课程测试（时长 60 分钟）

一、填空题（每题 2 分，共 22 分）

1. 两种电导率均为有限值的导电媒质分界面上的边界条件为 $\underline{\vec{e}_n\cdot\left(\vec{D}_1-\vec{D}_2\right)=\rho_s}$、$\underline{\vec{e}_n\cdot\left(\vec{B}_1-\vec{B}_2\right)=0}$、$\underline{\vec{e}_n\times\left(\vec{E}_1-\vec{E}_2\right)=0}$、$\underline{\vec{e}_n\times\left(\vec{H}_1-\vec{H}_2\right)=0}$。

2. 在半径为 a，介电常数 $\varepsilon=2\varepsilon_0$ 的球形电介质内，已知极化强度矢量 $\vec{P}=-\vec{e}_r\dfrac{r}{8\pi a^3}$，则极化电荷体密度为 $\rho_P=\underline{\dfrac{3}{8\pi a^3}}$，极化电荷面密度为 $\rho_{sp}=\underline{-\dfrac{1}{8\pi a^2}}$，极化电荷总量为 <u>0</u>。

3. 已知导体材料的磁导率为 μ，介电常数为 ε，以该材料制成的半径为 a 的长直导线的单位长度内自感为 $\underline{\dfrac{\mu}{8\pi}}$，当导线半径增大时，单位长度导线的内自感将 <u>不变</u>。（填“变大”、“变小”或“不变”）

4. 电流连续性方程的积分形式是 $\underline{\oint_s\vec{J}\cdot d\vec{S}=-\dfrac{d}{dt}\int_V\rho dV}$，其物理意义为 <u>单位时间内从闭合面 S 流出的电荷量等于体积 V 内电荷的减少量（电荷守恒定律）</u>。

二、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 关于电场强度和电位下列说法正确的是（ C ）

A. 电场强度越大的地方电位一定越高

B. 电场强度为零的地方电位一定为零

C. 电场强度相同的点电位不一定相同

2. 关于磁场强度、磁感应强度及磁化强度，下列公式始终成立的是：（ B ）

A. $\vec{B}=\mu\vec{H}$　　B. $\vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M})$　　C. $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$

3. 关于恒定磁场的矢量磁位，下面叙述不正确的是（ B ）。

A．矢量磁位的引入是因为磁感应强度的散度处处为零。

B. 矢量磁位满足矢量拉普拉斯方程。

C. 采用库仑规范是为了唯一确定矢量磁位。

4. 在恒定电场中，一般导电媒质表面的电场方向与表面的法向之间的关系通常为（ C ）。

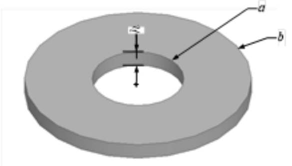
A． 垂直 B. 平行 C. 既不平行也不垂直

5. 将一空气平行板电容器与电源相连进行充电。若充电后断开电源，并将介电常数为ε电介质插入电容器的两板之间。则插入电介质后，电容器的电容C、储存的电场能量W_e的变化情况是（ B ）。

A. C减小，W_e增加 B. C增加，W_e减小

C. C和W_e都增加 D. C和W_e都减小

6. 如图所示的导电板，厚度为 h，电导率为 σ，内圆柱面的半径为 a，外圆柱面的半径为 b，则导电板沿其厚度方向的电阻为（ A ）



A. $\dfrac{h}{\pi\sigma(b^2-a^2)}$ B. $\dfrac{h}{2\pi\sigma(b^2-a^2)}$ C. $\dfrac{h}{2\pi\sigma(b-a)}$

三、计算题（每题 30 分，共 60 分）

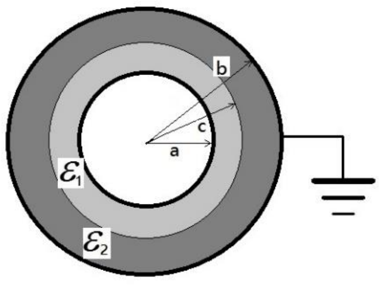
1. 已知一个球形电容器，其内外导体半径分别为 a 和 b。电容器内填充有介电常数分别为ε_1、ε_2的两种电介质，分界面是半径为 c 的球面。假设内导体带电荷量为 q，外球壳接地，如右图所示，求电容器两球壳间的

