座位号________ 考场教室________ 任课教师________ 学号________ 姓名________ 学院________

密……封……线……以……内……答……题……无……效

电子科技大学 2021-2022 学年第二学期期末考试 A 卷

考试科目：电磁场与波 B 考试形式：闭卷 考试日期：2022 年___月___日

本试卷由七部分构成，共八页。考试时长：120 分钟 注：可使用非存储功能的简易计算器

成绩构成比例：平时 50 %，期末 50 %

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	合计
得分									

得 分

一、填空题（共 20 分，每空 1 分）

1. 已知矢量场 $\vec{E}(x,y,z)=axy\vec{e}_x+\left(xy^2+byz\right)\vec{e}_y+\left(z^2+yz+cxyz\right)\vec{e}_z$，其中 a、b、c 为常量，若该矢量场为无散（源）场，则 $a=$ __-1__，$b=$ __-2__，$c=$ __-2__。

2. 散度定理（高斯定理）和旋度定理（斯托克斯定理）分别描述了矢量场 $\vec{F}$ 的通量与其散度、环流与其旋度的变换关系，散度定理的数学表达式为：__$\int_V \nabla\cdot\vec{F}dV=\oint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$__，旋度定理的数学表达式为：__$\int_S \nabla\times\vec{F}dS=\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{l}$__。

3. 电流密度不为 0 时，电荷密度__可以__为 0（选填“可以”或“不可以”）。

4. 麦克斯韦方程组的微分形式描述了有源空间中任意一点处，磁场强度 $\vec{H}$、电场强度 $\vec{E}$、磁感应强度 $\vec{B}$ 和电位移矢量 $\vec{D}$ 的变化规律，其时域微分形式分别为：__$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$__，__$\nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$__，__$\nabla\cdot\vec{B}=0$__ 和 __$\nabla\cdot\vec{D}=\rho$__。

5. 以无穷远为参考点，真空中与点电荷 q 相距 r 米处的电位 φ 为：__$\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$__。

6. 半径为 a 的无限长直导线单位长度的内自感为：__$\dfrac{\mu_0}{8\pi}$__。

7. 电磁能流密度矢量（坡印廷矢量）$\vec{S}$ 与电场强度 $\vec{E}$ 和磁场强度 $\vec{H}$ 的关系为：__ $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$ ___。

8. 已知电场强度 $\vec{E}$ 的复数形式为：$\vec{E}(z)=\vec{e}_x jE_{xm}\cos(kz)$，则其瞬时值形式为：__ $\vec{E}(z,t)=-\vec{e}_x E_{xm}\cos(kz)\sin(\omega t)$,_ $\vec{E}(z,t)=\vec{e}_x E_{xm}\cos(kz)\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$。

9. 在理想介质中，均匀平面波的电场能量密度___等于___磁场能量密度，在导电媒质中，均匀平面波的电场能量密度_ 小于 _磁场能量密度（选填“大于”或“等于”或“小于”）。

$|\varepsilon_c|>\varepsilon$

10. 在良导体中，电场相位 __超前__（选填“超前”或“滞后”）于磁场相位，电场相位和磁场相位相差约__45º__。

11. 对沿+z 方向传播的均匀平面波，若其电场矢量 $\vec{E}$ 在 x 方向和 y 方向的分量分别为：. $\vec{e}_x E_{xm}\sin(\omega t+\phi_x)$.和 $\vec{e}_y E_{ym}\sin(\omega t+\phi_y)$，若该电磁波为左旋圆极化波时，则两个分量的波幅满足 ___ $E_{xm}=E_{ym}$ ___，两个分量的相位满足___ $\phi_y-\phi_x=\frac{\pi}{2}$ ___。

