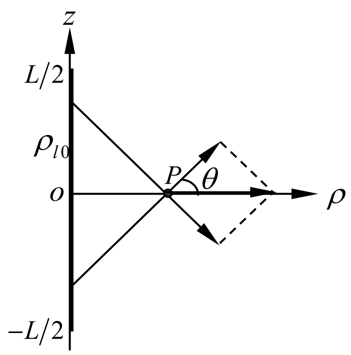
3.1 长度为 L 的线电荷，其电荷线密度为 ρ_{l0}。(1)计算线电荷平分面上的电位函数 φ；(2)利用直接积分法计算线电荷平分面上任意点的电场 $\boldsymbol{E}$，并用 $\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi$ 核对。

解 (1)建立如题 3.1 图所示坐标系。根据电位的积分表达式，线电荷平分面上任意点 P 的电位为



题 3.1 图

$$\varphi(\rho,0,0)=\int_{-L/2}^{L/2}\frac{\rho_{l0}\mathrm{d}z'}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\rho^2+z'^2}}=$$

$$\frac{\rho_{l0}}{4\pi\varepsilon_0}\ln(z'+\sqrt{\rho^2+z'^2})\Big|_{-L/2}^{L/2}=$$

$$\frac{\rho_{l0}}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\sqrt{\rho^2+(L/2)^2}+L/2}{\sqrt{\rho^2+(L/2)^2}-L/2}=$$

$$\frac{\rho_{l0}}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\sqrt{\rho^2+(L/2)^2}+L/2}{\rho}$$

(2)根据对称性，可得两个对称线电荷元 $\rho_{l0}\mathrm{d}z'$ 在点 P 的电场为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\boldsymbol{e}_\rho\mathrm{d}E_\rho=\boldsymbol{e}_\rho\frac{\rho_{l0}\mathrm{d}z'}{2\pi\varepsilon_0\left(\rho^2+z'^2\right)}\cos\theta=\boldsymbol{e}_\rho\frac{\rho_{l0}\rho\mathrm{d}z'}{2\pi\varepsilon_0(\rho^2+z'^2)^{3/2}}$$

故长为 L 的线电荷在点 P 的电场为

$$\boldsymbol{E}=\int\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\boldsymbol{e}_\rho\int_0^{L/2}\frac{\rho_{l0}\rho\mathrm{d}z'}{2\pi\varepsilon_0(\rho^2+z'^2)^{3/2}}=$$

$$\boldsymbol{e}_\rho\frac{\rho_{l0}}{2\pi\varepsilon_0\rho}\left(\frac{z'}{\sqrt{\rho^2+z'^2}}\right)\Big|_0^{L/2}=\boldsymbol{e}_\rho\frac{\rho_{l0}}{4\pi\varepsilon_0\rho}\frac{L}{\sqrt{\rho^2+(L/2)^2}}$$

由 $\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi$ 求 $\boldsymbol{E}$，有

$$\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi=-\frac{\rho_{l0}}{2\pi\varepsilon_0}\nabla\left[\ln\frac{L/2+\sqrt{\rho^2+(L/2)^2}}{\rho}\right]=$$

$$-\boldsymbol{e}_\rho\frac{\rho_{l0}}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\rho}\left[\ln\left(L/2+\sqrt{\rho^2+(L/2)^2}\right)-\ln\rho\right]=$$

$$-\boldsymbol{e}_\rho\frac{\rho_{l0}}{2\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{\rho}{\left[L/2+\sqrt{\rho^2+(L/2)^2}\right]\sqrt{\rho^2+(L/2)^2}}-\frac{1}{\rho}\right\}=$$

$$\boldsymbol{e}_\rho\frac{\rho_{l0}}{4\pi\varepsilon_0\rho}\frac{L}{\sqrt{\rho^2+(L/2)^2}}$$

可见得到的结果相同。

3.3 电场中有一半径为 a 的圆柱体，已知柱内外的电位函数分别为

$$\begin{cases}\varphi(\rho)=0 & \rho\le a\\ \varphi(\rho)=A(\rho-\dfrac{a^2}{\rho})\cos\phi & \rho\ge a\end{cases}$$

