电路分析与电子线路

课程要点复习

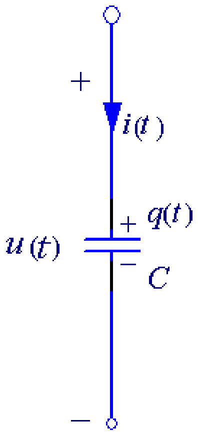
动态元件

- 元件的伏安关系涉及对电流、电压的微分或积分，则称这种元件为动态元件。

动态元件 $\begin{cases} \text{电容元件} \\ \\ \text{电感元件} \end{cases}$

电容元件

◆ u、i取一致参考方向



$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}$$

$$q(t)=Cu(t)$$

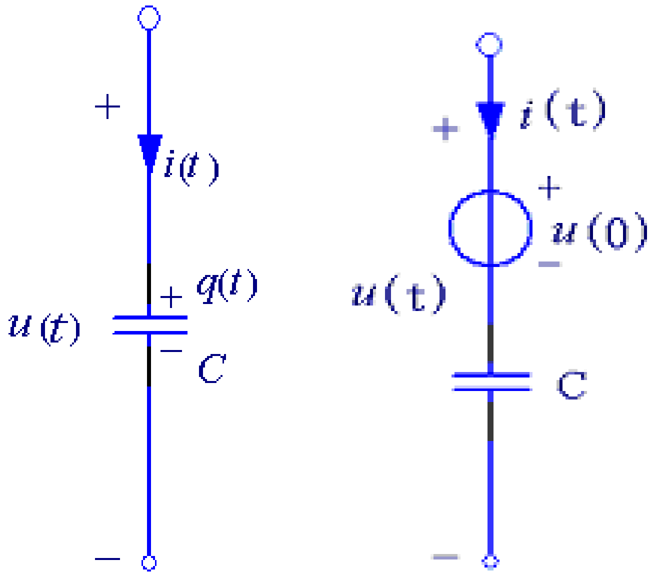
$$i(t)=C\frac{du(t)}{dt}$$

微分关系　　动态元件

电容对直流(稳态)相当于开路，具有隔直流的作用

电容积分形式

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i(t')dt'$$



电容具有两个基本的性质

- ➢电容元件具有记忆(memory)特性
- ➢电容电流为有限值，电容电压不跳变

电容元件中的能量

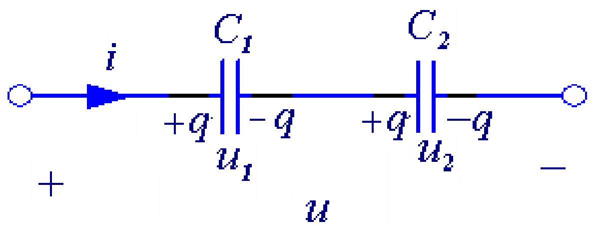
若电容的初始储能为零，即$u(t_0)=0$,则任意时刻t储存在电容中的能量为：

