学院________ 姓名________ 学号________ 任课教师________ 考场教室________ 座位号________

……密……封……线……以……内……答……题……无……效……

电子科技大学 2020-2021 学年第 2 学期期末考试 A 卷

考试科目：电磁场与波　考试形式：闭卷 考试日期：2021 年 7 月 6 日

本试卷由 三 部分构成，共 8 页。考试时长：120 分钟

成绩构成比例：平时成绩 50 %，期末成绩 50 %

注：可使用非存储功能的简易计算器

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	合计
得分									

附录：$\varepsilon_0=\dfrac{1}{36\pi}\times10^{-9}F/m$，$\mu_0=4\pi\times10^{-7}H/m$

得 分

一、填空题（每空 1 分，共 20 分）

1. 在两种电导率均为有限值的导电媒质分界面上，电磁场的边界条件为$\vec{e}_n\times(\vec{E}_1-\vec{E}_2)=0$、$\vec{e}_n\times(\vec{H}_1-\vec{H}_2)=0$、$\vec{e}_n\cdot(\vec{D}_1-\vec{D}_2)=\rho_s$、$\vec{e}_n\cdot(\vec{B}_1-\vec{B}_2)=0$。

2. 静电比拟法中，与静电场中电位移矢量、介电常数相对偶的恒定电场的物理量分别是 电流密度矢量（$\vec{J}$）、导电率（σ）。

3. 如图 1 所示，在一块厚度为d的导电板上，由两个半径为r_1和r_2的圆弧，以及夹角为α（弧度）的两半径割出的一块扇形体。该导电板的电导率为σ。那么，沿厚度方向的电阻为 $\dfrac{2d}{\alpha\sigma(r_2^2-r_1^2)}$；沿$\alpha$方向的电阻为 $\dfrac{\alpha}{\sigma d\ln(r_2/r_1)}$。

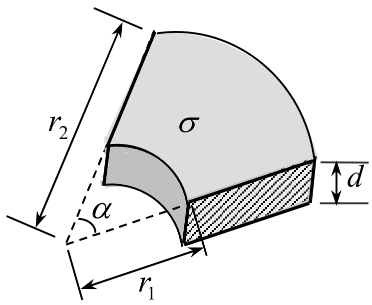

图 1

4. 在时变电磁场的分析中，规定矢量磁位$\vec{A}$散度的洛伦兹条件为

$\nabla\cdot\vec{A}=-\mu\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial t}$_；当时变电磁场为时谐形式时，该洛伦兹条件的复数表达式为$\nabla\cdot\vec{A}=-j\omega\mu\varepsilon\varphi$_。

5. 一均匀平面波在空气中传播，其电场强度矢量的瞬时表达式为

$\vec{E}(z,t)=\vec{e}_x 5\sin(\omega t+4\pi z)$ V/m，将其写成复数形式为$\vec{E}(z)=\vec{e}_x 5e^{j4\pi z}e^{-j\frac{\pi}{2}}$ 或-$\vec{e}_x 5je^{j4\pi z}$ V/m，该平面波的磁场强度矢量的复数形式为$\vec{H}(z)=$_-$\vec{e}_y\frac{1}{24\pi}e^{j4\pi z}e^{-j\frac{\pi}{2}}$ 或$\vec{e}_y\frac{j}{24\pi}e^{j4\pi z}$ A/m，平均坡印廷矢量为$\vec{S}_{av}=$__-$\vec{e}_z\frac{5}{48\pi}$__ W/m^2。

6. 当均匀平面波从电介质 1（ε_1）斜入射到电介质 2（ε_2，且$\varepsilon_1>\varepsilon_2$）时，发生全反射的临界角$\theta_c=\arcsin\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$，当入射角大于该角度时，电介质 2 中_存在__（填“存在”或“不存在”）电磁场。

7. 当均匀平面波从理想介质 1（阻抗η_1）垂直入射到理想介质 2（阻抗η_2）时，透射系数$\tau=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1}$_，反射系数$\Gamma$与透射系数$\tau$的关系是$1+\Gamma=\tau$。

8. 矩形波导中，模式 TE_{11} 与模式 TM_{11} 是简并模。

9. 电偶极子的近区场指的是_$kr<<1$_的区域，近似计算表明该区域中平均功率流密度约等于 0__。

得 分

二、选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 麦克斯韦方程组中的磁场强度旋度方程：$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$，其中的$\vec{J}$可代表（A)。