(1)求圆柱内、外的电场强度；

(2)这个圆柱是什么材料制成的？表面有电荷分布吗？试求之。

解 （1）由 $\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi$，可得到

$\rho<a$ 时， $\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi=0$

$\rho>a$ 时， $$\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi=-\boldsymbol{e}_{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}[A(\rho-\frac{a^2}{\rho})\cos\phi]-\boldsymbol{e}_{\phi}\frac{\partial}{\rho\partial\phi}[A(\rho-\frac{a^2}{\rho})\cos\phi]=$$

$$-\boldsymbol{e}_{\rho}A(1+\frac{a^2}{\rho^2})\cos\phi+\boldsymbol{e}_{\phi}A(1-\frac{a^2}{\rho^2})\sin\phi$$

（2）该圆柱体为等位体，所以是由导体制成的，其表面有电荷分布，电荷面密度为

$$\rho_s=\varepsilon_0\boldsymbol{e}_n\cdot\boldsymbol{E}\Big|_{\rho=a}=\varepsilon_0\boldsymbol{e}_{\rho}\cdot\boldsymbol{E}\Big|_{\rho=a}=-2\varepsilon_0A\cos\phi$$

3.4 已知 $y>0$ 的空间中没有电荷，下列几个函数中哪些是可能的电位的解?

（1） $e^{-y}\cosh x$；

（2） $e^{-y}\cos x$；

（3） $e^{-\sqrt{2}y}\cos x\sin x$

（4） $\sin x\sin y\sin z$。

解 在电荷体密度 $\rho=0$ 的空间，电位函数应满足拉普拉斯方程 $\nabla^2\varphi=0$

（1） $$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(e^{-y}\cosh x)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}(e^{-y}\cosh x)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}(e^{-y}\cosh x)=2e^{-y}\cosh x\neq0$$

故此函数不是 $y>0$ 空间中的电位的解；

（2） $$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(e^{-y}\cos x)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}(e^{-y}\cos x)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}(e^{-y}\cos x)=-e^{-y}\cos x+e^{-y}\cos x=0$$

故此函数是 $y>0$ 空间中可能的电位的解；

（3） $$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(e^{-\sqrt{2}y}\cos x\sin x)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}(e^{-\sqrt{2}y}\cos x\sin x)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}(e^{-\sqrt{2}y}\cos x\sin x)=$$

$$-4e^{-\sqrt{2}y}\cos x\sin x+2e^{-\sqrt{2}y}\cos x\sin x\neq0$$

故此函数不是 $y>0$ 空间中的电位的解；

（4） $$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sin x\sin y\sin z)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}(\sin x\sin y\sin z)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\sin x\sin y\sin z)=$$

$$-3\sin x\sin y\sin z\neq0$$

故此函数不是 $y>0$ 空间中的电位的解。

3.5 一半径为 R_0 的介质球，介电常数为 $\varepsilon_r\varepsilon_0$，其内均匀分布体密度为 ρ 的自由电荷，试证明该介质球中心点的电位为 $\dfrac{2\varepsilon_r+1}{2\varepsilon_r}(\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0})R_0^2$

解 根据高斯定理 $\oint_S D\cdot d\boldsymbol{S}=q$，得

$r<R_0$ 时， $$4\pi r^2D_1=\frac{4\pi r^3}{3}\rho$$

即 $$D_1=\frac{\rho r}{3},\qquad E_1=\frac{D_1}{\varepsilon_r\varepsilon_0}=\frac{\rho r}{3\varepsilon_r\varepsilon_0}$$

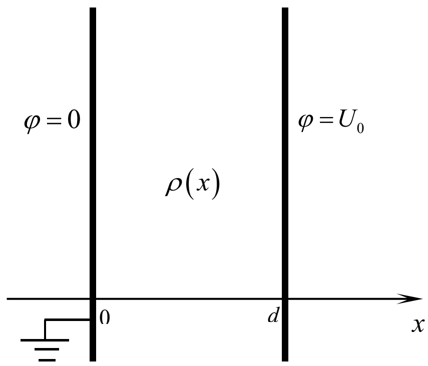
$r>R_0$ 时， $$4\pi r^2D_2=\frac{4\pi R_0^3}{3}\rho$$

