3.在一各向同性媒质(μ,ε)组成的无源区域中，若存在电场强度 $\vec{E}=\vec{e}_y E_m \sin\alpha x\cos(\omega t-\beta z)$ ，试求：（16分）

（1）与该电场强度相伴的磁场强度 $\vec{H}$（用复矢量形式表示）；

（2）根据亥姆霍兹方程，确定 α 和 β 之间满足的关系；

（3）平均能流密度矢量。

解：（1）电场强度的复矢量形式为 $\vec{E}_y=\vec{e}_y E_m \sin\alpha x e^{-j\beta z}$， -----------**2 分**

利用 $\nabla\times\vec{E}=-j\omega\mu\vec{H}$ -----------**2 分**

可求得 $\vec{H}$，

即 $\vec{H}=-\dfrac{\beta E_m}{\omega\mu}\sin\alpha x e^{-j\beta z}\vec{e}_x+j\dfrac{\alpha E_m}{\omega\mu}\cos\alpha x e^{-j\beta z}\vec{e}_z$ -----------**3 分**

（2）将电场强度的复矢量形式，代入无源区域时谐电磁波满足的亥姆霍兹方程

$\nabla^2\vec{E}+k^2\vec{E}=0$， -----------**2 分**

可得到 $k^2=\omega^2\mu\varepsilon=\alpha^2+\beta^2$。 -----------**3 分**

（3）平均能流密度矢量：$\vec{S}_{av}=\dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right]$ ----------**2分**

$=\vec{e}_z\dfrac{\beta E_m^2}{2\omega\mu}\sin^2\alpha x$ -----------**2分**

4. 沿+z方向传播的右旋圆极化波 $\vec{E}_i(z)=E_{im}(\vec{e}_x-j\vec{e}_y)e^{-j\beta_1 z}$，由波阻抗为 η_1 的理想介质垂直入射到位于z=0处的理想导体板上，（15分）

（1）确定反射波的极化形式；

（2）求导体板上的感应面电流密度。

解：（1）根据电磁波由介质垂直入射到理想导体时 $\Gamma=-1$ 的条件，

可知： $$\vec{E}_r(z)=(-\vec{e}_x+j\vec{e}_y)E_{im}e^{j\beta_1 z},$$ ------------**3** 分

反射波是沿-z 方向传播的左旋圆极化波。 -------------**2** 分

(2) 由磁场与电场之间的关系，可求出入射波的磁场为

$$\vec{H}_i(z)=\frac{1}{\eta_1}\vec{e}_z\times\vec{E}_i(z),$$

$$=\frac{E_{im}}{\eta_1}(j\vec{e}_x+\vec{e}_y)e^{-j\beta_1 z}$$ **-----------3** 分

而反射波的磁场为

$$\vec{H}_r(z)=\frac{1}{\eta_1}(-\vec{e}_z)\times\vec{E}_r(z),$$

$$=\frac{E_{im}}{\eta_1}(j\vec{e}_x+\vec{e}_y)e^{j\beta_1 z}$$ **-----------3** 分

于是合成波的磁场为 $\vec{H}_1(z)=\vec{H}_i(z)+\vec{H}_r(z)$。 **-----------1** 分

则导体板上的感应面电流密度为：

$$\vec{J}_s=-\vec{e}_z\times\vec{H}_1(z)\big|_{z=0}=\frac{2E_{im}}{\eta_1}(\vec{e}_x-j\vec{e}_y)。$$ **-----------3** 分

3.理想介质（$\varepsilon_r = 2.25,\ \ \mu_r = 1$）中均匀平面波的电场强度为$\vec{E} = \vec{e}_x 40\cos(\omega t - kz)$， 平面波的频率为 1GHz，试求： （1）平面波的波长和波矢量。

（2）磁场强度的瞬时值。

（3）平均坡印廷矢量。

解：（1）由题可知：$k = \dfrac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_r \mu_r} = \dfrac{2\pi \times 10^9}{3\times 10^8}\sqrt{2.25} = 10\pi$ （2 分）

波长：$\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = \dfrac{2\pi}{10\pi} = 0.2m$ （2 分）

波矢量：$\vec{k} = k\vec{e}_z = 10\pi\vec{e}_z$ （2 分）

（2）电场强度的复矢量为 $\vec{E} = \vec{e}_x 40 e^{-jkz}$ （1 分)

介质的本征阻抗为$\eta = \sqrt{\dfrac{\mu_r}{\varepsilon_r}}\eta_0 = \sqrt{\dfrac{1}{2.25}}120\pi = 80\pi$ （2 分）

相伴的磁场$\vec{H} = \dfrac{1}{\eta}\vec{e}_z \times \vec{E} = \dfrac{1}{80\pi}\vec{e}_y 40 e^{-jkz} = \vec{e}_y \dfrac{e^{-jkz}}{2\pi}$ （2 分）

瞬时值为$\vec{H} = \mathrm{Re}(\vec{e}_y \dfrac{e^{-jkz}}{2\pi} e^{j\omega t}) = \vec{e}_y \dfrac{1}{2\pi}\cos(\omega t - kz)$ （2 分）

（3）平均波印廷矢量$\vec{S}_{av} = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}(\vec{E}\times\vec{H}^*) = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}(\vec{e}_z 40 \times \dfrac{1}{2\pi}) = \vec{e}_z \dfrac{10}{\pi}$ （2 分）

4．一均匀平面波自 z<0 的空气区域，垂直入射到本征阻抗为η_2的理想介质区域（z>0)，且已知入射波电场为$\overline{E} = E_m(\overline{e_x} + j\overline{e_y})e^{-j\beta z}$，求①反射波的电场；②透射波的电场；③判断入射波反射波和透射的极化状态。

解 媒质 1 为空气，其本征阻抗为η_0，故分界面上的反射系数和透射系数分别为

$$\varGamma = \frac{\eta_2 - \eta_0}{\eta_2 + \eta_0}$$

$$\tau = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_0}$$

式中 $\eta_2 = \sqrt{\dfrac{\mu_2}{\varepsilon_2}} = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}}$，$\eta_0 = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ 都是实数，故$\varGamma$、τ也是实数。

反射波的电场为$\boldsymbol{E}_r = \varGamma E_m(\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y j)e^{j\beta z}$

可见，反射波的电场的两个分量的振幅仍相等，相位关系与入射波相比没有变化，故反射波仍然是圆极化波。但波的传播方向变为-z 方向，故反射波也变为右旋圆极化波。而入射波是沿+z 方向传播的左旋圆

极化波。

透射波的电场为

$$\boldsymbol{E}_t = \tau E_m(\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y j)e^{-j\beta_2 z} \qquad （3 分）$$

式中，$\beta_2 = \omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}$ （2 分）

是媒质 2 中的相位常数。可见，透射波是沿+z 方向传播的左旋圆极化波。