学院________ 姓名________ 学号________ 任课教师________ 考场教室________ 座位号________

……密……封……线……以……内……答……题……无……效……

电子科技大学 2020-2021 学年第 2 学期期末考试 B 卷

考试科目：电磁场与波　考试形式：闭卷 考试日期：2021 年____月____日

本试卷由 三 部分构成，共 8 页。考试时长：120 分钟

成绩构成比例：平时成绩 50 %，期末成绩 50 %

注：可使用非存储功能的简易计算器

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	合计
得分									

附录：$\varepsilon_0=\dfrac{1}{36\pi}\times10^{-9}F/m$，$\mu_0=4\pi\times10^{-7}H/m$

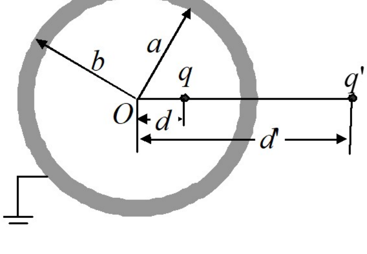
得　分

一、填空题（每空 1 分，共 20 分）

1. 有源区麦克斯韦方程组的积分形式为：$\oint_C \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_S(\vec{J}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot\mathrm{d}\vec{S}$、$\oint_C \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\int_S\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$、$\oint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$、$\oint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_V\rho dV$。

2. 电导率 $\sigma=\dfrac{10^8}{\pi}S/m$ 的直导线中通过恒定电流 10A，若导线的直径为 2mm，则导线内的电流密度大小为 $\dfrac{10^7}{\pi}$ A/m^2，电场强度的大小为 0.1 V/m。

3. 如右图所示，接地导体球壳内放置电量为 q 的点电荷，已知球壳内半径为 a，外半径为 b，点电荷距离球壳中心距离为 d。用镜像法求解球内空间电位，可得镜像电荷 q' 的位置 $d'=$ $\dfrac{a^2}{d}$，电量 $q'=$ $-\dfrac{a}{d}q$。



4. 在均匀平面波的分析中，若媒质为导电媒质，则其中的传导电流密度$\vec{J}$与位移电流密度$\vec{J}_d$的相位差大小为_$\frac{\pi}{2}$或90^0__；若媒质为良导体，则电场强度与磁场强度的相位差大小为$\frac{\pi}{4}$或45^0_；若媒质为理想介质，则电场强度与磁场强度的相位差大小为_0_。

5. 表征电磁能量守恒关系的坡印廷定理中，表示单位时间体积 V 内的电磁能量减少量的表达式为$-\frac{d}{dt}\int_V\left(\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}+\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}\right)dV$_，表示单位时间通过曲面 S 从体积 V 内流出的电磁能量的表达式为$\oint_s\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)\cdot d\vec{S}$_。

6. 均匀平面波在良导体中传播，其趋肤深度为 2mm。那么将均匀平面波的频率增大为原来的 4 倍，此时该均匀平面波的趋肤深度为__1mm__，衰减常数$\alpha=$__1000__Np/m，相位常数$\beta\approx$__1000 rad/m。

7. 在$4cm\times2.5cm$空气填充的矩形波导中，如果要实现单模传输，仅传输TE_{10}模式，那么工作波长的范围是_5cm_$\leq\lambda<$_8cm_。

8. 电偶极子辐射的远区场，电场只有__θ_或$\vec{e}_\theta$__方向的分量，磁场只有_φ_或$\vec{e}_\varphi$____方向的分量。

得 分

二、选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 两种理想介质分界面上，以下分量不连续的是（ C ）。

A. 电场强度的切向分量　　B. 磁场强度的切向分量

C. 磁感应强度的切向分量　　D. 电位移矢量的法向分量

2. 下列关于位移电流描述错误的是（　D　）

A. 位移电流可以产生磁场。

B. 真空中的位移电流不能产生热效应。

C. 对于静态电磁场，位移电流为零。

D. 位移电流密度等于电场强度随时间的变化率。

3. 半径为 a 的球形电介质体，其相对介电常数为 6。若在球心处存在一个点电荷 Q，那么球形电介质体的极化电荷面密度 ρ_{SP} 为（ C ）。

A. $Q/8\pi a^2$　　B. 0　　C. $5Q/24\pi a^2$　　D. $3Q/16\pi a^2$

4. 时变电磁场情况下，以下公式中，始终成立的是（ B ）。

A. $\nabla\times\vec{H}=\vec{J}$　　B. $\nabla\cdot\vec{D}=\rho$

C. $\nabla\cdot\vec{J}=0$　　D. $\nabla\times\vec{E}=0$

5. 海水的电导率 $\sigma=4\quad S/m$，相对介电常数 $\varepsilon_r=81$，当频率为 10MHz 时，海水的复介电常数 ε_c 为（ A ）。