故
$$D_2 = \frac{\rho R_0^3}{3r^2}\ ,\qquad E_2 = \frac{D_1}{\varepsilon_0} = \frac{\rho R_0^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$
则得中心点的电位为
$$\varphi(0) = \int_0^{R_0} E_1\,\mathrm{d}\,r + \int_{R_0}^{\infty} E_2\,\mathrm{d}\,r = \int_0^{R_0} \frac{\rho r}{3\varepsilon_r\varepsilon_0}\mathrm{d}\,r + \int_{R_0}^{\infty} \frac{\rho R_0^3}{3\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}\,r =$$
$$\frac{\rho R_0^2}{6\varepsilon_r\varepsilon_0} + \frac{\rho R_0^2}{3\varepsilon_0} = \frac{2\varepsilon_r + 1}{2\varepsilon_r}\left(\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\right)R_0^2$$

3.7 两块无限大导体平板分别置于 x=0 和 x=d 处，板间充满电荷，其体电荷密度为 $\rho = \frac{\rho_0 x}{d}$，极板的电位分别为 0 和 U_0，如题 3.7 图所示；求两极板之间的电位和电场强度。

解 两导体板之间的电位满足泊松方程 $\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$，故得
$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\rho_0 x}{d}$$
解此方程，得
$$\cancel{\boldsymbol{\varphi = -\frac{\rho_0 x^3}{6\varepsilon_0 d} + Ax + B}}$$
在 $x = 0$ 处，$\varphi = 0$，故 $B = 0$

在 $x = d$ 处，$\varphi = U_0$，故 $U_0 = -\frac{\rho_0 d^3}{6\varepsilon_0 d} + Ad$



题 3.7 图

得
$$A = \frac{U_0}{d} + \frac{\rho_0 d}{6\varepsilon_0}$$
故
$$\cancel{\boldsymbol{\varphi = -\frac{\rho_0 x^3}{6\varepsilon_0 d} + \left(\frac{U_0}{d} + \frac{\rho_0 d}{6\varepsilon_0}\right)x}}$$
$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi = -\boldsymbol{e}_x\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \boldsymbol{e}_x\left[\frac{\rho_0 x^2}{2\varepsilon_0 d} - \left(\frac{U_0}{d} + \frac{\rho_0 d}{6\varepsilon_0}\right)\right]$$

3.8 试证明：同轴线单位长度的静电储能 $W_e = \frac{q_l^2}{2C}$。式中 q_l 为单位长度上的电荷量，C 为单位长度上的电容。

解 由高斯定理可求得圆柱形电容器中的电场强度为
$$E(\rho) = \frac{q_l}{2\pi\varepsilon\rho}$$
内外导体间的电压为
$$U = \int_a^b E\mathrm{d}\rho = \int_a^b \frac{q_l}{2\pi\varepsilon\rho}\mathrm{d}\rho = \frac{q_l}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$$
则同轴线单位长度的电容为
$$C = \frac{q_l}{U} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}$$

则得同轴线单位长度的静电储能为

$$W_e=\frac{1}{2}\int_V \varepsilon E^2\,\mathrm{d}V=\frac{1}{2}\int_a^b \varepsilon(\frac{q_l}{2\pi\varepsilon r})^2 2\pi\rho\,\mathrm{d}\,\rho=\frac{1}{2}\frac{q_l^2}{2\pi\varepsilon}\ln(b/a)=\frac{1}{2}\frac{q_l^2}{C}$$

3.9 有一半径为a、带电量q的导体球，其球心位于介电常数分别为ε_1和ε_2的两种介质的分界面上，该分界面为无限大平面。试求：（1）导体球的电容；（2） 总的静电能量。

解 （1）由于电场沿径向分布，根据边界条件，在两种介质的分界面上$E_{1t}=E_{2t}$，故有 $E_1=E_2=E$。由于$D_1=\varepsilon_1 E_1$、$D_2=\varepsilon_2 E_2$，所以$D_1\neq D_2$。由高斯定理，得到

$$D_1S_1+D_2S_2=q$$

即

$$2\pi r^2\varepsilon_1 E+2\pi r^2\varepsilon_2 E=q$$

所以

$$E=\frac{q}{2\pi r^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}$$

导体球的电位

$$\varphi(a)=\int_a^\infty E\,\mathrm{d}\,r=\frac{q}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}\int_a^\infty\frac{1}{r^2}\mathrm{d}\,r=\frac{q}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)a}$$

