学院________ 姓名________ 学号________ 任课教师________ 考场教室________ 座位号________

密……封……线……以……内……答……题……无……效

电子科技大学 2020-2021 学年第 2 学期期末考试 A 卷

考试科目：电磁场与波 B　考试形式：闭卷　考试日期：2021 年 7 月 6 日

本试卷由 三 部分构成，共 8 页。考试时长：120 分钟

成绩构成比例：平时成绩 50 %，期末成绩 50 % 注：可使用非存储功能的简易计算器

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	合计
得分									

附录：

$$\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}F/m,\qquad \mu_0=4\pi\times10^{-7}H/m$$

得 分

一、填空题（每空 1 分，共 20 分）

1. 有源区麦克斯韦方程组的积分形式为：$\oint_C \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_S(\vec{J}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{S}$、$\oint_C \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\int_S\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$、$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$、$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_V \rho dV$。

2. 静电比拟法中，与静电场中电位移矢量、介电常数对偶的恒定电场的物理量分别是 电流密度矢量（$\boldsymbol{\vec{J}}$）、导电率（$\boldsymbol{\sigma}$）。

3. 理想导体表面电场强度 $\vec{E}$ 满足的边界条件为 $\vec{e}_{\mathrm{n}}\times\vec{E}=0$、磁场强度 $\vec{H}$ 满足的边界条件为 $\vec{e}_{\mathrm{n}}\times\vec{H}=\vec{J}_S$。

4. 表征电磁能量守恒关系的坡印廷定理中，表示单位时间内体积 V 内电磁能量减少的关系式为 $-\frac{d}{dt}\int_V\left(\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}+\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}\right)dV$，表示单位时间内通过曲面 S 从体积 V 内流出的电磁能量关系式为 $\oint_s\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)\cdot d\vec{S}$。

5. 在均匀平面波的分析中，若媒质为导电媒质，则其中的传导电流密度 $\vec{J}$ 与位移电流密度 $\vec{J}_d$ 的相位差大小为 $\underline{\frac{\pi}{2}}$ 或 $\underline{90^0}$ ；若媒质为良导体，则电场强度与磁场强度的相位差大小为 $\underline{\frac{\pi}{4}}$ 或 $\underline{45^0}$ ；若媒质为理想介质，则电场强度与磁场强度的相位差大小为 $\underline{0}$ 。

6. 均匀平面波在良导体中传播，其趋肤深度为 6mm。那么将均匀平面波的频率增大为原来的 9 倍，此时该均匀平面波的趋肤深度为 2mm ，衰减常数 $\alpha =$ 500 Np/m，相位常数 $\beta \approx$ 500 rad/m。

7. 一均匀平面波在空气中传播，其电场强度矢量的瞬时表达式为 $\vec{E}(z,t)=\vec{e}_x 5\sin(\omega t+4\pi z)$ V/m，将其写成复数形式为 $\vec{E}(z)=\underline{\vec{e}_x 5e^{j4\pi z}e^{-j\frac{\pi}{2}}}$ 或 $\underline{-\vec{e}_x 5je^{j4\pi z}}$ V/m，该平面波的磁场强度矢量的复数形式为 $\vec{H}(z)=\underline{-\vec{e}_y \frac{1}{24\pi}e^{j4\pi z}e^{-j\frac{\pi}{2}}}$ 或 $\underline{\vec{e}_y \frac{j}{24\pi}e^{j4\pi z}}$ A/m，平均坡印廷矢量为 $\vec{S}_{av}=\underline{-\vec{e}_z \frac{5}{48\pi}}$ W/m^2。