$$W(t)=\frac{1}{2}Cu^2(t)$$

此式说明某时刻电容的电场能量与该时刻电容电压的平方成正比，与电容的电流值无关。

电容元件的串联

➢两个初始电压为零的电容元件串联

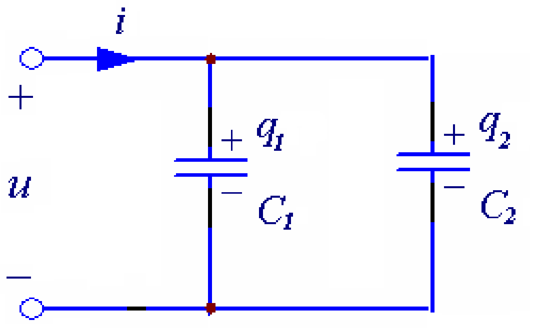


$$u_2 = \frac{q}{C_2} \qquad u_1 = \frac{q}{C_1}$$

$$u = u_1 + u_2 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

$$C = \frac{q}{u} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

电容元件的并联



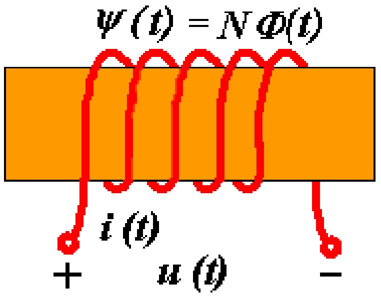
$$q_1 = C_1 u \qquad q_2 = C_2 u$$

$$q = q_1 + q_2 = (C_1 + C_2)u$$

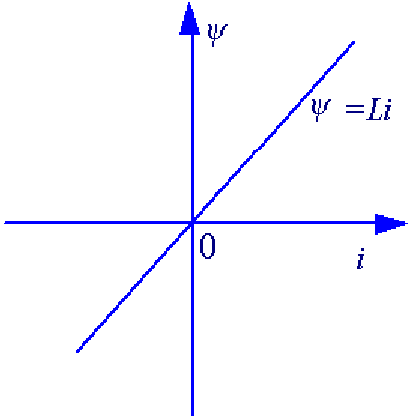
$$C = \frac{q}{u} = C_1 + C_2$$

电感元件

线性非时变电感元件的ψ-i 关系



$$i(t)=\frac{\psi(t)}{L} \qquad \psi(t)=Li(t)$$



L——电感元件的电感量，

是与ψ(t)，i(t)无关的常数

单位：亨利 H、毫亨 mH、微亨 μH

电感元件

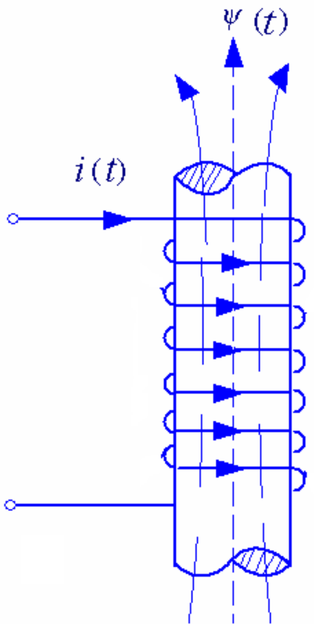
$$e = -\frac{d\psi}{dt}$$

$$u = -e$$

$$\psi = Li$$

$$\boxed{u(t) = L\frac{di(t)}{dt}}$$

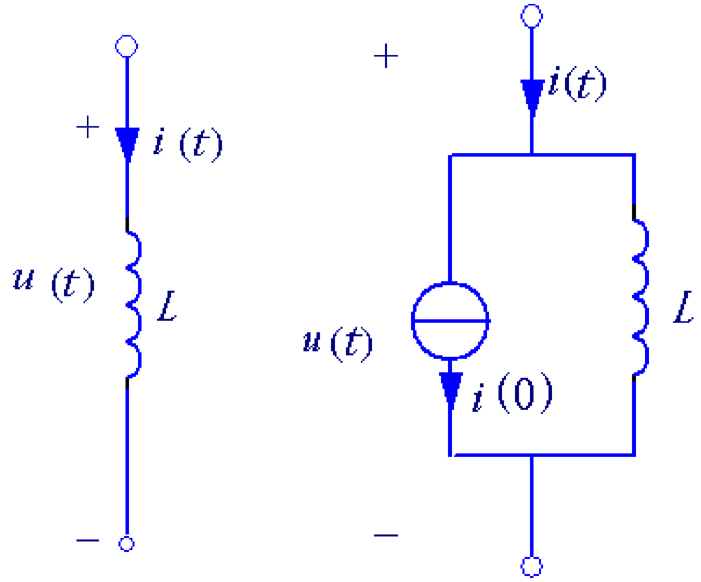
$e(t)$ $u(t)$



电感对直流（稳态）相当于短路

电感元件的积分形式

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t u(t')dt'$$



电感具有两个基本的性质

- ➢ **电感元件具有记忆特性**
- ➢ **电感电压为有限值，则电感电流不跳变**

电感元件的能量

若电感元件的初始储能为零，即$i(t_0)=0$,则任意时刻t储存在电感中的能量为：

$$W(t)=\frac{1}{2}Li^2(t)$$

此式说明某时刻电感元件的磁场能量与该时刻电感电流的平方成正比，与电感的电压值无关。

电感元件的串联和并联

➢ 电感元件串联

$$L = L_1 + L_2$$

➢ 电感元件并联

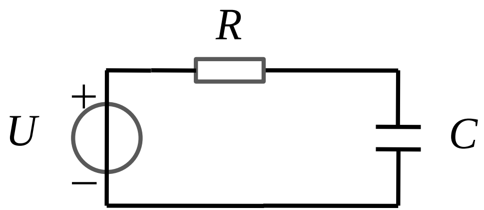
$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

