第四章

Q2：室温下，半导体 Si 掺 B 的浓度为$10^{14}cm^{-3}$，同时掺有浓度为$1.1\times10^{15}cm^{-3}$的 P，分别求电子浓度、空穴浓度以及费米能级相对于导带底的位置。将该半导体由室温升至 570K，则多子浓度、少子浓度又分别为多少？费米能级相对于禁带中央的位置如何？

（已知：室温下，$n_i\approx1.5\times10^{10}cm^{-3}$；570K 时，$n_i\approx3\times10^{15}cm^{-3}$）

解：

1） B: p 型杂质， P： n 型杂质。室温下杂质全部电离，杂质补偿作用后，电子浓度为：

$$n_0=N_D^{'}=N_D-N_A=1.1\times10^{15}-1\times10^{14}=1\times10^{15}cm^{-3}$$

室温下 n_i=$1.5\times10^{10}cm^{-3}$，所以空穴浓度：$p_0=\dfrac{n_i^2}{n_0}=2.25\times10^5cm^{-3}$；

$$又\ n_0=N_c e^{-\frac{E_c-E_F}{k_0T}},\quad N_c=2.8\times10^{19}cm^{-3},$$

$$\Rightarrow E_c-E_F=k_0T\ln\left(\frac{N_c}{n_0}\right)=0.026\times\ln\left(\frac{2.8\times10^{19}}{1\times10^{15}}\right)=0.266eV$$

2） 当 T=570K 时，$n_i\approx3\times10^{15}cm^{-3}$，

$N_{eff}=1\times10^{15}cm^{-3}$，与 n_i 可比拟，为过渡区

$N_{eff} = 1\times 10^{15} cm^{-3}$

$N_{eff} + p_0 = n_0$

$n_0 p_0 = n_i^2$

$\Rightarrow p_0 = 2.54\times 10^{15} cm^{-3}$

$n_0 = 3.54\times 10^{15} cm^{-3}$

又 $n_0 = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}}$，所以费米能级相对于禁带中央的位置为：

$$E_F - E_i = k_0 T \ln\left(\frac{n_0}{n_i}\right)$$

$$0.026\times\frac{570}{300}\ln\left(\frac{3.54}{3}\right) \approx 0.008eV,$$

即为弱 n 型半导体，接近于本征半导体。

Q4：室温下，若两块 Si 样品中的电子浓度分别为 $2.25\times 10^{10} cm^{-3}$ 和 $6.8\times 10^{16} cm^{-3}$，试分别求出其中的空穴浓度和费米能级的相对位置，并判断样品的导电类型。2）假如再在其中都掺入浓度为 $2.25\times 10^{16} cm^{-3}$ 的受主杂质，这两块样品的导电类型又将怎样？

解：

1）由于 $n_0 p_0 = n_i^2$，室温下 n_i=1.5×10^{10}，

所以有$\begin{cases} p_{01}=\dfrac{n_i^2}{n_{01}}=\dfrac{\left(1.5\times10^{10}\right)^2}{2.25\times10^{10}}=1.0\times10^{10}\,cm^{-3} \\ p_{02}=\dfrac{n_i^2}{n_{02}}=\dfrac{\left(1.5\times10^{10}\right)^2}{6.8\times10^{16}}\approx3.3\times10^{3}\,cm^{-3} \end{cases}$，又由于$p_0=N_V e^{-\frac{E_F-E_V}{k_0T}}$，

则有$\begin{cases} E_{F1}=E_v+k_0T\ln\left(\dfrac{N_v}{p_{01}}\right)=E_v+0.026\times\ln\left(\dfrac{1.2\times10^{19}}{1.0\times10^{10}}\right)\approx E_v+0.544eV \\ E_{F2}=E_v+k_0T\ln\left(\dfrac{N_v}{p_{02}}\right)=E_v+0.026\times\ln\left(\dfrac{1.2\times10^{19}}{3.3\times10^{3}}\right)\approx E_v+0.932eV \end{cases}$

因为n_{01}稍大于p_{01}，所以为弱n型半导体； $n_{02}>p_{02}$，所以也为n型半导体。

2） 假如再在其中都掺入浓度为$2.25\times10^{16}cm^{-3}$的受主杂质，那么将出现杂质补偿，

第一种半导体补偿后将变为 p 型半导体，

$$p_0 = 2.25\times10^{16} - 2.25\times10^{10} \approx 2.25\times10^{16}cm^{-3}$$

第二种半导体补偿后还是为 n 型半导体

$$n_0 = 6.8\times10^{16} - 2.25\times10^{16} \approx 4.55\times10^{16}cm^{-3}$$

Q5：掺有受主浓度为$8.0\times10^{6}cm^{-3}$和施主浓度为$7.25\times10^{17}cm^{-3}$的 Si 材料，试求温度分别为 300K 和 400K 时此材料的载流子浓度和费米能级的相对位置。