故导体球的电容

$$C=\frac{q}{\varphi(a)}=2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)a$$

（2） 总的静电能量为

$$W_e=\frac{1}{2}q\varphi(a)=\frac{q^2}{4\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)a}$$

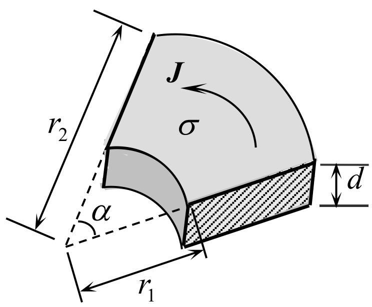
3.13 在一块厚度为d的导电板上， 由两个半径分别为r_1和r_2的圆弧和夹角为α的两半径割出的一块扇形体，如题 3.13 图所示。求：（1）沿导体厚度方向的电阻；（2）两圆弧面之间的电阻；(3) 沿α方向的两电极的电阻。设导电板的电导率为σ。

解 （1）设沿厚度方向的两电极的电压为U_1，则有

$$E_1=\frac{U_1}{d}$$

$$J_1=\sigma E_1=\frac{\sigma U_1}{d}$$

$$I_1=J_1S_1=\frac{\sigma U_1}{d}\cdot\frac{\alpha}{2}(r_2^2-r_1^2)$$



题 3.13 图

故得到沿厚度方向的电阻为

$$R_1=\frac{U_1}{I_1}=\frac{2d}{\alpha\sigma(r_2^2-r_1^2)}$$

（2）设内外两圆弧面电极之间的电流为I_2，则

$$J_2=\frac{I_2}{S_2}=\frac{I_2}{\alpha rd}$$

$$E_2=\frac{J_2}{\sigma}=\frac{I_2}{\sigma\alpha rd}$$

$$U_2=\int_{r_1}^{r_2}E_2\mathrm{d}r=\frac{I_2}{\sigma\alpha d}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

故得到两圆弧面之间的电阻为

$$R_2=\frac{U_2}{I_2}=\frac{1}{\sigma\alpha d}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

（3）设沿α方向的两电极的电压为U_3，则有

$$U_3=\int_0^{\alpha}E_3 r\mathrm{d}\phi$$

由于E_3与ϕ无关，故得

$$\boldsymbol{E}_3=\boldsymbol{e}_{\phi}\frac{U_3}{\alpha r}$$

$$\boldsymbol{J}_3=\sigma\boldsymbol{E}_3=\boldsymbol{e}_{\phi}\frac{\sigma U_3}{\alpha r}$$

$$\boxed{I_3=\int_{S_3}J_3\cdot\boldsymbol{e}_{\phi}\,dS=\int_{r_1}^{r_2}\frac{\sigma dU_3}{\alpha r}dr=\frac{\sigma dU_3}{\alpha r}\ln\frac{r_2}{r_1}}$$

故得到沿α方向的电阻为

$$R_3=\frac{U_3}{I_3}=\frac{\alpha}{\sigma d\ln(r_2/r_1)}$$

3.14 有用圆柱坐标系表示的电流分布$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{e}_z\rho J_0\quad(\rho\le a)$，试求矢量磁位$\boldsymbol{A}$和磁感应强度$\boldsymbol{B}$。

解 由于电流只有$\boldsymbol{e}_z$分量，且仅为圆柱坐标ρ的函数，故$\boldsymbol{A}$也只有$\boldsymbol{e}_z$分量，且仅为ρ的函数，

即

$$\nabla^2 A_{z1}(\rho)=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial A_{z1}}{\partial\rho})=-\mu_0 J_0\rho\qquad（\rho\le a）$$

$$\nabla^2 A_{z2}(\rho)=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial A_{z2}}{\partial\rho})=0\qquad（\rho\ge a）$$