8. 当电磁波从空气垂直入射到理想导体分界面时，入射波和反射波的合成波为 驻 波

得 分

二、 选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 下列关于恒定电场说法错误的是（ D ）

A. 恒定电场满足欧姆定理的微分形式，可表示为 $\vec{E}=\frac{\vec{J}}{\sigma}$。

B. 两种导电媒质分界面上，恒定电场的电场强度切向连续，即 $E_{1t}=E_{2t}$。

C. 两种导电媒质分界面上，可能存在自由电荷分布。

D. 内部存在恒定电场的导体是等势体。

9. 时变电磁场情况下，以下公式中，始终成立的是（ B ）。

A. $\nabla\times\vec{H}=\vec{J}$ B. $\nabla\cdot\vec{D}=\rho$

学院________ 姓名________ 学号________ 任课教师________ 考场教室________ 座位号________

密 封 线 以 内 答 题 无 效

C. $\nabla \cdot \vec{J} = 0$　　　　D. $\nabla \times \vec{E} = 0$

3. 恒定电流场中，不同导电媒质分界面上自由电荷面密度 $\rho = 0$ 的条（　C　）。

A. $\dfrac{\sigma_1}{\sigma_2} = \varepsilon_2 \varepsilon_1$　　B. $\dfrac{\sigma_1}{\sigma_2} = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$　　C. $\dfrac{\sigma_1}{\sigma_2} = \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$　　D. $\sigma_1 \sigma_2 = \varepsilon_2 \varepsilon_1$

4. 半径为 a 的球形电介质体，其相对介电常数为 6。若在球心处存在一个点电荷 Q，那么球形电介质体的面极化电荷密度 ρ_{SP} 为（ D ）。

A. $Q/8\pi a^2$　　B. 0　　C. $3Q/16\pi a^2$　　D. $5Q/24\pi a^2$

5. 同轴线内导体半径为 a，外导体半径为 b，厚度可忽略不计。内、外导体间为空气。则该同轴线单位长度的外自感为（　C　）。

A. $\dfrac{\mu_0}{8\pi}$　　B. $\dfrac{\mu_0}{\pi}\ln(\dfrac{b}{a})$　　C. $\dfrac{\mu_0}{2\pi}\ln(\dfrac{b}{a})$　　D. $\dfrac{2\mu_0}{\pi}\ln(\dfrac{b}{a})$

6. 麦克斯韦方程组中的磁场强度旋度方程：$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$，其中的 $\vec{J}$ 可代表（　A　）。

A. 传导电流密度　　B. 传导电流密度与位移电流密度之和

C. 磁化电流密度　　D. 位移电流密度

7. 海水的媒质参数为 $\varepsilon_r = 81$，$\mu_r = 1$，$\sigma = 4$ S/m，频率为10 kHz的电磁波在海水中传播时，可以被视为（ B ）。

A. 弱导电媒质　　B. 良导体　　C. 理想导体　　D. 理想介质

8. 时谐电磁波的平均能流密度矢量为　（　C　）。

A. $\dfrac{1}{2}\vec{E} \times \vec{H}$　　B. $\vec{E} \times \vec{H}$　　C. $\dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\vec{E} \times \vec{H}^*\right)$　　D. $\mathrm{Re}\left(\vec{E} \times \vec{H}^*\right)$

9. 电场 $\vec{E} = \vec{e}_x 10 e^{j2\pi z} - j\vec{e}_y 10 e^{j2\pi z}$ 表示一个（　A　）。

A. 左旋圆极化波　　B. 左旋椭圆极化波　　C. 右旋圆极化波　　D. 右旋椭圆极化波

10、均匀平面波从一种理想介质（波阻抗为 η_1）垂直入射到另一种理想介质（波阻抗为 η_2，$\eta_2 < \eta_1$）中，则入射区中合成波电场的振幅的第一个最大值出现在（　B　）

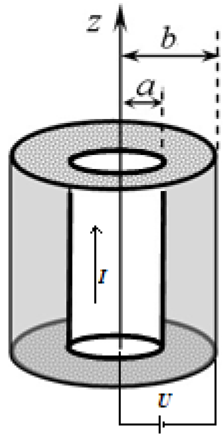
A. 分界面处　　B. 距离分界面 $\lambda/4$ 处

C. 距离分界面 $\lambda/3$ 处　　D. 距离分界面 $\lambda/2$ 处

得 分

三、计算题（共 4 小题，60 分）

1.（18 分）同轴线内导体的半径为 a，外导体半径 b（不考虑外导体的厚度），导体为理想导体，内外导体间填充均匀的理想介质 ε,μ，若同轴线内外导体间的电压为 U，导体中流过的电流为 I，试计算：



（1）同轴线内外导体间的电磁场 $\vec{E},\vec{D},\vec{H},\vec{B}$；

（2）同轴线单位长度的电容；

（3）同轴线单位长度的外自感；

（4）同轴线内外导体间的坡印廷矢量。

解：

（1）设内导体线电荷密度为 ρ_l，在内外导体间选择一个半径为 ρ 、与同轴线同轴的圆柱面为高斯面，由高斯定理知：

$\oint \varepsilon \vec{E} \bullet d\vec{S} = \rho_l L$，得 $\vec{E} = \vec{e}_\rho \dfrac{\rho_l}{2\pi\rho\varepsilon}$ $\qquad a(<\rho<b$ （2 分）

