

# 일반연구자지원사업 최종(결과)보고서

							양식A101	
① 부처사업명(대)	기초연구사업				보안등급(보안, 일반)		일반	
② 사 업 명(중)	일반연구자지원사업				공개가능여부(공개, 비공개)		공개	
③ 세부사업명(소)	기본연구(유형 I)							
④ 과제성격(기초, 응용, 개발)	기초		④-1 실용화 대상여부(실용화, 비실용화)					
⑤ 과 제 명	국 문	블랙리터만 모형을 확장한 포트폴리오 혼합 정수 최적화 모형과 알고리즘개발						
	영 문	New Stochastic Integer Optimization Modeling in Enhancing the Black-Litterman Model						
⑥ 주관연구기관	고려대학교							
⑦ 협동연구기관								
⑧ 주관연구책임자	성 명	이 영 호			직급(직위)	교수		
	소속부서	산업경영공학부			전 공	산업시스템공학과		
⑨ 연구개발비 및 참여연구원수 (단위: 천원, M·Y)								
년 도	정부출연금 (A)	기업체부담금			정부외 출연금 (B)	상대국 부담금 (F)	합계 G=(A+B+E)	참여 연구원수
		현금 (C)	현물 (D)	소계 E=(C+D)				
1차년도	52,000			0			52,000	4
2차년도				0			0	
3차년도				0			0	
4차년도				0			0	
5차년도				0			0	
합계	52,000	0	0	0	0	0	52,000	4
⑩ 총연구기간	2011. 05. 01 - 2012. 04. 30 (12개월)							
⑪ 다년도협약연구기간	기재하지 않음							
⑫ 당해연도연구기간								
⑬ 참여기업	중소기업수		대기업수		기타		계	
							0	
⑭ 국제공동연구	상대국연구기관수			상대국연구개발비			상대국연구책임자수	
<p>관계 규정과 모든 지시사항을 준수하면서 국가연구개발사업에 따라 수행 중인 연구개발과제의 최종보고서를 붙임과 같이 제출 합니다.</p> <p style="text-align: center;">2012 년    6    월    30일</p> <p style="text-align: center;">주관연구책임자 :    이 영 호</p> <p style="text-align: center;">주관연구기관장 :    김 상 식</p> <p style="text-align: center;"><b>교 육 과 학 기 술 부 장 관 귀 하</b></p>								

※ 전자접수이므로 주관연구책임자 및 주관연구기관장 서명(인, 직인)은 생략

**【주요항목 작성요령】**

- ①, 부처사업명(대), ② 사업명(중), 보안등급(일반), 공개가능여부(공개)는 수정하지 않음
- ③ 세부사업명(소)은 기본연구(유형 I), 기본연구(개인), 기본연구(협동), 신진연구(연구비), 신진연구(연구장비), 여성과학자, 지역대학우수과학자 중 택일
- ④ 과제성격 및 ④-1 실용화 대상여부는 수정하지 않음
- ⑤ 과제명은 당초 연구과제명(과제명 변경을 재단에서 승인받은 경우는 승인된 과제명)을 기재함
- ⑥ 주관연구기관은 한국업적통합정보(KRI)에 입력된 기관명과 동일해야 하며 약어를 사용하지 않음(서울대→서울대학교)
- ⑦ 협동연구기관은 본 사업과 관련이 없으므로 기재하지 않음
- ⑧ 연구책임자의 인적사항 기재
- ⑨ 정부출연금은 전체연구기간동안 기 지원받은 연도별 총 연구비(간접비 포함)를 기재하며, 참여연구원은 연구책임자를 제외한 참여 연구인력(연구보조원 포함) 인원수를 기재함
- ⑩ 총연구기간은 연구시작일부터 연구종료일까지의 총연구기간 및 개월 수를 기재함  
⇒ 아래의 연구기간 적용안내 참조
- ⑪,⑫,⑬,⑭는 기재하지 않음

**「일반연구자지원사업 연구기간 적용 안내」**

선정연도	연구기간	총 연구기간	다년도 협약기간	당해연도 연구기간	비고
2009년	36개월	2009.05.01~2012.04.30	기재하지 않음	기입력(수정하지 않음)	
2010년	24개월	2010.05.01~2012.04.30	기재하지 않음	기입력(수정하지 않음)	
2011년	12개월	2011.05.01~2012.04.30	기재하지 않음	기입력(수정하지 않음)	

## **< 목 차 >**

<b>I. 연구결과 요약문</b>	<b>4</b>
 <b>II. 연구내용 및 결과</b>	 <b>5</b>
1. 연구과제의 개요 .....	5
2. 국내·외 기술개발 현황 .....	8
3. 연구수행 내용 및 결과 .....	16
4. 목표 달성도 및 관련 분야에의 기여도 .....	33
5. 연구결과의 활용 계획 .....	35
6. 연구과정에서 수집한 해외 과학기술 정보 .....	36
 <b>III. 연구성과</b>	 <b>38</b>

## I. 연구결과 요약문

이 연구는 블랙리터만 모형을 이용하여 섹터투자 전략 (Sector Investment Strategy), 인헨스드 인덱스 전략 (Enhanced Index Strategy), CVaR (Conditional Value-at-Risk)를 이용한 최적화 모형, 그리고 엑셀 툴을 이용한 포트폴리오 설계 도구를 개발한다. 첫째, 섹터투자 전략 연구에서 전문가 평가와 섹터 순환 모멘텀을 이용하여 블랙리터만 모형의 전망 행렬 생성 방법을 설계하고, 투자 섹터 수를 고려한 최적화 모형을 개발한다. 섹터 투자에 대한 증권사 애널리스트의 평가를 이용하여 전망 행렬을 생성하고 전문가 평가에 대한 신뢰도 측정을 위해  $t$ 분포 통계 검증을 이용한다. 섹터 순환 모멘텀은 외국인 수급, 기관 수급, 그리고 기간 수익률에 대한 랭킹을 이용하여 정의한다. 그리고 섹터 순환 모멘텀을 이용하여 시장 지수에 대한 상대적 전망 행렬을 생성하고, 블랙리터만 기대수익률을 계산한다. 최종적으로 블랙리터만 기대 수익률을 투자 섹터 수를 고려한 비선형 혼합정수계획법 모형에 입력해서 포트폴리오를 구성한다. 이 연구는 섹터 투자 특성을 고려한 전망행렬 생성방법 개발, 전망 신뢰도 반영을 위한  $t$ 분포 검증, 그리고 최적화 모형을 개발해서 자산 최적화 분야 연구에 기여한다. 둘째, 인헨스드 인덱스 전략 연구는 상장지수펀드 (Exchange Trade Fund, ETF)를 블랙리터만 모형과 결합하여 포트폴리오를 구성하는 방안을 제시한다. 포트폴리오에서 상장지수펀드의 비율을 결정하기 위해 균형기대수익률 비율 계산, 분산을 이용한 가중 결합, 정보비율 최대화 모형 설계, 정보비율을 개선한 최적화 모형 설계를 제시한다. 금융 데이터를 이용하여 투자 방안을 분석하고 인헨스드 인덱스 측면에서 최적화 모형의 적합성을 검증한다. 이 연구는 인헨스드 인덱스 전략 연구 분야에서 상장지수펀드를 활용하는 방법을 체계적으로 분석하고 비선형 최적화 모형을 개발하여 자산 최적화 연구 분야 발전에 기여한다. 셋째, CVaR를 이용한 최적화 모형 연구에서 블랙리터만 모형의 장점인 강건성과 투자전망을 고려하고, 리스크 지표를 분산에서 CVaR로 대체한 최적화 모형을 개발한다. 모형의 강건성 측면에서 균형기대수익률을 해석하여 킬팅 제약식을 개발하고, 투자 전망 측면에서 균형기대수익률을 0으로 설정한 전망 기대수익률을 계산한다. 그리고 확률 개념인 CVaR를 선형계획법으로 변형하여 최적화 모형을 설계한다. 이 연구는 블랙리터만 모형에서 균형기대수익률의 한계를 지적하고 전망 기대수익률을 사용하는 방안을 제시한다. 그리고 리스크 지표를 CVaR로 대체한 모형을 개발하여 포트폴리오 리스크 지표 연구 분야 발전에 기여한다. 넷째, Excel 툴을 이용한 포트폴리오 설계 도구 개발 연구에서 자료입력, 균형기대수익률 계산, 전망행렬 입력, 그리고 블랙리터만 모형 계산의 메뉴를 설계하여 사용자 편의를 개선한다. 이 연구는 국내에서 널리 이용되는 블랙리터만 모형 기반 소프트웨어의 원천기술로 활용 가능하다. 이 연구는 블랙리터만 모형 적용, 블랙리터만 연구 기술 개발, 자산 최적화 분야 연구 역량 향상, 그리고 금융 분야 연구 성과 도출 측면에서 국내 연구 수준을 세계 수준으로 향상시켰다. 블랙리터만 모형 적용 측면에서 전문가 평가를 이용한 전망 행렬의 신뢰도 측정 기법을 개발하였으며, 랭킹을 이용한 투자 전망 행렬 생성 방법을 설계하였다. 블랙리터만 연구 기술과 자산 최적화 분야 연구 역량 측면에서 선형계획법, 혼합정수계획법, 그리고 비선형 혼합정수계획법 최적화 모형을 개발하여, 블랙리터만 모형 연구의 새로운 연구 방향을 제시하고, 자산 최적화 분야에서 투자 전략에 따른 최적화 모형 설계 역량을 향상시켰다. 그리고 금융 분야에서 투자 전략에 대한 연구를 진행하고 소프트웨어 개발로 원천 기술을 확보하였다. 이 연구를 통해 1편의 국내 논문, 3편의 국제 학술대회와 5편의 국내 학술대회를 발표하였으며, 1명의 금융 공학 분야 석사를 배출하였다. 추후 연구 결과를 논문으로 작성하여 우수한 해외 저널에 제출할 예정이다.

## II. 연구내용 및 결과

- ◎ 1. 연구과제의 개요 ~ 6 기타사항을 항목에 따라 작성함
- ◎ 제목 14point, 소제목 12point, 본문내용은 10point로 작성하며, 줄 간 간격은 조정 가능함
- ◎ 내용 작성과 관련한 설명내용(청색 박스로 표시된 부분)은 내용 작성 시 제거하고 기술함

### 1. 연구과제의 개요

#### 1) 연구과제의 핵심 연구 이슈

그림 1에서 블랙리터만 (Black-Litterman, B-L) 연구 이슈를 분석하여 도출한 연구 주제는 섹터투자 전략, 인헨스드 인덱스 전략, CVaR를 이용한 최적화 모형 개발, 그리고 Excel 틀을 이용한 포트폴리오 설계 도구 제작이다. 블랙리터만 모형은 균형기대수익률과 전망 행렬을 결합하여 계산한 블랙리터만 기대수익률을 평균분산 모형에 대입하여 최적 포트폴리오를 구성하는 모형이다. 블랙리터만 모형 연구는 균형기대수익률 연구, 전망 행렬 생성 연구, 전망 불확실성 연구, 그리고 최적화 모형 연구로 분류된다. 균형기대수익률 연구는 블랙리터만 모형의 균형기대수익률을 측정하는 방법을 다룬다. 전망행렬 생성 연구는 절대 전망 행렬이나 상대 전망 행렬을 체계적으로 생성하는 방법을 다루고, 전망 불확실성 연구는 투자자 전망의 오차를 블랙리터만 기대수익률에 반영하는 방법을 다룬다. 그리고 최적화 모형 연구는 블랙리터만 모형에서 리스크 지표를 개선하거나 현실 제약을 모형에 반영하는 방법을 다룬다. 이 연구는 균형기대수익률, 전망 행렬 생성 연구, 전망 불확실성 연구, 그리고 최적화 모형 연구 측면에서 섹터투자 전략, 인헨스드 인덱스 전략, 그리고 CVaR를 이용한 최적화 모형 연구를 다룬다. 섹터 투자 전략 연구에서 전문가 평가와 섹터 순환 모멘텀 전략을 이용하여 전망 행렬을 생성

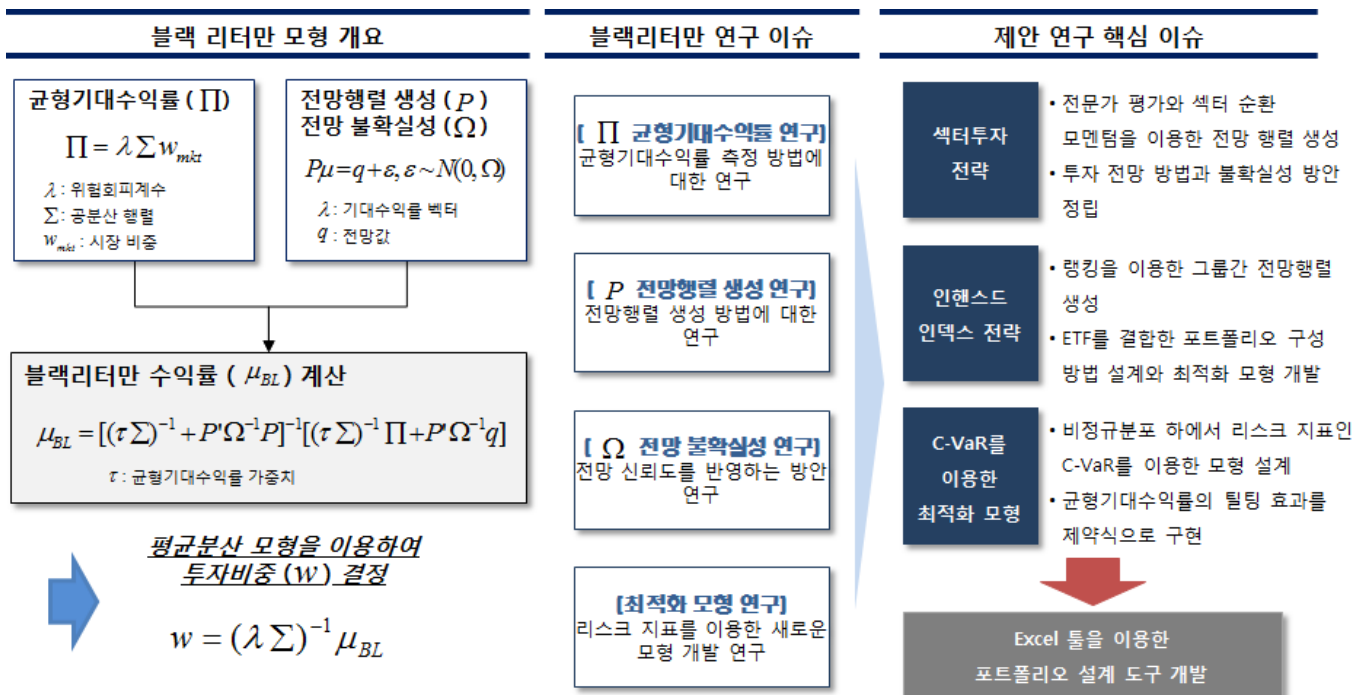


그림 1. 연구과제의 핵심연구 이슈

하고,  $t$ 분포를 이용해서 신뢰도를 검증하여 전망 불확실성을 측정한다. 인헨스드 인덱스 전략 연구에서 랭킹을 이용한 그룹 간 상대 전망 생성 방법을 개발하고, 상장지수펀드 (Exchange Trade Fund, ETF)를 포트폴리오에 결합하는 방법을 개발하여 새로운 최적화 모형을 개발한다. CVaR를 이용한 최적화 모형 연구에서 균형기대수익률을 틸팅 (Tilting)으로 해석하여 제약식에 반영하고, 리스크 지표를 분산에서 CVaR로 변형한 새로운 최적화 모형을 개발한다. 그리고 블랙리터만 모형을 사용자가 쉽게 이용하도록 엑셀 기반의 포트폴리오 설계 도구를 개발한다.