由此可解得

$$A_{z1}(\rho)=-\frac{1}{9}\mu_0 J_0\rho^3+C_1\ln\rho+D_1$$

$$A_{z2}(\rho)=C_2\ln\rho+D_2$$

式中C_1、D_1、C_2、D_2可由A_{z1}和A_{z2}满足的边界条件确定：

① $\rho\to 0$时，$A_{z1}(\rho)$为有限值，若令此有限值为零，故得$C_1=0$、$D_1=0$

② $\rho=a$时，$A_{z1}(a)=A_{z2}(a)$、$\frac{\partial A_{z1}}{\partial\rho}\Big|_{\rho=a}=\frac{\partial A_{z2}}{\partial\rho}\Big|_{\rho=a}$

即

$$-\frac{1}{9}\mu_0 J_0 a^3=C_2\ln a+D_2$$

$$-\frac{1}{3}\mu_0 J_0 a^2=C_2\frac{1}{a}$$

由此可解得

$$C_2=-\frac{1}{3}\mu_0 J_0 a^3,\quad D_2=-\frac{1}{3}\mu_0 J_0 a^3(\frac{1}{3}-\ln a)$$

故

$$A_{z1}(\rho) = -\frac{1}{9}\mu_0 J_0 \rho^3 \qquad (\rho \le a)$$

$$A_{z2}(\rho) = -\frac{1}{3}\mu_0 J_0 a^3 \ln\rho - \frac{1}{3}\mu_0 J_0 a^3 (\frac{1}{3} - \ln a) \qquad (\rho \ge a)$$

空间的磁感应强度为

$$\boldsymbol{B}_1(\rho) = \nabla \times \boldsymbol{A}_1(\rho) = \boldsymbol{e}_\phi \frac{1}{3}\mu_0 J_0 \rho^2 \qquad (\rho < a)$$

$$\boldsymbol{B}_2(\rho) = \nabla \times \boldsymbol{A}_2(\rho) = \boldsymbol{e}_\phi \frac{\mu_0 J_0 a^3}{3\rho} \qquad (\rho > a)$$

3.15 已知一个平面电流回路在真空中产生的磁场强度为 $\mathbf{H_0}$，若此平面电流回路位于磁导率分别为μ_1和μ_2的两种均匀磁介质的分界面上，试求两种磁介质中的磁场强度 $\mathbf{H_1}$ 和 $\mathbf{H_2}$。

解 易知分界面上的磁场只有法向分量，根据边界条件，有 $\mathbf{B_1}=\mathbf{B_2}=\mathbf{B}$。在分界面的两侧做一个尺寸为 2Δh×Δl 矩形回路，根据安培环路定理有

$$\oint_C \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = H_1(\mathrm{P}_1)\Delta\mathrm{h} + H_2(\mathrm{P}_1)\Delta\mathrm{h} - H_1(\mathrm{P}_2)\Delta\mathrm{h} - H_2(\mathrm{P}_2)\Delta\mathrm{h} = \mathrm{J}$$

这里的 J 是与小矩形回路交链的电流。

对平面电流回路两边是真空的情况有

$$\oint_C \overrightarrow{H_0}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 2H_0(\mathrm{P}_1)\Delta\mathrm{h} - 2H_0(\mathrm{P}_2)\Delta\mathrm{h} = \mathrm{J}$$

其中 P_1 和 P_2 是分界面上与矩形回路的交点。

由以上两式可得 $\mathbf{H_1+H_2=2H_0}$ 即$\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_1} + \frac{\boldsymbol{B}}{\mu_2} = 2\boldsymbol{H_0}$

固有$H_1 = \frac{\boldsymbol{B}}{\mu_1} = \frac{2\mu_2}{\mu_1+\mu_2}\boldsymbol{H_0} \qquad H_2 = \frac{\boldsymbol{B}}{\mu_2} = \frac{2\mu_1}{\mu_1+\mu_2}\boldsymbol{H_0}$

3.17 同轴圆筒的内、外导体分别是半径为 a 和 b 的薄圆柱面，其厚度可忽略不计。内、外导体间填充有磁导率分别为 μ_1 和 μ_2 两种不同的磁介质，如题 3.17 图所示。设同轴圆筒中通过的电流为 I，试求：