重要知识点总结

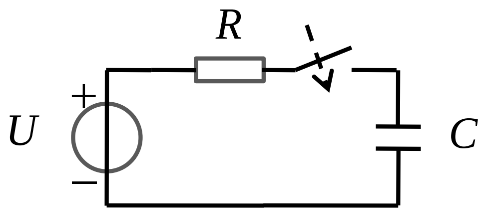
电 容	电 感
$q(t)=Cu(t)$	$\psi(t)=Li(t)$
$i=C\dfrac{du}{dt}$	$u=L\dfrac{di}{dt}$
$u(t)=u(t_0)+\dfrac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(t')dt'$	$i(t)=i(t_0)+\dfrac{1}{L}\int_{t_0}^{t}u(t')dt'$
$W(t)=\dfrac{1}{2}Cu^2(t)$	$W(t)=\dfrac{1}{2}Li^2(t)$

- 电容电压不能突变；电感电流不能突变
- 电容、电感的串联和并联

RC一阶电路的稳态和瞬态分析

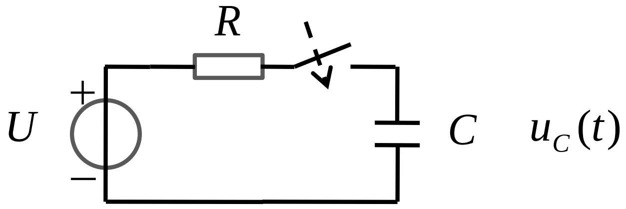


1、稳态分析
电容电压=直流源电压



2、瞬态分析
?

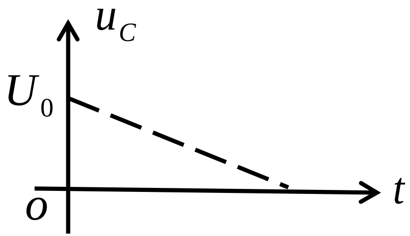
瞬态分析的三种响应



(1) 零输入响应

$U=0$

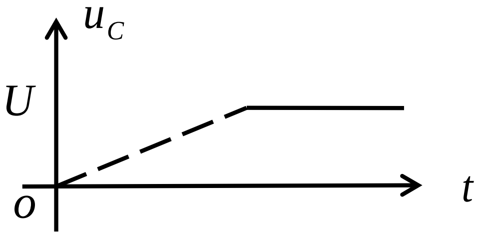
$u_C(0)\neq 0$



(2) 零状态响应

$U\neq 0$

$u_C(0)=0$



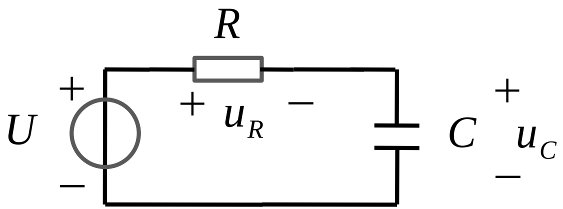
(3) 全响应

$U\neq 0$

$u_C(0)\neq 0$

?

瞬态分析的三种响应



$$u_R + u_C = U$$

$$u_R = Ri = RC\frac{du_C}{dt}$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = U$$

$$u_C(0) = U_0$$

（1）零输入响应

$$U = 0 \qquad u_C(0) = U_0$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$u_C(0) = U_0$$