## 2) 연구과제의 필요성

그림 2와 같이 연구 과제는 자산 관리 필요성과 자산관리 최적화 연구 필요성 측면에서 중요하며, 블랙리터만 모형은 강건성 향상, 투자자 전망 반영, 사용자 이용, 그리고 알고리즘 개발의 미필요성에 의해 연구과제로 적절하다. 자산 관리 측면에서 개인, 기업, 그리고 정부는 전문 투자 기법으로 대규모 투자 자산을 안정적으로 운용하려 한다. 예를 들어 개인 투자자 (Private Bank)는 노후보장을 위해 안정적인 자산 운용을 원하고, 생명보험 회사는 해지율 부채 부담으로 인해 리스크 관리 측면에서 자산을 운용한다. 공기업은 부채 증가와 연금 지급을 위해 체계적인 자산 관리 시스템을 원한다 [11]. 이러한 자산 관리를 위해 평균분산 모형, 리샘플링 포트폴리오, 강건성 최적화 (Robust Optimization), 그리고 블랙리터만 모형에 대한 연구가 진행되고 있다 [24]. H. Markowitz가 개발한 평균분산 모형은 포트폴리오 설계 모형으로 자산 최적화 연구 분야의 기틀이 되었지만, 모수에 따른 민감도가 커서 현실 적용이 어렵다. Grauer-Hakanson이 개발한 리샘플링 기법은 포트폴리오의 강건성을 향상시키지만, 통계적 추정 오차로 민감도 문제를 완벽히 해결할 수 없다. 강건성 최적화 (Robust Optimi-

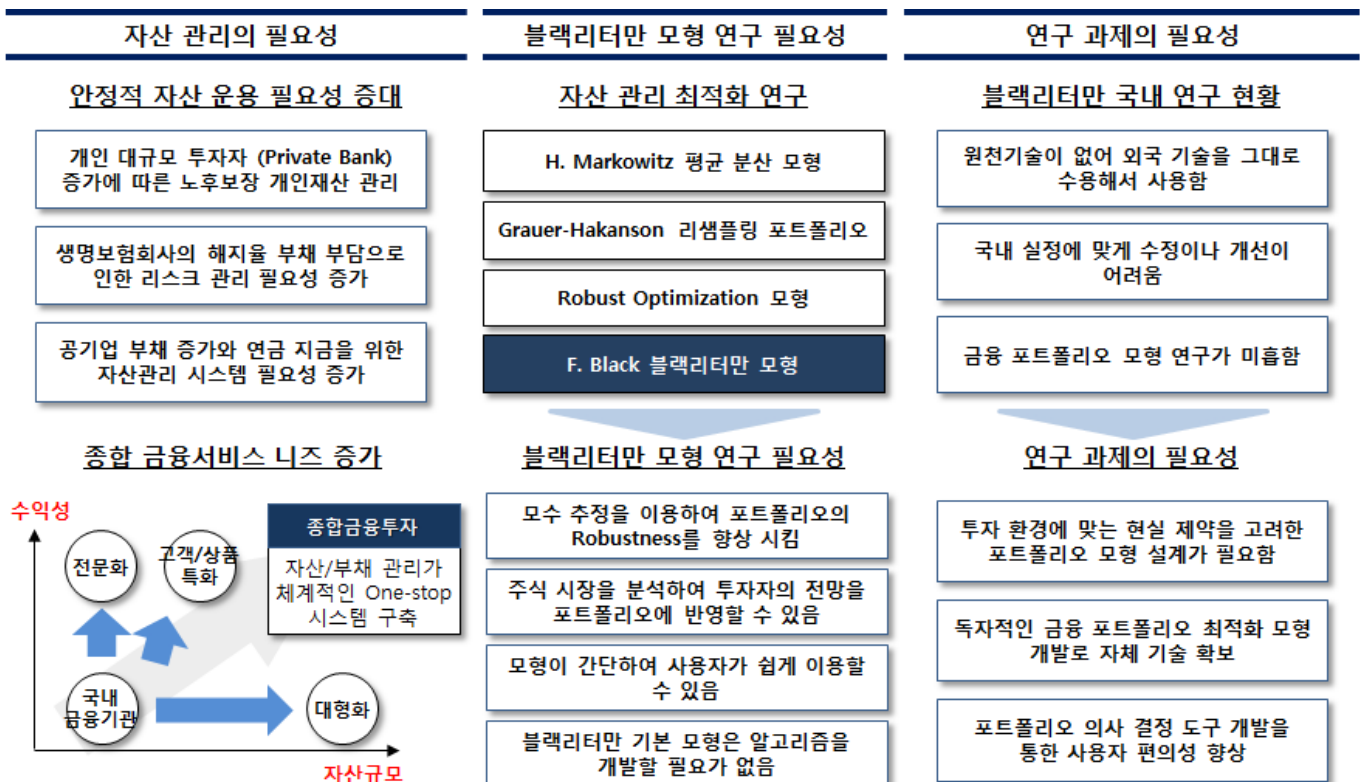


그림 2. 연구 과제의 필요성

zation) 기법은 최적화 모형을 이용하여 평균분산모형의 민감도 문제를 개선하지만, 수리 모형과 알고리즘 개발이 어렵다. 블랙리터만 모형은 균형기대수익률을 이용하여 포트폴리오 강건성을 개선하고, 포트폴리오에 투자자 전망을 반영하여 실제 금융회사에서 널리 이용된다. 또한 블랙리터만 모형의 기대수익률은 직관적으로 해석되어 사용자가 쉽게 이해할 수 있으며, 모형의 해를 도출하기 위한 알고리즘 개발 중요도가 낮다. 이와 같은 블랙리터만 모형의 우수성 때문에 국내 금융회사는 블랙리터만 모형을 널리 이용하지만, 원천 기술 부재로 외국 상용 기술을 도입하여 사용한다. 이에 따라 국내 실정에 맞는 모형 개선이 어렵고, 최적화 모형 연구 기초가 부족하여 블랙리터만 모형에 대한 기술 개발이 어렵다. 따라서 연구 과제는 독자적인 금융 포트폴리오 최적화 모형을 개발하여, 블랙리터만 모형에 대한 원천 기술을 확보하고 국내 실정에 맞는 포트폴리오 모형을 개발한다. 그리고 포트폴리오 설계 도구를 개발하여 사용자 편의성을 향상시킨다.

### 3) 연구과제의 범위

그림 3에서 연구 주제에 따라 블랙리터만 모형 연구와 블랙리터만 모형 적용 확장 연구로 분류되며, 연구 방법론에 따라 역최적화 (Reverse Optimization)와 혼합정수계획법으로 분류된다. 기존 블랙리터만 연구는 역최적화 방식을 이용한 연구로, 전망행렬과 모수를 분석하여 블랙리터만 기대수익률을 계산하고 투자자 전망을 다루는 연구로 한정된다. 연구과제는 연구 방법론 측면으로 연구범위를 확장하여 블랙리터만 모형을 이용한 섹터투자 전략을 다룬다. 섹터투자 전략 연구는 현실 투자 제약을 고려한 정수계획법 기반 최적화 모형 연구이다. 또한 연구과제는 기존 블랙리터만 모형 연구를 연구주제 측면으로 확장하여 인헨스드 인덱스 전략을 연구한다. 인헨스드 인덱스 설계 개념을 블랙리터만 모형을 이용하여 문제를 해결하며, B-L 모형을 고려한 인헨스드 인덱스 최적화 모형을 개발한다. 그리고 최종적으로 연구 방법론과 연구주제를 동시에 확장하여 CVaR를 이용한 최적화 모형을 개발한다. 리스크 지표인 CVaR를 블랙리터만 모형에 적용하여 기존 블랙리터만 모형의 한계인 정규분포 가정을 극복한다. 또한 정수 계획법을 적용하여 강건성이 향상된 최적화 모형을 개발한다.

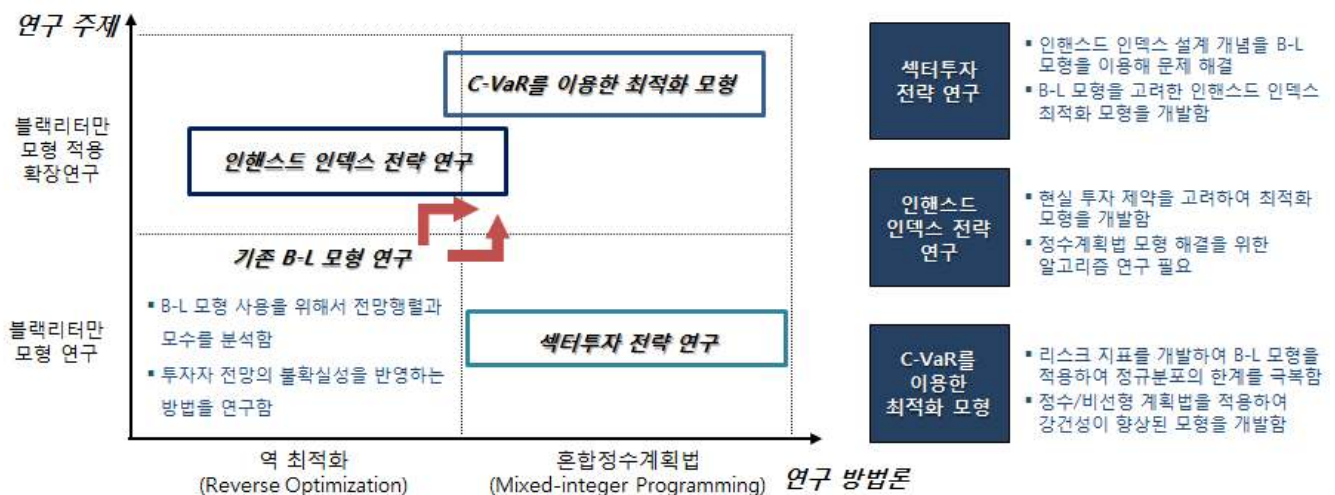


그림 3. 연구과제의 범위



## 2. 국내외 기술개발 현황

### 1) 국내 기술 개발 현황

그림 4에서 국내 블랙리터만 모형 연구는 주관 연구 특성에 따라 블랙리터만 모형의 국내 적용 방안, 절대전망과 상대전망 추정, 그리고 국내 데이터를 이용한 모델 검증에 중점적으로 다룬다. 국내 블랙리터만 모형 연구 기관은 하나은행, 우리투자증권, 현대증권, 삼성증권, 동양증권, 새마을금고, 그리고 외환자금국이 있다. 하나은행은 블랙리터만 모형 기반의 해외 자산배분시스템 Encorr를 이용하여 하나-스마트자산배분전략 모델(Hana Asset Allocation Model, H-SAAM)을 개발하고, H-SAAM을 이용하여 국내외주식, 국내외채권, 원자재, ELF, 현금성 자산과 같은 투자 대안에 투자 비율을 결정하는 자산배분전략을 수립하였다 [2]. 우리투자증권은 전략적 자산 배분과 전술적 자산 배분을 동시에 고려한 블랙리터만 모형 기반의 우리 자산 할당 프로세스(Woori Asset Allocation Process)를 설계하였다 [3]. 장기 투자를 결정하는 전략적 자산 배분에서 자산에 대한 투자 비중은 평균분산 접근법을 이용하여 결정된다. 반면에 단기 투자를 결정하는 전술적 자산 배분에서 자산에 대한 투자 비중은 블랙리터만 모형을 이용하여 결정된다. 현대증권은 Premium-Adjusted Allocation Model (PAAM)를 개발하여 채권과 수익을 동시에 다루는 블랙리터만 기반 프로세스를 설계하였다 [12]. PAAM에서 자산별 기대수익률과 자산 간 상대 기대수익률을 블랙리터만 모형에 반영하여 포트폴리오를 설계한다. 삼성증권은 한국형 글로벌 자산배분전략 수립 프로세스를 수립하여 블랙리터만 모형을 이용한 최적 자산 배분 방법을 설계하였다 [6]. 글로벌 자산배분전략 수립 프로세스에서 투자대상 자산 선정, 균형시장에서 자산별 시장가치 산출, 그리고 성장률 전망과 견해조정 단계를 거쳐 기대수익률이 계산된다. 그리고 기대수익률을 블랙리터만 모형에 적용하여 글로벌 자산에 대해 우수한 수익률을 내는 포트폴리오를 설계하였다. 동양증권은 상장지수펀드(Exchange Trade Fund, ETF)를 자산으로 고려한 블랙리터만 포트폴리오 자산 배분 방안을 검토하여