得 分

二、选择题（共 20 分，每空 2 分）

1. 静态电磁场中，在两种导电媒质分界面上，以下分量一定连续的是 （ A ）

   A. 电场强度 $\vec{E}$ 的切向分量　B. 磁场强度 $\vec{H}$ 的切向分量　C. 电位移矢量 $\vec{D}$ 的切向分量

   $B_{1n}=B_{2n}$

2. 已知静电位 $\varphi=2xy-3zy$，则在点（1，1，1）处，电场强度 $\vec{E}$ 为（　B　）

   A. $2\vec{e}_x-\vec{e}_y+3\vec{e}_z$　B. $-2\vec{e}_x+\vec{e}_y+3\vec{e}_z$　C. $2\vec{e}_x+\vec{e}_y-3\vec{e}_z$

3. 极化强度矢量 $\vec{P}$ 的定义为单位体积中电偶极矩的矢量和，其单位为（　C　）

   A. C/m^3　B. A/m^2　C. C/m^2

4. 电导率为 $\sigma=10^6$S/m 的直导线中通过恒定电流 1A，若导线直径为 2 毫米，则导线内的电场

座位号________ 考场教室________ 任课教师________ 学号________ 姓名________ 学院________

密封线内答题无效

强度 $\vec{E}$ 为（ A ）

A．$1/\pi$ V/m　　　　B．$10^{6}\pi$ V/m　　　　C．10^{-6} V/m

5. 已知真空中电磁场的电场强度矢量和磁场强度矢量分别为：.$\vec{e}_x E_0\cos(\omega t-kz)$.和 $\vec{e}_y H_0\cos(\omega t-kz)$，则　其电场的瞬时能量密度为（ B ）

A．$\varepsilon_0 E_0^2\cos^2(\omega t-kz)$　　B．$\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2\cos^2(\omega t-kz)$　　C．$\frac{1}{2}E_0 H_0\cos^2(\omega t-kz)$

6. 关于恒定电场（电源外部）的边界条件一定正确的是（ C ）

A．$J_{1n}=J_{2n}, E_{1n}=E_{2n}$　　B．$J_{1t}=J_{2t}, E_{1n}=E_{2n}$　　C．$J_{1n}=J_{2n}, E_{1t}=E_{2t}$

V　G

7. 在自由空间传播的均匀平面波的磁场强度的复数表示式为 $\vec{H}=(\vec{e}_x 2e^{-j30^\circ}-\vec{e}_y 3e^{-j45^\circ})e^{-j0.1z}$，其角频率 $\omega=$（ A ）。

$\beta=0.1$

A．3×10^{7} V/m　　　　B．$6\pi\times10^{7}$ rad/s　　　　C．3×10^{8} rad/s

8. 已知均匀平面波电场强度为 $\vec{E}(z)=\left[\vec{e}_y+j(e_x+\vec{e}_y)\right]e^{-jkz}$，则其极化形式为（ B ）

A. 线极化波　　　　B. 右旋椭圆极化波　　　　C. 左旋椭圆极化波

9. 均匀平面波垂直入射到理想导体分界面，在入射区域形成的合成波具有以下特性（ C ）

A. 合成波是纯驻波，且在分界面上合成波电场具有最大值

B. 合成波是行驻波，且在分界面上合成波电场具有最小值

C. 合成波是纯驻波，且在分界面上合成波电场具有最小值

10. 均匀平面波从介质 1 垂直入射到介质 2 内，且 $\eta_1>\eta_2$，则合成波电场的振幅最大值出现在（ A ）

$\Gamma<0$

A. 距分界面 $\lambda/4$ 处　　　　B. 分界面上　　　　C. 距分界面 $\lambda/2$ 处

得 分

三、判断题（共 10 分，每题 1 分）

1. 矢量场的旋度是矢量函数，矢量场的散度是标量函数。 （ √ ）
2. 磁化强度矢量仅与磁介质材料的性质有关，与外加磁场无关。 （ × ）
3. 磁场强度沿任意闭合路径的环量等于与该闭合路径交链的所有电流。 （ √ ）

$\vec{H}$

4. 驻波系数越大，合成波中的行波分量越大，驻波分量越小。 （ × ）

S

5. 电感的大小只与回路自身的形状、尺寸和媒质磁导率有关，与回路中的载流无关。 （ √ ）
6. 任意椭圆极化波都可以分解为幅度相等旋向相反的两个圆极化波。 （ × ）
7. 电导率不为零且有限的两种媒质分界面上，磁场强度的切向分量连续。 （ √ ）

$J_s = 0$

8. $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$ 描述了导电媒质中的传导电流与位移电流的振幅之比。 （ × ）

$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} >> 1$

9. 均匀平面波在良导体中的相位常数为 $\beta \approx \sqrt{\pi f \mu\sigma}$ 。 （ √ ）
10. 均匀平面波垂直入射到理想导体表面形成的反射波振幅小于入射波振幅。 （ × ）