A. 传导电流密度　　　　B. 传导电流密度与磁化电流密度之和

C. 磁化电流密度　　　　D. 位移电流密度

2. 下列关于恒定电场说法错误的是（　D　）

A. 恒定电场满足欧姆定理的微分形式，可表示为$\vec{E}=\frac{\vec{J}}{\sigma}$。

学院________ 姓名________ 学号________ 任课教师________ 考场教室________ 座位号________

密封线以内答题无效

B. 两种导电媒质分界面上，恒定电场的电场强度切向连续，即 $E_{1t}=E_{2t}$ 。

C. 两种导电媒质分界面上，可能存在自由电荷分布。

D. 内部存在恒定电场的导体是等势体。

3. 同轴线内导体半径为 a，外导体半径为 b，厚度可忽略不计。内、外导体间为空气。则该同轴线单位长度的外自感为（ C ）。

A. $\dfrac{\mu_0}{8\pi}$　　B. $\dfrac{\mu_0}{\pi}\ln(\dfrac{b}{a})$　　C. $\dfrac{\mu_0}{2\pi}\ln(\dfrac{b}{a})$　　D. $\dfrac{2\mu_0}{\pi}\ln(\dfrac{b}{a})$

4. 两块成 45° 的接地导体板，角形区域内有点电荷 $-q$，若用镜像法求解角形区域的电位分布，则共有（ B ）个带电量是 q 的像电荷。

A .3 个　　B. 4 个　　C. 5 个　　D. 7 个

5. 海水的媒质参数为 $\varepsilon_r=81$，$\mu_r=1$，$\sigma=4$ S/m，频率为10 kHz的电磁波在海水中传播时，可以被视为（ B ）。

A. 弱导电媒质　　B. 良导体　　C. 理想导体　　D. 理想介质

6. 均匀平面波的电场强度为 $\vec{E}\left(y\right)=\vec{e}_x 5e^{j\pi y}+\vec{e}_z Ae^{j\pi y}$，当常数 A=(B)时，其极化方式为右旋圆极化波。

A. -5　　B. -5j　　C. 5　　D. 5j

7. 均匀平面波从电介质 1（ε=ε_1）斜入射到电介质 2（ε=ε_2）时，发生全透射的条件为(C)

A. 平行极化波，入射角 θ_{i}=arctan$\left(\sqrt{\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\right)$

B. 垂直极化波，入射角 θ_{i}=arctan$\left(\sqrt{\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\right)$

C. 平行极化波，入射角 θ_{i}=arctan$\left(\sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right)$

D. 垂直极化波，入射角 θ_{i}=arctan$\left(\sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right)$

8、均匀平面波从一种理想介质（波阻抗为 η_1）垂直入射到另一种理想介质（波阻抗为 η_2，$\eta_2>\eta_1$）中，则一区中合成波电场的振幅的第一个最大值出现在（　　A　　）

A. 分界面处　　　　　　　B. 距离分界面$\lambda/4$处

C. 距离分界面$\lambda/3$处　　　　　D. 距离分界面$\lambda/2$ 处

9. 尺寸为$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$=$22.86\times10.16\text{mm}^2$的矩形波导，工作频率为10GHz，传输$TE_{10}$模，其截止波长$\lambda_c$为（ C ）。

A. 20.32mm　　　B. 30mm　　　C. 45.72mm　　　D.39.7mm

10. 下列关于电偶极子的远区场描述中错误的是（ D ）

A. 远区场是横电磁波（TEM 波）

B. 具有方向性，方向性因子为$\sin\theta$

C. 远区场是非均匀球面波

D. 远区电磁场的振幅与$\dfrac{1}{r^2}$成正比

得　分

三、计算题（共 4 小题，60 分）

1.（17 分） 如图 2 所示，半径为 a 的无限长导体圆柱内流有电流密度为$\vec{J}_z(r)=J_0\rho\vec{e}_z\ (\rho\le a)$的电流（其中$J_0$ 常数），导体柱内的介电常数与磁导率分别为ε_0,μ_0。导体柱外是两种均匀无耗介质，分界面为 z=0 平面。z>0 部分的介质介电常数与磁导率分别为ε_1,μ_1，z<0 部分的介质介电常数与磁导率分别为ε_2,μ_2，试求

（1）导体圆柱内的磁场强度与磁感应强度的分布；

（2）单位长度导体圆柱内的磁场能量；

（3）导体圆柱外的磁场强度与磁感应强度的分布；

（4）当在下半部分介质中，放置一个距圆柱轴距离为 b，长宽分别为 c，d 的矩形回路（如图 2 所示）时，求矩形回路的磁通量。

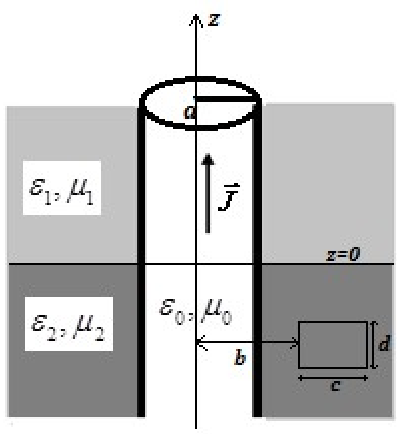

图 2

解：（1）根据电流的流向，磁场的方向为φ方向。在$\rho\le a$的内部取一半径为ρ的圆，该闭合回

路所包围的电流为：

$$I_\rho = \int_0^\rho J_z 2\pi\rho d\rho = \int_0^\rho J_0 2\pi\rho^2 d\rho = \frac{2\pi\rho^3 J_0}{3} \qquad （1 分）$$