（2）零状态响应

$$U \neq 0 \qquad u_C(0) = 0$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = U$$

$$u_C(0) = 0$$

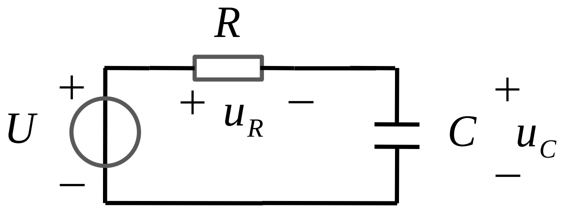
（3）全响应

$$U \neq 0 \qquad u_C(0) = U_0$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = U$$

$$u_C(0) = U_0$$

RC一阶电路的三种响应



$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=U$$

$$u_C(0)=U_0$$

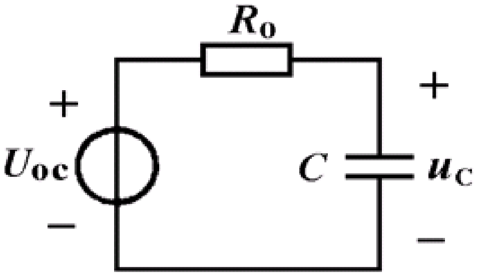
全响应 =零输入响应 +零状态响应

=稳态响应 + 瞬态响应

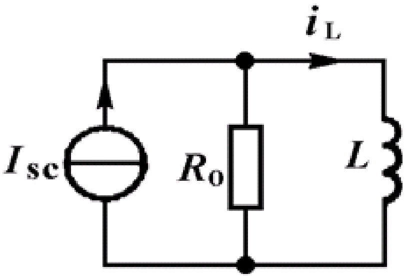
(1) 零输入响应	$U=0$	$u_C(0)=U_0$	$u_C(t)=U_0e^{-\frac{1}{RC}t},t\geq 0$
(2) 零状态响应	$U\neq 0$	$u_C(0)=0$	$u_C(t)=(U-U)e^{-\frac{1}{RC}t},t\geq 0$
(3) 全响应	$U\neq 0$	$u_C(0)=U_0$	$u_C(t)=U+(U_0-U)e^{-\frac{1}{RC}t},t\geq 0$

$$\underbrace{u_C(t)=U_0e^{-\frac{1}{RC}t}}_{\text{零输入响应}}+\underbrace{U(1-e^{-\frac{1}{RC}t})}_{\text{零状态响应}},t\geq 0 \Longleftrightarrow u_C(t)=\underbrace{U}_{\text{稳态响应}}+\underbrace{(U_0-U)e^{-\frac{1}{RC}t}}_{\text{瞬态响应}},t\geq 0$$

一阶电路的三要素法



$$\begin{cases} R_0 C \dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + u_C(t) = U_{oc} & (t \geq 0) \\ u_C(0_+) = U_0 \end{cases}$$



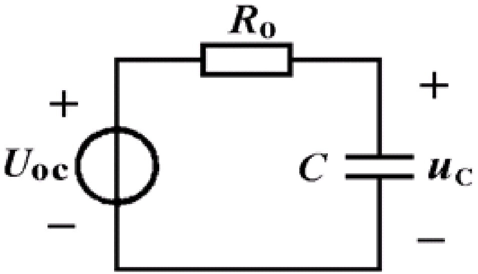
$$\begin{cases} G_0 L \dfrac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} + i_L(t) = I_{sc} & (t \geq 0) \\ i_L(0_+) = I_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau \dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} + f(t) = A & (t \geq 0) \\ f(0_+) \end{cases}$$

$$f(t) = [f(0_+) - f(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + f(\infty) \quad (t \geq 0)$$

- 直流激励下一阶电路的全响应取决于$f(0+)$, $f(\infty)$和τ这三个要素

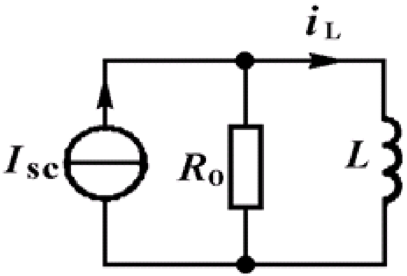
一阶电路的三要素法



一阶RC电路的全响应：

初始值　　稳态值

$$u_C(t)=(U_0-U)e^{-\frac{1}{RC}t}+U \quad t\geq 0$$



一阶RL电路的全响应：

初始值　　稳态值

$$i_L(t)=(I_0-I)e^{-\frac{1}{L/R}t}+I \quad t\geq 0$$

初始值　　稳态值

$$\boldsymbol{f(t)=[f(0_+)-f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}+f(\infty) \quad (t\geq 0)}$$