（1）同轴圆筒中单位长度所储存的磁场能量；

（2）单位长度的自感。

解 同轴线的内外导体之间的磁场沿 ϕ 方向，在两种磁介质的分界面上，磁场只有法向分量。根据边界条件可知，两种磁介质中的磁感应强度 $\boldsymbol{B}_1 = \boldsymbol{B}_2 = \boldsymbol{B} = \boldsymbol{e}_\phi B$，但磁场强度 $\boldsymbol{H}_1 \ne \boldsymbol{H}_2$。

（1）利用安培环路定律，当 $\rho < a$ 时，有

$$2\pi\rho B_0 = 0$$

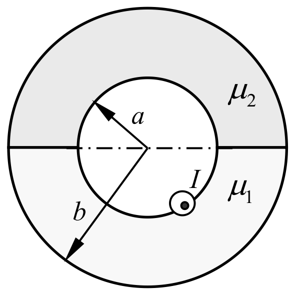
所以

$$B_0 = 0 \qquad (\rho < a)$$

在 $a < \rho < b$ 区域内，有

$$\pi\rho(H_1 + H_2) = I$$

即



题 3.17 图

$$\pi\rho(\frac{B_1}{\mu_1}+\frac{B_2}{\mu_2})=I$$

故

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{e}_\phi\frac{\mu_1\mu_2 I}{\pi(\mu_1+\mu_2)\rho}\qquad(a<\rho<b)$$

同轴线中单位长度储存的磁场能量为

$$W_m=\frac{1}{2}\int_a^b\frac{B^2}{\mu_1}\pi\rho\,\mathrm{d}\,\rho+\frac{1}{2}\int_a^b\frac{B^2}{\mu_2}\pi\rho\,\mathrm{d}\,\rho=$$

$$\frac{1}{2}(\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2})\int_a^b[\frac{\mu_1\mu_2 I}{\pi(\mu_1+\mu_2)\rho}]^2\pi\rho\,\mathrm{d}\,\rho=$$

$$\frac{\mu_1\mu_2 I^2}{2\pi(\mu_1+\mu_2)}\ln\frac{b}{a}$$

（2）由 $W_m=\frac{1}{2}LI^2$，得到单位长度的自感为

$$L=\frac{2W_m}{I^2}=\frac{\mu_1\mu_2}{\pi(\mu_1+\mu_2)}\ln\frac{b}{a}$$

3.26 如题 3.26 图所示的导体槽，底面保持电位 U_0，其余两面电位为零，求槽内的电位的解。

解 根据题意，导体槽沿 z 方向为无限长，电位 $\varphi(x,y)$ 满足二维拉普拉斯方程

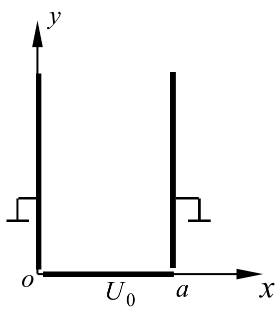
$$\nabla^2\varphi(x,y)=\frac{\partial^2\varphi(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi(x,y)}{\partial y^2}=0$$

电位 $\varphi(x,y)$ 满足的边界条件为

① $\varphi(0,y)=\varphi(a,y)=0$

② $\varphi(x,y)\to 0\ (y\to\infty)$

③ $\varphi(x,0)=U_0$



题 3.26 图

根据条件①和②，电位 $\varphi(x,y)$ 的通解应取为

$$\varphi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n e^{-n\pi y/a}\sin(\frac{n\pi x}{a})$$

由条件③，有

$$U_0=\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin(\frac{n\pi x}{a})$$

两边同乘以 $\sin(\frac{n\pi x}{a})$，并从 0 到 a 对 x 积分，得到

$$A_n=\frac{2U_0}{a}\int_0^a\sin(\frac{n\pi x}{a})\mathrm{d}x=\frac{2U_0}{n\pi}(1-\cos n\pi)=\begin{cases}\frac{4U_0}{n\pi}, & n=1,3,5,\cdots\\ 0, & n=2,4,6,\cdots\end{cases}$$

故得到槽内的电位分布为

$$\varphi(x,y)=\frac{4U_0}{\pi}\sum_{n=1,3,5,\cdots}\frac{1}{n}e^{-n\pi y/a}\sin(\frac{n\pi x}{a})$$