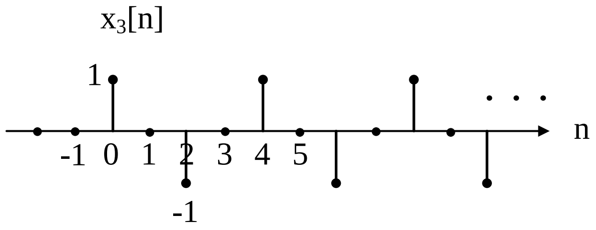
20-21-1 信号与系统期末 A 卷参考解答

一、计算题（12 分）

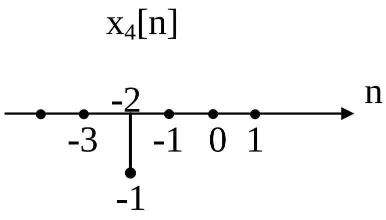
Solutions:

(1) $x_1[n]$ is periodic signal. The fundamental period is N=4.　(2 分)

(2)

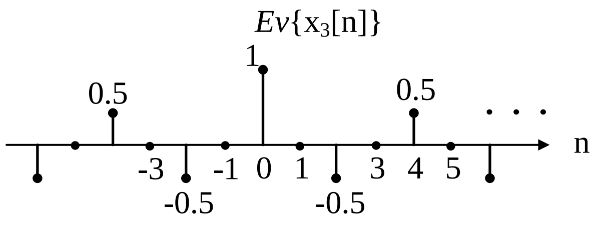


(2 分)

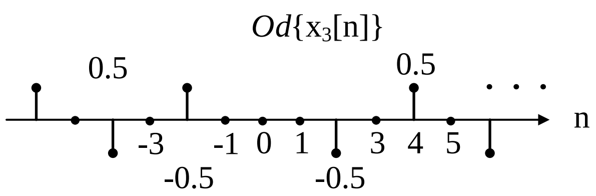


(2 分)

(3)



(3 分)



(3 分)

二、计算题（10 分）

Solutions:

$$y[n]=x[n]*h_1[n]*h_2[n]$$

$$=x[n]*h_2[n]*h_1[n] \quad (3\text{ 分})$$

$$=\{\delta[n]+a\delta[n\text{-}1]\}*\cos(2n) \quad (4\text{ 分})$$

$$=\cos(2n)+a\cos(2n\text{-}2) \quad (3\text{ 分})$$

三、计算题（16 分）

Solutions:

(a) $y(t)=x\left(\frac{1}{2}t-1\right)\longleftrightarrow Y(j\omega)=2X(2j\omega)e^{-2j\omega}$

$\omega_{\mathrm{Y}}=\omega_{\mathrm{M}}/2$, $\omega_{\mathrm{s}}=\omega_{\mathrm{M}}$ (4 分)

(b) $y(t)=x(t)+x^*(-t)\longleftrightarrow Y(j\omega)=X(j\omega)+X^*(j\omega)$

$\omega_{\mathrm{Y}}=\omega_{\mathrm{M}}$, $\omega_{\mathrm{s}}=2\omega_{\mathrm{M}}$ (4 分)

(c) $y(t)=3x^2(t)\longleftrightarrow Y(j\omega)=\frac{3}{2\pi}X(j\omega)*X(j\omega)$

$\omega_{\mathrm{Y}}=2\omega_{\mathrm{M}}$, $\omega_{\mathrm{s}}=4\omega_{\mathrm{M}}$(4 分)

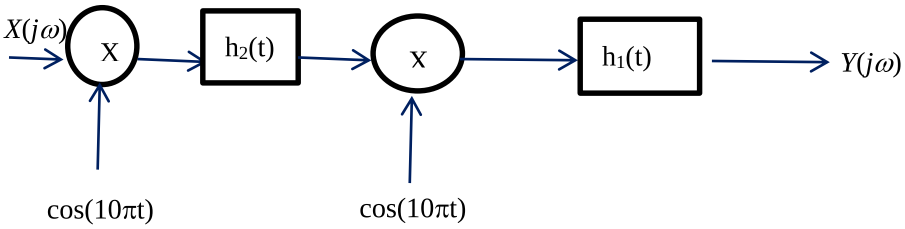
(d) $y(t)=x(t)\cos(\omega_M t)\longleftrightarrow\frac{1}{2}X\left[j(\omega+\omega_M)\right]+\frac{1}{2}X\left[j(\omega-\omega_M)\right]$

$\omega_{\mathrm{Y}}=2\omega_{\mathrm{M}}$, $\omega_{\mathrm{s}}=4\omega_{\mathrm{M}}$(4 分)