A. $81\varepsilon_0-j\dfrac{4}{2\pi\times10^7}\quad F/m$　　B. $4-j\dfrac{81\varepsilon_0}{2\pi\times10^7}\quad F/m$

C. $81\varepsilon_0+j\dfrac{4}{2\pi\times10^7}\quad F/m$　　D. $4+j\dfrac{81\varepsilon_0}{2\pi\times10^7}\quad F/m$

6. 均匀平面波的电场强度为 $\vec{E}(x,z)=\left(-4\vec{e}_x+j5\vec{e}_y+3\vec{e}_z\right)e^{-j\pi(3x+4z)}$，其极化方式为（ B ）。

A. 左旋圆极化　　B. 右旋圆极化　　C. 左旋椭圆极化　　D. 右旋椭圆极化

7. 一均匀平面波从理想介质（$\mu=\mu_0,\varepsilon=4\varepsilon_0$）斜入射到空气中，发生全反射的临界角 $\theta_c=$（ D ）

A. $\arctan(4)$　　B. $\arctan\left(\dfrac{1}{2}\right)$　　C. $\arcsin\left(\dfrac{1}{4}\right)$　　D. $\arcsin\left(\dfrac{1}{2}\right)$

8. 下列表达式中表示纯驻波的是（ A ）。

A. $E_m\sin\beta z\sin\omega t$　　B. $E_m\cos(\omega t-\beta z)$

C. $E_m e^{\alpha x}\cos(\omega t+\beta z)$　　D. $E_m\sin(\omega t-\beta z)$

9. 在理想介质中传播的一时谐电磁波电场强度为 $\boldsymbol{E}=-\boldsymbol{e}_y j2\sin(\sqrt{2}\pi z)e^{-j\sqrt{2}\pi x}$ V/m，这列波为（ A ）

A. 沿 x 方向传播的非均匀平面波

B. 沿 z 方向传播的非均匀平面波

C. 沿 x 方向传播的非均匀球面波

D. 沿 z 方向传播的非均匀球面波

10. 电偶极子的远区辐射场是（ D ）

A. 均匀平面波　　B. 均匀球面波　　C. 非均匀平面波　　D. 非均匀球面波

得 分

三、计算题（共 4 小题，60 分）

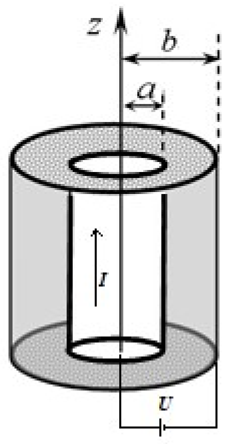
1.（18 分）同轴线内导体的半径为 a，外导体半径 b（不考虑外导体的厚度），导体为理想导体，内外导体间填充均匀的理想介质 ε,μ，若同轴线内外导体间的电压为 U，导体中流过的电流为 I，试计算：

（1）同轴线内外导体间的电磁场 $\vec{E},\vec{D},\vec{H},\vec{B}$；

（2）同轴线单位长度的电容；

（3）同轴线单位长度的外自感；

（4）同轴线内外导体间的坡印廷矢量。



解：

（1）设内导体线电荷密度为 ρ_l，在内外导体间选择一个半径为 ρ、与同轴线同轴的圆柱面为高斯面，由高斯定理知：

$\oint \varepsilon \vec{E} \bullet d\vec{S} = \rho_l L$，得 $\vec{E} = \vec{e}_\rho \dfrac{\rho_l}{2\pi\rho\varepsilon}$　　$(a < \rho < b)$　　（2 分）

因为 $U = \int_a^b \vec{E} \bullet d\vec{l}$，得 $\rho_l = \dfrac{2\pi U\varepsilon}{\ln\dfrac{b}{a}}$　　（2 分）

所以 $\vec{E} = \vec{e}_\rho \dfrac{U}{\rho\ln\dfrac{b}{a}}$，$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} = \vec{e}_\rho \dfrac{\varepsilon U}{\rho\ln\dfrac{b}{a}}$　　$(a < \rho < b)$　　（2 分）