주관연구기관	블랙리터만 모형 이용 현황	국내 기술개발 특성
하나은행	• 블랙리터만 기반 해외 자산배분시스템인 Encorr를 이용하여 하나스마트 자산배분전략(Hana Smart Asset Allocation Model, H-SAAM)을 개발함	B-L 모형의 국내 적용 방안 연구  절대전망과 상대전망 추정 방법에 대한 연구  국내 데이터를 이용하여 모델 적합성 검증
우리투자증권	• 전략적 자산 배분과 전술적 자산 배분을 동시에 고려한 블랙리터만 모형 기반 우리 Asset Allocation Process를 설계함	
현대증권	• 현대 Premium-Adjusted Allocation Model를 개발하여 채권과 주식을 동시에 다루는 블랙리터만 기반 프로세스를 설계함	
삼성증권	• 한국형 글로벌 자산배분전략 수립 프로세스를 생성하여 블랙리터만을 이용한 최적 자산 배분 비중 산출 방법 설계함	
동양증권	• 상장지수펀드 (ETF)를 자산을 고려한 블랙리터만 포트폴리오 자산 배분 방안을 검토하여 새로운 펀드를 설계함	
새마을금고	• 블랙리터만 모형을 기반으로 최적투자비중을 결정하고 포트폴리오 조정을 통해 우수한 자산 배분 방법을 개발함	
외환자금국	• 외환자금 운용을 위해 블랙리터만 모형을 적용하고, 시뮬레이션을 이용하여 운영성과를 측정하여 분석함	

그림 4. 국내 기술 개발 현황과 특성



새로운 펀드를 설계하였다 [9]. 새마을 금고는 블랙리터만 모형으로 결정한 자산 비중에 대해 자산 비중 조정 단계를 개발하여 포트폴리오를 설계하였다. 그리고 국내주식, 국내채권, 해외주식, 해외채권, 대체투자, 그리고 헤지펀드에 대해 수익률이 우수한 포트폴리오를 설계하였다 [5]. 외환자금국은 외환자금 운용을 위해 블랙리터만 모형을 적용하고 시뮬레이션을 이용하여 운영성과를 분석하였다 [7]. 이 연구에서 전망에 대한 신뢰도를 반영하기 위해 전망 신뢰도가 100%일 때 자산 비중과 시장 비중 차이를 전망 신뢰도로 정의하고 블랙리터만 수익률 계산에 반영하였다. 제안한 방법을 이용하여 미국 국채, 유로 국채, 일본 국채, 영국 국채, 캐나다 국채, 호주 국채, 미국 정부기관채, MBS (Mortgage-Backed Securities), 회사채, 유로화표시 정부기관채, 그리고 회사채로 구성된 11개 채권 자산에 대한 포트폴리오를 구성하였다. 이와 같은 국내 연구 사례 중에서 금융회사 전략에 따라 독자적인 블랙리터만 모형 이용방안을 제시한 하나은행, 우리은행, 그리고 현대 증권에 대한 사례를 탐색해 본다.

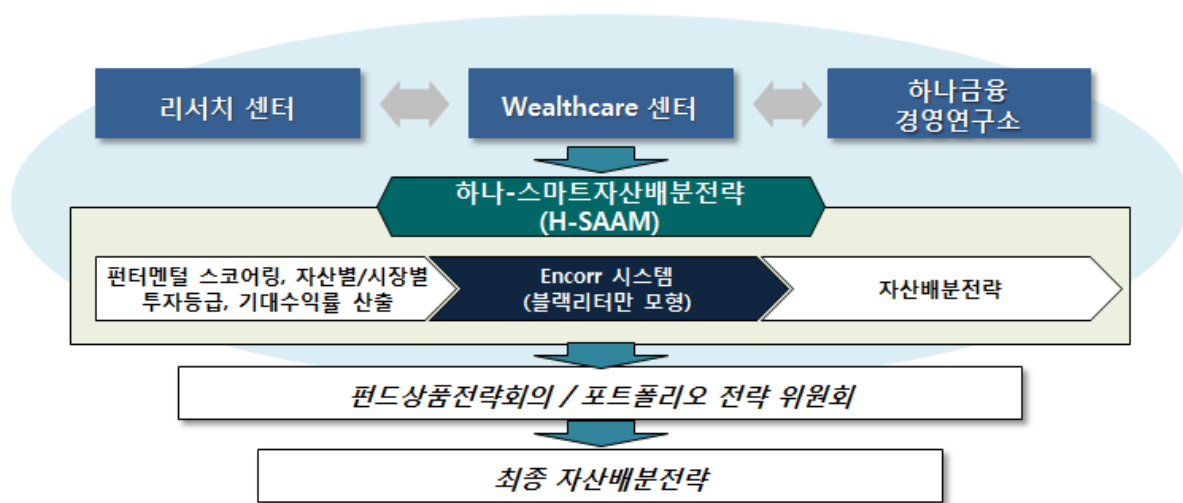


그림 5. 국내 기술 개발 사례 - 하나 스마트자산배분전략모델

그림 5는 하나은행의 블랙리터만 모형을 이용한 하나 스마트자산배분전략 모델의 개요를 나타낸다. 하나은행의 Wealthcare 센터는 리서치 센터와 하나 금융 경영연구소의 전망을 종합해서 투자 자산에 대한 전망을 예측하고, 펀더멘털 스코어링과 자산별/시장별 투자 등급을 고려하여 기대수익률을 산출한다. 그리고 기대수익률과 투자 전망을 결합하여 블랙리터만 모형 기반의 Encorr 시스템에 대입하여 포트폴리오를 구성한다. Encorr 시스템에 대입되는 투자 전망은 절대 전망과 상대 전망으로 구성된다. 절대 전망을 구성하기 위해 배당할인모형과 잔여이익 모형을 이용하고, 도출한 전망값을 보정하기 위해 경제성장률 모멘텀, 주당순이익 (Earning Per Share, EPS) 모멘텀, 주가수익비율 (Price Earning Ratio, PER) 수준, Country 리스크 변화, 변동성 수준, 그리고 금융 이벤트를 분석한다. 그리고 상대 전망 구성을 위해 자산 시장 별 전망, 금융 이벤트, 그리고 투자 매력도와 같은 시장별 투자 등급과 경제성장률, 기업실적 전망, 그리고 저평가와 같은 상대적 투자 매력도를 고려한다. 이와 같이 하나은행의 H-SAAM 모델은 블랙리터만 모형을 결합한 정성적/정량적 프로세스로 블랙리터만 모형의 모수 추정 한계를 극복하며, 투자 기관의 합리적인 대안 도출에 기여한다.

그림 6은 우리은행의 전략적 자산 배분과 전술적 자산 배분을 고려한 우리 자산 배분 프로세스를 나타낸다. 전략적 자산배분이란 투자자산에 대한 장기 기대수익률, 투자자의 리스크, 수익률, 그리고 투자환경을 고려하여 최적 자산배분을 결정하는 자산 운용 방식으로, 우리은행은 평균분산 모형을 기반으로 자산배분 비중을 결정한다. 전술적 자산 배분이란 전략적 자산배분의 장기전망에 기초하여 투자 자산의 단기 목표 수익률 달성을

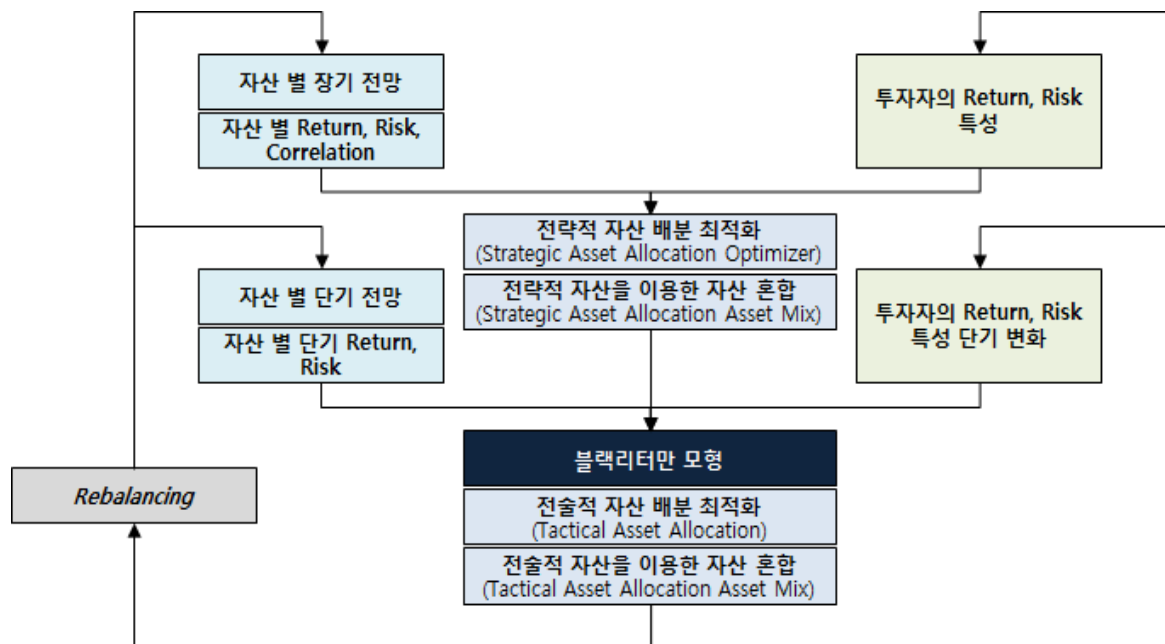


그림 6. 국내 기술 개발 사례 - 우리 자산 배분 프로세스

목표로 금융시장 변화에 따라 투자 비중을 결정하는 자산 운용 방식이다. 우리은행은 만기수익률 갭, 경기 선행지수, 선평 EPS, MSCI Korea 지수, 금융 환경 분석, 헤지펀드 인덱스와 같은 지표를 사용하여 투자 자산에 대한 전망을 예측하고 블랙리터만 모형에 대입한다.

그림 7은 현대증권이 개발한 Premium-Adjusted Allocation Model (PAAM)의 프로세스를 나타낸다. 현대 PAAM은 블랙리터만 모형의 투자자 전망이 실제 기대수익률 변화를 추종하도록 개선한 프로세스이다. 프로세스는 주식, 채권, 현금성 자산에 대한 기대수익률 산출, 자산 간 상대적 기대수익률 프리미엄과 Outperforming 확률 계산, 그리고 블랙리터만 자산 배분 모형에 자산 간 프리미엄과 확률 변화 반영으로 구성된다. 자산에 대한 기대수익률 산출에서 주식수익률은 성장모형과 Valuation이 반영된 주가수익률을 이용하여 계산된다. 국내 채권 기대수익률은 10년 만기 국채수익률로 계산되고, 미국 채권 기대수익률은 10년 만기 Treasury Bond 수익률로 계산된다. 그리고 국내 현금성 자산의 기대수익률은 90일 CD 수익률로 계산되고 미국 현금성 자산 기대수익

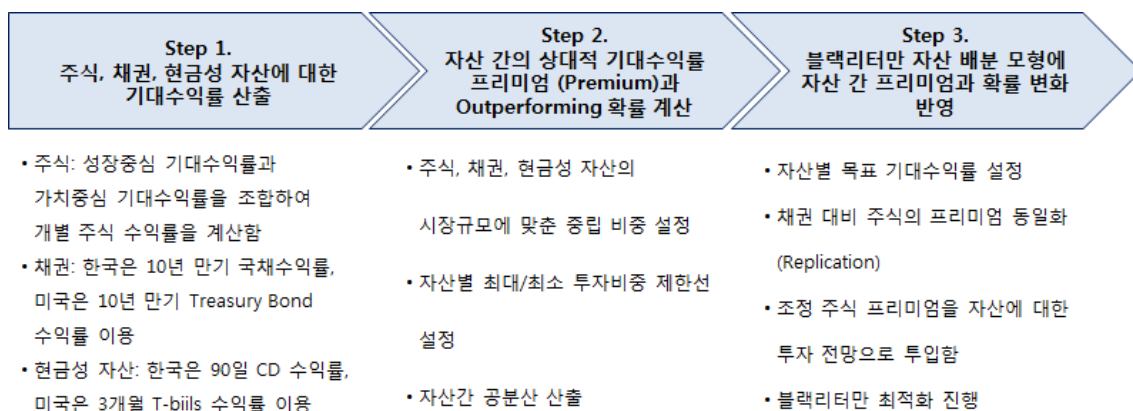


그림 7. 국내 기술 개발 사례 - 현대증권 Premium-Adjusted Allocation Model(PAAM)

물은 3개월 T-bills 수익률로 계산된다. 자산 간 상대적 기대수익률 프리미엄과 Outperforming 확률 계산에서 주식, 채권, 그리고 현금성 자산의 시장 비율을 중립 비중으로 설정하고 (예: 주식 60%, 채권 35%, 현금성 자산 5%), 자산별 최대/최소 투자 비중 제한을 설정한다 (예: 주식 40%~80%, 채권비중 20%~60%, 현금성 자산 비중 3% ~ 10%). 이와 같이 자산에 대한 기대수익률과 상대적 기대수익률을 블랙리터만 모형에 적용하여 새로운 포트폴리오를 구성한다. 특히 PAAM에서 자산에 따라 목표 기대수익률을 다르게 설정하고, 주식과 채권 투자 상품 특성을 고려하여 채권 기대수익률에 주식의 프리미엄 동일화 방법을 적용한다. 최종적으로 조정 주식 프리미엄을 자산에 대한 투자 전망으로 투입하고 블랙리터만 모형에 대입하여 최적 자산 배분을 결정한다.

