行列式计算拓展

行或列比例递减

$$\begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix}$$

(自右向左减左边相邻列)

$$\begin{vmatrix}
n & n-1 & n-2 & \cdots & 1 \\
-1 & x & 0 & \cdots & 0 \\
0 & -1 & x & \ddots & \vdots \\
\vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\
0 & \cdots & 0 & -1 & x
\end{vmatrix}$$

(自左向右加左列的x倍)

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_1 & a_1 + a_2 & a_1 + a_2 + a_3 & a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \\ a_1 & 2a_1 + a_2 & 3a_1 + 2a_2 + a_3 & 4a_1 + 3a_2 + 2a_3 + a_4 \\ a_1 & 3a_1 + a_2 & 6a_1 + 3a_2 + a_3 & 10a_1 + 6a_2 + 3a_3 + a_4 \end{vmatrix}$$

(自下而上减上一行)

(第1列减第2列)

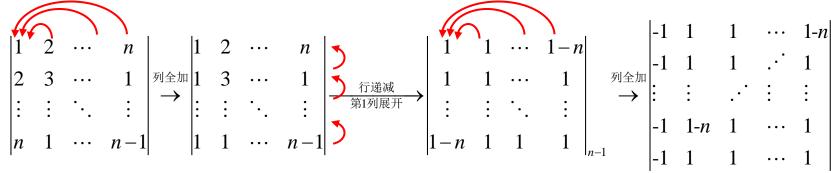
行或列全加

$$\begin{vmatrix} a_1 - b & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 - b & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n - b \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$$

(每一列加到第一列)

(每一列加到第一列)



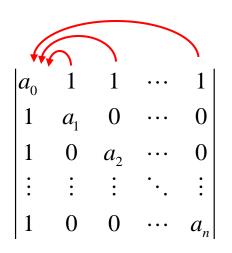
配套相加

$$\begin{vmatrix} a & 0 & \cdots & 0 & b \\ 0 & a & \cdots & b & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & b & \cdots & a & 0 \\ b & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}_{n=2k}$$

(下面一半: 第2k+1-i行加到第i行, 右面一半: 第2k+1-i列减去第i列)

化三角形消零

(第1行加到各行)



(若 $a_i \neq 0$, 各列的- $1/a_i$ 倍加到第1列) (若有 $a_i = 0$, 可按第1行展开)

递推式

$$(D_n = D_{n-1} - D_{n-2} = -D_{n-3})$$

$$\begin{vmatrix} 2a & a^2 \\ 1 & 2a & \ddots \\ & \ddots & \ddots & a^2 \\ & & 1 & 2a \end{vmatrix}$$

$$(D_{n}-aD_{n-1}=aD_{n-1}-a^{2}D_{n-2})$$

分裂行列式

(第一列分裂成
$$a+a$$
和 $1+0$,得 $D_n=a^n+aD_{n-1}$)

(最后列分裂成
$$a_1b_n+0,a_2b_n+0,...,a_nb_n+(x_n-a_nb_n)$$
 得 $D_n=(x_1-a_1b_1)...(x_{n-1}-a_{n-1}b_{n-1})a_nb_n+(x_n-a_nb_n)D_{n-1})$