因为 $U = \int_a^b \vec{E} \bullet d\vec{l}$，得 $\rho_l = \dfrac{2\pi U\varepsilon}{\ln\dfrac{b}{a}}$ （2 分）

所以 $\vec{E} = \vec{e}_\rho \dfrac{U}{\rho\ln\dfrac{b}{a}}$， $\vec{D} = \varepsilon\vec{E} = \vec{e}_\rho \dfrac{\varepsilon U}{\rho\ln\dfrac{b}{a}}$ $\qquad (a<\rho<b)$ （2 分）

由安培环路定理 $\oint \vec{H} \bullet d\vec{l} = I$ 得 $\vec{H} = \vec{e}_\phi \dfrac{I}{2\pi\rho}$ $\qquad (a<\rho<b)$ （2 分）

所以 $\vec{B} = \mu\vec{H} = \vec{e}_\phi \dfrac{\mu I}{2\pi\rho}$ $\qquad (a<\rho<b)$ （2 分）

（2）单位长度的电容为 $C = \dfrac{\rho_l}{U} = \dfrac{2\pi\varepsilon}{\ln\dfrac{b}{a}}$ （2 分）

（3）同轴线中单位长度存储的磁场能量为

$$W_m = \frac{1}{2}\int_a^b \mu H^2 2\pi\rho d\rho = \frac{\mu I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$ （2 分）

单位长度的自感为

$$L = \frac{2W_m}{I^2} = \frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$ （2 分）

【 或者 内外导体间磁通为 $\Psi = \int_a^b \frac{\mu I}{2\pi\rho} d\rho = \frac{\mu I}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$ （2 分）

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$ （2 分） 】

（3）同轴线的坡印廷矢量为：$\boldsymbol{\vec{S}} = \boldsymbol{\vec{E}} \times \boldsymbol{\vec{H}} = \boldsymbol{\vec{e}_z}\dfrac{\boldsymbol{UI}}{\boldsymbol{2\pi\rho^2 \ln\frac{b}{a}}}$ （2 分）

2. （16 分）已知空气中传播的均匀平面波的电场为 $\vec{E} = \vec{e}_y 20\pi e^{-j(6x+8z)}$，试求：

（1）波的传播方向； （2）波的极化方式；

（3）波的频率和波长； （4）相伴的磁场 $\vec{H}$；

（5）坡印廷矢量和平均坡印廷矢量。

解：（1）$\vec{k}\bullet\vec{r} = 6x + 8z \Rightarrow k_x = 6,\ k_y = 0,\ k_z = 8$ （1 分）

故传播方向 $\vec{e}_n = \dfrac{\vec{k}}{k} = \dfrac{6\vec{e}_x + 8\vec{e}_z}{10} = \dfrac{3}{5}\vec{e}_x + \dfrac{4}{5}\vec{e}_z$ （2 分）

（2）线极化。 （1 分）

（3）$\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = \dfrac{\pi}{5}\,\mathrm{m}$ （2 分）

$$f = c/\lambda = \frac{15}{\pi}\times 10^8\, Hz$$ (1 分)

（4）$\vec{H} = \dfrac{1}{\eta_0}\vec{e}_n \times \vec{E}$ (2 分)

$$= \frac{1}{120\pi}\left(\frac{3}{5}\vec{e}_x + \frac{4}{5}\vec{e}_z\right)\times \vec{e}_y 20\pi e^{-j(6x+8z)}$$

$$= \frac{1}{6}\left(\frac{3}{5}\vec{e}_z - \frac{4}{5}\vec{e}_x\right)e^{-j(6x+8z)}$$ （2 分）

（5）$\vec{S} = \vec{E}(\vec{r},t)\times\vec{H}(\vec{r},t) = \dfrac{\pi}{3}(6\vec{e}_x + 8\vec{e}_z)\cos^2(\omega t - 6x - 8z)$ (3 分)

$$\vec{S}_{av} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\vec{E}(\vec{r})\times\vec{H}^*(\vec{r})] = \frac{\pi}{3}(3\vec{e}_x + 4\vec{e}_z)$$ （2 分）