## 2) 국외 기술 개발 현황

블랙리터만 모형에서 균형기대수익률과 투자자 전망을 결합하여 계산한 기대수익률을 평균분산 모형의 모수로 활용하여 최적 포트폴리오가 구성된다. 균형기대수익률은 위험회피계수, 공분산, 그리고 자산의 시장 비율을 이용하여 계산된다. 이때 공분산은 과거 데이터를 이용하여 계산되고, 정규 분포를 따른다고 가정한다. 투자자 전망은 절대 전망, 상대 전망, 그리고 그룹 간 상대 전망을 이용하여 결정되며, 전망 값과 전망에 대한 분산도 정규 분포를 따른다고 가정한다. 균형기대수익률과 투자자 전망을 결합하여 기대수익률과 분산이 계산된다. 이와 같이 블랙리터만 모형 연구는 균형기대수익률과 투자자전망으로 분류되어 진행된다. 그림 8에서 블랙리터만 국외 기술은 균형기대 수익률 측면에서 효용함수, 정규분포, 그리고 강건성에 대한 연구가 진행되며, 투자자 전망 측면에서 전망행렬 생성, 전망 변동성 연구, 그리고 포트폴리오 알파에 대한 연구가 진행된다. 효용함



그림 8. 국외 기술 개발 현황

수 측면에서 H. Krishnan과 N. Mains는 공분산 이외에도 경기침체 리스크 (Recession Risk)를 고려한 효용함수를 개발하여 효용함수에 새로운 위험 요소를 반영하는 방법을 제시하였다 [22]. 정규분포 측면에서 R. Giacometti et al.은 정규분포를 가정하는 공분산의 한계를 지적하고 정규분포를 가정하지 않는 Value-at-Risk (VaR)와 조건부 VaR (Conditional-VaR, CVaR)를 이용하여 균형기대수익률 계산 방법을 제안하였다 [18]. A. Meucci은 비정규분포를 가정하고 Copula를 이용한 블랙리터만 모형을 개발하였다 [23]. 강건성 측면에서 M. Kooli와 M. Selam은 몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 리샘플링 (Resampling) 방법을 이용하여 균형상태의 공분산을 추정하였다 [21]. J. Simonian과 J. Davis은 공분산 추정의 변동성을 고려한 강건성 최적화(Robust Optimization) 모형을 개발하였다 [29]. G. Zhou는 과거 수익률에 대한 정보를 균형기대수익률에 반영하였다 [31]. 과거 수익률은 과거 데이터 선정 기간에 따라 변화가 크지만, 미래 수익률에 대한 정보를 가지고 있기 때문에 기대 수익률 보정값으로 사용 가능하다. 한편 투자자 전망에 대한 연구 이슈는 전망행렬 생성, 전망 변동성, 그리고 포트폴리오 알파 연구로 분류된다. 전망행렬 생성 측면에서 A. Salomons는 수익률에 영향을 주는 요인을 분석하고 이 요인을 독립변수로 갖는 회귀모형을 개발하여 전망행렬을 생성하였다 [27]. J. M. Mulvey et al.은 자산의 모멘텀을 계산하여 순위를 부여하고, 상위 그룹화 하위 그룹을 나누어 그룹 간 전망행렬을 생성하였다 [24]. 전망 변동성 측면에서 M. D. Braga와 F. P. Natale는 전망 행렬 변동성을 고려하여 벤치마크 지수를 추적하는 방법을 제안하였다 [13]. G. Yanou는 블랙리터만 모형을 이용하여 얻은 포트폴리오와 현재 보유한 포트폴리오의 비율 결정을 위해 평가지표로 샵비율을 제안하였다 [30]. 이를 통해 블랙리터만 모형에서 잘못된 전망으로 발생하는 비용과 블랙리터만 모형의 포트폴리오를 선택하지 않았을 때 발생하는 기회비용 사이의 상반관계(Trade-off)를 분석하였다. 포트폴리오 알파 연구 측면에서 R. Jones et al.은 일정 수준의 인덱스 트레이킹을 하면서 초과 수익률을 추구하는 인헨스드 인덱스 포트폴리오 구성을 위해 블랙리터만 모형을 이용하였다 [20]. 블랙리터만 모형에서 얻어진 비중을 균형기대수익률 비중과 투자자 비중으로 분류하여, 균형기대수익률 비중을 인덱스 트레이킹을 위해 사용하고, 투자자 전망 비중을 초과수익률 추구를 위해 사용한다. 그리고 초과수익률 추구를 위해 투자 비중의 합이 0인 룡쑈 포트폴리오 최적화 모형을 개발하였다. A. S. D. Silva et al.는 블랙리터만 모형을 이용한 액티브 포트폴리오 구성 방안을 제시하였다 [28]. 이 연구에서 균형기대수익률이 정보비용 측면에서 모순이 있음을 증명하고, 균형기대수익률을 0으로 설정하는 방법을 제시하였다. 이와 같이 블랙리터만 모형 연구는 균형기대수익률 연구와 전망행렬로 분류되며, 이 중에서 균형기대수익률을 요소로 정의한 H. Krishnan and N. Mains의 효용함수 변형 연구, 기존 포트폴리오와 새로운 블랙리터만 모형의 결합 비율을 찾는 G. Yanou의 기회비용 연구, 그리고 균형기대수익률의 모순점을 밝히고 새로운 최적화 모형을 개발한 A. S. Silva 의 액티브 자산 운용을 위한 블랙리터만 모형 연구에 대해 자세히 살펴본다.

그럼 9에서 H. Krishnan과 N. Mains는 리스크 지표를 추가한 효용함수를 개발하여 균형기대수익률 계산 시 리스크 요소를 추가하였다. 기대수익률에 영향을 주는 요인을 선별하고 효용함수에 반영하여 반영한다. 대표적인 요인으로 경기침체 리스크 (Recession Risk)를 고려하여 리스크 프리미엄을 계산한다. 경기침체 리스크는 자산 관련 인덱스 리스크와 인플레이션 조정 수입과 같은 여러 요인에 영향을 받는다. 수학적 정의를 위해 요인은 다음과 같은 성질이 있다고 가정한다.

- 1) 현재 시장은 요인 영향력에 대한 기댓값은 0 이다.
- 2) 여러 요인은 경기침체 리스크에 영향을 준다.
- 3) 위험을 감수하면 요인은 대한 프리미엄이 생긴다.

위에서 정의한 요소를 고려한 효용함수는 다음과 같다.

$$\boxed{\text{New 효용함수}} = \boxed{\text{포트폴리오 수익률}} - \boxed{\text{포트폴리오 위험}} - \boxed{\text{요소에 의한 위험}}$$

$$U(w, r) = w'r - \frac{\lambda}{2} w' \Sigma w - \sum_{j=1}^m \gamma_j w' \beta^j$$

$w$ : 포트폴리오 비중       $\Sigma$ : 포트폴리오 공분산  
 $r$ : 자산 기대수익률       $\beta^j$ : 요소  $j$  에 의한 자산 민감도  
 $\lambda$ : 위험회피계수       $\gamma_j$ : 요소  $j$  에 대한 위험회피계수

- 새로운 요소를 추가하여 효용함수를 정의함
- 새롭게 정의된 효용함수의 균형기대수익률과 블랙리터만 기대수익률 계산 방법을 정의함

$$\text{New 효용함수 균형기대수익률} \quad \Pi = \lambda \Omega w + \sum_{j=1}^m \gamma_j \beta^j$$

$$\text{New 효용함수 블랙리터만 기대수익률} \quad r = \Pi + \Omega P' (P \Omega P')^{-1} (q - P \Pi)$$

$P$ : 전망행렬  
 $\Omega$ : 전망불확실성  
 $q$ : 전망값

그림 9. 국외 기술 개발 사례 - H. Krishnan and N. Mains 의 요소를 고려한 모형 설계

$$U(w, r) = w^T r - \frac{\gamma}{2} w^T \Sigma w - \sum_{j=1}^m \gamma_j w^T \beta_j$$

효용함수를 비중  $w$  에 대해 편미분하여 정리하면, 균형기대수익률을 다음과 같다.

$$\Pi^* = \gamma \Sigma w + \sum_{j=1}^m \gamma_j \beta_j.$$

위의 식을 이용하여 정리한 블랙리터만 균형 기대 수익률은 다음과 같다.

$$r^* = \Pi^* + \Omega P^T (P \Omega P^T)^{-1} (q - P \Pi^*)$$

위의 연구는 요인을 고려한 벡터 벡터를 이용하여 효용함수를 정의하고, 새로 정의된 효용함수를 이용하여 요인이 반영된 균형 기대수익률을 계산한다. 하지만 전망행렬의 전망이 불확실한 경우는 고려하지 않기 때문에, 일반적인 블랙리터만 모형과 차이가 있다. 이 연구는 요인을 고려한 균형기대수익률과 블랙리터만 수익률 계산방법을 설계한 연구로 균형기대수익률 해석에 새로운 관점을 제시하였다.

그림 10에서 G. Yanou은 블랙리터만 모형을 이용하여 얻은 포트폴리오와 현재 보유한 포트폴리오의 비율을 결정하는 방법을 제안하였다. 현재 포트폴리오에서 블랙리터만 모형으로 포트폴리오를 변경할 때 투자자는 전망에 대한 오차를 수용해야 한다. 반대로 현재 포트폴리오를 변경하지 않을 경우, 투자자 전망을 이용하지 않은 것에 대한 기회비용이 발생한다. 따라서 두 포트폴리오를 혼합한 새로운 포트폴리오를 구성할 때, 두 포트폴리오 결합 비율을 결정해야 한다. 예를 들어, 현재 자산에서 30%를 블랙리터만 모형으로 변경하면, 70%는 기존의 포트폴리오로 구성한다. 블랙리터만 모형을 이용한 포트폴리오( $w_{BL}$ )과 현재 보유한 포트폴리오( $w_C$ )를 결합한 새로운 포트폴리오( $w_{ABL}$ )는 다음과 같다.

$$w_{ABL} = \alpha w_{BL} + (1 - \alpha) w_C$$

$\alpha$ 는 새로운 포트폴리오에서 블랙리터만 모형이 차지하는 비율이다. 따라서  $\alpha$ 가 1이면 블랙리터만 모형으로만

New 포트폴리오

=

블랙리터만 모형을 이용한  
포트폴리오

+

투자자가 보유한 포트폴리오

New 포트폴리오 기대수익률

$$\pi_{ABL} = \alpha\pi_{BL} + (1 - \alpha)\pi_C$$

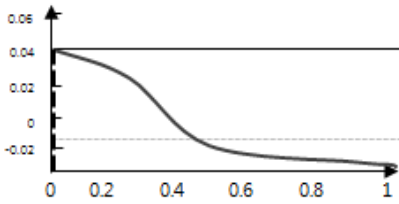
New 포트폴리오 분산

$$\sigma_{ABL}^2 = \alpha^2 w_{BL}^T \Sigma w_{BL} + (1 - \alpha)^2 w_C^T \Sigma w_C + 2\alpha(1 - \alpha)\rho$$

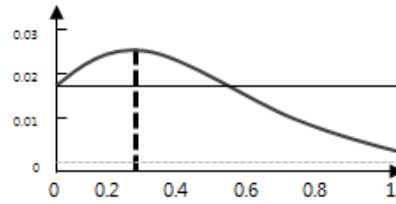
→ 샤프 비율을 이용하여 두 포트폴리오를 결합하는 최적 비율  $\alpha$  를 계산함

New 포트폴리오 샤프비율

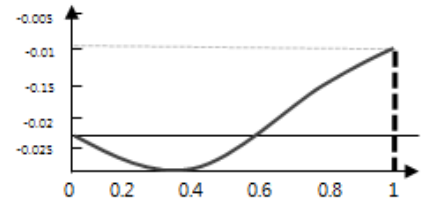
$$f(\alpha) = \frac{\alpha\pi_{BL} + (1 - \alpha)\pi_C}{\alpha^2 \sigma_{New}^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_C^2 + 2\alpha(1 - \alpha)\rho}$$



(a)  $\alpha=0$  인 경우



(b)  $0 < \alpha < 1$  인 경우



(c)  $\alpha=1$  인 경우

그림 10. 국외 기술 개발 사례 - G. Yanou 의 기회비용을 이용한 포트폴리오 구성 변경 모형

구성한 포트폴리오를 의미하고,  $\alpha$ 가 0이면 기존 포트폴리오를 보유하는 경우이다. 그리고  $w_{BL}$ ,  $w_C$ , 그리고  $w_{ABL}$ 에 대한 기대수익률을 각각  $\pi_{BL}$ ,  $\pi_C$ , 그리고  $\pi_{ABL}$  라고 하면 관계식은 다음과 같다.

$$\pi_{ABL} = \alpha\pi_{BL} + (1 - \alpha)\pi_C$$

위의 식을 이용하여 새로운 포트폴리오  $\pi_{ABL}$  에 대한 분산 ( $\sigma_{ABL}^2$ )을 구하면 다음과 같다.

$$\sigma_{ABL}^2 = \alpha^2 w_{BL}^T \Sigma w_{BL} + (1 - \alpha)^2 w_C^T \Sigma w_C + 2\alpha(1 - \alpha)\rho$$

블랙리터만 모형으로 얻은 포트폴리오와 현재 포트폴리오가 주어졌을 때, 새로운 포트폴리오의 샤프 비율은 다음과 같다.

$$f(\alpha) = \frac{\pi_{ABL}}{\sigma_{ABL}^2} = \frac{\alpha\pi_{BL} + (1 - \alpha)\pi_C}{\alpha^2 w_{BL}^T \Sigma w_{BL} + (1 - \alpha)^2 w_C^T \Sigma w_C + 2\alpha(1 - \alpha)\rho}$$

새로운 포트폴리오의 샤프 비율은  $\alpha$ 에 대한 함수이므로 최대값을 구하며 유형은 그림 10과 같다.  $\alpha=0$ 이면 현재 포트폴리오 샤프비율을 의미하고,  $\alpha=1$ 이면 블랙리터만 모형에 의한 포트폴리오 샤프비율을 의미한다. 그리고  $0 < \alpha < 1$  이면 블랙리터만 모형을  $\alpha$  만큼, 현재 포트폴리오를  $1 - \alpha$  만큼 선형 결합한 포트폴리오를 의미한다. 이 연구는 통해 포트폴리오 결합 방식을 제시하며 평가 기준으로 샤프비율을 이용하였다. 그리고 블랙리터만 모형 이용에 대한 현실적인 관점을 제시한다.





