如下图所示（载波为 $\cos 10^4 \pi t$，即 $f_c = 5000Hz$）：





5. （略）
6. （略）
7. （略）
8. （略）
9. （略）
10. （略）
11. 图题 3.11 是一种 SSB 的解调器，其中载频 $f_c = 455$ kHz。
   （1）若图中 A 点的输入信号是上边带信号，请写出图中各点表达式；
   （2）若图中 A 点的输入信号是下边带信号，请写出图中各点表达式，并问图中解调器应做何修改方能正确解调出调制信号。

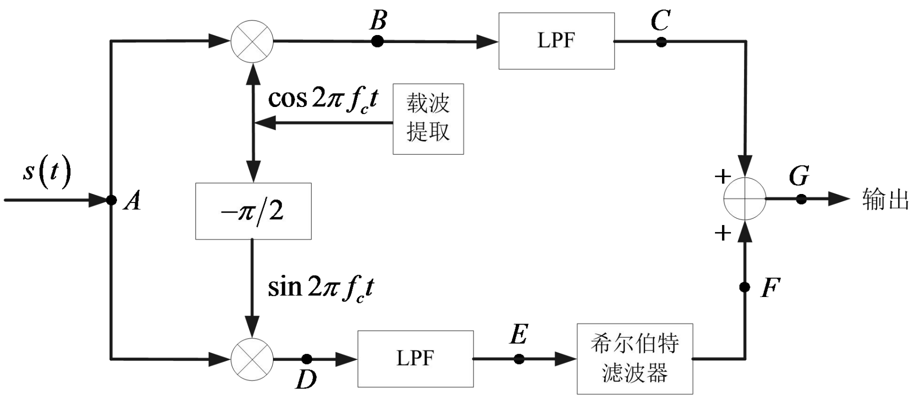


图　题 3.11

解：

记 $m(t)$ 为基带调制信号，$\hat{m}(t)$ 为其希尔伯特变换。

(1) （2）

A：设为 $$s_A(t)=m(t)\cos 2\pi f_c t \pm \hat{m}(t)\sin 2\pi f_c t$$
$$=m(t)\cos\left(91\times 10^4 \pi t\right)\pm \hat{m}(t)\sin\left(91\times 10^4 \pi t\right)$$

B：$$s_B(t)=s_A(t)\cos\left(91\times 10^4 \pi t\right)$$
$$=m(t)\cos^2\left(91\times 10^4 \pi t\right)\pm \hat{m}(t)\sin\left(91\times 10^4 \pi t\right)\cos\left(91\times 10^4 \pi t\right)$$
$$=\frac{m(t)}{2}\left[1+\cos\left(182\times 10^4 \pi t\right)\right]\pm \frac{\hat{m}(t)}{2}\sin\left(182\times 10^4 \pi t\right)$$

C：$$s_C(t)=\frac{1}{2}m(t)$$

D：$$s_D(t)=s_A(t)\sin\left(91\times 10^4 \pi t\right)$$
$$=m(t)\sin\left(91\times 10^4 \pi t\right)\cos\left(91\times 10^4 \pi t\right)\pm \hat{m}(t)\sin^2\left(91\times 10^4 \pi t\right)$$
$$=\frac{m(t)}{2}\sin\left(182\times 10^4 \pi t\right)\pm \frac{\hat{m}(t)}{2}\left[1-\cos\left(182\times 10^4 \pi t\right)\right]$$

E：$$s_E(t)=\pm\frac{1}{2}\hat{m}(t)$$

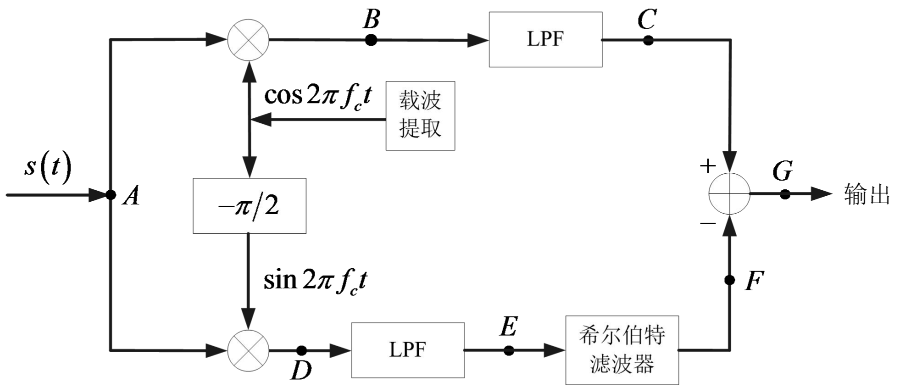
F：$$s_F(t)=\pm\frac{1}{2}\left[-m(t)\right]$$

G：当 A 点输入上边带信号时
$$s_G(t)=s_C(t)+s_F(t)=\frac{1}{2}m(t)+\frac{1}{2}m(t)=m(t)$$

当 A 点输入下边带信号时
$$s_G(t)=s_C(t)+s_F(t)=\frac{1}{2}m(t)+\frac{1}{2}\left[-m(t)\right]=0$$

如欲 G 点输出，需将最末端的相加改为相减即可，如下图所示：

此时 $s_G(t)=s_C(t)-s_F(t)=\frac{1}{2}m(t)-\frac{1}{2}\left[-m(t)\right]=m(t)$



12. 若对某一信号用 DSB 进行传输，设加至发射机的调制信号 $m(t)$ 之功率谱密度为：

$$P_m(f)=\begin{cases}\dfrac{N_0}{2}\cdot\dfrac{|f|}{f_m}, & |f|\le f_m\\ 0, & |f|>f_m\end{cases}$$

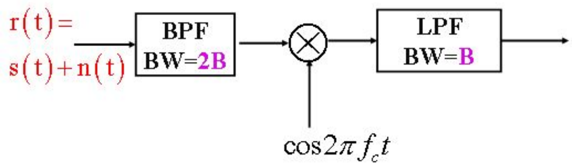
试求：

（1）接收机的输入信号功率；

（2）接收机的输出信号功率

（3）若叠加于 DSB 信号的白噪声具有双边功率谱密度为 $N_0/2$，设解调器的输出端接有截止频率为 f_m 的理想低通滤波器，那么输出信噪比是多少。

解：



⑴ 设 DSB 已调信号 $s_{DSB}(t)=m(t)\cos\omega_c t$，则接收机的输入信号功率

$$S_i=\overline{S_{DSB}^2(t)}=\frac{1}{2}\overline{m^2(t)}=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}P_m(f)df$$

$$=\frac{1}{2}\times 2\times\int_0^{f_m}\frac{N_0}{2}\cdot\frac{f}{f_m}df=\frac{N_0 f_m}{4}$$

⑵ 相干解调之后，接收机的输出信号 $m_o(t)=\frac{1}{2}m(t)$，因此输出信号功率

$$s_o(t)=\overline{m_o^2(t)}=\frac{1}{4}\overline{m^2(t)}=\frac{N_0 f_m}{8}$$

⑶ 解调器的输出信噪功率比

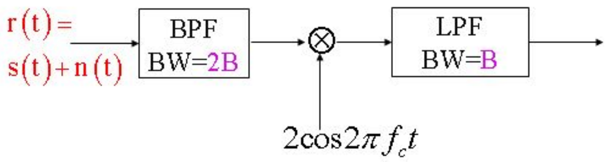
$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{A_c^2 \cdot \overline{m^2(t)}}{2N_0B_m} = \frac{\overline{m^2(t)}}{2N_0B_m} = \frac{N_0f_m}{4N_0f_m} = \frac{1}{4}$$

13. 某线性调制系统的输出信噪比为 20dB， 输出噪声功率为10^{-9}W，由发射机输出端到解调器输入之间总的传输损耗为 100dB，试求：

（1）DSB 时的发射机输出功率；

（2）SSB 时的发射机输出功率。

解：(1)



在 DSB 方式中，解调增益 $G_{DEM} = 2$，因此解调器输入信噪比

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{1}{2}\times 10^{\frac{20}{10}} = 50$$

同时，在相干解调时，

$$N_i = N_o = 10^{-9}w$$

因此解调器输入端的信号功率

$$S_i = 50N_i = 5\times 10^{-8}\text{W}$$

考虑发射机输出端到解调器输入端之间的 100dB 传输损耗，可得发射机输出功率

$$S_T = 10^{\frac{100}{10}}\times S_i = 500w$$

另解：在 DSB 方式中，系统增益 $G_{sys} = 1$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{base} = \left(\frac{S}{N}\right)_o = 10^{\frac{20}{10}} = 100$$

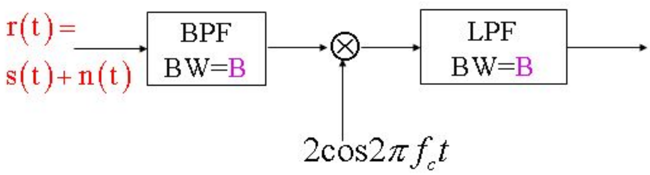
$$\frac{S_i}{N_0W} = 100$$

DSB 输出噪声功率：$2N_0W = 10^{-9}w$

$$S_i = 100N_0W = 100\times\frac{1}{2}\times 10^{-9} = 0.5\times 10^{-7}w$$

$$S_T = 10^{\frac{100}{10}}\times S_i = 500w$$

(2)



在 SSB 方式中，解调增益 $G=1$，

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i=\left(\frac{S}{N}\right)_o=10^{\frac{20}{10}}=100$$

$$N_i=N_o=10^{-9}\ \mathrm{W}$$

因此，解调器输入端的信号功率

$$S_i=100N_i=10^{-7}\ \mathrm{W}$$

发射机输出功率

$$S_T=10^{10}\times S_i=1000\ \mathrm{W}$$

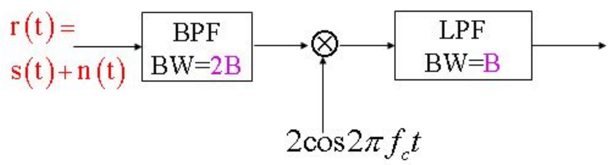
14. （略）

15. 已知某模拟基带系统中调制信号 $m(t)$ 的带宽是 $W=5$ kHz。发送端发送的已调信号功率是 P_t，接收功率比发送功率低 60dB。信道中加性白高斯噪声的单边功率谱密度为 $N_0=10^{-13}$ W/Hz。

（1）如果采用 DSB，请推导出输出信噪比 $\left(\frac{S}{N}\right)_o$ 和输入信噪比 $\left(\frac{S}{N}\right)_i$ 的关系；若要求输出信噪比不低于 30dB，发送功率至少应该是多少；

（2）如果采用 SSB，重做（1）题。

解：(1)



① 解调输入信号可写为

$$\begin{aligned}r(t)&=A_c m(t)\cos 2\pi f_c t+n(t)\\&=A_c m(t)\cos 2\pi f_c t+n_c(t)\cos 2\pi f_c t-n_s(t)\sin 2\pi f_c t\end{aligned}$$

输入信噪比为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i=\frac{\frac{A_c^2P_m}{2}}{2N_0W}=\frac{A_c^2P_m}{4N_0W}$$

解调乘法器输出为

$$\begin{aligned}r_{mul}(t)&=2r(t)\cos 2\pi f_c t\\&=2A_c m(t)\cos^2 2\pi f_c t+2n_c(t)\cos^2 2\pi f_c t-2n_s(t)\sin 2\pi f_c t\cos 2\pi f_c t\\&=\left[A_c m(t)+n_c(t)\right]\left[1+\cos 4\pi f_c t\right]+n_s(t)\sin 4\pi f_c t\end{aligned}$$

解调输出为 $A_c m(t)+n_c(t)$，输出信噪比为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o=\frac{A_c^2\overline{m^2(t)}}{\overline{n_c^2(t)}}=\frac{A_c^2 P_m}{2N_0W}$$

因此

$$\frac{(S/N)_o}{(S/N)_i}=2$$

② 输入信噪比

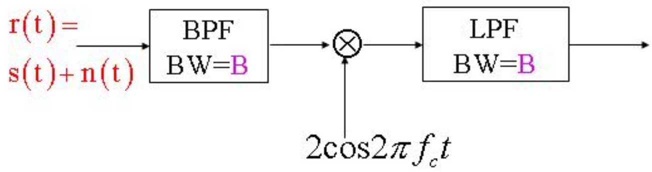
$$\left(\frac{S}{N}\right)_i=\frac{P_r}{2N_0W}=\frac{P_t\times10^{-6}}{2\times10^{-13}\times5\times10^3}=10^3P_t$$

