电子科大2016春离散数学（信软）A卷期末真题（含答案）

❤️ 考生回忆版

有答案

本卷残缺严重

📢 **本卷暂缺选择（含多选单选）**

三、名词解释

1. 试叙述演绎推理中的存在特指（ES）规则

$(\exists x)G(x) \Rightarrow G(c)$，其中 c 为任意个体常量

2. 试叙述偏序关系中极大元的定义

设 $\langle A, \leqslant \rangle$ 是偏序集，B 是 A 的任何一个子集，若存在元素 $b \in B$，使得对任意 $x \in B$，满足 $b \leqslant x \Rightarrow x = b$，则称 b 为 B 的极大元。

3. 试叙述图论中森林的定义

每个连通分支都是树的无向图称为森林

四、判断分析

1. 表达式 $(P \to R) \wedge (Q \to R) = (P \wedge Q) \to R$ 是否成立？为什么?

解：成立

因为 $(P \to R) \wedge (Q \to R) = (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$

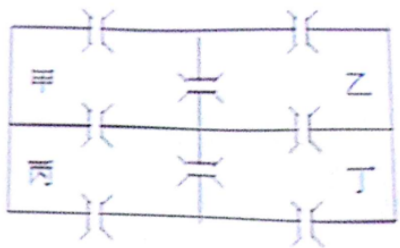
$= (\neg P \wedge \neg Q) \vee R = \neg(P \vee Q) \vee R = (P \vee Q) \to R$

2. 若R和S都是集合A上的等价关系，则 $R \cup S$ 一定是A上的等价关系吗?

解：不一定。

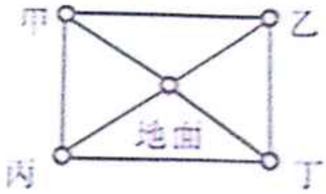
例如，$A=\{1,2,3\}$，$R=I_A\cup\{<1,2>,<2,1>\}$，$S=I_A\cup\{<3,2>,<2,3>\}$，R 和 S 都是集合 A 上的等价关系，但 $R\cup S=I_A\cup\{<1,2>,<2,1>,<3,2>,<2,3>\}$ 不传递，因此不是等价关系。

3. 如右图所示，四个村庄下面各有一个防空洞甲、乙、丙、丁，相邻的两个防空洞之间有地道相连接，并且每个防空洞各有一条地道和地面相通，能否每条地道恰好走过一遍，既无重复也无遗漏



解：不能。

用结点表示中的甲、乙、丙、丁四个防空洞及地面，用连接结点的边表示防空洞之间以及防空洞与地面之间的地道，则将该问题转化为判断右图中是否存在欧拉通路的问题。右图中甲、乙、丙、丁四个结点的度数均为 3，因此该图不存在欧拉通路，故不能。



五、计算

1. 计算 $\neg((P\wedge Q)\vee R)\rightarrow R$ 的主析取范式和主合取范式

解：该公式的真值表如下：

P	Q	R	$\neg((P\wedge Q)\vee R)\rightarrow R$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

该公式的主析取范式为：

$(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)$

该公式的主合取范式为：

$(P\vee Q\vee R)\wedge(P\vee\neg Q\vee R)\wedge(\neg P\vee Q\vee R)$

2. 求公式 $(\forall x)(\forall y)(P(x,y)\rightarrow P(y,x))$ 在解释 $D=\{a,b\};P(a,a)=1;P(b,b)=1;P(a,b)=0;P(b,a)=0$ 下的真值

解：$(\forall x)(\forall y)(P(x,y)\rightarrow P(y,x))$

$=(P(a,a)\rightarrow P(a,a))\wedge(P(a,b)\rightarrow P(b,a))\wedge(P(b,a)\rightarrow P(a,b))\wedge(P(b,b)\rightarrow P(b,b))$

$=(1\rightarrow 1)\wedge(0\rightarrow 0)\wedge(0\rightarrow 0)\wedge(1\rightarrow 1)$

$=1\wedge 1\wedge 1\wedge 1$

$=1$

3. 设A={0，1，2，3}，在A上定义二元关系R和S如下：$R=\{<i,j>|(j=i-1)或(j=\frac{i}{2})\};$ $S=\{<i,j>|(i=j-2)\};$

