# 导论

交易者类型以及套期保值、投机和套利的概念和作用（市场有效性、金融定价方法和经济学定价的差异）

## 交易者类型

**对冲者**：采用衍生产品合约来减少自身面临的由于市场变化而产生的风险

**投机者**：利用这些产品对今后市场变量的走向下赌注

**套利者**：采用两个或更多相互抵消的交易来锁定盈利

## 定价方式

- **有效市场假说：** 无套利原则
- **金融定价方法：**
  - 现金流贴现方法
  - 投资组合理论 MPT
  - 资本资产定价理论CAPM
  - 套利定价理论APT
  - 期权定价理论
- **经济学定价**
  - 成本导向定价
  - 盈亏平衡定价
  - 需求导向定价

---

# 期货

- 期货类型
  - 商品期货
    - 农产品期货
    - 金属期货
    - 能源期货
  - 金融期货
    - 外汇期货
    - 利率期货
    - 股票指数期货
- 期货相关概念（多头、空头、盯市及交易机制）

- 基差及基差风险
  - 基差： 现货价格-期货价格
  - 基差风险： 与价格风险不同，基差风险是现金价格与期货价格之间的差异。对于空头，基差走弱盈利增大。对于多头，基差走弱（现货价格下跌），盈利减小
  - S2+F1-F2=F1+b2
- 最优套期保值率
  - h*为最佳套期保值率，$h^* = \rho\frac{\sigma_S}{\sigma_F}$ 其中，S为资产，F为期货， $\rho$ 为相关系数
- 期货价格和未来现货价格之间的关系
- 期货定价（投资资产（股票、指数、金银），消费资产、便利收益、持有成本）
  - 股指期货价格

    如果q为股息收益率，股指期货价格$F_0=S_0e^{(r-q)T}$，r为短期无风险利率
  - 货币期货价格

    **rf**:外币无风险利率

    **r**:本币无风险利率

$$\text{未来理论价格：} F_0 = S_0e^{(r-r_f)T}$$

  - 商品期货价格

    假定u为期货期限之间所有去掉收入后存储费用的贴现值

$$F_0 = (S_0 + U)e^{rT}$$

    如果存储费用与商品价格成正比例，这时的费用可视为负收益率

$$F_0 = S_0e^{(r+u)T}$$

- 如何构造对冲策略和套利策略
  - If an investor is to sell one unit of the asset, she has to short h units of the futures.
  - 交叉对冲
    - 公式为 $N^* = \frac{h^*N_A}{Q_F}$ ,其中NA是被对冲资产份数，QF为一份合约对应单位数。h*为对冲比例，$h^* = \rho\frac{\sigma_S}{\sigma_F}$ 其中，S为资产，F为期货， $\rho$ 为相关系数
    - 一家公司知道它将在三个月内购买100万加仑的喷气燃料。三个月内每加仑喷气燃料价格变化的标准差计算为 0.032。该公司选择通过购买取暖油期货合约进行对冲。三个月内期货价格变化的标准差为0.040，三个月喷气燃料价格变化与三个月期货价格变化之间的相关系数为0.8。因此，最佳对冲比率为：$h* = 0.8 * 0.032/0.040 = 0.64$ 一份取暖油期货合约为42，000加仑。因此，公司应该购买 $N* = 0.64 * 1，000，000/42，000 = 15.2$ 合同。四舍五入到最接近的整数，需要 15 份合约。
  - 股指期货对冲：
    - 定义VA:当前股票价值，VF:一份期货的当前价值（期货价格乘以期货规模）
    - 当股票组合跟踪股指，h*=1 ,$N* = VA/VF$
    - 当股票组合不跟踪股指，采用CAPM的$\beta$ 确定空头数量$N* = \beta\frac{VA}{VF}$ ,可以得出$h = \beta$

        - 对于想要改变beta值,有公式$(\beta-\beta*)\frac{V_A}{V_F}$ , 为应当持有的空头数量，如果想要增加beta,那么应当持有多头
        - 假设一家公司持有价值为2000万美元、beta值为1.2的股票组合。该公司想利用股指期货来对冲风险。股指期货的当前水平是1080，每一份期货合约的交割价为250美元乘以股指。什么样的对冲可以使风险极小化？公司怎么做才可以将组合的beta值降低到0.6？
        - 应卖空的合约数量为：