输出信噪比

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o=2\left(\frac{S}{N}\right)_i=2000P_t=10^3$$

故 $P_t=0.5$ W。

(2)



① 解调输入信号可写为

$$r(t)=A_c m(t)\cos2\pi f_c t+A_c\hat{m}(t)\sin2\pi f_c t+n(t)$$

$$=A_c m(t)\cos2\pi f_c t+A_c\hat{m}(t)\sin2\pi f_c t+n_c(t)\cos2\pi f_c t-n_s(t)\sin2\pi f_c t$$

输入信噪比为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i=\frac{A_c^2\overline{m^2(t)}}{N_0W}$$

解调输出为 $Am(t)+n_c(t)$，输出信噪比为

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o=\frac{A_c^2\overline{m^2(t)}}{\overline{n_c^2(t)}}=\frac{A_c^2P_m}{N_0W}$$

因此

$$\frac{(S/N)_o}{(S/N)_i}=1$$

② 输入信噪比

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i=\frac{P_r}{N_0W}=\frac{P_t\times10^{-6}}{10^{-13}\times5\times10^3}=2000P_t$$

输出信噪比

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o=\left(\frac{S}{N}\right)_i=2000P_t=10^3$$

故 $P_t=0.5$ W。

16. （略）

17. 已知信号由下式描述：

$$s(t)=10\cos\left[\left(2\pi\times10^8\right)t+10\cos\left(2\pi\times10^3 t\right)\right]$$

试确定以下各值：

（1）已调信号的归一化功率；

（2）最大相位偏移；

（3）最大频率偏移。

解：（1）$P_s=\overline{s^2(t)}=\frac{1}{2}\overline{a^2(t)}=\frac{1}{2}\cdot\overline{10^2}=50$

（2）$\theta(t)=10\cos\left(2\pi\times10^3 t\right)\rightarrow\Delta\theta_{\max}=10\,rad$

（3）$\Delta f_i(t)=\frac{1}{2\pi}\frac{d\theta(t)}{dt}=-10^4\sin\left(2\pi\times10^3 t\right)\rightarrow\Delta f_{\max}=10^4\,Hz$

18. （略）

19. 已知调频信号 $S_{FM}(t)=10\cos\left[10^6\pi t+8\cos\left(10^3\pi t\right)\right]$，设调制器的比例常数 $K_{FM}=2$，求其载频、调制信号、调频指数和最大频偏分别是多少。

解：载频为 $f_c=5\times10^5\,HZ$，因为

$$\theta(t)=8\cos\left(10^3\pi t\right)=2\pi K_{FM}\int m(t)dt$$

$$m(t)=-\frac{8\times10^3\pi}{2\pi K_{FM}}\sin\left(10^3\pi t\right)$$

故调制信号为 $m(t)=-2\times10^3\sin10^3\pi t$，

又 $\Delta f_i(t)=K_{FM}m(t)$

调频指数 $\beta_{FM}=\frac{\Delta f_{\max}}{f_m}=\frac{k_{FM}A_m}{f_m}=\frac{2\times2\times10^3}{0.5\times10^3}=8$，

最大频偏为 4×10^3 Hz。

20. （略）

21. 单音调制时，幅度 A_m 不变，改变调制频率 f_m，试确定：

（1）在 PM 中，其最大相移 $\Delta\theta_{PM}$ 与 f_m 的关系，其最大频偏 Δf_{PM} 与 f_m 的关系；

（2）在 FM 中，$\Delta\theta_{FM}$ 与 f_m 的关系，Δf_{FM} 与 f_m 的关系。

解：

（1）　对于 PM：

$$s_{PM}(t) = A_c\cos\left[2\pi f_c t + k_{PM}A_m\cos(2\pi f_m t)\right]$$

$\Delta\theta_{PM} = k_{PM}A_m$ 与 f_m 无关；

$$\Delta f_{PM} = \left|\frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\left[k_{PM}A_m\cos(2\pi f_m t)\right]\right|_{\max} = \left|-k_{PM}A_m f_m\sin(2\pi f_m t)\right|_{\max} = k_{PM}A_m f_m$$

故 Δf_{PM} 与 f_m 成正比

（2）　对于 FM：$\Delta f_i(t) = k_{FM}A_m\cos(2\pi f_m t)$

$$\theta(t) = 2\pi\int\Delta f_i(t)\,dt = 2\pi\int k_{FM}A_m\cos(2\pi f_m t)\,dt = \frac{k_{FM}A_m}{f_m}\sin(2\pi f_m t)$$

$$s_{FM}(t) = A_c\cos\left[2\pi f_c t + \frac{k_{FM}A_m}{f_m}\sin(2\pi f_m t)\right]$$

$\Delta\theta_{FM} = \dfrac{k_{FM}A_m}{f_m}$ 与 f_m 成反比；$\Delta f_{FM} = k_{FM}A_m$ 与 f_m 无关。

22. （略）
23. （略）
24. （略）
25. （略）
26. 某模拟广播系统中基带信号 $m(t)$ 的带宽为 $W = 10$ kHz，峰均功率比（定义为 $\left|m(t)\right|^2_{\max}\big/P_M$，其中 P_M 是 $m(t)$ 的平均功率）是 5。此广播系统的平均发射功率为 40kW，发射信号经过 80dB 信道衰减后到达接收端，并在接收端叠加了双边功率谱密度为 $N_0/2 = 10^{-10}$ W/Hz 的白高斯噪声。

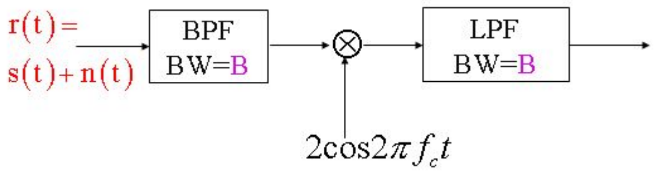
（1）若此系统采用 SSB 调制，求接收机可达到的输出信噪比；

（2）若此系统采用调幅系数为 0.85 的常规幅度调制（AM），求接收机可达到的输出信噪比。

解：记到达接收机的已调信号为 $s(t)$，记其功率为 P_R，则

$$P_R = 40\times10^3\times10^{-8} = 4\times10^{-4}\ \text{W}$$

⑴ 采用 SSB 时，



不妨以下边带为例，接收机输入端的有用信号为

$$s(t)=Am(t)\cos 2\pi f_c t+A\hat{m}(t)\sin 2\pi f_c t$$

由题

$$P_R=4\times10^{-4}w$$

接收机前端可采用频段为$[f_c-W,f_c]$的理想 BPF 限制噪声，于是输入到解调器输入端的噪声为

$$n_i(t)=n_c(t)\cos 2\pi f_0 t-n_s(t)\sin 2\pi f_0 t$$

其中$n_c(t)$，$n_s(t)$，$n_i(t)$的功率都是

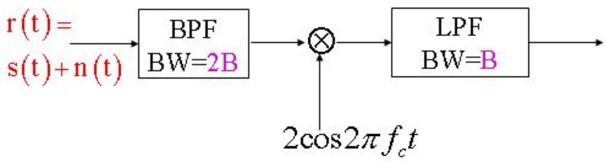
$$P_n=N_0W=2\times10^{-10}\times10^4=2\times10^{-6}\text{ W}$$

因此输出信噪比是

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{oSSB}=\left(\frac{S}{N}\right)_{iSSB}=\frac{P_R}{P_n}=\frac{4\times10^{-4}}{2\times10^{-6}}=200$$

即 23dB。

(2) 采用 AM 调制时，



解调器输入的有用信号为 $s(t)=A[1+m(t)]\cos 2\pi f_c t$

由题 $P_S=P_R=4\times10^{-4}w$，调制指数 $\beta_{AM}=0.85=|m(t)|_{\max}$，

所以$\dfrac{P_M}{|m(t)|^2_{\max}}=\dfrac{P_M}{\beta^2_{AM}}=\dfrac{1}{5}\ \rightarrow\ P_M=\overline{m^2}=\dfrac{\beta^2_{AM}}{5}=\dfrac{0.85^2}{5}=0.1445w$

$$G_{DEM}=\frac{2\cdot\overline{m^2}}{1+\overline{m^2}}=\frac{2\times0.1445}{1+0.1445}\approx0.2525$$

接收机前端可采用频段为$[f_c-W,f_c+W]$的理想 BPF 限制噪声，于是输入到解调器输入端的噪声为

$$n_i(t)=n_c(t)\cos 2\pi f_c t-n_s(t)\sin 2\pi f_c t$$

其中$n_c(t)$，$n_s(t)$，$n_i(t)$的功率都是 $P_{ni}=2N_0W$

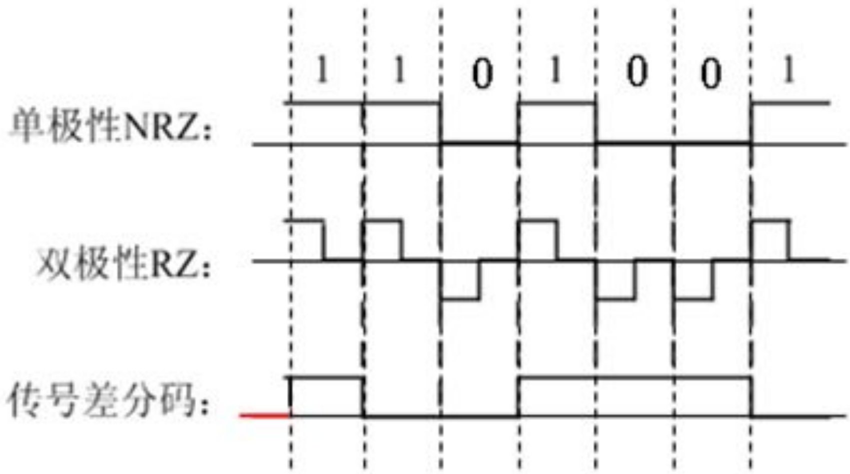
因而 $\left(\dfrac{S}{N}\right)_{iAM}=\dfrac{P_R}{P_{ni}}=\dfrac{4\times10^{-4}}{2\times2\times10^{-10}\times10^4}=100$

故$\left(\dfrac{S}{N}\right)_{oAM}=0.2525\left(\dfrac{S}{N}\right)_{iAM}=0.2525\times100=25.25$

即 14.02dB。

习题四

1. 给定二进制比特序列{1101001}，试给出相应的单极性 NRZ 信号、双极性 RZ 信号与传号差分码信号的波形。
解：单极性 NRZ 信号、双极性 RZ 信号与传号差分码信号的波形如下图所示：



2. 某数字基带系统速率为 2400Baud，试问以四进制或八进制码元传输时系统的比特速率为多少？采用双极性 NRZ 矩形脉冲时，信号的带宽估计是多少？
解：以四进制传输时系统的比特率为：

$$R_b = R_S \cdot \log_2 M = 2400 \times \log_2 4 = 4800bps$$

以八进制传输时系统的比特率为;

$$R_b = R_S \cdot \log_2 M = 2400 \times \log_2 8 = 7200bps$$

信号的带宽与波特率有关，无论是多少进制传输，采用双极性矩形脉冲传数据时，信号带宽都为：

$$B_T = R_S = 2400Hz$$

3. 某数字基带系统速率为 9600bps，试问以四进制或十六进制码元传输时系统的符号率为多少？采用单极性 RZ 矩形脉冲时，信号的带宽估计是多少？
解：以四进制传输时系统的符号速率为：

$$R_s = R_b / \log_2 M = 9600 / \log_2 4 = 4800Baud$$

以八进制传输时系统的符号速率为：

$$R_s = R_b / \log_2 M = 9600 / \log_2 8 = 3200Baud$$

信号的带宽与波特及脉冲宽度有关，以四进制单极性 RZ 脉冲传输时，信号带宽为：

$$B_T = 2R_s = 2 \times 4800 = 9600Hz$$

以八进制单极性 RZ 脉冲传输时，信号带宽为：

$$B_T = 2R_s = 2 \times 3200 = 6400Hz$$

4. 某二元数字基带信号的基本脉冲如图题 4.4 所示，图中 T_s 为码元间隔。数字信息“1”和“0”出现概率相等，它们分别用脉冲的有、无表示。试求该数字基带信号的功率谱密度