四、计算题（14 分）

Solutions:

一种参考答案: $\omega_c = 10\pi$



(3 分)　(3 分)　(4 分)　(4 分)

五、计算题（16 分）

Solutions:

$$u(t+1)-u(t-1) \leftrightarrow \frac{2\sin\omega}{\omega} \quad (2\ 分)$$

$$x_1(t)=t\left[u(t+1)-u(t-1)\right] \leftrightarrow X_1(j\omega)=j\frac{2\omega\cos\omega-2\sin\omega}{\omega^2} \quad (2\ 分)$$

$$x_2(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\frac{\pi}{2}t},\quad a_k=\frac{1}{4}X_1(j\omega)\Big|_{\omega=k\pi/2}=\frac{j\sin(k\pi/2)}{2(k\pi/2)^2} \quad (4\ 分)$$

$$H(j\omega)=\begin{cases}1/2 & 1<|\omega|<3\\ 0 & \text{others}\end{cases}$$

$$H(jk\pi/2)=\begin{cases}1/2 & k=\pm 1\\ 0 & \text{others}\end{cases} \quad (4\ 分)$$

$$y(t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2j}{\pi^2}e^{j\frac{\pi}{2}t}-\frac{1}{2}\cdot\frac{2j}{\pi^2}e^{-j\frac{\pi}{2}t}=-\frac{2}{\pi^2}\sin\frac{\pi}{2}t \quad (4\ 分)$$

六、计算题（16 分）

(a) The block-diagram shows that $H(s)=\dfrac{Ks+4}{(s+2)(s+1)}$ (3 分)

From $h(0^+)=3=\lim\limits_{s\to\infty}sH(s)$ **,** K=3**.**(2 分)

The causality gives that ROC: $\mathrm{Re}\{s\}>-1$**.**

$\therefore H(s)=\dfrac{3s+4}{(s+2)(s+1)}$ **, ROC:** $\mathrm{Re}\{s\}>-1$**.**(2 分)

The ROC includes the $j\omega$**-axis, so the system is stable.** (2 分)

(b) $\because H(s)=\dfrac{2}{s+2}+\dfrac{1}{s+1}$**, ROC:** $\mathrm{Re}\{s\}>-1$**,**

$\therefore h(t)=2e^{-2t}u(t)+e^{-t}u(t)$ **.**(3 分)

(c) $y(t)=1\cdot H(0)=2$**.** (3 分)

七、计算题（16 分）

Solution:

(a) $\because x_1[n]=u[n]+\mathrm{L}u[n-1]\overset{z}{\longleftrightarrow}X_1(z)=\dfrac{1}{1-z^{-1}}+\mathrm{L}\dfrac{z^{-1}}{1-z^{-1}}$
$=\dfrac{1+\mathrm{L}z^{-1}}{1-z^{-1}}$, ROC: $|z|>1$ **,** (2 分)

$y_1[n]=-\dfrac{2}{3}(-2)^nu[-n-1]+\dfrac{1}{3}u[n]\overset{z}{\longleftrightarrow}Y_1(z)=\dfrac{2}{3}\dfrac{1}{1-(-2)z^{-1}}+\dfrac{1}{3}\dfrac{1}{1-z^{-1}}$
$=\dfrac{1}{(1+2z^{-1})(1-z^{-1})}$, ROC: $2>|z|>1$ **,**(2 分)

$\therefore H(z)=\dfrac{Y_1(z)}{X_1(z)}=\dfrac{1}{(1+2z^{-1})(1+\mathrm{L}z^{-1})}$ **,**

$\because y_2[n]=\dfrac{2}{3}(-1)^{n+1}=H(-1)\cdot(-1)^n$**,** $\therefore H(-1)=-\dfrac{2}{3}$**,** $\therefore \mathrm{L}=-\dfrac{1}{2}$**.**(2 分)

$\therefore H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}==\dfrac{1}{(1+2z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$, ROC: $2>|z|>\dfrac{1}{2}$**.**(4 分)

(b) The ROC shows that the system is stable but not causal. (2 分)

(c) $\because H(z)=\dfrac{1}{(1+2z^{-1})(1-z^{-1}/2)}=\dfrac{4}{5}\dfrac{1}{1+2z^{-1}}+\dfrac{1}{5}\dfrac{1}{1-z^{-1}/2}$, ROC: $2>|z|>\dfrac{1}{2}$**,**

$\therefore h[n]=\dfrac{4}{5}(-2)^nu[-n-1]+\dfrac{1}{5}\left(\dfrac{1}{2}\right)^nu(n)$**.**(4 分)