根据安排环路定理有：

$$H_{0\varphi} \cdot 2\pi\rho = \frac{2\pi\rho^3 J_0}{3} \qquad （2 分）$$

因此 $\vec{H}_0 = \dfrac{\rho^2 J_0}{3}\vec{e}_\varphi, \vec{B}_0 = \dfrac{\mu_0\rho^2 J_0}{3}\vec{e}_\varphi$ （2 分）

（2）单位长度导体圆柱的磁场能量为

$$W_{0m} = \int_V \frac{1}{2}\vec{B}_0 \bullet \vec{H}_0 dV = \int_0^a \frac{1}{2}\mu_0 (\frac{J_0\rho^2}{3})^2 2\pi\rho d\rho = \frac{\mu_0 \pi J_0^2 a^6}{54} \qquad （2 分）$$

（3）导体圆柱通过的总电流为

$$I = \frac{2\pi a^3 J_0}{3} \qquad （1 分）$$

当 $\rho > a$ 时，上下两个区域中的磁场在分界面上 H 连续。因此根据安培环路定理，有

$$H_\varphi \cdot 2\pi\rho = \frac{2\pi a^3 J_0}{3}$$ （2 分），因此

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_2 = \frac{a^3 J_0}{3\rho}\vec{e}_\varphi, \qquad （2 分）$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_1 a^3 J_0}{3\rho}\vec{e}_\varphi, \vec{B}_2 = \frac{\mu_2 a^3 J_0}{3\rho}\vec{e}_\varphi。 \qquad （2 分）$$

（4）根据图示有

$$\Phi = \int_s B_2 dS = \int_b^{b+c} \frac{\mu_2 a^3 J_0}{3\rho} d d\rho = \frac{\mu_2 a^3 J_0 d}{3} \ln\frac{b+c}{b} \qquad （3 分）$$

2. （15 分）已知一均匀平面波在可看作良导体的媒质中传播，且该媒质的磁导率 $\mu = \mu_0$，均匀平面波的电场强度瞬时表达式为

$$\vec{E}(x,t) = \vec{e}_y 5e^{-\alpha x}\cos(2\pi\times10^6 t - 200\pi x) \quad \mathrm{V/m},$$

试求：(1) 波的传播方向；（2）衰减常数 α 和趋肤深度 δ；（3）良导体的导电率 σ；（4）波长 λ 和相速 v_p；(5) 写出该均匀平面波在此良导体中传播的磁场强度瞬时表达式 $\vec{H}(x,t)$。

解：（1）传播方向为+x 方向；（1 分）

（2）在良导体中，衰减常数 $\alpha \approx \beta = 200\pi$ （2 分）

趋肤深度 $\delta = \frac{1}{\alpha} \approx \frac{1}{200\pi}$ （2 分）

（3）$\beta \approx \sqrt{\pi f \mu\sigma} = \sqrt{\pi \times 10^6 \times 4\pi \times 10^{-7}\sigma} = 200\pi$，（1 分）

因此 $\sigma = 10^5$。（1 分）

（4）$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{200\pi} = 0.01m$ （2 分）

$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi \times 10^6}{200\pi} = 10^4 m/s$ （2 分）

（5）$\eta_c = (1+j)\sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} = 2\pi(1+j)10^{-3}$ （1 分）

$$\begin{aligned}\vec{H}(x,t) &= \vec{e}_x \times \vec{e}_y \frac{5e^{-\alpha x}}{|\eta_c|}\cos(2\pi \times 10^6 t - 200\pi x - \frac{\pi}{4}) \\ &= \vec{e}_z \frac{5000\sqrt{2}e^{-200\pi x}}{4\pi}\cos(2\pi \times 10^6 t - 200\pi x - \frac{\pi}{4})\end{aligned}$$ （3 分）

3. （10 分）均匀平面波从空气垂直入射到某磁介质（$\varepsilon = \varepsilon_0, \mu = \mu_r\mu_0$）平面时，空气中合成波的驻波比为 1.5，介质平面上为驻波电场最大点，试求该磁介质的相对磁导率 μ_r。