与带宽，并画出功率谱密度图。

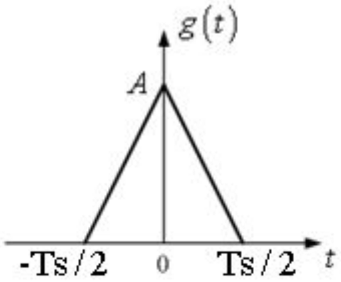


图　题 4.4

解：　本题中，0、1 等概率，且码元脉冲形状为 g(t)

$$G(f)=\frac{AT_s}{2}Sa^2\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right)$$

且 $m_a=E[a_n]=\frac{1}{2}\times1+\frac{1}{2}\times0=\frac{1}{2}$

$$\sigma_a^2=E\left[a_n^2\right]-E^2[a_n]$$

$$=\frac{1}{2}\times1^2+\frac{1}{2}\times0^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

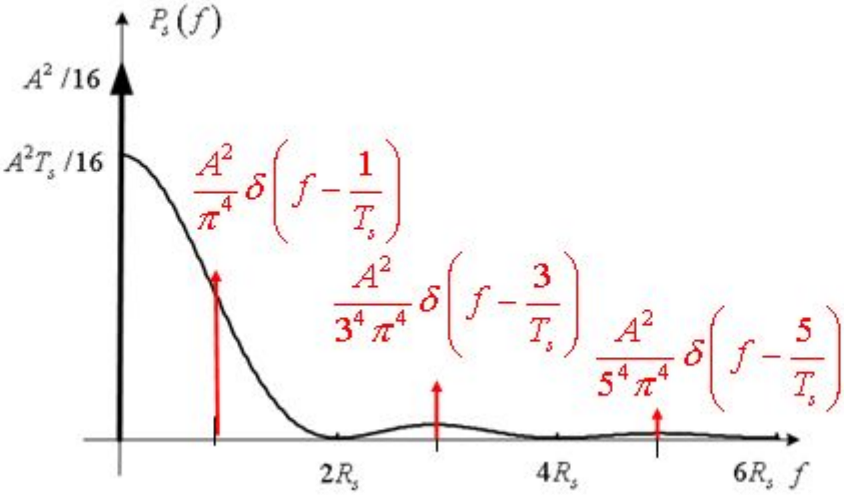
所以该数字基带信号的功率谱为：

$$P_s(f)=\frac{\sigma_a^2}{T_s}|G_T(f)|^2+\frac{m_a^2}{T_s^2}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left|G_T\left(\frac{k}{T_s}\right)\right|^2\delta\left(f-\frac{k}{T_s}\right)$$

$$=\frac{1}{4T_s}\times\frac{A^2T_s^2}{4}\times Sa^4\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right)+\frac{1}{4T_s^2}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{A^2T_s^2}{4}Sa^4\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right)\delta\left(f-\frac{k}{T_s}\right)$$

$$=\frac{A^2T_s}{16}\times Sa^4\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right)++\frac{A^2}{16}\sum_{k=-\infty}^{\infty}Sa^4\left(\frac{k\pi}{2}\right)\delta\left(f-\frac{k}{T_s}\right)$$

$$=\begin{cases}\frac{A^2T_s}{16}\times Sa^4\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right)+\frac{A^2}{16}\delta(f)\text{ ，}&k\text{为偶数}\\ \frac{A^2T_s}{16}\times Sa^4\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right)+A^2\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{k^4\pi^4}\delta\left(f-\frac{k}{T_s}\right)\text{ ，}&k\text{为奇数}\end{cases}$$



5. 已知随机二进制序列 1 和 0 出现概率为 p 和 $(1-p)$，基带信号中分别用 $g(t)$ 和 $-g(t)$ 表示 1 和 0。试问：

（1）基带信号的功率谱密度及功率；

（2）若 $g(t)$ 为图题 4.5（a）所示波形，T_s 为码元宽度，该序列是否含有离散分量 $f_s = 1/T_s$；

若 $g(t)$ 改为图题 4.5（b），重新回答问题（2）。

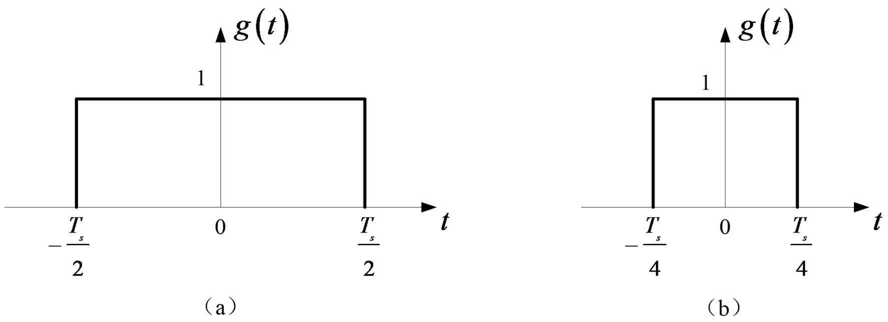


图　题 4.5

解：2PAM 信号的幅度序列 $\{a_n\}$ 为：± 1 序列

且　$m_a = E[a_n] = p\times 1 + (1-p)\times(-1) = 2p-1$

$$\sigma_a^2 = E\left[a_n^2\right] - E^2\left[a_n\right] = 1-(2p-1)^2 = 4p(1-p)$$

（1）基带信号的功率谱密度

$$P_S(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_S}\left|G_r(f)\right|^2 + \frac{m_a^2}{T_s^2}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left|G_T\left(\frac{k}{T_S}\right)\right|^2 \delta\left(f-\frac{k}{T_S}\right)$$

$$=\frac{4P(1-p)}{T_s}|G(f)|^2+\frac{(2p-1)^2}{T_s^{\ 2}}\sum_{-\infty}^{+\infty}|G(\frac{k}{T_s})|^2\ \delta(f-\frac{k}{T_s})$$

功率：

$$P=\int_{-\infty}^{\infty}P_s(f)df$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{4P(1-p)}{T_s}|G(f)|^2\ df+\frac{(2p-1)^2}{T_s^{\ 2}}\sum_{-\infty}^{+\infty}|G(\frac{k}{T_s})|^2$$

（2）若基带脉冲波形 $g(t)$ 为

$$g(t)=\begin{cases}1 & |t|\le\frac{T_s}{2}\\ 0 & 其他\end{cases}$$

则 $g(t)$ 的傅里叶变换 $G(f)$ 为

$$G(f)=T_sSa(\pi T_sf)$$

该基带信号的离散谱为：

$$\frac{(2p-1)^2}{T_s^{\ 2}}\sum_{-\infty}^{+\infty}|T_sSa(\pi fT_s)|^2\ \delta(f-\frac{k}{T_s})$$

$$=(2p-1)^2\sum_{-\infty}^{+\infty}|Sa(k\pi)|^2\ \delta(f-\frac{k}{T_s})=p^2T_s\delta(f)$$

故该二进制序列不存在离散分量 $f_s=1/T_s$

（3）若基带脉冲波形 $g(t)$ 为

$$g(t)=\begin{cases}1 & |t|\le\frac{T_s}{4}\\ 0 & 其他\end{cases}$$

则 $g(t)$ 的傅立叶变换 $G(f)$ 为

$$G(f)=\frac{T_s}{2}Sa\left(\frac{\pi T_s f}{2}\right)$$

该基带信号的离散谱为：

$$\frac{(2p-1)^2}{T_s^{\ 2}}\sum_{-\infty}^{+\infty}|\frac{T_s}{2}Sa(\pi fT_s/2)|^2\ \delta\left(f-\frac{k}{T_s}\right)$$

$$=\frac{(2p-1)^2}{4}\sum_{-\infty}^{+\infty}|\ Sa(k\pi/2)|^2\ \delta\left(f-\frac{k}{T_s}\right)$$

$$=\begin{cases}\dfrac{(2p-1)^2}{4}\delta(f),\text{当}k\text{为偶数时}\\[2ex]\dfrac{(2p-1)^2}{4}\displaystyle\sum_{-\infty}^{+\infty}|\frac{2}{k\pi}|^2\ \delta\left(f-\frac{k}{T_s}\right),\text{当}k\text{为奇数时}\end{cases}$$

所以，该二进制序列存在离散分量 $f_s=1/T_s$

6. 采用低通滤波技术接收二元双极性 NRZ 信号。假设二进制符号 0 和 1 是等概率的，问接收机的平均差错概率 P_e 计算公式是什么？ $P_e=10^{-6}$ 需要的 E_b/N_0 是多少？（提示：借鉴例题 4.6 数值）

解：采用 LPF 接受二元双极性 NRZ 信号，0、1 等概。

由表 4.3.1，接收机的平均差错概率的计算公式为：

$$P_e=Q\left(\sqrt{\frac{A^2}{N_0B}}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

其中， $E_b=A^2T_b$ ， $B=\dfrac{1}{T_b}$ 为二元 NRZ 信号带宽。

由图 4.3.6 可知 $P_e=10^{-6}$ 时，需要的 $E_b/N_0=13.5dB$

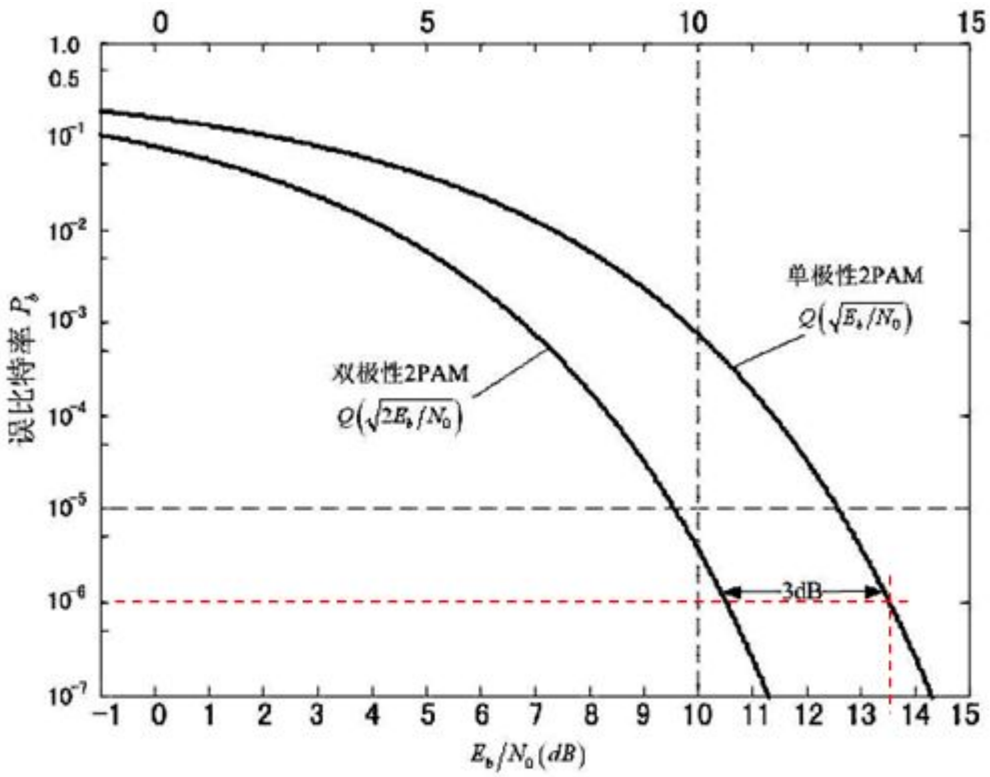


图4.3.6 匹配滤波器误比特率曲线图

例题 4.6：单极性与双极性的 MF 系统

$$P_{e双} = \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \qquad P_{e单} = \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

P_b	E_b/N_0 （dB）		平均错误间隔
	单极性	双极性	
10^{-2}	7.3	4.3	0.1 毫秒
10^{-4}	11.6	8.6	10 毫秒
10^{-6}	13.6	10.6	1 秒
10^{-8}	15.0	12.0	100 秒
10^{-10}	16.0	13.0	约 3 小时
10^{-12}	17.0	14.0	约 11 天半

7. （略）
8. （略）
9. （略）

10. 双极性矩形不归零 2PAM 信号通过噪声功率谱密度为 $N_0/2$ 的 AWGN 信道传输，假定码元 0 与 1 的概率分别是 1/3 与 2/3，接收机采用低通滤波器。试问：