由安培环路定理 $\oint \vec{H} \bullet d\vec{l} = I$ 得 $\vec{H} = \vec{e}_\phi \dfrac{I}{2\pi\rho}$　　$(a < \rho < b)$　　（2 分）

所以 $\vec{B}=\mu\vec{H}=\vec{e}_\phi\dfrac{\mu I}{2\pi\rho}\qquad (a<\rho<b)$ （1 分）

（2）单位长度的电容为 $C=\dfrac{\rho_l}{U}=\dfrac{2\pi\varepsilon}{\ln\dfrac{b}{a}}$ （2 分）

（3）同轴线中单位长度存储的磁场能量为

$$W_m=\frac{1}{2}\int_a^b \mu H^2 2\pi\rho d\rho=\frac{\mu I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$ （2 分）

单位长度的外自感为

$$L=\frac{2W_m}{I^2}=\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$ （2 分）

或者 内外导体间磁通为 $\Psi=\int_a^b \dfrac{\mu I}{2\pi\rho}d\rho=\dfrac{\mu I}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}$ （2 分）

$$L=\frac{\Psi}{I}=\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$ （2 分）

（3）同轴线的坡印廷矢量为：$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}=\vec{e}_z\dfrac{UI}{2\pi\rho^2\ln\dfrac{b}{a}}$ （3 分）

2. （12 分）一均匀平面波从非磁性媒质 1（$\varepsilon_1=\varepsilon_{r1}\varepsilon_0,\mu_1=\mu_0$）入射到非磁性媒质 2（$\varepsilon_2=\varepsilon_{r2}\varepsilon_0,\mu_2=\mu_0$）表面。当入射角为 $\dfrac{\pi}{3}$ 时，发生全透射现象，且媒质 2 中的透射波波长是空气中波长的 $\dfrac{1}{3}$。试求，

（1）媒质 1 与媒质 2 的介电常数 ε_1，ε_2；

（2）当该均匀平面波垂直入射时的透射系数 τ，以及此时媒质 1 中合成波的驻波比 S。

解：（1）根据全透射的条件，有 $\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$ （1 分）

所以有 $\varepsilon_2=3\varepsilon_1$ （1 分）

根据透射波波长时空气波长的 $\dfrac{1}{3}$，有 $\lambda_2=\dfrac{1}{f\sqrt{\mu_0\varepsilon_2}}=\lambda_0\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_{r2}}}$ （2 分）

因此$\varepsilon_{r2}=9\Rightarrow\varepsilon_2=9\varepsilon_0$，$\varepsilon_1=3\varepsilon_0$ （2 分）

（2） 透射系数为

$$\tau=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1}=\frac{\frac{2}{\sqrt{\varepsilon_2}}}{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}}+\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}}}=\frac{2}{1+\sqrt{3}}$$ （2 分）

反射系数 $\Gamma=\tau-1=\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ （2 分）

驻波比 $S=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=\sqrt{3}$ （2 分）

3. （15 分）自由空间中一均匀平面波的磁场强度矢量为$\vec{H}(y)=\frac{1}{12\pi}\left(\vec{e}_x-j\vec{e}_z\right)e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{3}y}$ A/m，试求：

（1）该均匀平面波的传播方向，波矢量$\vec{k}$，波长和频率；

（2）磁场强度矢量和电场强度矢量的瞬时表达式；

（3）平均坡印廷矢量；

（4）该电磁波的极化形式。

解：（1）该均匀平面波的传播方向为-y 方向， （1 分）

$$\vec{k}=-\frac{\pi}{3}\vec{e}_y\ \ rad/m,$$ （1 分）

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}=6\ \ m\text{，}\ \ f=\frac{c}{\lambda}=5\times10^{7}\ \ Hz$$ （2 分）

（2）角频率$\omega=2\pi f=\pi\times10^{8}\ \ rad/s$ （1 分）

磁场强度矢量的瞬时表达式为：

$$\vec{H}=\mathrm{Re}\left[\frac{1}{12\pi}\left(\vec{e}_x-j\vec{e}_z\right)e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{3}y}e^{j\omega t}\right]$$
$$=\frac{1}{12\pi}\left(\vec{e}_x\cos(\pi\times10^{8}t+\frac{\pi}{3}y)+\vec{e}_z\sin(\pi\times10^{8}t+\frac{\pi}{3}y)\right)$$ （2 分）

