

## 附录一、傅立叶变换对

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt, \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$\omega = 2\pi f, \quad e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j\sin(\omega t)$$

序号	$x(t)$	$X(j\omega)$
1	$\sum_{n=1}^N a_n x_n(t)$	$\sum_{n=1}^N a_n X_n(j\omega)$
2	$x(t-t_0)$	$X(j\omega)e^{-j\omega t_0}$
3	$x(t)e^{j\omega_0 t}$	$X(j(\omega-\omega_0))$
4	$x(at)$	$\frac{1}{ a } X(j\frac{\omega}{a})$
5	$x^*(t)$	$X^*(j(-\omega))$
6	$x(-t)$	$X(j(-\omega))$
7	$X(jt)$	$2\pi x(-\omega)$
8	$x(t) * y(t)$ $= \int_{-\infty}^{\infty} x(u)y(t-u)du$	$X(j\omega)Y(j\omega)$
9	$x(t)y(t)$	$\frac{1}{2\pi} X(j\omega) * Y(j\omega)$ $= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(ju)Y(j(\omega-u))du$
10	$\frac{d^n x(t)}{dt^n}$	$(j\omega)^n X(j\omega)$
11	$(-jt)^n x(t)$	$\frac{d^n X(j\omega)}{d\omega^n}$
12	$\int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau$	$\frac{X(j\omega)}{j\omega} + \pi X(0)\delta(\omega)$
13	$\delta(t)$	1
14	$\delta(t-t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$
15	$u_1(t) = \frac{d}{dt}\delta(t)$	$j\omega$
16	$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau)d\tau$	$\pi\delta(\omega) + 1/j\omega$
17	1	$2\pi\delta(\omega)$
18	$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$

19	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{jn\omega_0 t}$	$2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(\omega - n\omega_0)$
20	$\text{sgn}(t)$	$\frac{2}{j\omega}$
21	$j\frac{1}{\pi t}$	$\text{sgn}(\omega)$
22	$\text{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right)$	$\tau S_a\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \quad \tau > 0$
23	$\frac{wS_a(wt)}{\pi}$	$\text{rect}\left(\frac{\omega}{2w}\right) \quad w > 0$
24	$\text{tri}\left(\frac{t}{\tau}\right)$	$\tau S_a^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \quad \tau > 0$
25	$\frac{wS_a^2(wt)}{\pi}$	$\text{tri}\left(\frac{\omega}{2w}\right) \quad w > 0$
26	$\cos(\omega_0 t)$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$
27	$\sin(\omega_0 t)$	$-j\pi[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$
28	$\cos(\omega_0 t)u(t)$	$\frac{\pi}{2}[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$
29	$\sin(\omega_0 t)u(t)$	$-j\frac{\pi}{2}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$
30	$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{a + j\omega} \quad a > 0$
31	$te^{-at}u(t)$	$\frac{1}{(a + j\omega)^2} \quad a > 0$
32	$t^n e^{-at}u(t)$	$\frac{n!}{(a + j\omega)^{n+1}} \quad a > 0$
33	$e^{-a t }$	$\frac{2a}{a^2 + \omega^2} \quad a > 0$
34	$\exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$	$\sqrt{2\pi}\sigma \exp\left(-\frac{\sigma^2\omega^2}{2}\right) \quad \sigma > 0$

说明：其中， $a, a_n, t_0, \sigma, \omega_0, T$  和  $w$  都是实常数；并且，定义如下的各个函数：

- $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$
- $\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$
- $\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq 1/2 \\ 0 & |t| > 1/2 \end{cases}$
- $S_a(t) = \frac{\sin(t)}{t}$
- $\text{tri}(t) = \begin{cases} 1-|t| & |t| \leq 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases}$