（1）平均误比特率计算公式；

（2）接收系统的最佳判决门限；

（3）最小误比特率。

解：发送信号 $S(t)=\begin{cases}+A, & 发1，\quad 概率为\dfrac{2}{3}\\ -A, & 发0，\quad 概率为\dfrac{1}{3}\end{cases}$

（1）平均误比特率计算公式由教材式（4.3.17）给出如下：

设 LPF 的带宽为 B

$$Pe=P(a_n=1)\int_{-\infty}^{V_T}f(r/1)dr+P(a_n=0)\int_{V_T}^{\infty}f(r/0)dr$$

$$=\frac{2}{3}\int_{-\infty}^{V_T}\frac{1}{\sqrt{2\pi N_0B}}e^{-\frac{(r-A)^2}{2N_0B}}dr+\frac{1}{3}\int_{V_T}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi N_0B}}e^{-\frac{(r+A)^2}{2N_0B}}dr$$

（2）最佳判决门限由教材式（4.3.18）给出

$$V_T=\frac{y_{s1}+y_{s0}}{2}+\frac{\sigma_n^{\ 2}}{y_{s1}-y_{s0}}\ln\frac{P(a_n=0)}{P(a_n=1)}$$

$$=\frac{A+(-A)}{2}+\frac{N_0B}{A-(-A)}\ln\frac{1/3}{2/3}$$

$$=\frac{N_0B}{2A}\ln\frac{1}{2}$$

（3）最小误比特率为

$$P_{e\min}=\frac{2}{3}\int_{-\infty}^{V_T}\frac{1}{\sqrt{2\pi N_0B}}e^{-\frac{(r-A)^2}{2N_0B}}dr+\frac{1}{3}\int_{V_T}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi N_0B}}e^{-\frac{(r+A)^2}{2N_0B}}dr$$

$$=\frac{2}{3}\int_{-\infty}^{V_T}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r-A}{\sqrt{N_0B}}\right)^2}d\frac{r}{\sqrt{N_0B}}+\frac{1}{3}\int_{V_T}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r+A}{\sqrt{N_0B}}\right)^2}d\frac{r}{\sqrt{N_0B}}$$

$$=\frac{2}{3}\int_{-\infty}^{\frac{V_T-A}{\sqrt{N_0B}}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}}du+\frac{1}{3}\int_{\frac{V_T+A}{\sqrt{N_0B}}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

$$=\frac{2}{3}-\frac{2}{3}Q\left(\frac{V_T-A}{\sqrt{N_0B}}\right)+\frac{1}{3}Q\left(\frac{V_T+A}{\sqrt{N_0B}}\right)$$

其中：$V_T=\frac{N_0B}{2A}\ln\frac{1}{2}$

11. 在功率谱密度为 $N_0/2$ 的 AWGN 信道中进行二元基带传输，假定码元等概且发射信号分别为：

$$m_1(t)=\begin{cases}\frac{At}{T}, & 0\le t\le T\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

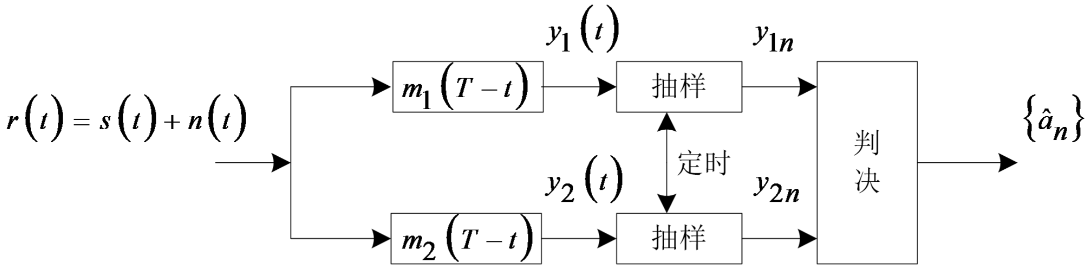
$$m_2(t)=\begin{cases}A\left(1-\frac{t}{T}\right), & 0\le t\le T\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

（1） 确定最佳接收机的结构（确定滤波器特性）；
（2） 给出最佳错误概率。

解：

$$S(t)=\begin{cases}m_1(t), & \text{发1，概率为}\frac{1}{2} \quad 0\le t\le T\\ m_2(t), & \text{发0，概率为}\frac{1}{2} \quad 0\le t\le T\end{cases}$$

(1)　　最佳接收机结构为（滤波器为匹配滤波器）



（2）$s_d(t)=s_1(t)-s_2(t)$ 的能量 E_d 为：

$$E_d=\int_0^T\left[m_1(\mathrm{t})-m_2(\mathrm{t})\right]^2dt=\int_0^T\left(\frac{2At}{T}-A\right)^2dt=\frac{A^2T}{3}$$

由教材式（4.3.21）可知，最小的 P_e 为

$$P_e=Q\left(\sqrt{\frac{E_d}{2N_0}}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{A^2T}{6N_0}}\right)$$

12. （略）

13. 设 4 种基带传输系统的发送滤波器、信道及接收滤波器组成的 $H(f)$ 如图题 4.13 所示，若要求以 $1/T_s$ 波特的速率进行数字传输，问它们是否会造成码间干扰。

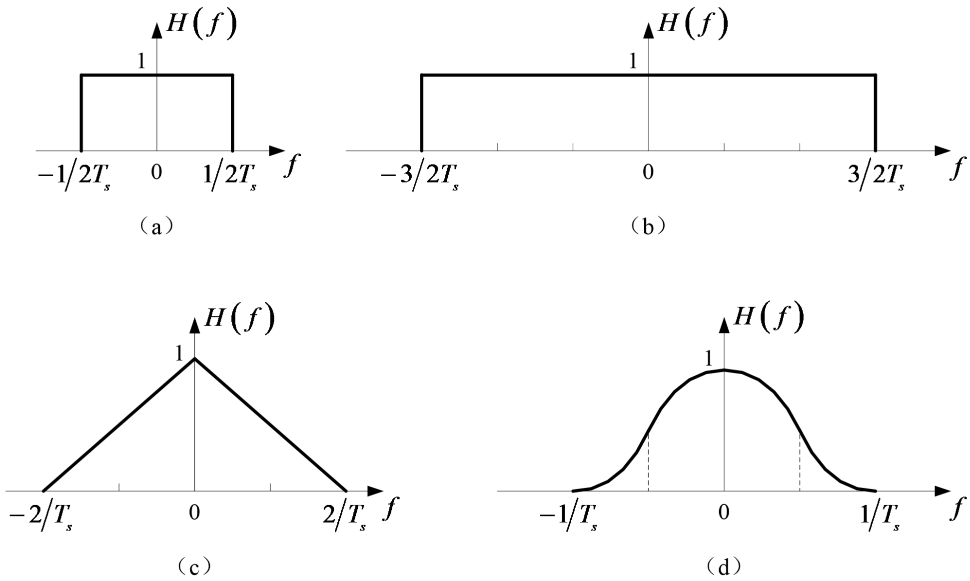


图　题 4.13

解：　根据奈奎斯特第一准则，当最高传输码率 $R_B=\dfrac{1}{T_s}$ 时，能够实现无码间串扰传输

的基带系统的总特性$H\left(f\right)$应满足

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} H\left(f-kR_s\right)=C' \quad , \quad \left|f\right|\le \frac{R_s}{2}$$

容易验证：(a)、(b)、(c)、(d) 都满足无码间串扰传输的条件。

14. 设基带传输系统的发送滤波器、信道和接收滤波器的总传输特性如图题 4.14 所示：

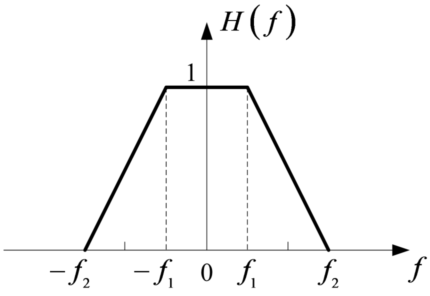
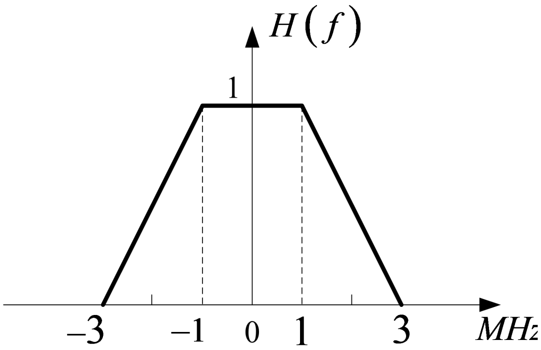


图 题 4.14

其中 $f_1=$ 1MHz，$f_2=$ 3MHz。试确定该系统无码间干扰传输时的码元速率和频带利用率。

解：



该系统无码间干扰传输时的码元速率和频带利用率为：

$$R_{s\max}=4MBd$$

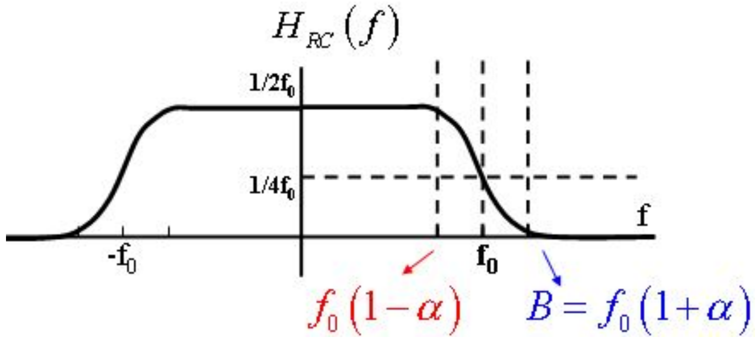
$$\eta_s=\frac{R_S}{b}=\frac{4}{3}=1.33Bd/Hz$$

15. 设无码间干扰基带传输系统的传输特性为 $\alpha=0.3$ 的升余弦滚降滤波器，基带码元为 16 进制，速率是 1200 Baud。试求：

(1) 该系统的比特速率。

(2) 传输系统的截止频率值；

(3) 该系统的频带利用率；



解：（1）对于M进制传输，其信息速率 R_b 与码元速率 R_s 的关系为 $R_b = R_s \log_2 M$，这里M=16，故系统的比特速率为：

$$R_b = R_s \log_2 M = 4800bps$$

（2）传输系统的截止频率值为

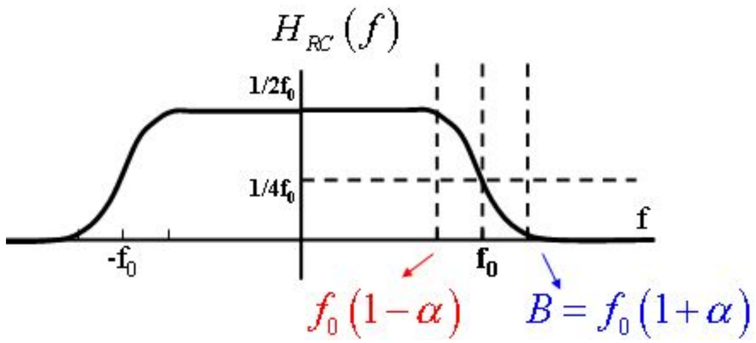
$$B = f_0(1+\alpha) = \frac{R_s}{2}(1+\alpha) = 780Hz$$

（3）系统频带利用率为：

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} = 6.25bps/Hz$$

$$\eta_s = \frac{R_s}{B} = \frac{R_s}{R_s(1+\alpha)/2} = 1.54Baud/Hz$$

16. 计算机以56 kbps的速率传输二进制数据，试求升余弦滚降因子分别为0.25、0.3、0.5、0.75和1时，下面两种方式所要求的传输带宽。（1）采用2PAM基带信号；（2）采用8电平PAM基带信号。



