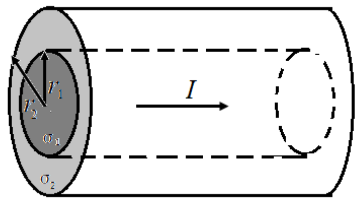
3，则反射波的平均能流密度是入射波的（　C　）倍

A． 1　　　B. 1/2　　　C.　1/4

得 分

三、计算题（15 分）如图所示，无限长直导体圆柱由电导率不相同的两层均匀导电媒质构成，内层导体的半径 $r_1 = a$，电导率 $\sigma_1 = 3\sigma_0$，磁导率 $\mu_1 = \mu_0$，外层导体的外半径 $r_2 = 2a$，电导率 $\sigma_1 = \sigma_0$，磁导率 $\mu_2 = \mu_0$。导体圆柱中流过的总电流为 I，试求导体圆柱中各区域的电场强度和磁场强度。



解：（1）依据题意，电场方向与电流方向相同，设为 $\vec{e}_z$

在两层导电媒质的分界面处，电场的切向分量连续 （1 分）

即电场在导电媒质中处处连续， 即

$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 = E\vec{e}_z$ （2 分）

$I = \pi a^2 J_1 + \pi 3a^2 J_2$ （1 分）

$I = \pi a^2 \sigma_1 E + \pi(b^2 - a^2)\sigma_2 E =$（$3\pi a^2\sigma_0 + 3\pi a^2 \sigma_0$）$E$ （2 分）

$\vec{E} = \dfrac{I}{6\pi a^2 \sigma_0}\vec{e}_z$ （$r \le 2a$） （3 分）

（2）依题意，磁场为平行平面场，方向为 $\vec{e}_\varphi$

导体中的电流分布 $J_1 = \sigma_1 E = 3\sigma_0 E = \dfrac{I}{3\pi a^2}$， $J_2 = \sigma_2 E = \sigma_0 E = \dfrac{I}{6\pi a^2}$ （2 分）

利用安培环路定理

$\oint \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} = J_1 \pi r^2 \Rightarrow \vec{H}_1 = \dfrac{Ir}{6\pi a^2}\vec{e}_\varphi$ （$r \le a$） （2 分）

$\oint \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} = J_2(\pi r^2 - \pi a^2) + J_1 \pi a^2 \Rightarrow \vec{H}_1 = (\dfrac{Ir}{12\pi^2 a^2 r}(\pi r^2 - \pi a^2) + \dfrac{I}{6\pi r})\vec{e}_\varphi$ （$a < r \le 2a$）

（2 分）

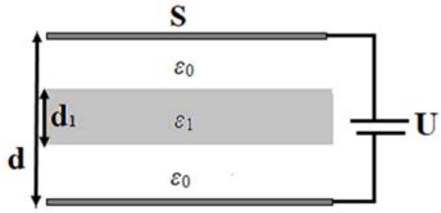
得 分

四、（10 分）平行板电容器，极板面积为 S，两极板间距为 d，极板间插入介电系数 $\varepsilon_1 = 4\varepsilon_0$，厚度 $d_1 = d/3$ 的理想介质，忽略边缘效应，且外加电压 U，试计算

（1） 极板上的电荷面密度；

（2） 介质表面的极化电荷面密度；

（3）电容器储存的静电场能量；



解：

（1）依题意，取由上极板指向下极板方向为 $\vec{e}_z$ 方向，电场沿 $\vec{e}_z$ 方向

由于介质为理想介质，在其与自由空间的分界面上不存在面电荷，电位移矢量在电容器内连续分布，设自由空间内为 $\vec{D}_1$ 介质内为 $\vec{D}_2$ $\quad \vec{D}_1 = \vec{D}_2 = \vec{D}$ （1 分）

则有 $\dfrac{D}{\varepsilon_0}\cdot\dfrac{2}{3}d + \dfrac{D}{4\varepsilon_0}\cdot\dfrac{1}{3}d = U \Rightarrow \vec{D} = \dfrac{4\varepsilon_0}{3d}U\vec{e}_z$ （2 分）

利用边界条件，在上极板有 $D_1 = \rho_{s1} \Rightarrow \rho_{s1} = \dfrac{4\varepsilon_0}{3d}U$ （1 分）

在下极板 $0 - D_1 = \rho_{s2} \Rightarrow \rho_{s2} = -\dfrac{4\varepsilon_0}{3d}U$ （1 分）

（2）在介质内有

$$\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0\vec{E} = \frac{3}{4}\vec{D} = \frac{\varepsilon_0}{d}U\vec{e}_z \qquad (2)$$

在介质板的上表面有 $\rho_{SP1} = \vec{P}\cdot(-\vec{e}_z) = -\dfrac{\varepsilon_0}{d}U$ （1 分）

在介质板的下表面有 $\rho_{SP2} = \vec{P}\cdot\vec{e}_z = \dfrac{\varepsilon_0}{d}U$ （1 分）

（3） $W = \dfrac{D^2}{2\varepsilon_0}S\cdot\dfrac{2}{3}d + \dfrac{D^2}{8\varepsilon_0}S\cdot\dfrac{1}{3}d = \dfrac{2\varepsilon_0 S}{3d}U^2$ （1 分）