          N * = βVA/VF = 1.2×20000000/（1080×250）≈88.89

          取整后，应卖空的合约数为89份。如果欲将β值降低到0.6，应卖空的合约数为前者的一半，即应卖空44份合约。

- 期货盈利的征税
    - 对于对冲者，所有利润作为应税额
    - 对于投机者， 获得利润按期计入应税额

---

# 期权

- 套利的条件、组合复制技术、构造无风险组合（风险中性概率）
- 伊藤过程、伊藤引理及其推导
    - 在 Excel 表中对互不相关的标准正态变量取样时，我们需要将 "=NORMSINV(RAND())" 命令应用在每个单元里。当对具有相关系数 $\rho$ 的标准正态变量 $\varepsilon_1$ 和 $\varepsilon_2$ 取样时，我们可以令

      $$\varepsilon_1 = u \text{ 和 } \varepsilon_2 = \rho u + \sqrt{1-\rho^2}\, v$$

      其中 $u$ 和 $v$ 是按互不相关的标准正态分布提取的样本。
    - 伊藤过程

  伊藤过程是一个广义的维纳过程，是指漂移系数和方差均为x本身和时间t的函数的随机过程

  $$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$$

  **在一个很短时间内，x的变化为正态分布，但长时间内x的变化则可能是非正态分布**

假设变量 $x$ 的值服从以下伊藤过程

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \tag{14-11}$$

其中 $dz$ 是维纳过程，$a$ 和 $b$ 为 $x$ 和 $t$ 的函数。变量 $x$ 的漂移率为 $a$，方差率为 $b^2$。伊藤引理说明一个 $x$ 和 $t$ 的函数 $G$ 服从以下过程

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x}a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2\right)dt + \frac{\partial G}{\partial x}b\,dz \tag{14-12}$$

其中 $dz$ 是与式（14-11）中相同的维纳过程。因此，$G$ 也服从伊藤过程，其漂移率为

$$\frac{\partial G}{\partial x}a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2$$

㊀ 见 K. Ito, "On Stochastic Differential Equations," *Memoirs of the American Mathematical Society*, 4（1951）: 1-51。



方差率为

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 b^2$$

对于函数$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$，伊藤引理说明函数G(t,x)

$$dG = (\frac{\partial G}{\partial x}a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2)dt + \frac{\partial G}{\partial x}b\,dz$$

- 资产价格未来分布的计算

  - 影响股票期权价格的6个因素:当前股票价格、执行价格、无风险利率、波动率、期权期限和股息。

- 期权的基本概念（上下限、买卖平价关系）及其套利策略

  - 期权价格上限

$$c \le S_0$$
$$C \le S_0$$
$$p \le Ke^{-rT}$$
$$P \le K$$

  - 无股息欧式期权下限

$$c \ge S_0 - Ke^{-rT}$$

> 投资组合A：持有一份看涨期权和一份到期价值为K的零息债券
>
> 投资组合B：一份股票
>
> **显然投资组合A的收益要大于B的，如果A的成本低于B，那么可以进行套利——卖出一份股票，然后买入投资组合A**

$$p \ge Ke^{-rT} - S_0$$

> 投资组合A：持有一份看跌期权和一份股票
>
> 投资组合B：一份到期价值为K的零息债券
>
> **显然投资组合A的收益要大于B的，如果A的成本低于B，那么可以进行套利——卖出一份零息债券，然后买入投资组合A**

- 看跌看涨平价公式

$$p + S_0 = c + Ke^{-rT}$$

> 有如下两个组合：
>
> A: 看涨期权和到T收益为K的零息债券
>
> B: 看跌期权和一份股票
>
> 两种组合的价值都是max(ST,K)
>
> 所以在无套利时，两种组合现值相等

- 美式期权看跌看涨价差

$$S_0 - K \leq C - P \leq S_0 - Ke^{-rT}$$

> 对于左边，构建投资组合C+K（现金）与P+S，二者的内在价值是一致的，但是由于现金存在时间价值，那么显然C+K 大于P+S
>
> 右边构建投资组合C+终值为K的零息债券 和P+S，显然后者的内在价值更高

- 零股息美式看跌期权的上下限

$$max(-S_0 + K, 0) \leq P \leq K$$

- 有股息的情况，用D表示贴现值
  - 考虑以下四种组合
    - 欧式看涨期权和$D + Ke^{-rt}$ 现金
    - 1只股票
    - 欧式看跌期权和股票
    - 数量为$D + Ke^{-rt}$ 的现金m
  - $c \geq max(S0 - D - Ke^{-rt}, 0)$
  - $p \geq max(-S0 + D + Ke^{-rt}, 0)$
  - $c + D + Ke^{-rt} = p + S0$