解：（1）采用2PAM基带信号时

则 $$B = f_0(1+\alpha) = \frac{R_s}{2}(1+\alpha)$$

$$B=\frac{R(1+\alpha)}{2\log_2 M}=28000(1+\alpha)$$

升余弦滚降因子分别为 0.25、0.3、0.5、0.75 和 1 时，传输带宽分别为 35KHz、36.4 KHz、42 KHz、49KHz、56 KHz。

（2）采用 8PAM 基带信号时

$$B=f_0(1+\alpha)=\frac{R_s}{2}(1+\alpha)$$

则 $$B=\frac{R(1+\alpha)}{2\log_2 M}=\frac{56000}{6}(1+\alpha)$$

升余弦滚降因子分别为 0.25、0.3、0.5、0.75 和 1 时，传输带宽分别为 11.67KHz、12.13 KHz、14 KHz、16.33KHz、18.67 KHz。

17. 在某理想带限信道 $0\le f\le 3000$ Hz 上传送 PAM 信号。

（1）要求按 9600bps 的速率传输，试选择 PAM 的电平数 M；

（2）如果发送与接收系统采用平方根升余弦频谱，试求滚降因子 α；

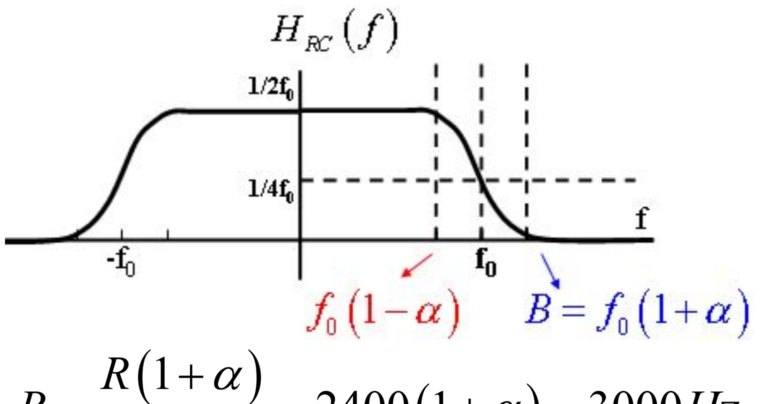
（3）保证 $P_b=10^{-5}$ 所需要的 E_b/N_0 是多少？

解：（1）最大频带利用率 $\eta_s=\dfrac{R_s}{B}\le 2\ \text{Baud/Hz}$

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}=\frac{9600}{3000}\le 2\log_2 M$$

即 $1.6\le\log_2 M \quad\rightarrow\quad M\ge 4$ 取 M=4

（3）发送与接收系统采用平方根升余弦频谱时，



$$B=\frac{R(1+\alpha)}{2\log_2 M}=2400(1+\alpha)=3000Hz$$

得 $\alpha=0.25$

（3）$P_{\mathrm{b}}=\dfrac{P_{\mathrm{e}}}{K}=\dfrac{2(M-1)}{M\log_2 M}Q\left(\sqrt{\dfrac{6\log_2 M}{M^2-1}\dfrac{E_b}{N_0}}\right)$

得 $E_b/N_0=20$

18. （略）

19. 某信道的码间干扰长度为 3，信道脉冲响应采样值为 $h(-T)=0.3$，$h(0)=1$，$h(T)=0.2$，求 3 抽头迫零均衡器的抽头系数以及均衡前后的峰值畸变值。

解：由 $h_{Ei}=\sum_{k=-1}^{1}c_k h_{i-k}=c_{-1}h_{i+1}+c_0h_i+c_1h_{i-1}$ 并按式（4.6.6）可得，

$$\begin{bmatrix} h_{E-1} \\ h_{E0} \\ h_{E1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} h_0 & h_{-1} & h_{-2} \\ h_1 & h_0 & h_{-1} \\ h_2 & h_1 & h_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

代人具体数据得到，

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0 \\ 0.2 & 1 & 0.3 \\ 0 & 0.2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

可解得，$\begin{bmatrix} c_{-1} & c_0 & c_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0.3409 & 1.1364 & -0.2273 \end{bmatrix}$。

利用 $h_{Ei}=c_{-1}h_{i+1}+c_0h_i+c_1h_{i-1}$，考虑 $i=-2\sim+2$，计算出均衡后的非零冲激响应值为，$\{h_{Ei},i=-2,...,+2\}=\{\text{-}0.1023,0,1,0,\text{-}0.0455\}$。根据峰值畸变的定义得：

均衡器前，$D=(0.3+0.2)/1=0.5$

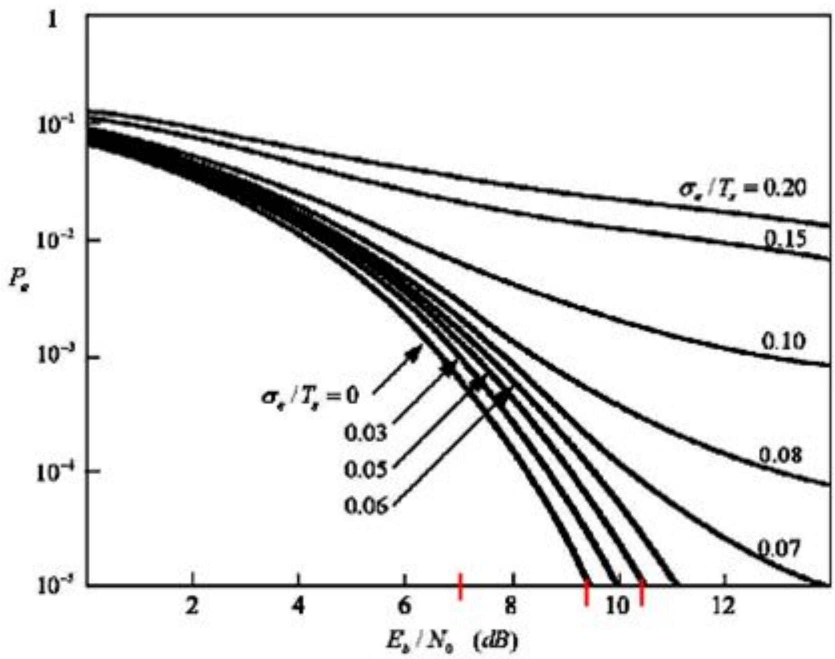
均衡器后，$D=(0.1023+0.0455)/1=0.1478$

易见均衡后码间干扰与峰值畸变都有显著降低。

20. （略）

21. （略）

22. 由图 4.8.2 估计 2PAM 基带系统在定时抖动为 5％时，达到 10^{-5} 误码率所需的 E_b/N_0，并与理想定时的结果相比较。



解：由图可见，当 $\sigma_e/T_s=0$ 时，误码率 10^{-5} 要求接收信号的 $E_b/N_0\approx 9.5dB$；当 $\sigma_e/T_s=0.05$ 时，误码率 10^{-5} 要求接收信号的 $E_b/N_0\approx 10.5dB$。因此，5%的定时抖动导致 E_b/N_0 的要求增加 $1dB$。

23. （略）

24. （略）

25. （略）

26. （略）

习题五

1. 已知某 2ASK 系统的码元速率为 1000 波特，所用载波信号为 $A\cos\left(4\pi\times10^{6}t\right)$。

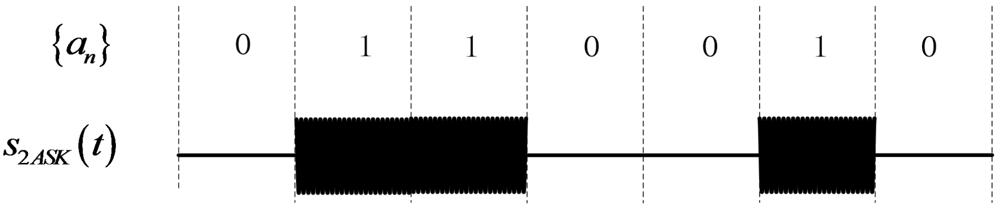
（1）假定比特序列为{0110010}，试画出相应的 2ASK 信号波形示意图；

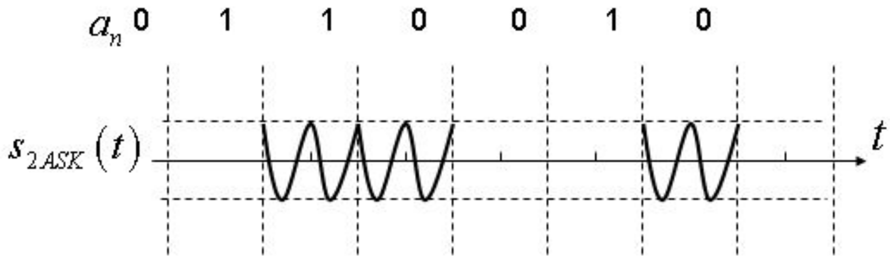
（2）求 2ASK 信号第一零点带宽。

解：由 $R_b=R_s=1000bps$，$f_c=2\times10^{6}Hz$，

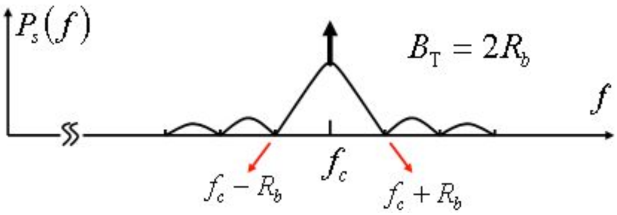
$$\frac{T_b}{T_c}=\frac{f_c}{R_b}=\frac{2\times10^{6}}{1000}=2000$$

（1）一个码元周期内有 2000 个正弦周期：





（2） $B_0 = 2R_b = 2000Hz$



2. 某 2ASK 系统的速率为 $R_b = 2$ Mbps，接收机输入信号的振幅 $A = 40\mu\text{V}$，AWGN 信道的单边功率谱密度为 $N_0 = 5\times10^{-18}$ W/Hz，试求传输信号的带宽与系统的接收误码率。

解：传输信号的带宽 $B_T = 2R_b = 4MHz$，平均码元能量：$E_b = \dfrac{A^2T_b}{4}$。

$$E_{b1} = \int_0^{T_b}\left(A\cos 2\pi f_c t\right)^2 dt = \frac{A^2}{2}\int_0^{T_b}\left(1+\cos 4\pi f_c t\right)dt = \frac{A^2T_b}{2}, E_{b2} = 0$$

$$E_b = \frac{E_{b1}+E_{b0}}{2}$$

系统的接收误码率：

（1）若是非相干解调，

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2T_b}{4N_0} = \frac{A^2}{4R_bN_0} = \frac{\left(40\times10^{-6}\right)^2}{4\times2\times10^6\times5\times10^{-18}} = 40$$

由非相干解调误码率公式，

$$P_e \approx \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b/N_0}{2}} = \frac{1}{2} e^{-\frac{40}{2}} = 1.0306 \times 10^{-9}$$

（2）若是相干解调：由相干解调误码率公式得，

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{40}\right) = 1.2698 \times 10^{-10}$$

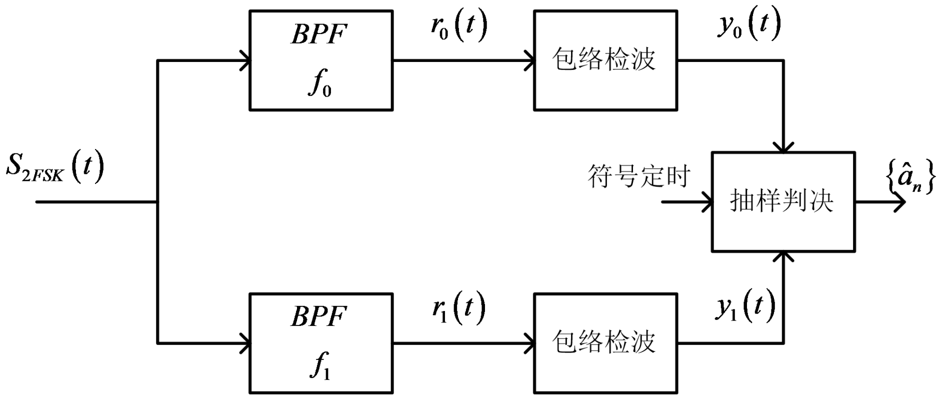
3. 某 2FSK 发送“1”码时，信号为 $s_1(t) = A\sin(\omega_1 t + \theta_1)$，$0 \le t \le T_s$；发送“0”码时，信号为 $s_0(t) = A\sin(\omega_0 t + \theta_0)$，$0 \le t \le T_s$。式中 θ_1 及 θ_0 为均匀分布随机变量，$\omega_0 = 2\omega_1 = 8\pi/T_s$，“1”与“0”码等概率出现。