（1）电场强度分布；

（2）电位分布；

（3）电容；

（4）电场能量。



解：（1）电容器两球壳间的电场分布：

由高斯定理：

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = 4\pi r^2 D = q$$

因此，$\vec{D}_1 = \vec{D}_2 = \dfrac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r$

由$\vec{D}_1 = \varepsilon_1\vec{E}_1$ 、 $\vec{D}_2 = \varepsilon_2\vec{E}_2$

可得两球壳间的电场强度为

$$\vec{E}_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1 r^2}\vec{e}_r \left(a < r \le c\right)$$

$$\vec{E}_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_2 r^2}\vec{e}_r \left(c < r < b\right)$$

（2）电容器两球壳间的电位分布为：

$$\varphi_1(r) = \int_r^c \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_c^b \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{c}\right)+\frac{q}{4\pi\varepsilon_2}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\right) \qquad \left(a < r \le c\right)$$

$$\varphi_2(r) = \int_r^b \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} = \frac{q(b-r)}{4\pi\varepsilon_2 rb} \qquad \left(c < r < b\right)$$

（3） 内外导体间的电位差为：

$$U = \int_a^c \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_c^b \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\right)+\frac{q}{4\pi\varepsilon_2}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\right)$$

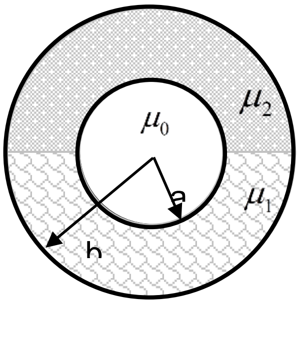
电容器两球壳间的电容为

$$C = \frac{q}{U} = \frac{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 abc}{\varepsilon_2 b(c-a)+\varepsilon_1 a(b-c)}$$

（4）电容器两球壳间的电场能量为

$$W_e = \frac{1}{2}qU = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_1}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\right)+\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_2}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\right)$$

2. 同轴线的内导体是半径为 a 的导体圆柱，外导体是半径为 b 的导体薄圆柱面，其厚度可以忽略。内外导体间填充磁导率分别为 μ_1, μ_2 的磁介质，如下图所示。设同轴线中通过电流为 I。求①各区域的磁场强度；②单位长度储存的磁场能量；③单位长度的自感



解：（1）同轴线的内外导体之间的磁场沿φ方向，在两种磁介质的分界面上，磁场只有法向分量，因此根据边界条件有

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_2 = \vec{B} = B\vec{e}_\varphi$$

在根据安培环路定理有，

当$r<a$时，$\vec{H}_0 = \dfrac{I}{2\pi a^2} r\vec{e}_\varphi$

当$a<r<b$时，$\pi r\dfrac{B}{\mu_1} + \pi r\dfrac{B}{\mu_2} = I$，$B = \dfrac{I\mu_1\mu_2}{\pi r(\mu_1+\mu_2)}$

$$\vec{H}_1 = \frac{I\mu_2}{\pi r(\mu_1+\mu_2)}\vec{e}_\varphi,\quad \vec{H}_2 = \frac{I\mu_1}{\pi r(\mu_1+\mu_2)}\vec{e}_\varphi$$

（2）同轴线中单位长度存储的磁场能量为

$$W_m = \frac{1}{2}\int_0^a \frac{B_0^2}{\mu_0} 2\pi r dr + \frac{1}{2}\int_a^b \frac{B^2}{\mu_1}\pi r dr + \frac{1}{2}\int_a^b \frac{B^2}{\mu_2}\pi r dr$$

$$= \frac{\mu_0}{2}\int_0^a \left(\frac{rI}{2\pi a^2}\right)^2 2\pi r dr + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}\right)\int_a^b \left(\frac{\mu_1\mu_2 I}{\pi\left(\mu_1+\mu_2\right) r}\right)^2 \pi r dr$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{16\pi} + \frac{\mu_1\mu_2 I^2}{2\pi\left(\mu_1+\mu_2\right)}\ln\frac{b}{a}$$

（3）同轴线中单位长度的自感为

$$L = \frac{2W_m}{I^2} = \frac{\mu_0}{8\pi} + \frac{\mu_1\mu_2}{\pi\left(\mu_1+\mu_2\right)}\ln\frac{b}{a}$$