10 月 19 日作业分析

作业：习题三：1(3)(4)(7),2,4(4)(6)(7),5(1),7(2)(4),8,11,13,14,17,18(2),19

习题三：11、13 题有同学不太会做，可如下：

11 证：令 $\alpha=(A_{11},A_{12},\cdots,A_{1n})^T$，因为 $|A|=0, A_{11}\neq 0$，所以 $r(A)=n-1,\alpha\neq\theta$，

故 $Ax=\theta$ 的基础解系只含一个向量。

又 $a_{11}A_{11}+\cdots+a_{1n}A_{1n}=|A|=0$，$a_{i1}A_{11}+\cdots+a_{in}A_{1n}=0, i=2,3,\cdots,n$，故有 $A\alpha=\theta$，

于是 $\alpha=(A_{11},A_{12},\cdots,A_{1n})^T$ 是 $Ax=\theta$ 的一个基础解系。

13 证：易知 $Ax=\theta$ 与 $\begin{pmatrix}A\\B\end{pmatrix}x=\theta$ 同解,于是 $r(N(A))=r(N\begin{pmatrix}A\\B\end{pmatrix})\Rightarrow r(A)=r\begin{pmatrix}A\\B\end{pmatrix}\Rightarrow r(A^T)=r(A^T,B^T)$，

令 $B=\begin{pmatrix}b_1\\\vdots\\b_p\end{pmatrix}$，则有 $\mathrm{r}(A^T)=\mathrm{r}(A^T,b_i^T)$，即 b_i^T 可由 A^T 的列向量表示，

此即 B 的所有行向量都可表示成 A 的行向量的线性组合。

17 第二个方程组没用好同解条件，可如下解：

解：解第一个方程组，

$\begin{pmatrix}1&-1&1&0\\-2&1&0&1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&-1&-1\\0&1&-2&-1\end{pmatrix}$,方程组的基础解系是：$(1,2,1,0)^T$ 和 $(1,1,0,1)^T$，代入第二个方程组，

$\begin{cases}a=0,\\1-2a+b=0,\\1+b=0,\\-a=0.\end{cases}$ 解得 $a=0, b=-1$，且易知 $r\begin{pmatrix}2&-1&0&-1\\1&0&-1&-1\end{pmatrix}=2$, 故同解.

***另外，仍有同学将矩阵写成行列式，如**

增广矩阵:$\begin{vmatrix}3&1&-4&1\\7&-2&9&12\\5&-5&7&2\\3&3&-5&4\end{vmatrix}$，错误，应该写成 $\begin{pmatrix}3&1&-4&1\\7&-2&9&12\\5&-5&7&2\\3&3&-5&4\end{pmatrix}$ 或 $\left(\begin{array}{ccc|c}3&1&-4&1\\7&-2&9&12\\5&-5&7&2\\3&3&-5&4\end{array}\right)$