（1）画出包络检波形式的接收机框图；

（2）设码元序列为 11010，画出接收机中的主要波形（不考虑噪声）；

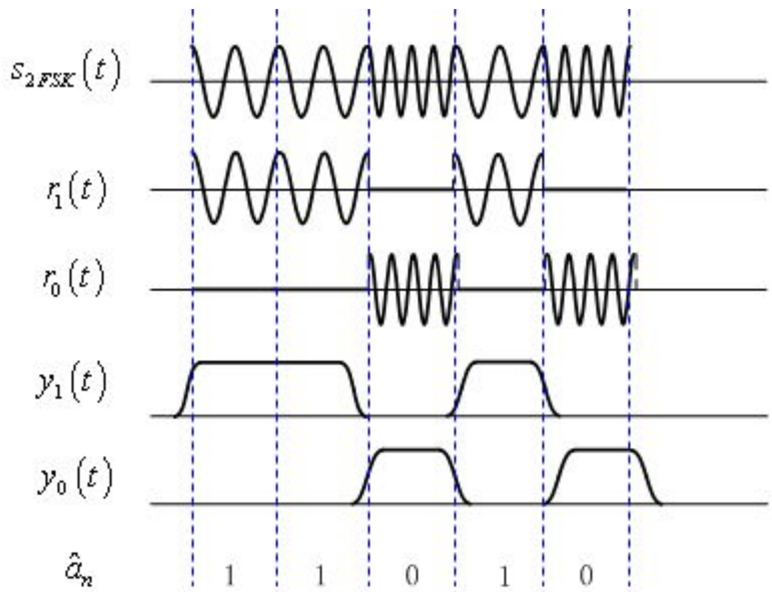
（3）若接收机输入高斯噪声功率谱密度为 $N_0/2$（W/Hz），试给出系统的误码率公式。

解：（1）



（2）$\omega_0 = 2\omega_1 = 8\pi/T_s$，$f_0 = 2f_1 = \frac{4}{T_s}$，$T_1 = 2T_0$，

$T_s = 2T_1 = 4T_0$。由 $|f_0 - f_1| = f_1 = 2R_b$，此 2FSK 系统的频差足够大，可保证信号正确解调。

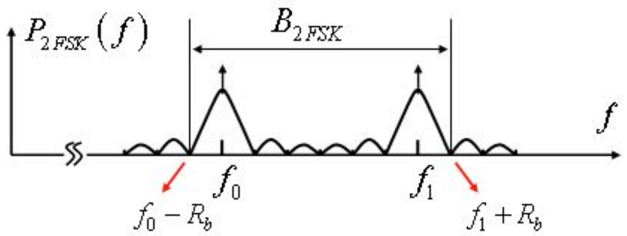


（4）由非相干解调误码率公式，

$$P_e \approx \frac{1}{2}e^{-\frac{E_b/N_0}{2}}，E_b = \frac{A^2T_b}{2}。$$

4. 某 2FSK 系统的速率为 $R_b = 2$ Mbps，两个传输信号频率为 $f_1 = 10$ MHz 与 $f_0 = 12$ MHz，接收机输入信号的振幅 $A = 40\mu\text{V}$，AWGN 信道的单边功率谱密度为 $N_0 = 5\times10^{-18}$ W/Hz，试求传输信号的带宽、工作频带与系统的接收误码率。

解：由题，有 $|f_1 - f_0| = 2MHz$ 与 $R_b = 2Mbps$，故，



传输带宽: $B_{2FSK} = |f_1 - f_0| + 2R_b$

$$B_{2FSK} = |f_1 - f_0| + 2R_b = 2\times10^6 + 2\times2\times10^6 = 6\times10^6 \text{（Hz）}$$

工作频带为：$8MHz \sim 14MHz$

由于，$\dfrac{E_b}{N_0} = \dfrac{A^2T_b}{2N_0} = \dfrac{A^2}{2R_bN_0} = \dfrac{\left(40\times10^{-6}\right)^2}{2\times2\times10^6\times5\times10^{-18}} = 80$，于是，

（1）相干解调时系统的误码率：

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{80}\right) = 1.872\times10^{-19}$$

（2）非相干解调时系统的误码率：

$$P_e \approx \frac{1}{2}e^{-\frac{E_b/N_0}{2}} = \frac{1}{2}e^{-\frac{80}{2}} = 2.1242\times10^{-18}$$

5. （略）
6. （略）
7. 假定在采用 LPF 的 BPSK 相干解调系统中，恢复载波和发送载波相位差为固定的θ，LPF 带宽为 B。试证明该系统的平均误比特率计算公式为

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{A^2\cos^2\theta}{2N_0B}}\right)$$

解：BPSK 相干解调系统 LPF 输出信号$r(t)$中的有用信号部分为 $\pm A\cos(\theta)$。$r(t)$中的噪声部分功率为$\sigma_n^2 = 2BN_0$。由式（4.3.20）系统的最小平均误比特率为：$P_b = \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{(y_{s1}-y_{s2})^2}{4\sigma_n{}^2}}\right)$，式中 $y_{s1} = A\cos(\theta)$，$y_{s2} = -A\cos(\theta)$，故

$$P_b = \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{(y_{s1}-y_{s2})^2}{4\sigma_n{}^2}}\right) = \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{(A\cos\theta + A\cos\theta)^2}{4\sigma_n{}^2}}\right) = \mathrm{Q}\left(\sqrt{\frac{A^2\cos^2\theta}{2N_0B}}\right)$$

故得证。

8. 假定 2DPSK 数字通信系统的输入比特序列为 110100010110…

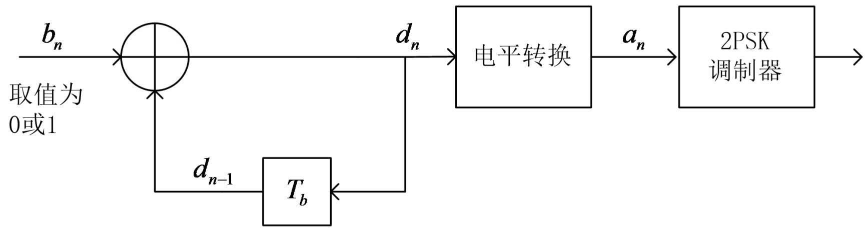
（1）写出相对码（考虑相对码的第一个比特为 1）；

（2）画出 2DPSK 发送与接收框图。

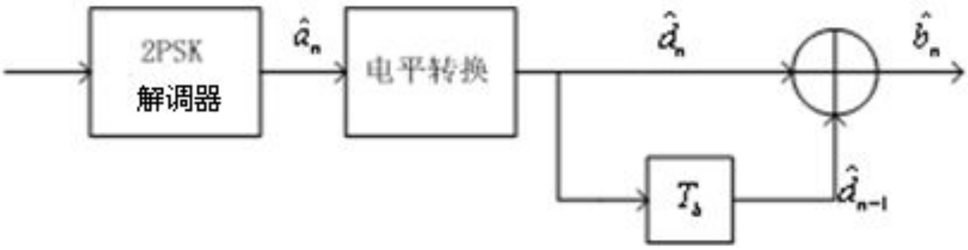
解：（1）

绝对码$\{b_n\}$		1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0
相对码$\{d_n\}$	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1

（2）发送框图：



接收框图：



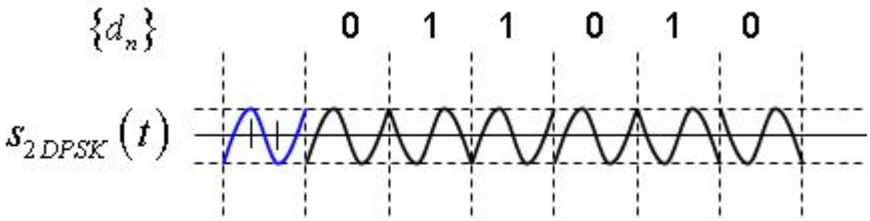
9. 设载频为 1800Hz，码元速率为 1200 波特，发送信息为 011010。试按下面两种方式画出 2DPSK 信号的波形。

（1）若相位偏移 $\Delta\theta = 0^\circ$ 代表“0”， $\Delta\theta = 180^\circ$ 代表“1”；

（2）若相位偏移 $\Delta\theta = 90^\circ$ 代表“0”， $\Delta\theta = 270^\circ$ 代表“1”。

解：$\dfrac{T_b}{T_c} = \dfrac{f_c}{f_b} = \dfrac{1800Hz}{1200Baud} = \dfrac{3}{2}$，此 2DPSK 信号一个码元周期包含有个 1.5 个载波周期。

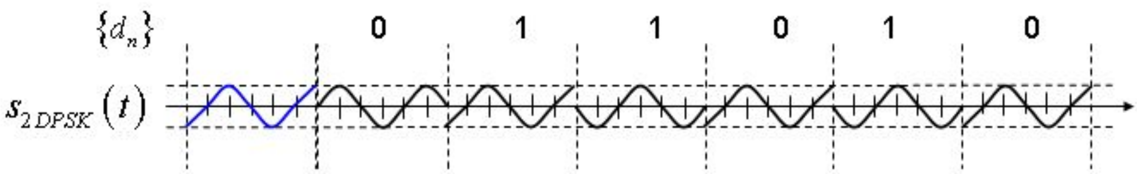
（1）

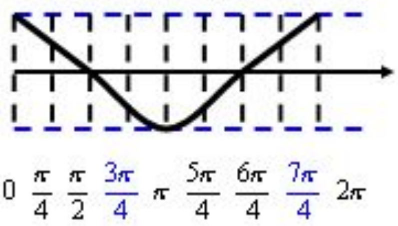


$\Delta\theta = 0^\circ \rightarrow "0"$　　$\Delta\theta = 180^\circ \rightarrow "1"$

（2）

$\Delta\theta = 90^\circ \rightarrow "0"$　　$\Delta\theta = 270^\circ \rightarrow "1"$





10. 假设在某 2DPSK 系统中，载波频率为 2400Hz，码元速率为 1200Baud，已知绝对码（相对码）序列为 1100010111。

（1）试画出 2DPSK 信号波形；

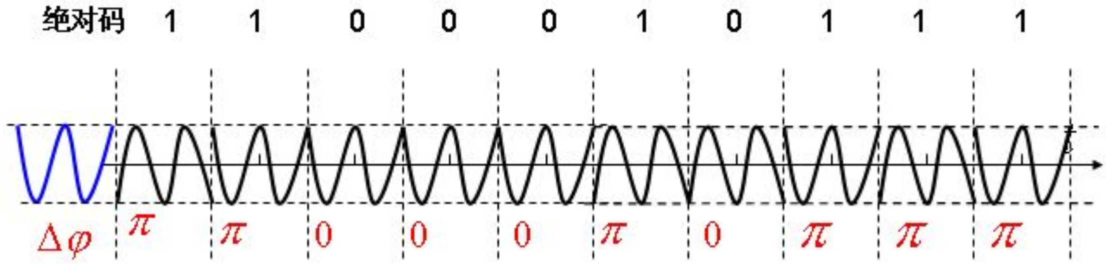
（2）若采用差分相干解调法接收该信号，试画出解调系统的各点波形；

（3）若发送符号 0 和 1 的概率相同，试给出 2DPSK 信号的功率谱示意图。

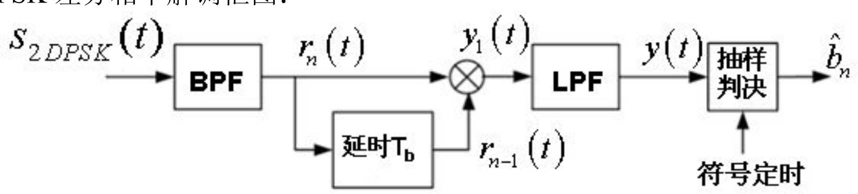
解：$\dfrac{T_b}{T_c}=\dfrac{f_c}{R_b}=\dfrac{2400Hz}{1200Baud}=2$，此 2DPSK 信号一个码元周期包含有个 2 个波型周期。

