

一、选择题

- 关于矢量场的旋度的描述哪一条是错误的（ ）。
A. 旋度不等于0 的点表示存在涡旋源，也称旋度源，该矢量场称有旋场。
B. 旋度的量纲是环量体密度，表示单位体积的环量。
C. 矢量场的旋度是一个矢量场。
D. 旋度等于0 的点不存在涡旋源；旋度处处为零的矢量场称为无旋场或保守场。
- 关于有限区域内的矢量场的亥姆霍兹定理，下列说法中正确的是（ ）。
A. 任意矢量场可以由其散度和旋度唯一地确定；
B. 任意矢量场可以由其散度和边界条件唯一地确定；
C. 任意矢量场可以由其旋度和边界条件唯一地确定；
D. 任意矢量场可以由其散度、旋度和边界条件唯一地确定。
- 一个有限区域内定义的矢量场，如果在该区域内沿任意闭合曲线的积分都是零，那么该矢量场是（ ）。
A. 无散场 B. 无旋场 C. 有散有旋场 D. 无法判断
- 如果一个矢量场能表示为一个标量函数的梯度，则该矢量场是（ ）。
A. 无散场 B. 无旋场 C. 有散有旋场 D. 无法判断
- 若 \vec{A} 是任意的矢量场，则下列等式一定成立的是（ ）。
A. $\nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0$ B. $\nabla (\nabla \cdot \vec{A}) = 0$ C. $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = 0$
- 在无界空间中，任意矢量场可表示为如下形式（ ）。
A. $\vec{F}(\vec{r}) = \nabla \cdot \vec{A}(\vec{r}) + \nabla \times \vec{A}(\vec{r})$ B. $\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla u(\vec{r}) + \nabla \cdot \vec{A}(\vec{r})$
C. $\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla u(\vec{r}) + \nabla \times \vec{A}(\vec{r})$

二、填空题

- 在不同坐标系下单位矢量有的为常矢量，有的为变矢量，在直角坐标系的单位矢量为（ ）矢量，圆柱坐标的单位矢量 \vec{e}_ρ 和 \vec{e}_ϕ 为（ ）矢量，球坐标系的单位矢量均为（ ）矢量。
- 标量场的梯度是一个（ ）量，矢量场的散度是一个（ ）量，矢量场的旋度是一个（ ）量，空间某点标量场的梯度与该点方向导数的关系是（ ）。
- 若 ϕ 和 \vec{A} 分别为标量场和矢量场，则 $\nabla \times (\nabla \phi) + \nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) =$ _____。
- 在有限的区域 V 内，任一矢量场由它的_____、_____和_____（即限定区域 V 的闭合面 S 上的矢量场的分布）惟一地确定。

三、判断题

- 在球坐标中有一电场矢量 $\vec{E} = C\vec{e}_r + 4\vec{e}_\phi$ （其中 C 为常数），则 \vec{E} 是常矢量。（ ）
- 空间某点梯度的大小是该点的最大的方向导数，方向是该点等值面的法线方向。（ ）