利用关系矩阵求 $R\circ S$

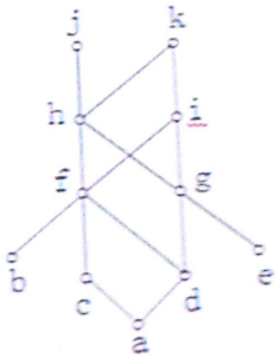
解：由已知得 R={<0,1>,<1,2>,<2,3>,<0,0>,<2,1>}，S={<2,0>,<3,1>}

因为 $M_R=\begin{bmatrix}1&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}$，$M_S=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{bmatrix}$，

所以 $M_{R\circ S}=M_R\odot M_S=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$。

从而，R∘S={<1,0>,<2,1>}。

4. 给定集合 $A=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k\}$ 上偏序关系 $\leq$ 的哈斯图如右图所示，设A的子集 $B=\{f,g,h,i\}$,试求B的上界、下界、上确界、下确界、极大元、极小元、最大元、最小元



上界	下界	上确界	下确界	极大元	极小元	最大元	最小元
k	a d	k	d	h i	f g	无	无

📢 56题暂缺

六、证明

1. 符号化下列命题，并演绎推理

📌 所有软件工程师都是高智商的，并非所有软件工程师都会设计芯片。故而有些高智商的人不会设计芯片

证明：设谓词如下：

$P(x)$：x 是软件工程师；$Q(x)$：x 高智商的；$R(x)$：x 会设计芯片。

则上述语句可符号化为：

前提：$(\forall x)(P(x)\rightarrow Q(x))$；$\neg(\forall x)(P(x)\rightarrow R(x))$。

结论：$(\exists x)(Q(x)\land \neg R(x))$。

(1) $\neg(\forall x)(P(x)\rightarrow R(x))$	P
(2) $(\exists x)\neg(\neg P(x)\vee R(x))$	T，(1)，E
(3) $\neg(\neg P(c)\vee R(c))$	ES，(2)
(4) $(P(c)\wedge\neg R(c))$	T，(3)，E
(5) $P(c)$	T，(4)，I
(6) $\neg R(c)$	T，(5)，I
(7) $(\forall x)(P(x)\rightarrow Q(x))$	P
(8) $(P(c)\rightarrow Q(c))$	US，(7)
(9) $Q(c)$	T，(5)，(8)，I
(10) $Q(c)\wedge\neg R(c)$	T，(6)，(9)，I
(11) $(\exists x)(Q(x)\wedge\neg R(x))$	UG，(10)

2. 设B是数的集合，A=B×B，定义A上的关系如下： $(u,v)R(x,y)$ 当且仅当 $u-v=x-y$,证明R是A上的一个等价关系

证明：1）自反性：

对任意(a, a)∈A，因为 a－a＝a－a，所以(a, a)R(a, a)，即 R 是自反的。

2）对称性：

对任意(u,v),(x,y)∈A，若(u,v)R(x,y)，则由已知条件有 u-v=x-y，即 x-y=u-v，于是有(x,y)R(u,v)，从而 R 是对称的。

3）传递性：

对任意(u,v)，(x,y)，(s,t)∈A，若(u,v)R(x,y)，(x,y)R(s,t)，则由已知条件有，u-v=x-y 并且 x-y=s-t，即有 u-v=s-t。同样地，根据已知条件有 u,v)R(s,t)，从而 S 是传递的。

由 1),2),3)知，R 是 A 上的一个等价关系。

3. 设二元完全树T的结点数为n，则n必为奇数，且该二元完全树的叶节点数 $t=\dfrac{n+1}{2}$

证明：因为在二元完全树 T 中，根的度数为 2，分支点的度数为 3，树叶的度数为 1。

因此，在 T 中除一个根是偶度数结点外，其余结点都是奇度数结点，即奇度数结点的个数为 n-1，由握手定理的推论可知，n-1 为偶数，从而 n 为奇数。

因为在具有 n 个结点的树中共有 n-1 条边，由握手定理可知，

$$\sum_{i=1}^{n} \deg(v_i) = t+3(n-1-t)+2 = 2(n-1).$$