2012

年攻读博士学位研究生入学考试试题

考试科目： 随机过程

注 所有答案必须写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上均无效。

一、简答题（每题8分,共40分）

1. $\{X(t), t\in T\}$为定义在概率空间(Ω, F, P)上的平稳过程，请给出均值均方遍历的数学定义，并请阐述其工程意义.

2. 随机电压 振幅$\{X(t), t\geq 0\}$是独立正态过程，$X(t)\sim N(0,\sigma^2), t\geq 0$，经半波整流后的电压振幅为$Y(t)=[X(t)+|X(t)|]/2, t\geq 0$，试讨论$\{Y(t), t\geq 0\}$是否为正态过程？

3. 均值函数和方差函数分别表征了随机过程的什么特征？为什么说随机过程的自相关函数在研究过程的概率与统计特性尤其重要?

4. 给出随机 过程$\{X(t), t\in T\}$的有限维分布函数族定义，并说明为什么一维分布函数族不足以完全描述过程的整体统计特性.

5.已知随机变量X的特征函数为$\varphi(t)=\cos^2 t, t\in R$，试求$X$的概率分布.

二、证明题（每题10分，共20分）

1.设随机序列$\{X(n), n\in Z\}$满足方程$X(n)=\varepsilon(n)+a\varepsilon(n-1)$($a$ 为常数)，其中$\{\varepsilon(n), n\in Z\}$是正态白噪声，且$\varepsilon(n)\sim N(0,\sigma^2)$，证明$\{X(n), n\in Z^+\}$是宽平稳过程.

2.设$\{X_n, k\in N\}$是独立过程，其中$X_0=0$，$X_k\sim B(k,p), k=1,2,\cdots$，令$Y_n=\sum_{k=0}^{n}X_k$，证明$\{Y_n, n\in N^+\}$是独立增量过程，并确定$\{Y_n, n\in N^+\}$的一维分布.

三、计算题（共 40 分）

1.(10 分) 设 $N(t)$ 是[0，t)时间内某系统发生故障的次数，且 $\{N(t), t\geq 0\}$ 是参数为 $\lambda>0$ 的泊松过程,试求

1)相继两次故障之间时间间隔 T 的概率分布;

2)在系统已经无故障运行 8 小时的情况下，再无故障运行 8 小时的概率.

2.(15 分)给定随机过程 $Y(t)=X_0+Vt$, $t\geq 0$, 其中 X_0 与 V 是相互独立同服从标准正态分布的随机变量.

1)写出此过程的均值函数，协方差函数以及方差函数;

2)对任意 $t_1, t_2, t_3>0$,写出$(Y(t_1),Y(t_2),Y(t_3))$的均值向量及协方差矩阵;

3) 讨论该过程$\{Y(t);\ t\geq 0\}$是否为非退化正态过程?

3.(15 分)设齐次马氏链$\{X_n,\ n=0,1,2,\ldots\}$的状态空间 $E=\{1,2,3,4\}$，状态转移矩阵

$$P=\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

(1) 画出状态转移图; (2)讨论各状态性质; (3)分解状态空间.