（1）

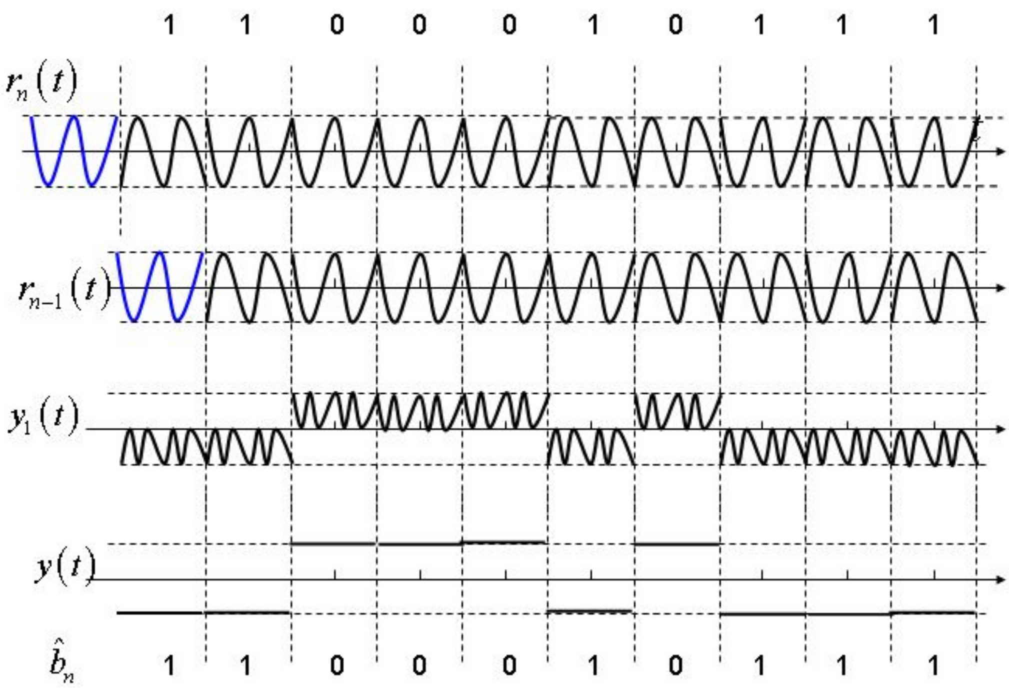
$$\Delta\varphi=\begin{cases}\pm\pi\text{，发 "1"}\\0\text{，发 "0"}\end{cases}$$



（2）DPSK 差分相干解调框图：

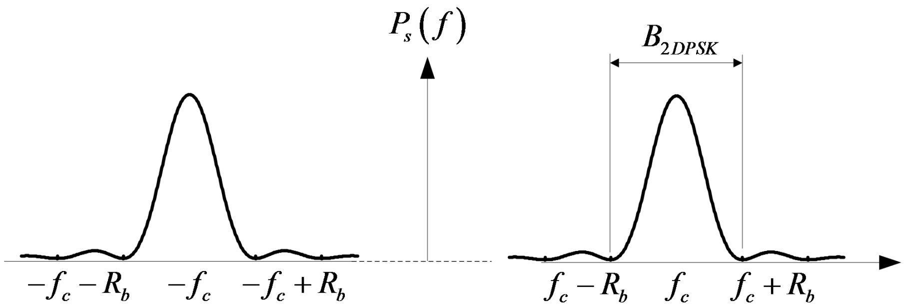


各点的波形图：



差分相干解调的判决准则， $y_n \underset{1}{\overset{0}{\gtrless}} 0$

（3）2DPSK 功率谱示意图



11. 假定 QPSK 系统的输入二进制序列为 00100111010010，试问：

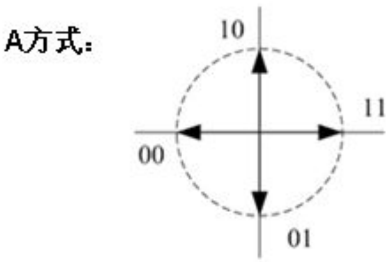
（1）载波相位序列（B 方式）；

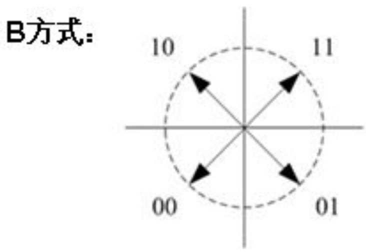
（2）相应的载波相位序列（A 方式）；

（3）同相与正交支路的比特序列；

（4）传输率为 4Mbps 时需要的带宽。

解：（1）首先将输入序列表示为格雷编码序列：00 11 01 10 01 00 11，





由表 5.4.1 可以得出 B 方式下的载波相位：

$\frac{5\pi}{4}$，$\frac{\pi}{4}$，$\frac{7\pi}{4}$，$\frac{3\pi}{4}$，$\frac{7\pi}{4}$，$\frac{5\pi}{4}$，$\frac{\pi}{4}$；

（2）相应的 A 方式下的载波相位序列为：

π，0，$\frac{3\pi}{2}$，$\frac{\pi}{2}$，$\frac{3\pi}{2}$，π，0；

（4）同相支路的比特序列

$\{b_{0n}\}$： 0 1 1 0 1 0 1；

正交支路的比特序列

$\{b_{1n}\}$： 0 1 0 1 0 0 1；

（4） 传输率为 4Mbps 时，$R_s = R_b / 2 = 2\times10^6$（baud），采用矩形 NRZ 基带信号时，可得，$B_{QPSK} = 2R_s = R_b = 4\times10^6$（Hz）。

12-18.（略）

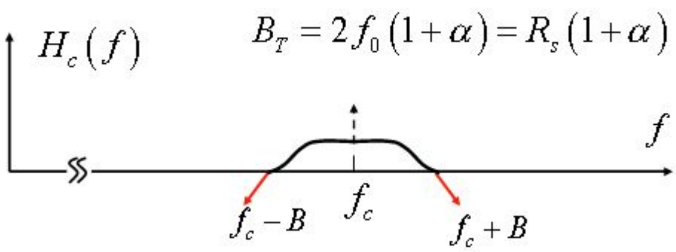
19. 电话线频带为 300~3300Hz，试给出下面调制方式下的载波频率、符号率与比特率：

（1）OOK、BPSK、2DPSK（采用 $\alpha = 0.25$ 的升余弦滚降特性）；

（2）BFSK；

（3）QPSK、DQPSK（采用 $\alpha = 0.25$ 的升余弦滚降特性）。

解：（1）对于 OOK、BPSK、2DPSK：

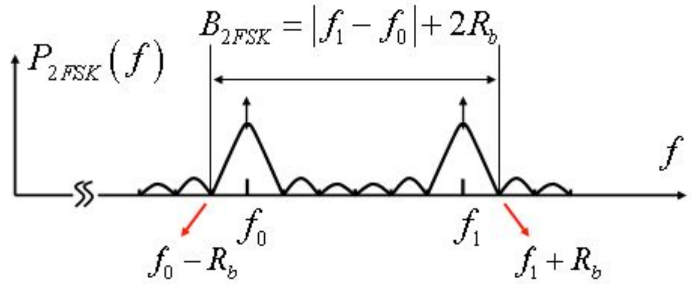


载频选在频带中央：$f_c = \frac{300+3300}{2} = 1800(Hz)$；

符号率：$R_s = \frac{B_T}{1+\alpha} = \frac{3300-300}{1+0.25} = 2400$（Baud）

比特率：$R_b = R_s = 2400$（bit/s）

（3）对于 BFSK：



要使两路 2ASK 部分在频谱上基本可分离，则两个频谱间的间距应该至少满足 $|f_1-f_0|\geq R_b$，所以

$$B_{2FSK}=|f_1-f_0|+2R_b\geq R_b+2R_b=3R_b,$$

不等式取等号，得

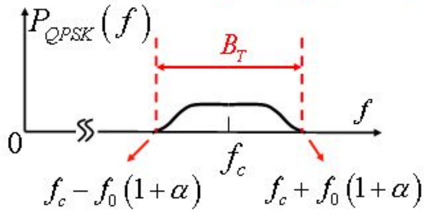
$$R_b=\frac{B_{2FSK}}{3}=\frac{3300-300}{3}=1000 \quad \text{(bit/s)},$$

$$f_0=300+R_b=1300(Hz),\quad f_1=3300-R_b=2300(Hz),$$

$$R_s=R_b=1000 \quad \text{（Baud）}$$

（4）对于 QPSK、DQPSK：

$$B_T=2f_0(1+\alpha)=R_s(1+\alpha)$$



载频选在频带中央：$f_c=\dfrac{300+3300}{2}=1800(Hz)$；

符号率：$R_s=\dfrac{B_T}{1+\alpha}=\dfrac{3300-300}{1+0.25}=2400$ （Baud）

比特率：$R_b=R_s\log_2 M=2400\times 2=4800$ （bit/s）

20. （略）

21. QPSK 系统，采用 $\alpha=0.25$ 的升余弦基带信号，信道带宽为 20MHz，求无码间串扰传输的最大速率。

解：$R_s=\dfrac{B_T}{1+\alpha}=\dfrac{20\times10^6}{1+0.25}=16\times10^6$ （Baud）

$$R_b=\log_2 M\times R_s=2R_s=3.2\times10^7 bps$$

22. 设通信系统的频率特性为 $\alpha = 0.5$ 的升余弦滚降特性，传输的信息速率为 120kbps，要求无码间串扰。

（1）采用 2PSK 调制，求占用信道带宽和频带利用率；

（2）设 $E_b / N_0 = 10$，求 2PSK 最佳接收机的误比特率。

解：（1）信道带宽：

$$B_T = (1+\alpha)R_b$$

$$= (1+0.5)\times 120\times 1000 = 1.8\times 10^5 (Hz)$$

频带利用率：$\eta = \dfrac{R_b}{B_T} = \dfrac{1}{1+\alpha} = \dfrac{2}{3}\left(bps/Hz\right)$

（2）2PSK 最佳接收机的误比特率

$$P_e = Q\left(\sqrt{2E_b / N_0}\right) = Q\left(\sqrt{2\times 10}\right) = 3.8721\times 10^{-6}$$

习题六

1. 对模拟信号 $m\left(t\right) = \sin(200\pi t)/200t$ 进行抽样。试问：（1）无失真恢复所要求的最小抽样频率为多少？（2）在用最小抽样频率抽样时，1 分钟有多少抽样值。

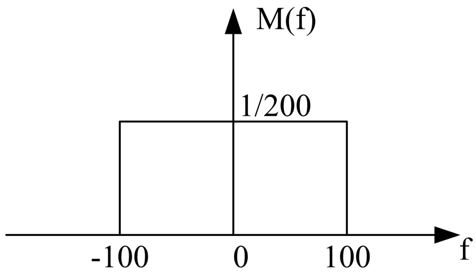
解：(1) 由表 2.1.2，有 $BSa(\pi Bt) \xleftrightarrow{F} rect(\frac{f}{B}), B > 0$

$$m(t) = \frac{\sin(200\pi t)}{200\pi t}, B = 200$$

$$M\left(f\right) = \frac{1}{B} rect\left(\frac{f}{B}\right) = \frac{1}{200} rect\left(\frac{f}{200}\right)$$

$$\therefore f_H = 100Hz$$

$\therefore$ 无失真最小抽样频率 $f_S = 2f_H = 200Hz$



(2) 一分钟抽样值的数目为 $f_S \times 60 = 200 * 60 = 12000$ 个

2. 已知信号 $m\left(t\right)$ 的频谱为：

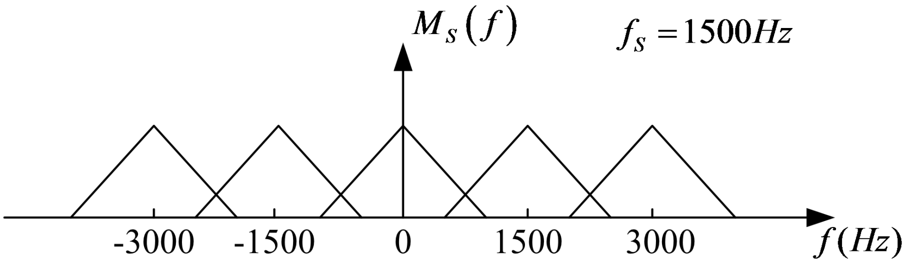
$$M\left(f\right)=\begin{cases}1-\dfrac{\left|f\right|}{1000}, & \left|f\right|<1000Hz\\ 0, & 其他\end{cases}$$