解：由于杂质基本全电离，杂质补偿之后，有效施主浓度为：

$$N_{eff}=N_D-N_A=7.25\times10^{17}-8\times10^{6}\approx7.25\times10^{17}cm^{-3}$$

1） T=300K 时：

电子浓度：$n_0=N_{eff}=7.25\times10^{17}cm^{-3}$

空穴浓度：$p_0=\dfrac{n_i^2}{n_0}=\dfrac{\left(1.5\times10^{10}\right)^2}{7.25\times10^{17}}\approx3.10\times10^{2}cm^{-3}$

费米能级的位置：

$$E_F=E_V+k_0T\ln\left(\frac{N_V}{p_0}\right)=E_V+0.026\times\ln\left(\frac{1.2\times10^{19}}{3.10\times10^{2}}\right)=E_V+0.993eV；$$

2） T=400K 时,查图 4-6，$n_i(400K)=4\times10^{12}cm^{-3}$，

可忽略本征电离

电子浓度：$n_0=N_{eff}=7.25\times10^{17}cm^{-3}$

空穴浓度：$p_0=\dfrac{n_i^2}{n_0}=\dfrac{(4.0\times10^{12})^2}{7.25\times10^{17}}=2.21\times10^{7}cm^{-3}$

费米能级的位置：

$$n_0=n_i\,e^{\frac{E_F-E_i}{k_0T}}$$

$$\Rightarrow E_F-E_i=k_0T\ln\frac{n_0}{n_i}=0.026\times\frac{400}{300}\times\ln\frac{7.25\times10^{17}}{4\times10^{12}}=0.42eV$$

Q8：有一 Si 样品，在温度为 300k 时，施主与受主的浓度差 $N_D-N_A=10^{14}cm^{-3}$，设杂质全部电离，已知该温度下导带底的有效状态密度 $N_C=2.9\times10^{19}cm^{-3}$，Si 的本征载流子浓度 $n_i=1.5\times10^{10}cm^{-3}$，试求样品

的费米能级位置。

解：可忽略本征激发，位于强电离区：$n_0 \approx \mathrm{N}_D - \mathrm{N}_A = 10^{14} cm^{-3}$，

$$n_0 = N_C e^{\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right)},$$

$$\Rightarrow E_F = E_C + k_0 T \ln\left(\frac{n_0}{N_C}\right) = E_C + 0.026 \times \ln\left(\frac{10^{14}}{2.8 \times 10^{19}}\right) = E_C - 0.326 eV$$

即样品的费米能级在位于导带底 E_C 下方 $0.326 eV$ 处。

Q9：室温下，某非简并 n 型 Si 样品中受主杂质浓度为 $N_A = 10^{16} cm^{-3}$，其费米能级位于导带底之下 0.20 eV 之处。假设杂质全部电离，试求其中施主浓度的数值。

解：$T = 300K$ 时，导带底的有效状态密度 $N_C = 2.8 \times 10^{19} cm^{-3}$，硅的本征载流子浓度为 $\mathrm{n}_i = 1.5 \times 10^{10} cm^{-3}$，由样品费米能级位置可知其为 n 型半导体，

所以有 $n_0 > p_0$，同时由题意知：$E_C - E_F = 0.2 eV$，

则导带电子浓度为：$\mathrm{n}_0 = N_C \mathrm{e}^{\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right)} = 2.8 \times 10^{19} \times e^{\left(-\frac{0.2}{0.026}\right)} = 1.26 \times 10^{16} cm^{-3}$

由于 $\mathrm{n}_0 \approx N_D - N_A$，

所以施主浓度为：$N_D = \mathrm{n}_0 + N_A = 1.0 \times 10^{16} + 1.26 \times 10^{16} = 2.26 cm^{-3}$

Q11：n-Si 半导体样品受均匀光照产生非平衡载流子电子-空穴对，其净产生率 $G = 10^{16} / (\mathrm{cm}^3 \cdot \mathrm{s})$。已知注入为小注入水平，非子空穴的寿命为 $\tau_p = 10 \mu s$，求光照停止 30μs 后的过剩空穴浓度。

$$\frac{\partial\left(\Delta p\right)}{\partial t} = -\frac{\Delta p}{\tau_{\mathrm{p}}} + G$$