解：根据题意有 $S = \frac{1+|\varGamma|}{1-|\varGamma|} = 1.5$ （2 分）

由此求得 $|\varGamma| = \frac{S-1}{S+1} = \frac{0.5}{2.5} = \frac{1}{5}$ （2 分）

因介质平面上是驻波最大点，故应取 $\varGamma = \frac{1}{5}$ （2 分）

由反射系数 $\varGamma = \frac{\eta_1 - \eta_0}{\eta_1 + \eta_0} = \frac{\eta_0\sqrt{\mu_r} - \eta_0}{\eta_0\sqrt{\mu_r} + \eta_0} = \frac{1}{5}$ （2 分）

得 $\sqrt{\mu_r} = 1.5$ ，因此 $\mu_r = 2.25$。（2 分）

4. （18 分）均匀平面波从理想介质（ε=9ε_0，μ=μ_0）中垂直入射到 z=0 的无限大理想导体平板上，如图 3 所示，已知入射波的电场强度表达式为 $\vec{E}_i(z)=\vec{e}_x 2e^{-j2\pi z}$ V/m，求：

（1）该电磁波的频率；

（2）反射波的电场强度 $\vec{E}_r(z)$、磁场强度 $\vec{H}_r(z)$ 表达式；

（3） 将理想导体板如图 4 所示旋转 45 度后，写出此时新的反射波电场强度 $\vec{E}_r'$、磁场强度 $\vec{H}_r'$，以及理想导体板表面电流密度 $\vec{J}_s'$ 的复数表达式。

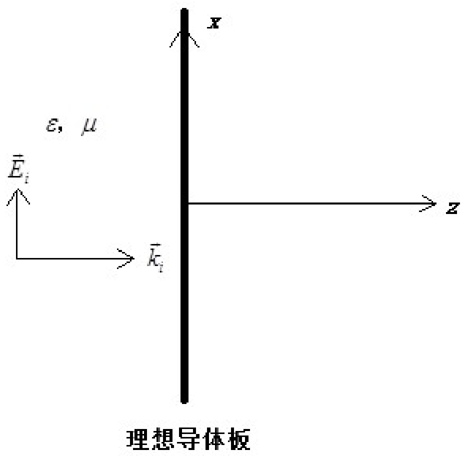

图 3

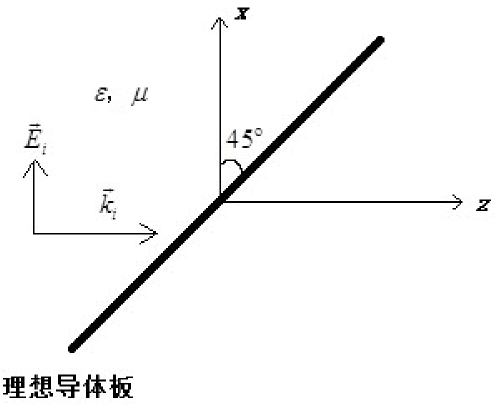

图 4

解：（1） β=$\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$=2$\pi$ （1 分）

因此 $f=\dfrac{2\pi}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}=\dfrac{3\times10^8}{\sqrt{9}}=1\times10^8 Hz$ （1 分）

（2） η=$\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}$=$\dfrac{120\pi}{3}$=40$\pi$ （1 分）

Γ= -1 （1 分）

$\vec{E}_r(z)$=$\vec{e}_x 2\Gamma e^{j2\pi z}$= -$\vec{e}_x 2e^{j2\pi z}$ （2 分）

$\vec{H}_r(z)$=$\left(-\vec{e}_z\right)\times\dfrac{\vec{E}_r(z)}{\eta}=\vec{e}_y\dfrac{1}{20\pi}e^{j2\pi z}$ （2 分）

（3）此时为平行极化波，$\Gamma_{//}$=1，（1 分）

反射波的传播方向为$\vec{e}_x$， （1 分）

入射波磁场为$\vec{H}_i(z)=\vec{e}_z\times\dfrac{\vec{E}_i(z)}{\eta}=\vec{e}_y\dfrac{1}{20\pi}e^{-j2\pi z}$， （1 分）

反射波磁场为$\vec{H}_r'(x)=\vec{e}_y\Gamma_{//}\dfrac{1}{20\pi}e^{-j2\pi x}=\vec{e}_y\dfrac{1}{20\pi}e^{-j2\pi x}$ （2 分）

反射波电场为$\vec{E}_r'(x)=\eta\vec{H}_r'(x)\times\vec{e}_x=-\vec{e}_z 2e^{-j2\pi x}$ （2 分）

$$\vec{J}_s'=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\vec{e}_x-\vec{e}_z\right)\times\left(\vec{H}_i(z)+\vec{H}_r'(x)\right)\Big|_{x-z=0}=\frac{1}{10\sqrt{2}\pi}\left(\vec{e}_x+\vec{e}_z\right)e^{-j2\pi x}$$ （3 分）