等于

$\gamma = jk_c = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\left(1+\frac{\sigma}{j\omega\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\left(\frac{\sigma}{j\omega\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= \sqrt{j}\sqrt{\omega\mu\sigma} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1+j)$ $\beta = \sqrt{f\pi\mu\sigma}$

得 分

四、（10 分）同轴线的内外导体为理想导体，其中内导体半径 $a = 1\ \text{mm}$，外导体半径为 $b = 4\ \text{mm}$，内外导体间为空气。假设内外导体间的电场强度为 $\vec{E} = e_\rho \frac{100}{\rho}\cos\left(10^9 t - kz\right)$ V/m。求：（1）$\vec{E}$ 的相伴磁场 $\vec{H}$；（2）该电磁波在内导体表面引起的电流面密度。

$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\vec{e}_\rho \times \vec{H}|_{\rho=a} = J_S$

解：

（1）根据麦克斯韦微分形式方程组第二个公式（电磁感应定律）：

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot \qquad \text{（1 分）}$$

得到：

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{E} = -\vec{e}_\phi \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_\rho}{\partial z} = -\vec{e}_\phi \frac{100k}{\mu_0 \rho}\sin\left(10^9 t - kz\right) \qquad \text{（3 分）}$$

将上式对时间 t 进行积分：

$$\vec{H}=\int -\vec{e}_\phi \frac{100k}{\mu_0\rho}\sin\left(10^9 t-kz\right)dt=\vec{e}_\phi \frac{100k}{\mu_0 10^9\rho}\cos\left(10^9 t-kz\right)$$

$$=\vec{e}_\phi \frac{1}{3\times10^6\mu_0\rho}\cos\left(10^9 t-kz\right)=\vec{e}_\phi \frac{5}{6\pi\rho}\cos\left(10^9 t-kz\right)$$ （3 分）

Or

电场强度的复矢量表达式为：$\vec{E}=e_\rho \frac{100}{\rho}\exp\left(-jkz\right)$ V/m ，则由

$$\nabla\times\vec{E}=-j\omega\mu_0\vec{H}=-j\vec{e}_\phi \frac{100k}{\rho}\exp\left(-kz\right)$$ （1 分）

得磁场强度的复矢量表达式为：

$$\vec{H}=\vec{e}_\phi \frac{100k}{\mu_0\rho\omega}\exp\left(-jkz\right)$$ （3 分）

则磁场强度的瞬时表达式为：

$$\vec{H}=\vec{e}_\phi \frac{100k}{\mu_0\rho\omega}\cos\left(\omega t-kz\right)=\vec{e}_\phi \frac{5}{6\pi\rho}\cos\left(10^9 t-kz\right)$$ （2 分）

（2）由边界条件可得内导体表面的电流密度为：

$$\vec{J}_S=\vec{e}_n\times\vec{H}\,|_{\rho=a}=\vec{e}_\rho\times\vec{e}_\phi \frac{5}{6\pi\rho}\cos\left(10^9 t-kz\right)\Big|_{\rho=a}$$

$$=\vec{e}_z \frac{5}{6\pi a}\cos\left(10^9 t-kz\right)\ \text{A/m}$$ （3 分）

$$=\vec{e}_z \frac{5000}{6\pi}\cos\left(10^9 t-kz\right)\ \text{A/m}$$ 单位

得 分

五、（11 分）如图所示，有一半径为 a、带电量 q 的导体球，其球心位于介电数分别为 ε_1 和 ε_2 的分界面上，假设分界面无限大：（1）求导体球的电容；（2）求总的静电能量。

$E_内=0$

$W=\frac{1}{2}CU^2$

$C=\frac{q}{U}$

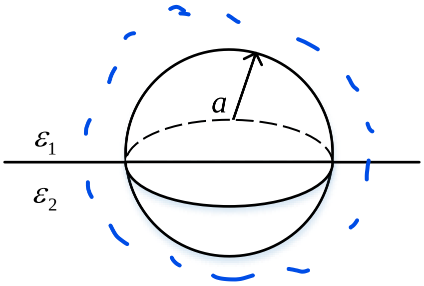
$U=\int_a^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}$

分界面上 $E_{1t}=E_{2t}=E$

$2\pi r^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)E=q \Rightarrow E=\frac{q}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)r^2}$