그림 11. 국외 기술 개발 사례 - A. S. Silva, 의 액티브 자산 운용을 위한 블랙리터만 모형

그림 11에서 A. S. Silva는 블랙리터만 수익률을 이용한 액티브 매니지먼트 모형 측면에서 샤프 비율과 정보비율의 차이로 인한 균형기대수익률 모순을 증명하였다. 블랙리터만 수익률은 벤치마크의 수익률 부분인  $\Pi$ 와 전망에 대한 수익률 부분인  $V$ 로 나누어 표기할 수 있고 수식은 다음과 같다.

$$\mu_{BL} = \Pi + (\tau \Sigma) P' (P(\tau \Sigma) P' + \Omega)^{-1} (Q - P \Pi) = \Pi + V$$

위 과정을 이용하여 수익률을 두 부분으로 나누면 투자자 정보가 없을 때 수익률은  $\Pi$ 이다. 따라서  $\Pi = 0$ 이면 액티브 운영에 대한 자산 비중이 0이어야 한다. 그러나  $\Pi = 0$ 이여도 자산 비중이 0이 아닌 값으로 계산되어 모순이 발생한다. 따라서 기존의 블랙리터만 모형은 액티브 포트폴리오 매니지먼트 관점에서 사용할 수 없다. 이 문제를 해결하기 위해 블랙리터만 모형의 기대수익률과 투자자 전망을 틸팅 준거점과 틸팅 효과로 해석한다. 균형기대수익률은 모순이 발생하기 때문에 0으로 설정하고, 틸팅 효과에 대한 식을 제약에 추가하여 새로운 최적화 모형을 개발한다. 또한 투자자 전망( $V$ )을 기대수익률로 설정하여 전망이 반영된 포트폴리오를 선정한다. 여기에 공매도 금지 제약과 틸팅 비중 제한 제약을 추가하여 현실적으로 투자 가능한 최적화 모형을 개발한다. 이 연구는 균형기대수익률의 한계를 지적하고 투자자 전망을 반영한 최적화 모형을 설계하는 방법을 제시하여 기존의 패러다임을 새롭게 해석한 연구이다.

### 3) 국내외 기술개발 현황에 따른 연구과제의 중요성

국내외 연구 사례에서 보듯이 블랙리터만 모형 연구는 균형기대수익률 연구와 전망행렬 연구로 분류되며, 균형기대수익률 연구는 균형기대 수익률 적용연구와 새로운 블랙리터만 모형 확장으로, 전망행렬연구는 국내실정을 고려한 전망행렬 적용과 전망행렬 생성방법과 신뢰성 검증 연구로 분류된다. 그림 12에서 국내외 연구내용은 균형기대수익률과 전망행렬 연구 측면에서 분석된다. 국내 연구는 해외에서 개발한 소프트웨어를 기반으로 블랙리터만 모형을 국내 실정에 맞게 변형하는 연구가 진행된다. 또한 새로운 펀드 개발이나 자산 운용을 위해 블랙리터만 모형을 이용한다. 반면에 해외 연구는 블랙리터만 모형이 가진 한계를 극복하기 위한 새로운 방안을 연구한다. 전망행렬과 균형기대수익률에 대한 연구가 진행 중이며 새로운 최적화 모형을 개발하는 연구가 활발하다. 제안 연구는 국내 연구 수준을 해외 연구 수준으로 발전시키기 위해 블랙리터만 모형 개선 방안 연구와 모형 개발 연구를 수행한다. 제안 연구는 섹터 투자 전략, 인헨스드 인덱스 전략, 그리고 CVaR 최적화 모형에 대한 연구이며, 연구 결과는 국내 연구 수준을 높이고 해외 연구 수준에 근접하는 연구 결과를 도출한다. 섹터투자 전략은 국내 실정을 고려한 전망행렬 적용 연구로 전문가 평가와 모멘텀 전략을 사용하는 블랙리터만 모형을 개발하였다. 그리고  $t$ 분포를 이용한 신뢰도 검증 방법을 개발하였다. 인헨스드 인덱스 전략 연구는 블랙리터만 모형에 상장지수펀드를 결합하는 방법을 제시하고 정보비율을 개선하는 새로운 최적화 모형을 개발하였다. 그리고 CVaR 최적화 모형에 대한 연구에서 투자자 전망을 고려하고 리스크 지표

를 CVaR로 사용하는 새로운 최적화 모형을 개발한다. 이와 같은 연구는 기존 국내 연구에서 다루지 못한 연구 영역으로 이 연구를 통해 국내 연구 수준이 해외 수준에 근접 가능하다.

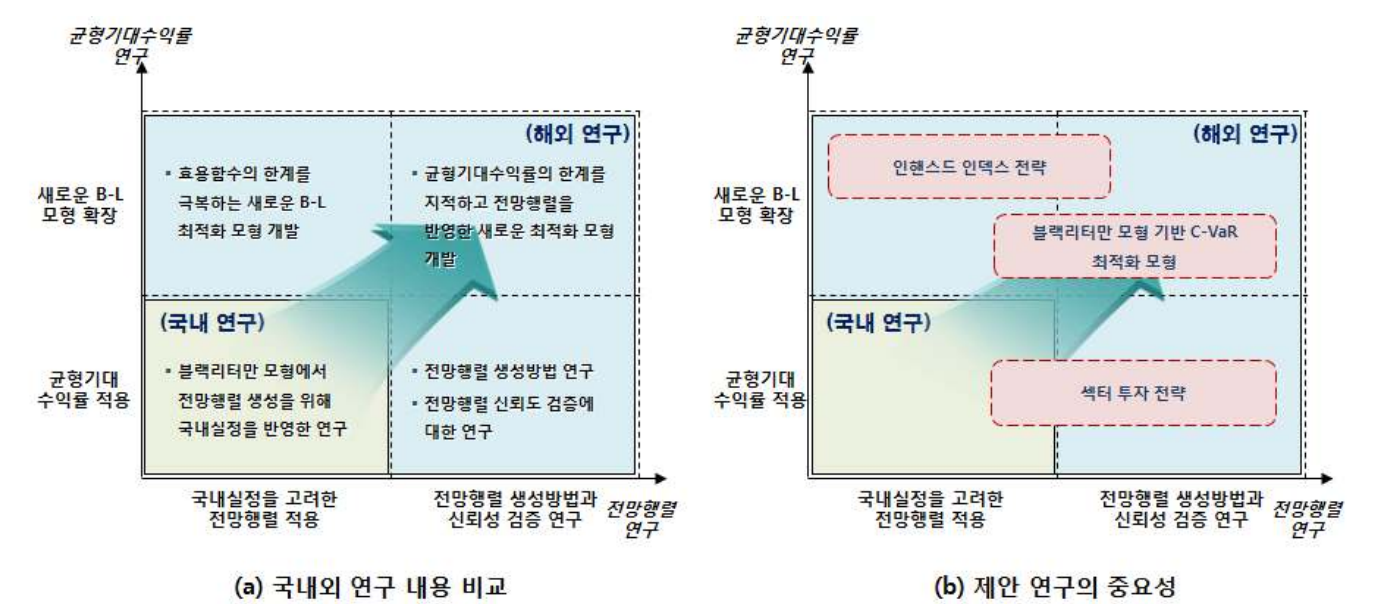


그림 12. 국내 연구와 국외 연구 내용 비교와 제안 연구의 중요성

### 3. 연구수행 내용 및 결과

그림 13과 같이 연구 주제는 섹터 투자 전략, 인핸스드 인덱스 전략, 블랙리터만 모형 기반 CVaR 최적화 모형, 그리고 블랙리터만 모형 자산 관리 의사 결정 도구 개발이다. 섹터 투자 전략 연구에서 전문가 평가, 외국

연구 주제	연구 내용	연구 방법 (이론/실험)	연구 결과
섹터 투자 전략	<ul style="list-style-type: none"> <li>섹터 투자를 위해 전문가 평가, 외국인 수급, 기관 수급, 그리고 수익률을 이용한 블랙리터만 모형을 개발함</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>전문가 평가의 신뢰도를 분포를 이용하여 측정하여 모형에 반영함</li> <li>투자 현실 제약을 고려한 최적화 모형을 개발함</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>신뢰도를 반영하기 위한 통계적 방법론 개발</li> <li>모멘텀과 전문가 평가를 이용한 블랙리터만 모형의 우수성 검증</li> </ul>
인핸스드 인덱스 전략	<ul style="list-style-type: none"> <li>인핸스드 인덱스 전략을 위해 블랙리터만 모형을 이용해 ETF를 결합하는 방법을 제시함</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ETF와 블랙리터만 포트폴리오를 결합하는 방법을 설계함</li> <li>블랙리터만 포트폴리오의 IR을 개선하는 최적화 모형을 개발함</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ETF를 포트폴리오에 반영하여 시장 지수를 추적하는 포트폴리오를 설계함</li> <li>시장지수가 떨어질 때 시장지수를 초과하는 포트폴리오를 구성함</li> </ul>
블랙리터만 모형 기반 C-VaR 최적화 모형	<ul style="list-style-type: none"> <li>리스크 지표인 C-VaR를 이용한 블랙리터만 최적화 모형을 개발함</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>포트폴리오 분산보다는 포트폴리오 C-VaR를 이용하여 최적화 모형을 설계함</li> <li>전문가 전망을 제약식에 추가한 최적화 모형 설계</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>리스크 지표를 분산에서 C-VaR로 측정한 연구</li> <li>정규분포를 따르지 않는 주식시장에 적합함</li> </ul>
블랙리터만 모형 기반 자산 관리 의사 결정 도구	<ul style="list-style-type: none"> <li>블랙리터만 모형을 쉽게 계산할 수 있는 자산 관리 의사 결정 도구 개발</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>사용자가 블랙리터만 모형을 쉽게 계산할 수 있도록 Excel을 수식 기능을 이용한 의사 결정 도구 개발</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Excel을 이용한 자산 관리 의사 결정 도구 개발</li> </ul>

그림 13. 연구 수행 내용 및 결과 정리

인 수급, 기관 수급, 그리고 수익률을 이용한 블랙리터만 모형을 개발한다. 전문가 평가의 신뢰도는  $t$ -분포를 이용하여 계산한다. 이 연구를 통해 통계적 기법을 이용한 신뢰도 추정 방안을 제시하고, 전문가 평가와 모멘텀 전략을 이용한 블랙리터만 모형의 우수성을 검증한다. 인헨스드 인덱스 전략 연구에서 블랙리터만 포트폴리오와 상장지수펀드를 결합하는 방법을 제시하고, 블랙리터만 포트폴리오의 정보비율을 개선하는 최적화 모형을 개발한다. 이 연구를 통해 상장지수펀드를 투자 자산으로 고려하여 효율적으로 인덱스를 추적하는 포트폴리오를 설계한다. 또한 인헨스드 인덱스 펀드 설계를 위해 최적화 모형이 인헨스드 인덱스 펀드 구성에 적합함을 검증한다. 블랙리터만 모형 기반 CVaR 최적화 모형 연구에서 리스크 지표로서 CVaR를 이용하여 최적화 모형을 설계한다. 블랙리터만 특성을 최적화 모형에 반영하기 위해 블랙리터만 기대수익률을 균형기대수익률과 전망수익률로 나눈다. 균형기대수익률은 시장 비중에 대한 티팅으로 재해석하여 선형 제약식으로 변형하여 모형에 반영하고, 전망수익률은 최적화 모형의 기대수익률로 사용한다. 블랙리터만 CVaR 연구는 포트폴리오 분산 이외의 리스크 지표를 사용한 연구로 정규분포를 따르지 않는 실제 금융시장에 적합하고, 블랙리터만 모형이 가진 강건성 향상과 투자자 전망 반영의 장점이 반영된다. 마지막으로 블랙리터만 모형 자산 관리 의사 결정 도구는 블랙리터만 모형을 엑셀 기반의 도구로 쉽게 계산하는 소프트웨어이다. 이를 이용하여 블랙리터만 모형을 사용하는 편의가 높아진다.

## 1) 섹터투자 전략

섹터투자 전략 연구는 섹터 펀드(Sector Fund) 설계를 위한 최적화 모형을 개발한다. 섹터 펀드는 동일 업종 기업군으로 분류한 섹터 지수에 투자하는 금융 상품이다. 섹터 지수의 특징으로 동일 섹터에 포함된 자산의 유사성과 섹터 특이현상이 있다. 섹터 내 자산의 공분산은 대부분 0보다 크고 유사한 패턴을 보이며 섹터 단위로 투자할 경우 섹터 특이 현상으로 목표 지수의 평균 수익률보다 높은 수익률을 얻는다. 섹터 특이 현상은 시장 정보 외 산업 전망과 경기 순환과 같은 주식 시장 외적 정보를 이용하여 확인한다. 이 논문은 주식 시장 외적인 정보로 전문가 평가와 섹터 순환 모멘텀 분석을 이용하여 산업 라이프 사이클을 고려한 섹터 지수 투자 전략을 개발한다. 전문가 평가는 그림 14 (a)와 같이 재무분석, 시장분석, 그리고 기술분석을 이용하여 섹터

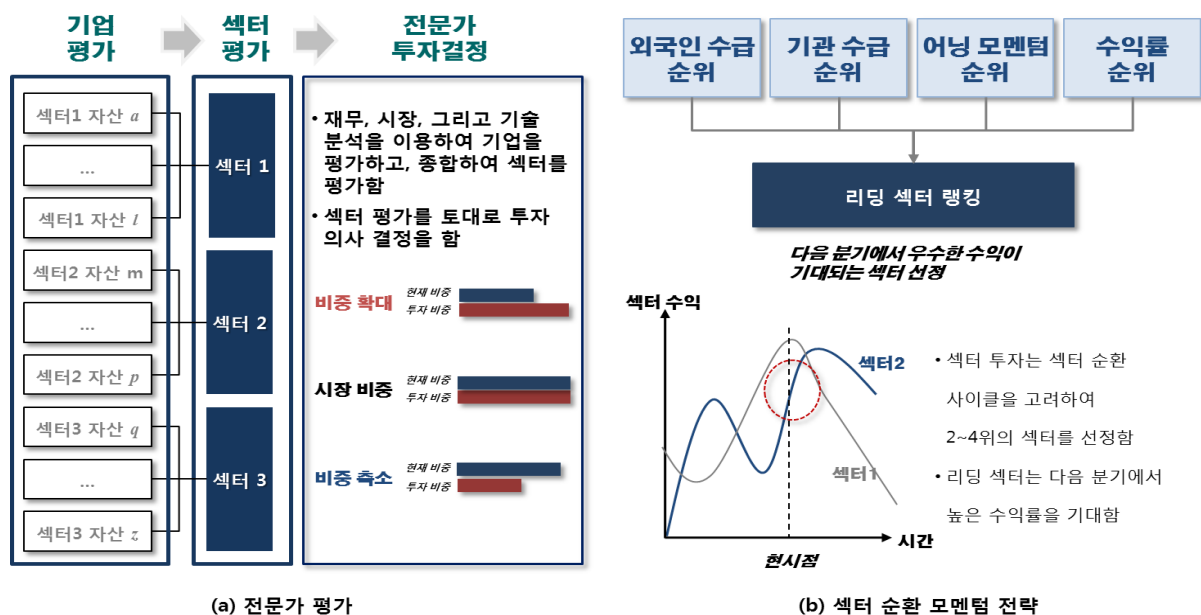


그림 14. 섹터 펀드 투자 전략

를 분석한 애널리스트 투자 의견이다. 전문가 평가에 대한 연구는 성과 검증을 중심으로 진행되어 Jegadeesh et al.는 애널리스트 추천 종목이 모멘텀과 양의 상관관계에 있고 거래량과 성장률이 높아서 고수익을 얻게 됨을 보였다 [19]. Fabre and Snape는 애널리스트 투자 추천이 주식 시장 참여에서 중요한 고려 대상이라고 주장하였다 [16]. 한편 섹터 순환 모멘텀 분석에서 이동 평균, 섹터 순환, 그리고 변동성과 같은 산업 라이프 사이클 요인을 이용하여 기대수익률이 높은 섹터를 선택한다. [25]. 섹터 순환 모멘텀 전략은 그림 14 (b)와 같이 섹터 별로 구분한 주식에서 외국인 수급 순위, 기관 수급 순위, 어닝 모멘텀 순위, 그리고 수익률 순위를 조합하여 높은 과거 수익률 순위 패턴을 찾아 리딩 섹터 순위를 결정한다. 리딩 섹터 순위는 섹터 순환 사이클을 고려하여 2위부터 4위 섹터를 선정한다. 1위 섹터는 산업 라이프 사이클 측면에서 성숙기에 도달한 경우가 많아 성장 가능성이 낮다. 그러나 2위부터 4위 섹터는 성장기에 도달한 경우가 많아 다음 분기에서 높은 수익을 기대할 수 있다 [4].