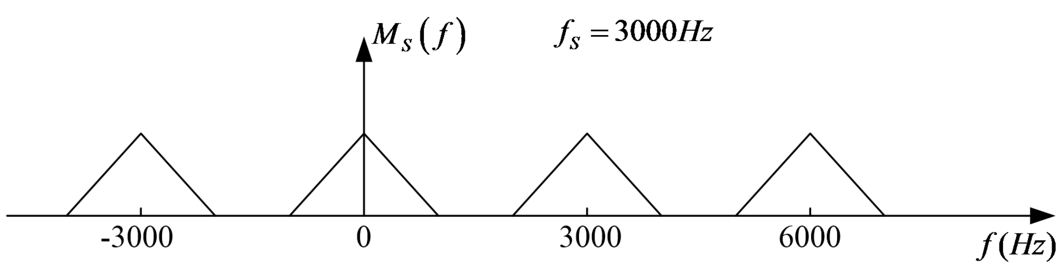
(1) 假设以 $1500Hz$ 的速率对它进行抽样，试画出已抽样信号 $m_S(t)$ 频谱图。
(2) 若用 $f_S = 3000Hz$ 的速率抽样，重做(1)小题
解：(1)

$$m_S\left(t\right)=m\left(t\right)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(t-\mathrm{n}T_S\right)$$

$$M_S\left(f\right)=M\left(f\right)\times\frac{1}{T_S}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-kf_S\right)=\frac{1}{T_S}\sum_{k}M\left(f-kf_S\right)$$

（2）





3. （略）
4. （略）
5. （略）
6. 求下面中频信号最小抽样频率
(1)中心频率为 60MHz，带宽为 5MHz
(2)中心频率为 30MHz，带宽为 6.5MHz
(3)中心频率为 70MHz，带宽为 2MHz

解：带通抽样定理：f_H 是 B 的整数倍时，取 $f_S=2B$ 无混叠。f_H 不是 B 的整数倍时，设带通信号的上截止频率为 f_H，下截止频率为 f_L，则其带宽 $B=f_H-f_L$，此时无混叠的采样所需要的最低频率 f_S 应满足：

$$f_S=2\left(f_H-f_L\right)\left(1+\frac{k}{n}\right)=2B\left(1+\frac{k}{n}\right)$$

$$n=\left\lfloor\frac{f_H}{(f_H-f_L)}\right\rfloor=\left\lfloor\frac{f_H}{B}\right\rfloor \quad k=\frac{f_H}{f_H-f_L}-n$$

n 是 f_H/B 是整数部分，k 是 f_H/B 的小数部分。

(1) $f_H=62.5MHz$，$B=5MHz$，

$n=12,k=0.5$，$f_S=10.417MHz$

(2) $f_H=33.25MHz$，$B=6.5MHz$，

$n=5,k=0.115$，$f_S=13.3MHz$

(3) $f_H=71MHz$，$B=2MHz$，

$n=35,k=0.5$，$f_S=4.057MHz$

7. （略）

8.在要求量化误差不超过量化器输入范围的 $P\%$ 时，试说明均匀量化器的位数应满足 $n\ge 3.32\log_{10}\left(50/P\right)$

证明：对于均匀量化器，量化误差有：$\left|e_q\right|\le\frac{\Delta}{2}$，

其中 $\Delta=\frac{2V}{M},M=2^n$，由题

$$\frac{\Delta/2}{2V}=\frac{\left(2V/2^n\right)/2}{2V}=\frac{1}{2\times 2^n}\le\frac{P}{100}$$

$$\Rightarrow\frac{50}{P}\le 2^n\Rightarrow\log_2\left(\frac{50}{P}\right)\le n$$

$$\Rightarrow \frac{\log_{10}\frac{50}{P}}{\log_{10}2} \le n \Rightarrow 3.32\log_{10}\frac{50}{P} \le n$$

$$\therefore n \ge 3.32\log_{10}\frac{50}{P}$$

9. （略）
10. （略）
11. 对于具有 256 个量化电平的均匀量化器，试求下面几种输出信噪比
(1)峰值信噪比
(2)高斯分布随机信号的最大信噪比
(3)均匀分布随机信号的最大信噪比

解：$M = 256, \quad n = 8$

(1) 峰值信噪比：$\left(\frac{S}{N}\right)_{pk} = 3M^2$

或 $\left(\frac{S}{N}\right)_{pk} \approx 6.02n + 4.77\ dB$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{pk} \approx 6.02\times 8 + 4.77 = 52.93dB$$

$$(2)\quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^{\ 2}}}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^{\ 2}}\right)$$

$$\sigma_x^{\ 2}{}_{\text{大}} \rightarrow \frac{S}{N}\text{大} \quad \sigma_x^{\ 2}{}_{\text{小}} \rightarrow \frac{S}{N}\text{小}$$

但是为了不过载，应使 $3\sigma_x \le V$，$\sigma_{x\max} \le \frac{V}{3}$

（根据契比雪夫不等式 $P\left\{\left|X-m\right| < 3\sigma\right\} > 99.74\%$）

$$D_{\max} = \frac{\sigma_{x\max}}{V} = \frac{V/3}{V} = \frac{1}{3}$$ ，

$$20\lg D = -20\lg 3 = -9.54$$

$$\left(\frac{S}{N}\right) = 6.0.2n + 4.77 - 9.54 = 43.39dB$$

（3）$\left(\dfrac{S}{N}\right)_{Arv}=6.02n=6.02\times 8=48.16dB$

12. 已知一个正弦信号的动态范围为45dB，量化信噪比不能低于26dB，求线性PCM的编码位数

解：$10\lg\dfrac{\sigma_{x\max}^2}{\sigma_{x\min}^2}=45 \quad \rightarrow \quad 10\lg\dfrac{\sigma_{x\max}^2/V^2}{\sigma_{x\min}^2/V^2}=45$

$$20\lg D_{\max}-20\lg D_{\min}=45$$

$$x(t)_{\max}=V\sin\omega t \quad \rightarrow \quad P_x=V^2/2$$

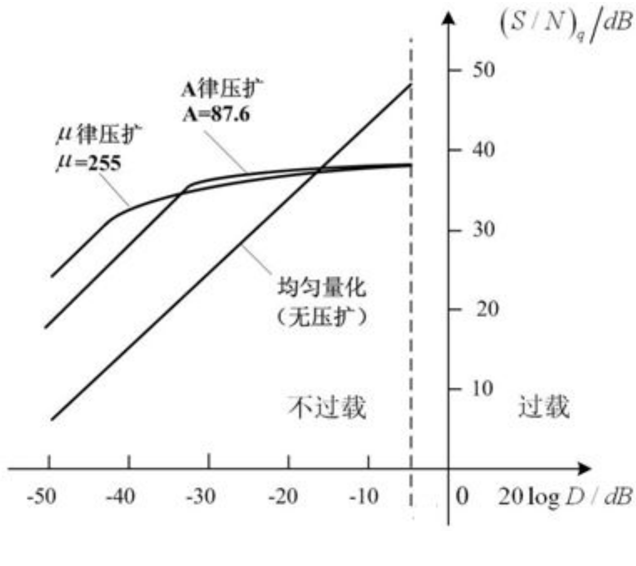
$$20\lg D_{\max}=20\lg\frac{V/\sqrt{2}}{V}=-3.01$$

$$(20\lg \mathrm{D})_{\min}=-3.01-45=-48.01$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)=6.02n+4.77+20\lg D\geq 26$$

$$6.02n+4.77-48.01\geq 26$$

$$n\geq 11.5 \quad ,\text{取}n=12$$



13. 在A律PCM系统中，当(归一化)输入信号抽样值为0.12，0.3， 与0.7时，输出二进制

码组是多少。

解：A 律折线近似各段特性

段号	输入分段段区间	量化间隔
0	[0， 0.0078125]	Δ
1	[0.0078125，0.015625]	Δ
2	[0.015625， 0.03125]	2Δ
3	[0.03125， 0.0625]	4Δ
4	[0.0625， 0.125]	8Δ
5	[0.125， 0.25]	16Δ
6	[0.25，0.5]	32Δ
7	[0.5，1]	64Δ

$$\Delta = \frac{1}{2048}$$

当 $x = 0.12$，属于第 4 段，

$$\frac{x - 0.0625}{8\Delta} = \frac{0.12 - 0.0625}{8 \times \frac{1}{2048}} = 14.72$$

所以二进制码是 1 100 1110

当 $x = 0.3$，属于第 6 段，

$$\frac{0.3 - 0.25}{32\Delta} = \frac{0.05}{32 \times \frac{1}{2048}} = 3.2$$

所以二进制码是 1 110 0011

当 $x = -0.7$，属于第 7 段，

$$\frac{0.7 - 0.5}{64\Delta} = \frac{0.2}{64 \times \frac{1}{2048}} = 6.4$$

所以二进制码是 0 111 0110

14. 单路语音信号最高频率为 4kHz，抽样速率为 8kHz， 以 PCM 方式传输，假设用单极性 NRZ 矩形脉冲传输，试问

(1)采用 7 比特量化时，PCM 基带信号(第一零点)带宽为多少?

(2)采用 8 比特量化时，结果又是多少

解：

(1) $R = f_S * n = 8k*7 = 56kbps$,

对于 NRZ， $B = R = 56kHz$

(2) $R = f_S * n = 8k*8 = 64kbps$,

对于 NRZ， $B = R = 64kHz$

15. 假定标准 PCM 语音信号通过误码率为 10^{-5} 的信道传输，试估计恢复出的模拟信号可能达到的峰值信噪比。

解：标准 PCM 信号采样率为 8000Hz，量化比特数为 8bit，

由公式 $(\frac{S}{N})_{pk\ out} = \frac{3M^2}{1+4(M^2-1)P_e}$

$$(\frac{S}{N})_{pk\ out} = \frac{3\times 256^2}{1+4(256^2-1)\times 10^{-5}} = 54291 = 47.35dB$$

16. 已知某线性 PCM 通信系统的线路误码率为 10^{-4} ，模拟信号的最高频率为 3kHz，如果要求接收端恢复的模拟信号达到 30dB 的峰值信噪比，试问：

(1)PCM 量化器的比特数至少是多少

(2)传输系统的带宽至少是多少

解：(1)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{out} = 10^{\frac{30}{10}} = 1000$$

由 $\left(\frac{S}{N}\right)_{out} = \frac{3M^2}{1+4(M^2-1)P_e}$

$$\frac{3M^2}{1+4(M^2-1)*10^{-4}} \geq 1000$$

得到 $M > 19.6$ 取 $M = 20$

每个样值所用的比特数 $n = 5$

所以至少需要 5 位

(2) $f_S = 2f_H = 6kHz$, $R_b = f_S * 5 = 30kHz$ 所以最小带宽

$$B=\frac{1}{2}R_b=15kHz$$

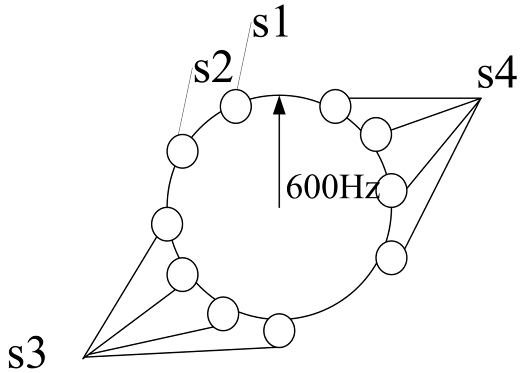
17. （略）
18. （略）
19. （略）

20. 遥感探测系统中包括 4 个输入信号：$s_i\left(t\right),i=1,2,3,4$。其中 $s_1\left(t\right)$ 和 $s_2\left(t\right)$ 的带宽均为 250Hz，另外两个信号 $s_3\left(t\right)$ 和 $s_4\left(t\right)$ 的带宽均为 1kHz。分别对 $s_3\left(t\right)$ 和 $s_4\left(t\right)$ 以每秒 2400 个样值的速率进行抽样。将此抽样速率除以 4 后作为 $s_1\left(t\right)$ 和 $s_2\left(t\right)$ 的抽样速率.

(1)试设计一个 TDM 系统，将这四路信号复合成一个数字序列

(2)如果采用 8 比特量化，给出 TDM 的传输数据率

解：(1) $s_1\left(t\right)$ 与 $s_2\left(t\right)$ 采样率为 600Hz，$s_3\left(t\right)$ 与 $s_4\left(t\right)$ 的采样率为 2400Hz。



(2) $$R=600\left(1+1+4+4\right)*8=48kbps$$

21. （略）
22. （略）