得 分

五、（10 分）真空中中传播的均匀平面波电场强度 $\vec{E}=\vec{e}_y 10e^{-j\pi(3x+4z)}$ V/m

试求：（1）此平面波的波长和频率；

（2）此平面波的传播方向单位矢量；

（3）流过与传播方向垂直的单位面积的平均功率。

解：（1）依题意 $\vec{k}=3\pi\vec{e}_x+4\pi\vec{e}_z \Rightarrow k=5\pi$ （1 分）

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2}{5}\text{m}$$ （2 分）

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\times10^8}{2/5}=7.5\times10^8\,\text{Hz}$$ （2 分）

（2）$\vec{e}_n=\frac{\vec{k}}{k}=\frac{3}{5}\vec{e}_x+\frac{4}{5}\vec{e}_z$ （1 分）

（3）相伴的磁场

$$\vec{H}=\frac{1}{\eta_0}\vec{e}_n\times(\vec{e}_y 10e^{-j\pi(3x+4z)})=(\frac{\vec{e}_z}{20\pi}-\frac{\vec{e}_x}{15\pi})e^{-j\pi(3x+4z)}\mathbf{A/m}$$ （1 分）

$$\vec{S}_{av}=\frac{1}{2}\mathbf{Re}(\vec{E}\times\vec{H}^*)=\frac{\vec{e}_x}{4\pi}+\frac{\vec{e}_z}{3\pi}\mathbf{W/m^2}$$ (2 分)

穿过单位面积的平均功率为

$$P_{av}=\int\vec{S}_{av}\cdot\vec{e}_n=\frac{5}{12\pi}\mathbf{W/m^2}$$

得 分

七、（15 分）已知 z<0 区域中有媒质 1（σ_1=0，$\varepsilon_{r1}=4$，$\mu_{r1}=1$），z>0 区域有媒质 2（σ_2=0，$\varepsilon_{r2}=9$，$\mu_{r2}=4$），频率为 $f=100\textbf{MHz}$ 的均匀平面波从媒质 1 垂直入射到分界面上。设入射波为左旋圆极化波，电场振幅为 20V/m。试求：

（1） 入射波的电场和磁场；

（2） 反射波的电场、磁场和极化特性；

（3） 透射波的电场和磁场

解：依题意，电磁波在媒质 1 中的波数 $k_1=\dfrac{2\pi f}{c}\sqrt{\varepsilon_{r1}\mu_{r1}}=\dfrac{2\pi\times10^8}{3\times10^8}\sqrt{4}=\dfrac{4\pi}{3}$（1 分）

波阻抗 $\eta_1=120\pi\sqrt{\dfrac{\mu_{r1}}{\varepsilon_{r1}}}=60\pi$ （1 分）

在媒质 2 中的波数 $k_2=\dfrac{2\pi f}{c}\sqrt{\varepsilon_{r1}\mu_{r1}}=\dfrac{2\pi\times10^8}{3\times10^8}\sqrt{4\times9}=4\pi$ （1 分）

波阻抗 $\eta_2=120\pi\sqrt{\dfrac{\mu_{r2}}{\varepsilon_{r2}}}=80\pi$ （1 分）

在分界面处 $\Gamma=\dfrac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}=\dfrac{1}{7}$，$\tau=1+\Gamma=\dfrac{8}{7}$ （1 分）

（1）入射波电场和磁场为

$$\vec{E}_i=(\vec{e}_x+j\vec{e}_y)20e^{-jk_1z}=(\vec{e}_x+j\vec{e}_y)20e^{-j\frac{4}{3}\pi z}$$ （2 分）

$$\vec{H}_i=\frac{1}{\eta_1}\vec{e}_z\times(\vec{e}_x+j\vec{e}_y)20e^{-jk_1z}=(\vec{e}_y-j\vec{e}_x)\frac{1}{3\pi}e^{-j\frac{4}{3}\pi z}$$ （1 分）

（2）反射波电场和磁场为

$$\vec{E}_r = \Gamma\left(\vec{e}_x + j\vec{e}_y\right)20e^{jk_1z} = \left(\vec{e}_x + j\vec{e}_y\right)\frac{20}{7}e^{j\frac{4}{3}\pi z}$$ （1 分）

$$\vec{H}_r = \frac{1}{\eta_1}(-\vec{e}_z)\times\frac{1}{7}(\vec{e}_x + j\vec{e}_y)20e^{j\frac{4}{3}\pi z} = \left(-\vec{e}_y + j\vec{e}_x\right)\frac{1}{21\pi}e^{j\frac{4}{3}\pi z}$$ （2 分）

反射波为右旋圆极化波 （1 分）

（3）反射波电场和磁场为：

$$\vec{E}_t = \tau(\vec{e}_x + j\vec{e}_y)20e^{-jk_2z} = \left(\vec{e}_x + j\vec{e}_y\right)\frac{160}{7}e^{-j4\pi z}$$ （1 分）

$$\vec{H}_t = \frac{1}{\eta_2}\vec{e}_z\times(\vec{e}_x + j\vec{e}_y)\frac{160}{7}e^{-jk_2z} = \left(\vec{e}_y - j\vec{e}_x\right)\frac{2}{7\pi}e^{-j4\pi z}$$ (2 分)