3. （10 分）均匀平面波从空气垂直入射到某磁介质（$\varepsilon=\varepsilon_0$，$\mu=\mu_0\mu_r$）平面时，空气中合成波的驻波比为 1.5，介质平面上为驻波电场最大点，试求该磁介质的相对磁导率。

解：根据题意有 $S=\dfrac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=1.5$ （2 分）

由此求得 $|\Gamma|=\dfrac{S-1}{S+1}=\dfrac{0.5}{2.5}=\dfrac{1}{5}$ （2 分）

因介质平面上是驻波最大点，故应取 $\Gamma=\dfrac{1}{5}$ （2 分）

由反射系数 $\Gamma=\dfrac{\eta_1-\eta_0}{\eta_1+\eta_0}=\dfrac{\eta_0\sqrt{\mu_r}-\eta_0}{\eta_0\sqrt{\mu_r}+\eta_0}=\dfrac{1}{5}$ （2 分）

得 $\sqrt{\mu_r}=1.5$ ，因此 $\mu_r=2.25$。 （2 分）

4. （16 分）一右旋椭圆极化波从 z<0 的区域垂直入射至位于 $z=0$ 的无限大理想导体板上，其电场强度的复数形式为 $\vec{E}_i(z)=E_0(2\vec{e}_x-j\vec{e}_y)e^{-j\beta z}$，试求：

（1） 反射波的电场并确定极化；
（2） 导体板上的电流密度；
（3） z<0 区域总电场强度的瞬时表达式。

解：（1）设反射波电场的复数形式为 $\vec{E}_r(z)=(\vec{e}_xE_{rx}+\vec{e}_yE_{ry})e^{j\beta z}$

由理想导体表面电场所满足的边界条件，在 $z=0$ 时有

$\left[\vec{E}_i(z)+\vec{E}_r(z)\right]_{z=0}=0$ 得 $\vec{E}_r(z)=E_0(-2\vec{e}_x+j\vec{e}_y)e^{j\beta z}$ （1 分）

这是一个沿 $(-\vec{e}_z)$ 方向传播的左旋椭圆极化波。 （2 分）

（2）又由理想导体表面磁场所满足的边界条件 $n\times\vec{H}_1=\vec{J}_s$ （1 分）

取 $n=-\vec{e}_z$，则 $-\vec{e}_z\times\left[\vec{H}_i(z)+\vec{H}_r(r)\right]_{z=0}=\vec{J}_s$ （1 分）

而 $H_i(z)=\dfrac{1}{\eta}\vec{e}_z\times\vec{E}_i(z)=\dfrac{E_0}{\eta_0}(j\vec{e}_x+2\vec{e}_y)e^{-j\beta z}$ （2 分）

$H_r(z)=\dfrac{1}{\eta}(-\vec{e}_z)\times\vec{E}_r(z)=\dfrac{E_0}{\eta_0}(j\vec{e}_x+2\vec{e}_y)e^{j\beta z}$ （2 分）

于是 $\left[\vec{H}_i(z)+\vec{H}_r(z)\right]_{z=0}=\dfrac{2E_0}{\eta_0}(j\vec{e}_x+2\vec{e}_y$ （1 分）

故 $\vec{J}_s = -\vec{e}_z \times \left[H_1(z) \right]_{z=0} = \dfrac{2E_0}{\eta_0}(2\vec{e}_x - j\vec{e}_y)$ （2 分）

（3）z<0 区域的总电场强度

$$
\begin{aligned}
\vec{E}_{合}(z,t) &= \mathrm{Re}\left\{ \left[\vec{E}_i(z) + \vec{E}_r(z) \right] e^{j\omega t} \right\} \\
&= \mathrm{Re}\left\{ E_0 \left[(2\vec{e}_x - j\vec{e}_y) e^{-j\beta z} + (-2\vec{e}_x + j\vec{e}_y) e^{j\beta z} \right] e^{j\omega t} \right\} \\
&= \mathrm{Re}\left\{ E_0 \left[-2j(2\vec{e}_x - j\vec{e}_y)\sin\beta z \right] e^{j\omega t} \right\} \\
&= 2E_0 \sin\beta z (2\vec{e}_x \sin\omega t - \vec{e}_y \cos\omega t)
\end{aligned}
$$

（4 分）

，