学院＿＿＿＿ 姓 名＿＿＿＿ 学 号＿＿＿＿ 任课教师＿＿＿＿ 考场教室＿＿＿＿ 座位号＿＿＿＿

密……封……线……以……内……答……题……无……效



解：（1）电场沿径向分布，根据边界条件，在介质分界面上有 $E_{1t}=E_{2t}$，则：

$$\vec{E}_1=\vec{E}_2 \qquad \text{（1 分）}$$

由高斯定理：

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=q \qquad \text{（1 分）}$$

得离球心距离为 r 处的电场强度满足 $2\pi r^2\varepsilon_1 E+2\pi r^2\varepsilon_2 E=q$ ，所以

$$E=\frac{q}{2\pi r^2\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)} \qquad \text{（2 分）}$$

导体球的电位为：

$$\varphi=\int_a^{+\infty}\frac{q}{2\pi r^2\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)}dr=\frac{q}{2\pi a\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)} \qquad \text{（2 分）}$$

所以导体球的电容为：

$$C=\frac{q}{\varphi}=2\pi a\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right) \qquad \text{（2 分）}$$

（2） 总的静电能量为：

$$W_e=\frac{1}{2}q\varphi=\frac{q^2}{4\pi\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)a} \qquad \text{（3 分）}$$

$$=\frac{1}{2}\varphi^2=\frac{1}{2}q\varphi$$

得 分

六、（14 分）在真空中传播的均匀平面波的磁场强度的复数表达式为：$\vec{H}=\left(-\vec{e}_x A+\vec{e}_y 2+\vec{e}_z 4\right)e^{-j\pi(4x+3z)}$，试求：（1）波矢量 $\vec{k}$ ；（2）波长和频率；（3）A 的值；（4）相伴电场的复数表达式；（5）平均坡印廷矢量。

$$\vec{k}=\nabla\left[\pi(4x+3z)\right]=\vec{e}_x 4\pi+\vec{e}_z 3\pi$$

$$\beta=\sqrt{3^2+4^2}\,\pi=5\pi \qquad \lambda=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{2}{5}\ ,\ f=\frac{c}{\lambda}$$

$\vec{E} = \eta_0 \vec{H} \times \vec{e_k}$

$\vec{e_k} = \vec{e_x}\frac{4}{5} + e_z\frac{3}{5}$, $\eta_0 = 120\pi$

解： (1) 由 $\vec{k}\cdot\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z = 4\pi x + 3\pi z$，可得：

$$\vec{k} = \vec{e}_x 4\pi + \vec{e}_z 3\pi \quad （2 分）$$

$$则\ k = \sqrt{(4\pi)^2 + (3\pi)^2} = 5\pi \quad （1 分）$$

（2）波长 $\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = 0.4\ \text{m}$ （1 分）

频率 $f = \dfrac{c}{k} = 7.5\times 10^8\ \text{Hz}$ （1 分）

（3）由电磁波传播方向与磁场方向垂直有：

$$\vec{k}\cdot(-\vec{e}_x A + \vec{e}_y 2 + \vec{e}_z 4) = 0 \quad （2 分）$$

即 $-4\pi A + 3\pi \times 4 = 0$

得：$A = 3$ （1 分）

（4）

$$\vec{E}(r) = \eta_0 \vec{H}(r) \times \vec{e}_n$$

$$= 120\pi(-\vec{e}_x 3 + \vec{e}_y 2 + \vec{e}_z 4)\exp(-j\pi(4x+3z)) \times \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} \quad （3 分）$$

$$= 120\pi(\vec{e}_x 1.2 + \vec{e}_y 5 - \vec{e}_z 1.6)\exp(-j\pi(4x+3z))$$

$$= \pi(144\vec{e}_x + 600\vec{e}_y - 192\vec{e}_z)\exp(-j\pi(4x+3z))$$

（5）平均坡印廷矢量为：

$$S_{av} = \frac{1}{2}\text{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right]$$

$$= \frac{1}{2}\text{Re}\left\{\left[120\pi(\vec{e}_x 1.2 + \vec{e}_y 5 - \vec{e}_z 1.6)\exp(-j\pi(4x+3z))\right] \times \left[(-\vec{e}_x 3 + \vec{e}_y 2 + \vec{e}_z 4)\exp(-j\pi(4x+3z))\right]^*\right\} \quad （3 分）$$