주식 모멘텀 효과에 대한 연구는 모멘텀을 확인하는 연구 중심으로 발전하였다. Cleary and Inglis는 미국과 캐나다 주식 시장에서 모멘텀 전략 효과를 발견하였다 [14]. 미국과 캐나다 주식시장은 거래비용이 낮을수록 모멘텀 전략 효과가 큰 것으로 나타났다. Rouwenhorst는 유럽 12개국의 주식시장에 모멘텀 전략을 적용하였다 [26]. 시장 규모에 관계없이 유럽 12개국의 주식시장에서 모멘텀 전략 효과가 입증되었고, 규모가 큰 회사보다 작은 회사에서 모멘텀 전략 효과가 크다는 사실을 입증하였다. 그러나 기존 연구는 주식시장에서 모멘텀 효과를 입증했으나 자산 배분 모형에 섹터 투자의 특성을 고려한 모멘텀 전략 적용 연구는 적다. 이 연구는 블랙리터만 모형에 섹터 지수 특징을 고려한 모멘텀 전략 적용 방안을 제시한다.

이 연구는 애널리스트 추천과 섹터 순환 모멘텀 전략을 블랙리터만 모형에서 전망행렬로 이용한다. 블랙리터만 모형은 평균 분산 모형을 기반으로 시장에 내재된 균형기대수익률과 투자자 전망을 반영하여 전망 결합 기대수익률을 산출한다. 평균 분산 모형은 과거 수익률과 위험을 고려한 자산 배분 모형으로 자산의 투자 전망을 반영하기 어렵고 일부 자산에 투자 비중을 많이 배분하는 문제가 있다. 블랙리터만 모형은 균형기대수익률을 사용하여 이러한 문제를 해결하였으며 베이지안 방법(Bayesian Approach)을 이용하여 투자 전망을 수익률에 반영한다. 그림 15에서 섹터 투자를 위한 블랙리터만 모형 프레임 워크는 균형기대수익률 계산, 전망 행렬 생성, 그리고 현실제약을 고려한 블랙리터만 모형으로 구성된다.

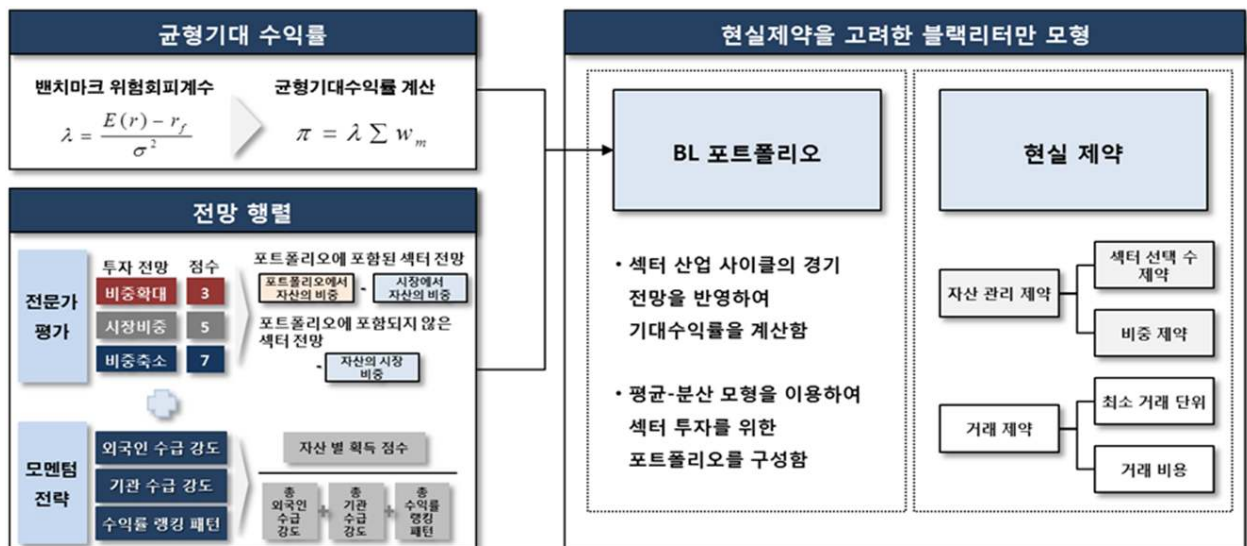


그림 15. 섹터 투자를 위한 블랙리터만 모형 프레임 워크

균형기대수익률은 위험회피계수, 과거수익률에서 얻은 공분산 행렬, 그리고 시장 비중을 이용하여 계산한다. 위험회피계수는 무위험자산 수익률에 대한 초과수익률을 목표지수 분산으로 나눈 값으로 리스크 단위당 기대되는 초과수익을 의미한다.  $E(r)$ 은 시장 포트폴리오의 평균 수익률,  $r_f$ 는 무위험 자산의 수익률, 그리고  $\sigma^2$ 는 시장 포트폴리오 일별(Daily) 수익률의 분산을 나타낸다. 무위험 자산의 수익률은 국고채 3년 만기 수익률의 일일 수익률 0.0015를 사용한다. 블랙리터만 모형은 위험회피계수를 이용하여 시장에 내재된 투자자 위험회피 성향을 수치화한다. 전망행렬은 전문가 평가와 모멘텀 전략을 사용한다. 전문가 평가로 에프엔가이드에서 발표한 2010년 5개 우수 증권사 중 월별 포트폴리오 수익률이 가장 높은 대우증권 월별 포트폴리오를 이용하고 월별 포트폴리오를 신뢰도 계산에 사용하여 전문가 평가에 대한 전망행렬을 구성한다 [8]. 신뢰도 추정에 사용한 포트폴리오는 대우증권 월별 포트폴리오의 기간을 나타내며 신뢰도 검증에 사용한 포트폴리오는 블랙리터만 모형에서 추정한 신뢰도를 적용하여 얻은 포트폴리오를 나타낸다. 대우증권 월별 포트폴리오의 신뢰도를 계산하기 위해 포트폴리오의 평균과 표준편차를 이용하여 모평균을 검정한다. 모분산이 알려지지 않은 경우이므로 검정통계량은 다음 식과 같이  $t$ 검정통계량을 사용한다.

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

위 식에서  $\bar{X}$ 는 모델 포트폴리오 수익률과 KOSPI 수익률의 차의 평균을 나타내고  $s$ 는 모델 포트폴리오 수익률과 KOSPI 수익률의 차의 표준편차를 나타낸다. 그리고  $n$ 은 관측 횟수를 나타내고 모델포트폴리오의 목표가 시장 수익률 초과이므로  $\mu_0$ 는 0의 값을 가진다. 따라서 귀무가설은  $\mu \leq \mu_0$ , 대립가설은  $\mu > \mu_0$ , 그리고 기각역은  $\mu \geq t(n-1, \alpha)$ 로 설정한다. 이때 가설을 기각하는 값인 유의수준( $\alpha$ )을 전문가 평가 전망의 신뢰도로 사용한다. 전문가 평가는 정량적 분석과 정성적 분석을 고려하여 자산에 투자 전망을 비중확대, 시장비중, 그리고 비중축소로 추천한다. 개별 섹터에 대한 투자전망 값으로 비중확대는 3점, 시장비중을 5점, 그리고 비중축소는 7점을 부여한다. 전문가의 투자전망은 목표지수를 기준으로 추천을 하기 때문에 목표지수 수익률과 포트폴리오 수익률을 비교하기 위한 상대 전망행렬을 구성한다. 따라서 포트폴리오 내 자산을 매수(Long) 포트폴리오로 지정하고 시장 지수를 매도(Short) 포트폴리오로 지정한다. 포트폴리오에 포함된 섹터 전망은 포트폴리오에서 자산 비중 값과 시장에서 자산 비중 값의 차로 계산하고 포트폴리오에 포함되지 않은 섹터 전망은 자산 시장 비중의 음의 값으로 계산한다. 예를 들어 6개의 자산 중 매수 포트폴리오에 자산 1과 2, 유지 포트폴리오에 자산 3과 4, 그리고 매도 포트폴리오에 자산 5와 6이 있을 경우 전망행렬( $P_e$ )과 전망에 대한 기대수익률( $Q_e$ ) 다음과 같이 사용한다.

$$P_e = \begin{bmatrix} w_{1P} - w_{1m} & w_{2P} - w_{2m} & -w_{3m} & -w_{4m} & -w_{5m} & -w_{6m} \\ -w_{1m} & -w_{2m} & w_{3P} - w_{3m} & w_{4P} - w_{4m} & -w_{5m} & -w_{6m} \\ -w_{1m} & -w_{2m} & -w_{3m} & -w_{4m} & w_{5P} - w_{5m} & w_{6P} - w_{6m} \end{bmatrix}, \quad Q_e = \begin{pmatrix} r_1 - r_b \\ r_2 - r_b \\ r_3 - r_b \end{pmatrix}$$

위 식에서  $r_1$ 은 매수 포트폴리오 기대수익률,  $r_2$ 는 유지 포트폴리오 기대수익률,  $r_3$ 는 매도 포트폴리오 기대수익률, 그리고  $r_b$ 는 목표지수 수익률을 나타낸다. 포트폴리오 기대 수익률은 각 포트폴리오 전망값과 과거 데이터 평균 수익률의 곱으로 계산한다. 기존 블랙리터만 모형 연구에서 사용하는 전망행렬 생성은 오차가 발생하여 정확한 전망을 모형에 반영하기 어렵다. 이에 대한 해결책으로 주가의 상승이나 하락추세의 지속성을 측정하는 모멘텀을 전망 행렬에 적용하는 방법이 제시되었다. Mulvey et al.는 모멘텀을 이용하여 전망행렬을 구성 할 때 수익률 랭킹을 고려하여 투자 대상 자산에서 기대수익률이 가장 높은 10% 자산을 Win 그룹으로 지정하고 나머지 90% 자산을 Lose 그룹으로 구분하였다 [24].



한편, 이 논문은 한국 주식 시장의 특징을 고려하여 외국인 수급 순위, 기관 수급 순위, 그리고 수익률 순위를 고려한 모멘텀 전략을 사용한다. 외국인 수급과 기관 수급은 과거 데이터를 이용하여 검증한 1개월과 3개월을 이용한다 [4]. 외국인 수급은 다음과 같이 정의한다.

$$\text{외국인 수급} = \frac{\text{최근 1개월 섹터의 외국인 순매수}}{\text{최근 1개월 전체 시장의 외국인 순매수}} - \text{최근 1개월 섹터 시장 비중}$$

기관 수급은 다음과 같이 정의한다.

$$\text{기관 수급} = \frac{\text{최근 3개월 섹터의 기관 순매수 합계}}{\text{최근 3개월 전체 시장의 기관 순매수 전체 합계}} - \text{최근 1개월 섹터 시장 비중}$$

외국인과 기관이 특정 섹터를 시장비중보다 더 많이 매수하면 향후 전망이 좋음을 의미하고 외국인과 기관 매수가 많은 상위 섹터는 이후 상승할 가능성이 높다. 각 섹터는 측정 값이 큰 순서로 정렬하고 두 번째와 세 번째 섹터에 외국인 수급은 2점, 기관 수급은 1점을 부여한다. 수익률 순위는 최근 1개월, 3개월, 6개월, 그리고 12개월 수익률이 가장 높은 섹터의 다음 달 성과를 파악하여 패턴을 찾아내는 방식이다. 수익률은 다음과 같이 정의한다.

$$\text{수익률} = \frac{\text{주식 매도 가격} - \text{주식 매수 가격}}{\text{주식 매수 가격}}$$

계산한 1개월, 3개월, 6개월, 그리고 12개월 수익률 순위가 가장 높은 섹터에 각각 1점을 부여하고 각 섹터가 얻은 점수의 합으로 최종 수익률 점수를 계산한다. 모멘텀 전략을 반영한 전망행렬( $P_m$ )은 다음과 같이 절대 전망행렬로 구성한다.

$$P_m = \left\{ \frac{a_1 + b_1 + c_1}{\sum_{i=1}^n s_i}, \frac{a_2 + b_2 + c_2}{\sum_{i=1}^n s_i}, \frac{a_3 + b_3 + c_3}{\sum_{i=1}^n s_i}, \dots, \frac{a_n + b_n + c_n}{\sum_{i=1}^n s_i} \right\}$$

위 식에서  $a_i$ 는 자산  $i$ 가 획득한 외국인 수급 순위 점수,  $b_i$ 는 자산  $i$ 가 획득한 기관 수급 순위 점수,  $c_i$ 는 자산  $i$ 가 획득한 최종 수익률 순위 점수, 그리고  $s_i$ 는 자산  $i$ 가 획득한 외국인 수급 순위 점수, 기관 수급 순위 점수, 그리고 최종 수익률 순위 점수의 합을 나타낸다. 전망에 대한 기대수익률은 다음과 같이 모멘텀 전망행렬의 기대 수익률( $r_m$ )을 이용한다.

$$Q_m = (r_m)$$

위 식에서 모멘텀 전망행렬의 기대 수익률( $r_m$ )은 각 섹터의 모멘텀 전망행렬 값과 과거 데이터의 평균 수익률의 곱의 합으로 계산한다. 자산 관리 제약에는 섹터 선택 수 제약과 비중 제약이 있다. 섹터 선택수 제약은 포트폴리오를 효율적으로 운영하기 위해 필요하고 비중 제약은 극단적으로 높거나 낮은 자산 비중 배분을 방지한다. 거래 제약은 최소 거래 단위 제약과 거래비용 제약이 있으며 최소 거래 단위 제약은 개별 자산을 거래할 때 최소 거래 단위를 고려한다. 그리고 거래 비용 제약은 거래량이 증가할수록 거래 비용 증가 비율이 감소하는 제약이다. 이 논문은 포트폴리오 관리를 위한 현실 제약 중 자산 관리 제약만을 고려한다. 블랙리터만 수익률은 균형기대수익률과 전문가 평가와 모멘텀 전략을 결합한 투자자 전망을 대입하여 계산한다.