光照时，为稳态，$\frac{\partial\left(\Delta p\right)}{\partial t}$

解：

$$\therefore -\frac{\Delta p}{\tau_{\mathrm{p}}} + G=0$$

$$\Rightarrow \left(\Delta p\right)_0 = G\tau_{\mathrm{p}} = 10^{16} \times 10 \times 10^{-6} = 10^{11}\,cm^{-3}$$

光照停止后，$G=0$

$$\frac{\partial\left(\Delta p\right)}{\partial t} = -\frac{\Delta p}{\tau_{\mathrm{p}}}$$

通解为：$\Delta p\left(t\right) = \Delta p_0 e^{\left(-\frac{t}{\tau_p}\right)}$

所以：$\Delta p\left(30\right) = \Delta p_0 e^{\left(-\frac{30}{\tau_p}\right)} = 10^{11} \times e^{-\frac{30}{10}} = 4.98 \times 10^9\,cm^{-3}$。

测试题

Q1: E_F 在 E_D 的上面，只有部分杂质电离，忽略本征激发

电中性方程：$n_D^+ = n_0$

$$\frac{N_D}{1+2e^{-\frac{E_D-E_F}{k_0T}}} = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_0T}\right)$$

$$\Rightarrow N_D = \left[1+2e^{-\frac{E_D-E_F}{k_0T}}\right] \cdot N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_0T}\right)$$

$$\because E_F = \frac{E_c + E_D}{2} \Rightarrow E_c - E_F = E_F - E_D$$

又 $\because E_c - E_D = 0.039\text{eV} \Rightarrow E_c - E_F = E_F - E_D = 0.0195\text{eV}$

$$N_D = \left[1+2e^{-\frac{E_D-E_F}{k_0T}}\right] \cdot N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_0T}\right)$$

$$= \left(1+2e^{\frac{0.0195}{0.026}}\right) \times 2.8 \times 10^{19} e^{-\frac{0.0195}{0.026}}$$

$$= 6.92 \times 10^{19} cm^{-3}$$

Q2：证明：对于基体半导体相同的 p 型非简并半导体和 n 型非简并半导体，如果$N_A = N_D$，则这两个半导体的费米能级E_{Fp}和E_{Fn}是关于禁带中央对称的。假设杂质全电离。

证明：

已知 $\begin{cases} n_0 = n_i e^{\left(\frac{E_F - E_i}{k_0T}\right)} \\ p_0 = n_i e^{\left(\frac{E_i - E_F}{k_0T}\right)} \end{cases}$，因为杂质全部电离，则有$\begin{cases} N_D \approx n_0 = n_i e^{\left(\frac{E_{F_n} - E_i}{k_0T}\right)} \\ N_A \approx p_0 = n_i e^{\left(\frac{E_i - E_{F_p}}{k_0T}\right)} \end{cases}$，

且由题意有：$N_D = N_A$，

所以有$n_i e^{\left(\frac{E_{F_n} - E_i}{k_0T}\right)} = n_i e^{\left(\frac{E_i - E_{F_p}}{k_0T}\right)}$，即有：$E_{F_n} - E_i = E_i - E_{F_p}$

即证这两个半导体的费米能级E_{Fp}和E_{Fn}是关于禁带中央对称的。

Q4：某掺杂 B 的非简并 p 型 Si 中含有一定浓度的 In，室温下测出空穴浓度为$p_0=1.1\times10^{16}cm^{-3}$，已知 B 的浓度为$N_{A1}=10^{16}cm^{-3}$，其电离能为$\vartriangle E_{A1}=0.045eV$，In 的电离能为$\vartriangle E_{A2}=0.16eV$，求半导体中 In 的浓度。另已知$N_V=1.04\times10^{19}cm^{-3}$。

解：

由$p_0=N_V e^{\left(-\frac{E_F-E_V}{k_0T}\right)}$，

得$E_F=E_V+k_0T\ln\left(\frac{N_V}{p_0}\right)=E_V+0.026\times\ln\left(\frac{1.04\times10^{19}}{1.1\times10^{16}}\right)=E_V+0.178eV$