电场强度矢量的瞬时表达式：

$$\vec{E}=\eta_0\vec{H}\times\left(-\vec{e}_y\right)$$ （1 分）

$$\vec{E}=10\left(\vec{e}_x\sin(\pi\times10^8t+\frac{\pi}{3}y)-\vec{e}_z\cos(\pi\times10^8t+\frac{\pi}{3}y)\right)$$ （2 分）

（3）

电场强度的复数形式为：$\vec{E}=-10\left(j\vec{e}_x+\vec{e}_z\right)e^{j\frac{\pi}{3}y}$ （1 分）

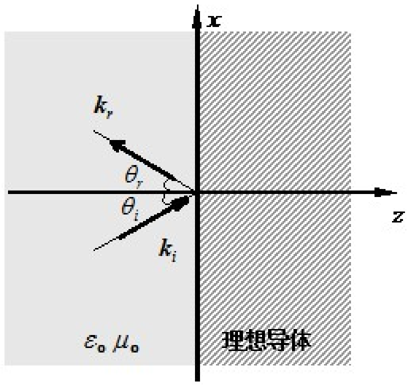
平均坡印廷矢量：

$$\vec{S}_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right]=-\vec{e}_y\frac{5}{6\pi}$$ （2 分）

（4）根据电场强度复数形式 $\vec{E}=-10\left(j\vec{e}_x+\vec{e}_z\right)e^{j\frac{\pi}{3}y}$

有振幅相等，相位相差$\frac{\pi}{2}$，且$\left(-\vec{e}_x\right)\times\left(-\vec{e}_z\right)\cdot\left(-\vec{e}_y\right)>0$，因此为右旋圆极化波。 （2 分）

4. （15 分）已知空气中一均匀平面波向位于 $z=0$ 处的理想导体斜入射，其入射方向示意图如右图所示，该入射波磁场强度为 $\vec{H}_i(x,z)=-\vec{e}_ye^{-\mathrm{j}\pi\left(x+\sqrt{3}z\right)}$。试求：



（1）此均匀平面波的频率，入射角 θ_i；

（2）入射波和反射波的电场强度复数形式；

（3）理想导体表面电流密度的复数形式。

解：（1）$\vec{k}=\pi\vec{e}_x+\sqrt{3}\pi\vec{e}_z$， $k=2\pi$ （1 分）

因此 $f=\dfrac{2\pi}{2\pi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=3\times10^8\,Hz$ （1 分）

$\tan\theta_i=\dfrac{k_{ix}}{k_{iz}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，因此 $\theta_i=\dfrac{\pi}{6}=30^\circ$ （2 分）

（2）$\vec{E}_i=\eta_0\vec{H}_i\times\left(\dfrac{1}{2}\vec{e}_x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_z\right)=120\pi(\dfrac{1}{2}\vec{e}_z-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_x)e^{-\mathrm{j}\pi\left(x+\sqrt{3}z\right)}$ （2 分）

平行极化波 $\Gamma_{//}=1$（1 分）

反射角 $\theta_r=\dfrac{\pi}{6}$， $\vec{k}_r=\pi\vec{e}_x-\sqrt{3}\pi\vec{e}_x$ （1）

$$\vec{H}_r=\left(-\vec{e}_y\right)\times\Gamma_{//}e^{-\mathrm{j}\pi\left(x-\sqrt{3}z\right)}=-\vec{e}_y e^{-\mathrm{j}\pi\left(x-\sqrt{3}z\right)}$$ （1 分）

$$\vec{E}_r=\eta_0\vec{H}_r\times\left(\frac{1}{2}\vec{e}_x-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_z\right)=120\pi\left(\frac{1}{2}\vec{e}_z+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_x\right)e^{-\mathrm{j}\pi\left(x-\sqrt{3}z\right)}$$ （2 分）

（3） $\vec{H}=\vec{H}_i+\vec{H}_r=-\vec{e}_y\left(e^{-\mathrm{j}\pi\left(x+\sqrt{3}z\right)}+e^{-\mathrm{j}\pi\left(x-\sqrt{3}z\right)}\right)$ （1 分）

$$\vec{J}_s=\left(-\vec{e}_z\right)\times\vec{H}\Big|_{z=0}=-\vec{e}_z 2e^{-j\pi x}$$ （3 分）