# 风险管理

- Greek letters
  - delta 组合和股票价格的关系

- theta 组合随时间的变化
- gamma： delta的导数

### 19.6.1 使投资组合 gamma 中性

标的资产的 gamma 总是为 0，因此不能用来改变交易组合的 gamma。改变交易组合的 gamma 必须采用价格与标的资产价格呈非线性关系的产品，例如期权。

假如一个 delta 中性交易组合的 gamma 为 $\Gamma$，而一种正在交易的期权的 gamma 为 $\Gamma_T$。如果决定将 $w_T$ 数量的期权加入交易组合中，此时交易组合的 gamma 为

$$w_T\Gamma_T + \Gamma$$

因此要使交易组合为 gamma 中性，期权头寸应为 $w_T = -\Gamma/\Gamma_T$。引入新的期权很可能会改变交易组合的 delta，因此必须调整标的资产数量以便保证新的交易组合 delta 中性。值得注意的是交易组合仅仅在较短时间内能做到 gamma 中性，随着时间的变化，只有不断调整期权数量以便使 $w_T = -\Gamma/\Gamma_T$ 成立，这样才能保证交易组合为 gamma 中性。

使一个交易组合既 gamma 中性又 delta 中性可以看作是对于图 19-7 中所示对冲误差的校正。delta 中性保证了在对冲再平衡之间交易组合价值不受股票价格微小变化的影响，而 gamma 中性则保证了在对冲再平衡之间交易组合价值不受股票价格较大变化的影响。假设某一交易组合为 delta 中性，而 gamma 为 -3 000。某个正在交易的期权的 delta 和 gamma 分别为 0.62 和 1.50。在交易组合中加入

$$\frac{3\,000}{1.5} = 2\,000$$

份期权会使得此交易组合变成 gamma 中性。但这时交易组合的 delta 也从 0 变成了 2 000 × 0.62 = 1 240。因此为保证新的交易组合 delta 中性，我们必须卖出 1 240 份标的资产。

思路：先通过两个非0gamma资产获得中性，然后通过gamma为0的标的资产调整delta

- vega : 资产价值变化率和**标的资产波动率**变化的比率。标的资产具有0vega

- VaR概念及应用
  - 概念：value at risk 为一系列风险资产提供一个统一量化

3）组合保险及应用

A）组合保险的基本原理

B）基于组合保险的投资组合收益分析

# 期货期权 股指期权

1）概念

2）期货期权的定价原理及方法

3）基于股指期权的组合保险方法

如第 13 章中所述，二叉树可以用来对美式股指和货币期权定价。与无股息股票的情形相同，我们将决定价格上涨幅度的参数 $u$ 取为 $e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$，其中 $\sigma$ 为波动率，$\Delta t$ 为时间步长，决定价格下跌幅度的参数 $d=1/u=e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$。对于无股息股票，价格上涨所对应的概率为

$$p=\frac{a-d}{u-d}$$

其中 $a=e^{r\Delta t}$。对于股指和货币期权，计算 $p$ 的公式不变，但是要将 $a$ 的定义做些变化：对于股指期权

$$a=e^{(r-q)\Delta t} \tag{17-15}$$

其中 $q$ 为股息收益率；对于货币期权

$$a=e^{(r-r_f)\Delta t} \tag{17-16}$$

其中 $r_f$ 为外国的无风险利率。第 13.11 节中的例 13-1 展示了如何利用两步二叉树来对一个股指期权定价。例 13-2 展示了如何构造一个三步二叉树来对一个货币期权定价。在第 21 章里，我们将给出更多关于利用二叉树来对股指和货币期权定价的例子。

# 数值方法和结构化产品设计（了解）

- 期权交易策略
  - 保本债券
  - 牛市差价：买入低执行价格期货，卖出高执行价格期货
  - 熊市差价：买入高执行价格期货，卖出低执行价格期货
  - 盒式差价：同时买入相同K1,K2的牛市、熊市差价。获得固定K2-K1利润
  - 蝶式差价：买入K1,K3看涨期权，卖出2个K2看涨期权。
  - 日历差价：相同K,一个执行日期较近的看涨多头，一个较远的看涨空头
  - 跨式组合：买入相同K和T的看涨和看跌期权，当股票变动足够大时，获得收益（与蝶式相反）

2）蒙特卡洛方法原理及步骤

3）有限差分方法原理

4）LSM方法（基于最小二乘法的蒙特卡洛方法）