$$= 60\pi \times \left(\vec{e}_x \frac{116}{5} + \vec{e}_z \frac{87}{5}\right)\ \text{W/m}^2$$

$$= (1392\vec{e}_x + 1044\vec{e}_z)\ \pi\text{W/m}^2$$

得 分

七、（15 分）如图所示，已知 z<0 区域中媒质 1 的 $\sigma_1 = 0$、$\varepsilon_{r1} = 4$、$\mu_{r1} = 1$，z>0 区域中媒质 2 的 $\sigma_2 = 0$、$\varepsilon_{r1} = 9$、$\mu_{r1} = 4$，角频率为 $\omega = 5\times 10^8$ rad/s 的均匀平面波从媒质 1 垂直入射到分界面上。若入射波为沿 x 轴方向的线极化波，在 t=0、z=0

$\beta_1 = w\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{w}{c}\sqrt{4} = 2\frac{5\times10^8}{3\times10^8} = \frac{10}{3}$ rad/m

$\beta_2 = \frac{w}{c}\times 6 = \frac{5}{3}\times 6 = 10$ rad/m

学院＿＿＿ 姓名＿＿＿ 学号＿＿＿ 任课教师＿＿＿ 考场教室＿＿＿ 座位号＿＿＿

密 封 线 以 内 答 题 无 效

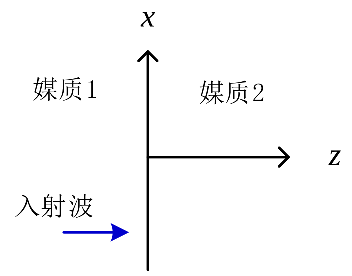
$\eta_1 = \eta_0\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} = 60\pi$, $\eta_2 = \eta_0\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} = \frac{2}{3}\times 120\pi =$

$\Gamma = \frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1} = \frac{20\pi}{140\pi} = \frac{1}{7}$

时，入射波电场取得其振幅值 2.4V/m。试求：（1）相位常数 β_1 和 β_2；（2）反射系数 Γ；（3）媒质 1 中的电场强度 $\vec{E}_1(z,t)$ ；（4）媒质 2 的电场强度 $\vec{E}_2(z,t)$。

$\vec{E}_i = \vec{e}_x 2.4\cos(5\times10^8 t - 3.33z)$

$\vec{E} = \vec{e}_x \frac{2.4}{7}\cos(5\times10^8 t + 3.33z)$



解： （1） $\beta_1 = \omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_1} = \frac{5\times10^8}{3\times10^8}\sqrt{\mu_{r1}\varepsilon_{r1}} = \frac{10}{3} \approx 3.33 \text{ rad/m}$ （1 分）

$.\ \beta_2 = \omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2} = \frac{5\times10^8}{3\times10^8}\sqrt{\mu_{r2}\varepsilon_{r2}} = =10 \text{ rad/m}$. （1 分）

（2） $\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\sqrt{\frac{\mu_{r1}}{\varepsilon_{r1}}} = 120\pi\times\frac{1}{2} = 60\pi(\Omega)$ （1 分）

$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\sqrt{\frac{\mu_{r2}}{\varepsilon_{r2}}} = 120\pi\times\sqrt{\frac{4}{9}} = 80\pi(\Omega)$ （1 分）

$\tau = \frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1} = \frac{160\pi}{140\pi} = \frac{8}{7}$

$\Gamma = \frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1} = \frac{80-60}{80+60} = \frac{1}{7}$ （2 分）

（3） 在 t=0、z=0 时，入射波电场振幅为 2.4V/m，得出： $E_{im} = 2.4$ （1 分）

$$\vec{E}_1(z,t) = E_i(z,t) + E_r(z,t)$$
$$= \vec{e}_x 2.4\cos(5\times10^8 t - 3.33z) + \vec{e}_x\frac{2.4}{7}\cos(5\times10^8 t + 3.33z)$$ V/m （3 分）

（4） $\tau = \frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1} = \frac{8}{7}$ （2 分）

$$\vec{E}_1(z,t) = \tau E_{im}\vec{e}_x\cos(5\times10^8 t - 10z)$$
$$= \vec{e}_x 2.4\times\frac{8}{7}\cos(5\times10^8 t - 10z)$$ （3 分）
$$= \vec{e}_x\frac{19.2}{7}\cos(5\times10^8 t - 10z)$$ V/m