이 논문은 현실제약조건을 고려하기 위해 섹터 펀드 최적화 모형과 현실제약을 고려한 섹터 펀드 최적화 모형을 제시한다. 섹터 펀드 설계문제 정의에 필요한 집합과 모수는 다음과 같다.

$N$  : 섹터 지수 집합  $N = \{1, \dots, n\}$ ,

$\hat{E}(r_i)$  : 섹터 지수  $i \in N$  의 수익률 ( $\hat{E}(r_i) = \Pi + [\Sigma P^T [P \Sigma P^T + \Omega']^{-1}][Q - P \Pi]$ ),

$\lambda$  : 위험회피계수,

$\hat{\sigma}_{ij}$  : 섹터 지수  $i \in N$  와  $j \in N$  의 수익률 공분산,

$a$  : 섹터 지수 선정 개수,

$l_i$  : 섹터 지수  $i \in N$  의 비중 하한 ( $0 \leq l_i \leq 1$ ),

$u_i$  : 섹터 지수  $i \in N$  의 비중 상한 ( $0 \leq u_i \leq 1$ ).

섹터 펀드 설계에 필요한 의사 결정 변수는 다음과 같다.

$w_i$  : 섹터 지수  $i \in N$  의 비중,

$x_i$  : 섹터 지수  $i \in N$  를 선택하면 1, 그렇지 않으면 0.

섹터 펀드 설계 문제에서 최적화 모형은 포트폴리오 수익률과 위험의 최대 차를 목적식으로 한다. 이 논문에서 섹터 펀드 최적화 모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & \sum_{i=1}^n w_i \hat{E}(r_i) - \lambda \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \hat{\sigma}_{ij} \\ \text{Subject to} \quad & \sum_{i=1}^n w_i = 1, \\ & w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

섹터 펀드 최적화 모형에서 포트폴리오를 구성하는 섹터 비중의 합이 1임을 나타낸다. 위험회피계수는 계산값을 이용한다. 현실제약을 고려한 섹터 펀드 최적화 모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & \sum_{i=1}^n w_i \hat{E}(r_i) - \lambda \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \hat{\sigma}_{ij} \\ \text{Subject to} \quad & \sum_{i=1}^n w_i = 1, \\ & \sum_{i=1}^n x_i = a, \\ & l_i x_i \leq w_i \leq u_i x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ & x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ & w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

포트폴리오에 포함된 섹터 개수를 나타낸다. 포트폴리오를 구성하는 섹터 비중의 하한과 상한을 제한한다. 현실제약을 고려한 섹터 펀드 최적화 모형을 이용하여 섹터 선택 개수와 섹터 비중의 하한과 상한 변화 효과를

분석한다. 섹터 선택 개수는 3, 5, 그리고 7개로 지정하여 결과를 비교 분석한다. 섹터 비중의 하한과 상한은 섹터 선택 개수가 3, 5, 그리고 7일 때는 상한 35%와 하한 10%를 실험하고 섹터 선택 개수 7일 때 상한 20%, 하한 5%와 상한 15%, 하한 10%를 추가로 실험한다.

평균 분산 모형									
섹터 선택 개수	평균 수익률	표준편차	샤프지수	왜도	첨도	최소 수익률	최대 수익률	알파	베타
3	0.16%	1.45%	0.098	-0.090	-0.586	-3.00%	3.68%	0.14%	1.083
5	0.14%	1.44%	0.088	-0.024	-0.238	-3.63%	4.14%	0.12%	1.113
7	0.05%	1.09%	0.037	-0.069	-0.461	-2.33%	2.49%	0.04%	0.919
모멘텀을 이용한 블랙리터만 모형									
섹터 선택 개수	평균 수익률	표준편차	샤프지수	왜도	첨도	최소 수익률	최대 수익률	알파	베타
3	0.04%	1.08%	0.025	0.169	-0.528	-2.22%	2.65%	0.03%	0.842
5	0.05%	1.09%	0.032	-0.056	-0.447	-2.55%	2.56%	0.03%	0.909
7	0.10%	1.32%	0.061	-0.077	-0.237	-3.36%	3.56%	0.08%	1.078
전문가 평가를 이용한 블랙리터만 모형									
섹터 선택 개수	평균 수익률	표준편차	샤프지수	왜도	첨도	최소 수익률	최대 수익률	알파	베타
3	0.21%	1.55%	0.123	-0.123	0.233	-4.43%	4.67%	0.18%	1.176
5	0.14%	1.45%	0.086	-0.163	0.033	-3.84%	4.13%	0.12%	1.126
7	0.10%	1.34%	0.066	-0.135	-0.221	-3.42%	3.57%	0.08%	1.087
모멘텀과 전문가 평가를 이용한 블랙리터만 모형									
섹터 선택 개수	평균 수익률	표준편차	샤프지수	왜도	첨도	최소 수익률	최대 수익률	알파	베타
3	0.17%	1.46%	0.107	-0.152	-0.164	-3.40%	3.92%	0.15%	1.108
5	0.14%	1.43%	0.090	-0.163	-0.100	-3.76%	3.90%	0.12%	1.111
7	0.10%	1.33%	0.063	-0.124	-0.322	-3.25%	3.39%	0.08%	1.076

표 1. 섹터 선택 개수 변화에 따른 포트폴리오 결과

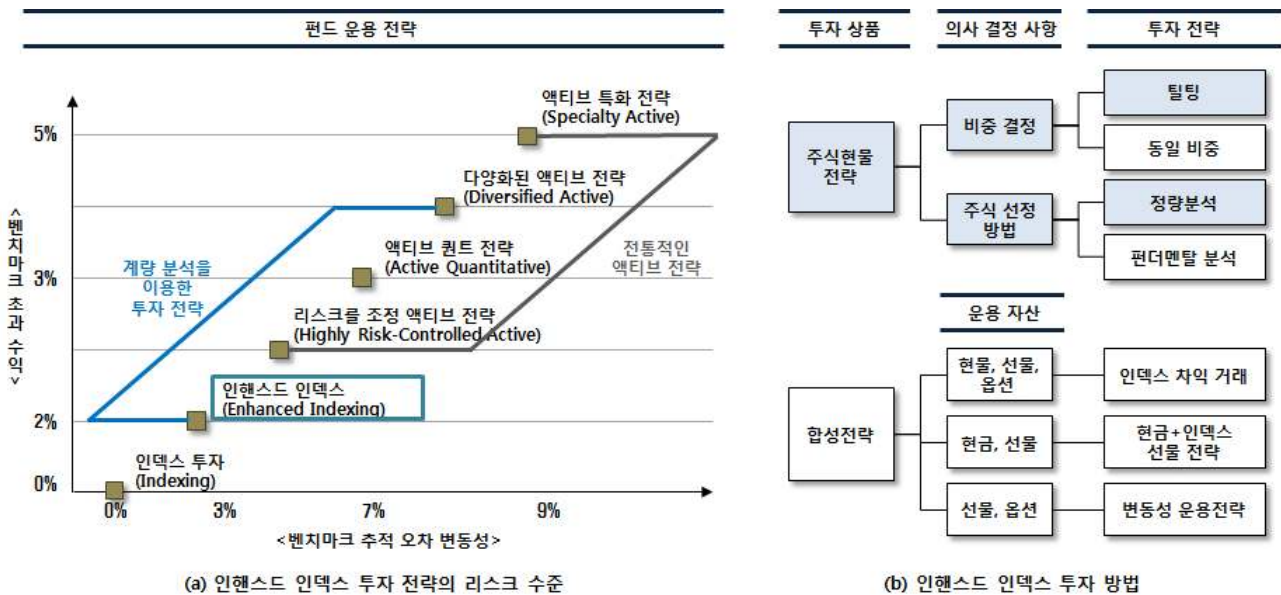
이 연구는 섹터 펀드 최적화 모형을 실험하기 위해 KOSPI 200 섹터 지수를 사용한다. KOSPI 200 섹터 지수는 KOSPI 지수에서 누적 시가 총액 70% ~85%를 차지하고 연간 거래량이 상위 85%에 속하는 종목으로 구성한다. 따라서 KOSPI 200 섹터 지수에 포함된 종목으로 KOSPI 지수를 추적하는 포트폴리오 구성이 가능하고 적은 투자자금과 거래비용으로 KOSPI 지수 대비 높은 수익률을 얻을 수 있다. KOSPI 200 섹터 지수는 KOSPI 200 건설/기계, KOSPI 200 조선/운송, KOSPI 200 철강/소재, KOSPI 200 에너지/화학, KOSPI 200 정보통신, KOSPI 200 금융, KOSPI 200 필수소비재, 그리고 KOSPI 200 자유소비재로 구성되어 있다. 실험은 In-Sample와 Out-Sample를 이용하여 수행한다. In -Sample 실험 데이터는 모수 추정에 사용하고 Out- Sample 실험 데이터는 모수 검증에 사용한다.

표 1은 각 모형의 포트폴리오 성과가 가장 높은 모수 추정기간 12개월에서 상한 35%, 하한 10% 일 경우, 섹터 선택 개수 변화에 따른 포트폴리오의 결과를 나타낸다. 현실제약을 고려한 섹터 펀드 최적화 모형에서 모멘텀을 이용한 블랙리터만 모형은 섹터 선택 개수가 증가할수록 샤프지수와 알파가 증가하였으나 다른 모형에서 섹터 선택 개수가 증가할수록 샤프지수와 알파가 감소하였다. 모멘텀을 이용한 블랙리터만 모형은 현실제약을 고려하지 않을 때 섹터 선택 개수가 7 또는 8개를 선택하였으며 섹터 선택 개수가 증가할수록 포트폴리오 성과가 높아진다. 평균 분산 모형, 전문가 평가를 이용한 블랙리터만 모형, 그리고 모멘텀과 전문가 평가를 이용한 블랙리터만 모형은 현실제약을 고려하지 않을 때 섹터 선택 개수가 5 또는 6개를 선택하였으며 선택 개수를 증가할수록 포트폴리오 성과가 낮아진다. 또한 모멘텀과 전문가 평가를 반영한 블랙리터만 모형은 전

문가 평가를 이용한 블랙리터만 모형과 비슷한 성과를 얻었으나 포트폴리오 위험을 나타내는 표준편차가 더 낮았다.

## 2) 인핸스드 인덱스 전략

이 단원에서 인핸스드 인덱스 전략을 위해 블랙리터만 포트폴리오와 상장지수펀드를 결합하는 방법을 제안하고, 블랙리터만 모형으로 얻은 포트폴리오의 정보비율을 개선하는 최적화 모형을 개발한다. 인핸스드 인덱스 전략은 포트폴리오 수익이 목표지수(Benchmark Index)를 추적하면서 초과수익을 추구하는 투자 전략이다. 그리고 펀드 운용 전략 측면에서 액티브(Active) 전략과 패시브(Passive) 전략의 특징을 동시에 가진다 [10]. 액티브 전략은 종목 발굴, 시장진입시점 선택, 섹터 별 자산 배분과 같은 연구를 통해 목표지수 수익률보다 높은 수익률을 추구하는 전략이고, 패시브 전략은 펀드매니저의 자산 선택에 대한 의사결정 없이 목표지수 수익률을 추구하는 전략이다. 이러한 액티브 전략과 패시브 전략 비중에 따라 펀드 운용 전략은 그림 16 (a)와 같이 목표지수 초과 수익과 추적 오차 변동성을 기준으로 인덱스 전략, 인핸스드 인덱스 전략, 리스크 조정 액티브 전략, 액티브 퀀트 전략, 다양화된 액티브 전략, 그리고 액티브 특화 전략으로 구분된다. 인덱스 전략은 모든 자산을 상장지수펀드(Exchange Traded Fund, ETF)와 같은 지수 관련 상품에 투자하여 목표지수 수익률을 추구하는 투자 전략이다. 인핸스드 인덱스 전략은 액티브 전략과 인덱스 투자 사이에 해당하는 전략으로 인덱스와 추적오차(Tracking Error, TE)는 1% 이내로 제한하고 기대 초과수익률은 2%를 추구하는 투자 전략이다. 리스크 조정 액티브 전략은 목표지수 추적 오차 변동성을 1~3%로 증가시켜 인핸스드 인덱스 투자보다 높은 초과 수익을 추구하는 방식이다. 액티브 퀀트 전략은 수리모형을 이용한 정량분석과 기업분석에 의한 정성 분석을 이용하여 포트폴리오를 구성하는 전략이다. 다양화된 액티브 전략은 액티브 퀀트 전략과 유사하지만 목표지수 추적 오차 변동성을 증가시켜 더 높은 초과 수익 달성을 목표로 한다. 그리고 액티브 특화 전략은 ‘높은 위험, 높은 수익률 (High Risk, High Return)’을 추구하며 특정 자산에 집중 투자하는 방법이다. 이와 같이 펀드 운용 전략은 벤치마크 추적 오차 변동성과 벤치마크 초과 수익에 대해 상대적인 개념으로 정의되며 이 연구는 인핸스드 인덱스 투자 전략을 다룬다. 액티브 전략과 비교하여 인핸스드 인덱스 투자 전략은 초과 수익률은 적지



만 벤치마크 추적 오차를 줄여 위험 관리가 가능하다. 객재혁은 시장에서 거래되는 액티브 펀드와 인헨스드 인덱스 펀드를 비교하여 목표지수 추적 오차 변동성에 따른 수익률을 비교하였다 [1]. 2004년 1월부터 2007년 10월까지 주식 시장 상승기에 목표지수(KOSPI200)의 수익률은 25.18%, 액티브 펀드의 수익률은 최고 40.38%에서 최저 20.06% (변동성 20.32%), 그리고 인헨스드 인덱스 펀드 수익률은 최고 29.10%에서 최저 24.46%였다 (변동성 4.64%). 그리고 2007년 11월부터 2009년 2월까지 하락기간에서 목표지수의 수익률이 - 19.39%인 반면에, 액티브 펀드 수익률은 최고 - 5.6%에서 최저 - 28.45% (변동성 22.85%), 인헨스드 인덱스 펀드 수익률은 최고 - 11.37%에서 - 15.24%였다 (변동성 3.9%). 인헨스드 인덱스 펀드는 상승기에 전반적으로 목표지수보다 우수한 수익률을 얻고, 하락기에도 목표지수보다 손실이 적다. 이와 같이 인헨스드 인덱스 전략은 벤치마크 추적지수를 관리하면서 초과수익률을 추구하여 인덱스 전략보다 우수한 성과를 내고 액티브 전략보다 위험관리 측면에서 우수하다.

