习题六补充讲解(2)

6 解 $\alpha'_1,\alpha'_2,\alpha'_3$ 的坐标为 $x_1=\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix},x_2=\begin{pmatrix}2\\3\\2\end{pmatrix},x_3=\begin{pmatrix}4\\13\\0\end{pmatrix}$，

因为 $\begin{pmatrix}1&2&4\\-2&3&13\\3&2&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&-2\\0&1&3\\0&0&0\end{pmatrix}$，故极大无关组为 x_1,x_2

于是 $span\{\alpha'_1,\alpha'_2,\alpha'_3\}=span\{\alpha'_1,\alpha'_2\}$

9 解 求交：$t_1\xi_1+t_2\xi_2+t_3\xi_3=t_4\eta_1+t_5\eta_2$ 即 $(\xi_1,\xi_2,\xi_3,-\eta_1,-\eta_2)\begin{pmatrix}t_1\\t_2\\t_3\\t_4\\t_5\end{pmatrix}=\theta$

解方程组 $\begin{pmatrix}1&3&-1&-2&1\\2&1&0&-5&-2\\-1&1&1&6&7\\-2&1&-1&5&-3\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&0&-3&0\\0&1&0&1&0\\0&0&1&2&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$，得解 $x=k\begin{pmatrix}3\\-1\\-2\\1\\0\end{pmatrix}$，

故空间向量为 $t_4\eta_1+t_5\eta_2=k\eta_1$，基为 η_1，维数 1 .

求和：即空间向量为 $t_1\xi_1+t_2\xi_2+t_3\xi_3+t_4\eta_1+t_5\eta_2$

由 $(\xi_1,\xi_2,\xi_3,\eta_1,\eta_2)=\begin{pmatrix}1&3&-1&2&-1\\2&1&0&5&2\\-1&1&1&-6&-7\\-2&1&-1&-5&3\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&0&3&0\\0&1&0&-1&0\\0&0&1&-2&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$

可知一组基为 ξ_1,ξ_2,ξ_3,η_2，维数为 4