由题意知$E_F-E_{A1}=0.178-0.045=0.133eV, E_F-E_{A2}=0.178-0.16=0.018eV$，

价带空穴p_0是由两种杂质电离后提供的，即：

$$p_0=\frac{N_{A1}}{1+4e^{\left(-\frac{E_F-E_{A1}}{k_0T}\right)}}+\frac{N_{A2}}{1+4e^{\left(-\frac{E_F-E_{A2}}{k_0T}\right)}}$$

所以 $N_{A2}=\left[1+4e^{\left(\frac{E_{A2}-E_F}{k_0T}\right)}\right]\cdot\left[p_0-\frac{N_{A1}}{1+4e^{\left(\frac{E_{A1}-E_F}{k_0T}\right)}}\right]$

$$=\left[1+4e^{\left(-\frac{0.018}{0.026}\right)}\right]\cdot\left[1.1\times10^{16}-\frac{10^{16}}{1+4e^{\left(-\frac{0.133}{0.026}\right)}}\right]$$

$=1.59\times10^{15}\mathrm{cm}^{-3}$

Q5：试证明在小信号条件下，本征半导体的非平衡载流子的寿命最长。

证明：本征半导体即无杂质的纯净半导体

∴ 复合只能是直接复合

直接复合时，$R = rnp, G = rn_i^2$

净复合率：
$$\begin{aligned} U &= R - G = rnp - rn_i^2 \\ &= r(n_0 + p_0)\Delta p + r(\Delta p)^2 \\ \Rightarrow \tau &= \frac{\Delta p}{U} = \frac{1}{r(n_0 + p_0) + r\Delta p} \end{aligned}$$

在小信号条件下，$(n_0 + p_0) \gg \Delta p$，本征半导体的非平衡载流子的寿命 $\tau \approx \dfrac{1}{r(n_0 + p_0)} = \dfrac{1}{2rn_i}$，

而 $n_0 + p_0 \geq 2\sqrt{n_0 p_0} = 2n_i$， 所以有 $\tau \leq \dfrac{1}{2rn_i}$

即本征半导体的非平衡载流子的寿命最长。

Q6：一束恒定光源照在 n 型 Si 单晶样品上，其平衡载流子浓度 $n_0 = 10^{14} cm^{-3}$，且每微秒产生的电子—空穴对浓度为 $10^{13} cm^{-3}$。如 $\tau_n = \tau_p = 2\mu s$，试求光照后少数载流子浓度。（已知本征载流子浓度 $n_i = 9.65 \times 10^9 cm^{-3}$）。

解：光照前少数载流子浓度为：$p_0 = \dfrac{n_i^2}{n_0} = \dfrac{(9.65 \times 10^9)^2}{10^{14}} \approx 9.31 \times 10^5 cm^{-3}$，

光照后为：$p = p_0 + G\tau_p = 9.31 \times 10^5 + 2 \times 10^{-6} \times \dfrac{10^{13}}{1 \times 10^{-6}} \approx 2 \times 10^{13} cm^{-3}$。

Q7：施主浓度为$10^{15}cm^{-3}$的均匀半无限长 Si 棒（x=0）的一端受到光辐照产生了过剩空穴。光只照在表面而形成了稳态，过剩空穴浓度分布为：$\Delta p_n\left(x\right)=\Delta p_{n0}\exp\left(-x/L_p\right)$，光照表面处的$\Delta p_{n0}=1.5\times10^{10}cm^{-3}$。已知小注入条件成立。

（1）对于光照的半导体样品，分别写出载流子浓度分布关系 n(x)和 p(x)。

（2）在光照的 Si 半导体样品内，分别建立电子和空穴的准费米能级的关系式。

解：

（1）

$$n(\mathrm{x})=\mathrm{n}_0+\Delta n(x)\approx n_0$$

$$p(\mathrm{x})=\mathrm{p}_0+\Delta p(\mathrm{x})=\mathrm{p}_0+\Delta p_{n0}e\left(-\frac{x}{L_p}\right)$$

（2）

$$\text{由于}\mathrm{n(x)}\approx\mathrm{n}_0,\text{而}\mathrm{n}_0=N_c\exp(-\frac{E_C-E_F}{k_0T}),$$

$$\text{所以}\ E_F{}^{\mathrm{n}}\approx E_F=E_C+k_0T\ln\left(\frac{\mathrm{n}_0}{N_c}\right)$$

$$\text{由于}\mathrm{p(x)}=\mathrm{n}_i\exp(\frac{E_i-E_F{}^p}{k_0T}),\text{所以}E_F{}^p=E_i+k_0T\ln(\frac{\mathrm{n}_i}{\mathrm{p(x)}})$$