- 直流激励下一阶电路的全响应取决于$f(0+)$, $f(\infty)$和τ这三个要素

一阶电路的三要素法

1. 初始值$f(0_+)$的计算

(1) 根据$t<0$的电路，计算出$t=0_-$时刻的$v_C(0_-)$或$i_L(0_-)$

(2) 根据电容电压和电感电流连续性,确定电容电压或电感电流初始值，即$v_C(0_+)=v_C(0_-)$和$i_L(0_+)=i_L(0_-)$

(3) 假如还要计算其它非状态变量的初始值，可以从用数值为$v_C(0+)$的电压源替代电容或用数值为$i_L(0+)$的电流源替代电感后所得到的电阻电路中计算出来。

2. 稳态值f (∞)的计算

根据t>0的电路，将电容用开路代替或电感用短路代替，得到一个直流电阻电路，计算出稳态值 f (∞)。

3. 时间常数τ 的计算

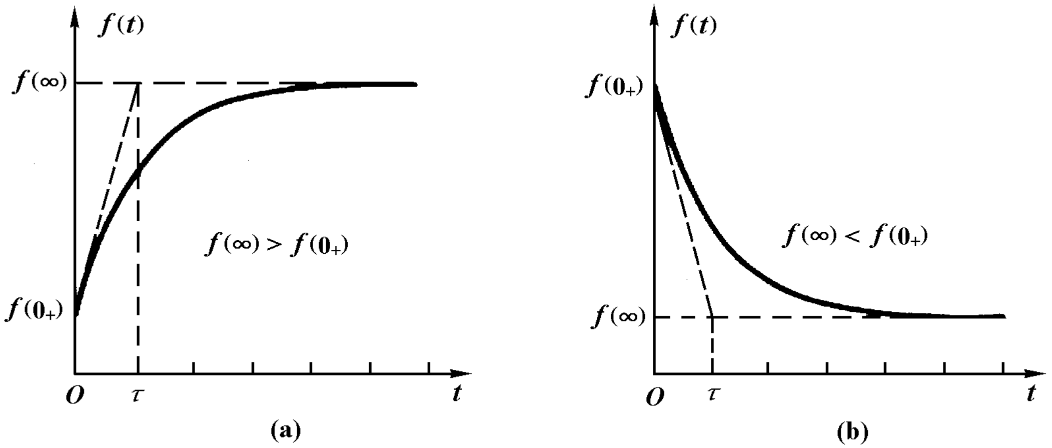
$\tau=RC$或$\tau=L/R$

一阶电路的三要素法

4. 将f (0_+)，f (∞)和 τ 代入到响应的一般表达式，并画出图示波形曲线

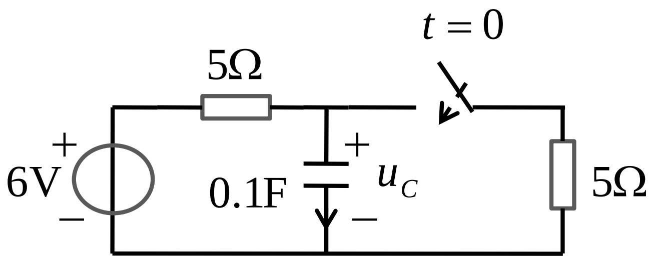
$$f(t) = [f(0_+) - f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + f(\infty) \quad (t \geq 0)$$

$$\tau = RC \qquad \text{或} \qquad \tau = L/R$$



课堂练习1

电路如下图所示，求$u_c(t)$和$i_c(t)$



三要素带入一般表达式

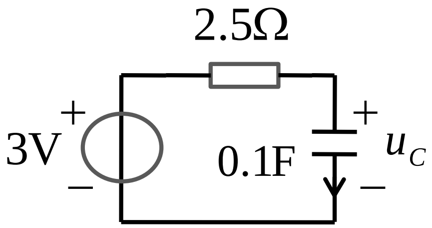
$$f(t)=[f(0_+)-f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}+f(\infty)\quad (t\geq 0)$$

