学院________ 姓名________ 学号________ 任课教师________ 考场教室________ 座位号________

……………密……………封……………线……………以……………内……………答……………题……………无……………效……………

电子科技大学 2022-2023 学年第 2 学期期中考试试卷

考试科目：__微积分 II__ 考试形式：__闭卷__ 考试日期：__2023__年__5__月__13__日

本试卷由__八__部分构成，共__2__页。考试时长：__90__分钟

成绩构成比例：平时成绩__50__%，期末成绩__50__%，备注：__不使用计算器__

一、单项选择题（每小题 3 分, 共 15 分）

1. 记 A：二元函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 可微，B：二元函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 有一阶连续偏导数，则（ B ）

(A) A 是 B 是充分条件； (B) A 是 B 的必要条件；

(C) A 是 B 的充分必要条件； (D) A 和 B 没有必然的关系.

2. 设 $x+y^3-e^z=z$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$（ D ）

(A) $\dfrac{1}{1+3y^2-e^z}$； (B) $\dfrac{1}{1-e^z}$； (C) $\dfrac{1}{1-3y^2+e^z}$； (D) $\dfrac{1}{1+e^z}$.

3. 设 $z=\ln(x^2y)+e^{x+y}$，则梯度 $\mathrm{grad}z\big|_{(1,1)}=$（ A ）

(A) $(2+e^2)\vec{i}+(1+e^2)\vec{j}$； (B) $(1+e^2)\vec{i}+(2+e^2)\vec{j}$；

(C) $3+2e^2$； (D) $(2+e^2)\vec{i}+(2+e^2)\vec{j}$.

4. 设 $f(x,y)$ 为连续函数，则 $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y=$（ A ）

(A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}^{1} f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$； (B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}^{1} f(r\cos\theta,r\sin\theta)\mathrm{d}r$；

(C) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta}}^{1} f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$； (D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta}}^{1} f(r\cos\theta,r\sin\theta)\mathrm{d}r$.

5. 设区域 D 由直线 $y=x$ 、 $y=-x$ 和曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 围成，则 $\iint\limits_D xy^2\mathrm{d}\sigma=$（ D ）

(A) π； (B) $\dfrac{\pi}{2}$； (C) $\dfrac{\pi}{4}$； (D) 0.

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{\sin(x^2y)}{xy}=$ ______0____________.

2. 函数 $u=x^{yz}$ 在点 $(1,1,2)$ 处的全微分 $\mathrm{d}u=$ _____$\underline{2\mathrm{d}x}$________.

3. 曲线 $y=x^2, z=x^3$ 在 $x=1$ 处的切向量为____$\underline{(1,2,3)}$ 或 $\underline{(-1,-2,-3)}$________.

4. 设曲线 $L:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的周长为 a，则积分 $\int_L(4x^2+9y^2)\mathrm{d}s=$ ____$\underline{36a}$_______.

5. 函数 $z=x^2+y^2$ 在点 $(1,2)$ 处沿从点 $(1,2)$ 到点 $(2,2+\sqrt{3})$ 的方向的方向导数为

____$\underline{1+2\sqrt{3}}$______________.

三、(14 分) 设 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数， $z=f(x-y,xy)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

四、(14 分) 讨论函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 的可微性.

五、(12 分) 计算 $I=\iint\limits_D\left|x^2+y^2-1\right|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$， $D:x^2+y^2\le 4$.

六、(12 分) 设 $F(t)=\iiint\limits_V[z^2+f(x^2+y^2)]dV$， $V:x^2+y^2\le t^2, 0\le z\le h$， f 在 V 上连续，求 $F'(t)$.

七、(10 分) 若点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 是光滑曲面 $F(x,y,z)=0$ 上与原点相距最近的点，试证过点 M_0 的法线必过原点.

八、(8 分) 设 P 为椭球面 $S:x^2+y^2+z^2-yz=1$ 上的动点，若 S 在点 P 处的切平面与 xOy 面垂直，求点 P 的轨迹 L，并计算曲面积分 $I=\iint\limits_\Sigma\dfrac{(x+\sqrt{3})\left|y-2z\right|}{\sqrt{4+y^2+z^2-4yz}}\mathrm{d}S$，其中 Σ 是椭球面 S 位于曲线 L 上

方的部分.