$$u_C(t)=(6-3)e^{-\frac{1}{0.25}t}+3(\mathrm{V}),t\geq 0$$

确定电容电压初始值

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=6\mathrm{V}$$

戴维宁等效电路



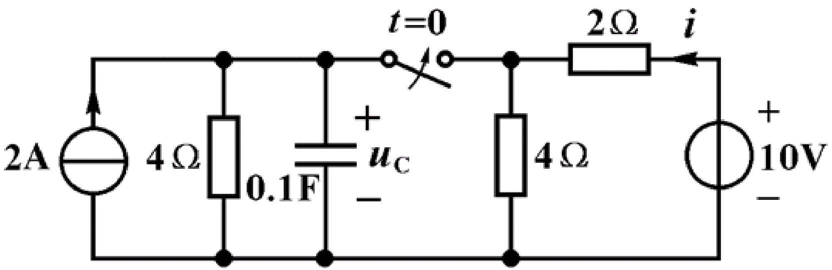
确定电容电压稳态值（3V）

确定时间常数（0.25s）

$$u_C(t)=3e^{-4t}+3(\mathrm{V}),t\geq 0$$

课堂练习2

电路如下图所示，求$u_c(t)$和$i(t)$



$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 8\text{V}$$

$$u_C(\infty) = \frac{1}{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}} \times 2\text{V} + \frac{\frac{4\times4}{4+4}}{2+\frac{4\times4}{4+4}} \times 10\text{V}$$

$$= 2\text{V} + 5\text{V} = 7\text{V}$$

$$R_o = \frac{1}{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}\Omega = 1\Omega$$

戴维宁等效

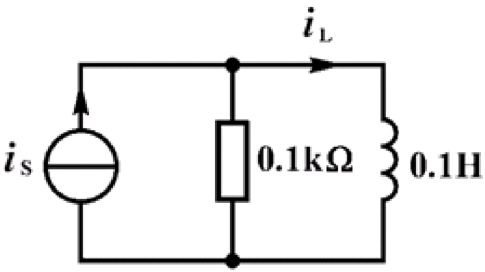
$$\tau = R_o C = 1\Omega \times 0.1\text{F} = 0.1\text{s}$$

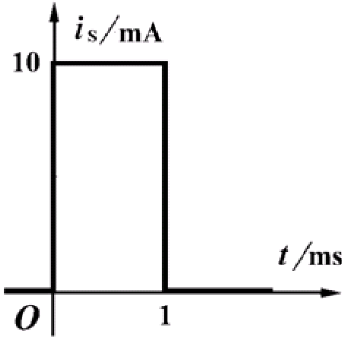
$$u_C(t) = [(8-7)\text{e}^{-10t} + 7]\text{V} = [7 + 1\text{e}^{-10t}]\text{V} \qquad (t \geq 0)$$

$$i(t) = \frac{10\text{V} - u_c(t)}{2\Omega} = \frac{10-(7+1\text{e}^{-10t})}{2}\text{A} = (1.5 - 0.5\text{e}^{-10t})\text{A} \qquad (t > 0)$$

课堂练习3

独立电流源的波形如图(b) 所示，求电感电流的响应





(b)

1) $t \le 0$, $i_S(t)=0$ $\qquad i_L(t)=0 \qquad t \le 0$

2) $0 \le t \le 1\text{ms}$, $i_S(t)=10\text{mA}$

1. 计算初始值$i_L(0_+)$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$$

2. 计算稳态值$i_L(\infty)$

$$i_L(\infty)=10\text{mA}$$

3. 计算时间常数 τ

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{0.1\text{H}}{0.1\times10^3\Omega}=1\text{ms}$$

课堂练习3

4. 利用三要素公式得到

$$i_L(t)=10\times10^{-3}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\text{A}=10(1-e^{-10^3 t})\text{mA}\quad \boxed{(0\le t\le 1\text{ms})}$$

当 $t=1\text{ms}$时， $i_L(1\text{ms})=10\times10^{-3}(1-e^{-1})\text{A}=6.32\text{mA}$

3） 1ms≤t<∞ , $i_S(t)$=0

1. 计算初始值$i_L(1\text{ms}_+)$ $\quad i_L(1\text{ms}_+)=i_L(1\text{ms}_-)=6.32\text{mA}$

2. 计算稳态值$i_L(\infty)$ $\quad i_L(\infty)=0$

3. 时间常数相同，即 $\quad \tau=1\text{ms}$

4. 根据三要素公式得到 $i_L(t)=6.32e^{-\frac{t-1\text{ms}}{\tau}}\text{mA}$

$$=6.32e^{-10^3(t-10^{-3})}\text{mA}\quad (t>1\text{ms})$$