인헨스드 인덱스 펀드 구축 방안으로 그림 16 (b)와 같이 주식현물 전략(*Stock-Based Strategies*)과 선물, 옵션, 그리고 스왑과 같은 파생상품을 사용하는 합성 전략(*Synthetic*)이 있다. 이 연구는 파생상품이 가진 복잡한 요소를 배제하고 주식 현물 전략만 다룬다. 주식 현물 전략은 주식 선정과 비중 결정으로 결정된다. 주식 선정을 위해 정량 분석(*Quantitative Analysis*)과 펀더멘탈 분석(*Fundamental Analysis*)을 사용한다. 정량 분석에서 이익성장률, 어닝 서프라이즈(*Earning Surprise*), 가격모멘텀, 유동성, 가치/성장 비율, 배당 수익률, 그리고 시가총액과 같은 수치 자료를 이용하여 시장대비 초과수익률이 기대되는 종목을 선정한다. 펀더멘탈 분석에서 재무구조와 경쟁 우위, 수요현황, 그리고 수익구조와 같은 기업분석을 통해 주식을 선정한다. 한편 투자 비중을 결정하는 방법에는 티팅(*Tilting*) 전략과 동일 비중(*Equal-Weighted*) 전략이 있다. 티팅 전략은 인덱스 펀드 투자 비중을 유지하면서 가치주, 성장주, 그리고 배당주와 같이 선호하는 종목스타일이나 섹터에 대해 범위를 제한하고 투자 비중을 조절한다. 조절된 투자 비중을 통해 목표지수 대비 초과수익을 달성한다. 동일비중 전략은 지수에 포함된 모든 종목에 대해 동일한 비중을 투자하는 전략이다. 이 연구는 정량 분석을 이용한 종목선정과 티팅을 이용한 비중 결정으로 인헨스드 인덱스 전략을 다룬다. 인헨스드 인덱스 전략의 목표는 그림 17 (a)와 같이 목표지수 추적과 목표지수 초과 수익률 달성으로 분류된다. 목표지수 추적은 KOSPI200을 복제하는 상장지수펀드를 이용하고 목표지수 초과 수익 달성은 액티브 포트폴리오를 이용한다. 액티브 포트폴리오 구성을 위해 금융시장에서 자산 선호도를 나타내는 랭킹을 이용한다. 그림 17 (b)에서 랭킹 결정을 위해 변동성, 모멘텀, 시가총액, 거래량, 성장률, 이익률과 같이 수익률에 영향을 주는 요인을 선택한다. 각 요인에 대해 기대수익률이 높은 자산에 낮은 랭킹을 부여하고 기대수익률이 낮은 자산에 높은 랭킹을 부여하고, 랭킹 순위가 낮은 자산에 투자 비중을 확대하고 랭킹 순위가 높은 자산에 투자 비중을 축소한다. 랭킹을 이용한 투자 전략은 국내외 금융회사에서 널리 이용된다. 예를 들어 외국계 투자 컨설팅 회사인 *Financial Factory*는 랭킹을 이용하여 투자 전략을 세운다 [17]. *Financial Factory*는 랭킹 결정 요인으로 회사의 크기, 주식 가격, 그리고 유동성을 이용하여 경영성과를 고려한 *Quality* 랭크 그룹과 미래 성장성을 고려한 *Sentiment* 랭크 그룹을 설정한다. 각 그룹을 다시 3개의 랭크 그룹으로 설정하여 투자 자산을 선별매도/매수 전략을 수립한다. 이 연구에서 랭킹은 모멘텀에 의해 결정되며, 랭킹 그룹을 설정하여 그룹 간 투자 전망 행렬을 생성한다.

이 연구는 ETF 결합을 위해 2단계 접근법을 사용한다. 1단계에서 블랙리터만 모형을 이용하여 포트폴리오를 구성하고, 2단계에서 블랙리터만 포트폴리오를 ETF와 결합하여 인헨스드 인덱스 펀드를 구성한다. ETF를 결합하기 위해 실험 데이터에 ETF를 포함하는 방법, 균형기대수익률 비율을 계산하여 ETF 비중을 결정하는 방법, 분산을 이용한 가중평균으로 비중을 결정하는 방법, 정보비율(*Information Ratio, IR*)을 최대화하는 비중을 구하는 방법, 그리고 블랙리터만 IR을 개선하는 최적화 모형 개발을 제안한다.

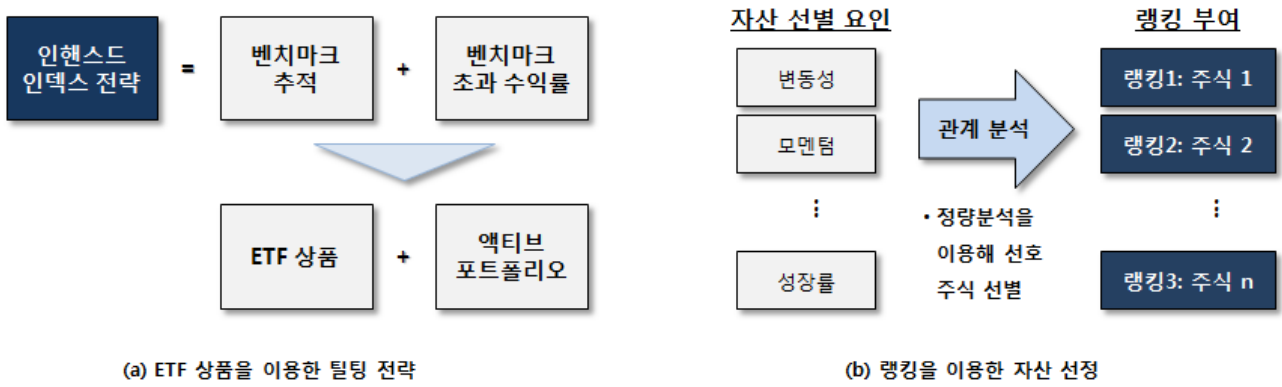


그림 17. 주식을 이용한 인헨스드 인덱스 전략: 틸팅전략과 랭킹을 이용한 자산 선정

블랙리터만 모형은 균형기대수익률과 전망행렬로 구성한다. 균형기대수익률은 위험회피계수( $\lambda$ ), 공분산 행렬( $\Sigma$ ), 그리고 자산의 시장 비중( $w_{mkt}$ )으로 계산한다. 위험회피 계수는 KOSPI200을 이용하여 계산하고, KOSPI200의 수익률을  $R_B$ , 분산을  $\sigma_B^2$  라고 할 때, 위험 회피계수는 다음과 같다.

$$\lambda_B = \frac{(E(R_B) - R_f)}{\sigma_B^2}$$

KOSPI200의 위험회피계수( $\lambda_B$ )와 공분산 행렬( $\Sigma$ ), 그리고 시장 비중( $w_{mkt}$ )을 이용하여 균형기대수익률은 다음과 같다.

$$\Pi = \lambda_B \Sigma w_{mkt}$$

전망행렬 생성을 위해 모멘텀을 이용하여 랭킹 그룹을 설정하고, 그룹 간 전망 행렬을 생성한다. F. J. Fabozzi가 제안한 모멘텀은 주식 수익률을 표준편차로 나눈 값이다. 모멘텀이 높을수록 단위 위험에 대한 기대수익률이 높음을 의미하며 수익은 다음과 같다 [15].

$$z_{t,i} = (P_{t-1,i} - P_{t-1-\delta,i}) / P_{t-1-\delta,i} \sigma_i$$

$z_{t,i}$ 는  $t$  시점에서 자산  $i$ 의 모멘텀을 나타낸다.  $P_{t,i}$ 는  $t$  시점에서 자산  $i$ 의 가격을 나타내고,  $\delta$ 는 모멘텀 산정 기간을 의미한다. 그리고  $\sigma_i$ 는 자산  $i$ 의 표준편차를 나타낸다.

자산의 모멘텀을 계산하여 7개 랭킹 그룹을 생성한다. 랭크가 낮을수록 매수 선호 자산이고, 랭크가 높을수록 매도 선호 자산이다. 이를 고려하여 랭크 1은 강력 매수, 랭크 2는 매수 추천, 랭크 3은 매수, 랭크 4는 보유 또는 유지, 랭크 5는 매도, 랭크 6은 매도 추천, 그리고 랭크 7은 강력 매도로 설정한다. 랭킹 그룹은 J. M. Mulvey[24]가 제안한 방식을 이용하여 그룹 간 전망 행렬을 생성하는데 사용한다. 그룹 간 전망 행렬은 랭킹 1과 랭킹 7로 구성된 강한 전망, 랭킹 2와 랭킹 6으로 구성된 중립 전망, 랭킹 3과 랭킹 5로 구성된 약한 전망을 생성한다. 각 전망에 대한 전망치는 월별 수익률 기준으로 2%, 1%, 0.5%로 설정한다. 예를 들어, 랭크 1 그룹이 랭크 7 그룹보다 2% 높은 수익률을 낼 것이라고 기대한다. 그룹  $i$ 의 자산 집합을  $G_i$ 라 하고 각 자산에 포함된 자산 수를  $n_i$ 라 할 때, 전망은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\text{강한 전망} \quad & \frac{1}{n_1} \sum_{i \in G_1} \mu_i = \frac{1}{n_7} \sum_{i \in G_7} \mu_i + 2\% \\
\text{중립 전망} \quad & \frac{1}{n_2} \sum_{i \in G_2} \mu_i = \frac{1}{n_6} \sum_{i \in G_6} \mu_i + 1\% \\
\text{약한 전망} \quad & \frac{1}{n_3} \sum_{i \in G_3} \mu_i = \frac{1}{n_5} \sum_{i \in G_5} \mu_i + 0.5\%
\end{aligned}$$

그리고 전망행렬  $P(3 \times n)$ 의 원소는 다음과 같다.

$$P_{ij} = \frac{1}{n_i} \quad j \in G_i, i = 1, 2, 3, \quad P_{(8-i)j} = -\frac{1}{n_i} \quad j \in G_i, i = 5, 6, 7.$$

전망행렬에 대한 공분산( $\Omega$ )은 다음과 같이 정의한다.

$$\Omega = \text{diag}(\tau P \Sigma P')$$

위에서 제시한 균형기대수익률과 랭킹을 이용한 전망행렬을 결합하여 블랙리터만 수익률을 계산하고 블랙리터만 포트폴리오를 구성한다.

ETF를 고려한 인헨스드 인덱스 펀드 구성을 위해서 블랙리터만 포트폴리오와 ETF 상품을 결합한다. ETF 상품을 결합하는 유형은 실험하는 데이터에 ETF 상품을 포함하여 블랙리터만 모형을 구현하는 방법과 블랙리터만 포트폴리오와 ETF 상품을 결합하는 두 경우로 나눈다. ETF 상품은 투자 가능한 자산이므로 실험하는 데이터에 포함하여 블랙리터만 모형을 구현할 수 있다. 블랙리터만 포트폴리오와 ETF 상품을 결합하는 방법에는 직관적 방법과 최적화 모형을 이용하는 방법이 있다. 직관적 방법으로 균형기대수익률의 비율을 계산하는 방법과 가중결합 방식이 있다. 균형기대수익률의 비율을 계산하는 방법은 블랙리터만 수익률 중 균형기대수익률이 차지하는 비중을 ETF로 대체하는 방식이다. 가중 결합 방식은 분산의 역수를 가중 평균하여 ETF 상품이 차지하는 비율을 구하는 방식이다. 최적화 모형을 이용하여 ETF 상품의 비율을 결정하는 방법에는 정보 비율을 최대화 하는 모형과 ETF를 최대화하는 모형이 있다. 정보비율은 목표지수 초과수익률을 추적오차로 나눈 값으로 인헨스드 인덱스 펀드를 평가하는데 사용된다. 정보 비율을 이용한 방법은 ETF 상품과 블랙리터만 포트폴리오를 선형 결합한 새로운 포트폴리오의 정보 비율을 최대로 하는 ETF 비중을 찾는다. ETF의 정보비율은 0이기 때문에 인헨스드 인덱스 펀드는 최소한 블랙리터만 포트폴리오 정보비율 이상의 값을 갖게 된다. 그리고 ETF 최대화 모형은 블랙리터만 포트폴리오의 정보비율을 제약식에 추가하고 ETF 비중을 높여 지수 추적 성능을 높인다.

### 3.1 균형기대수익률 비율을 이용한 ETF 결합

이 방법은 블랙리터만 수익률에서 균형기대수익률에 해당하는 비율을 ETF 비중으로 결정한다. 균형기대수익률은 평균분산 모형에서 시가총액을 도출하기 때문에 블랙리터만 모형에서 시장비중에 해당한다. 균형기대수익률을 기준으로 변형한 블랙리터만 기대수익률은 다음과 같다.

$$\mu_{BL} = \Pi + \Sigma P' [\Omega / \tau + P \Sigma P']^{-1} (Q - P \Pi) = \Pi + V$$



블랙리터만 기대수익률( $\mu_{BL}$ )은 균형기대수익률( $\Pi$ )과 투자 전망에 의한 수익률( $V$ )로 나뉜다. 따라서 ETF 결합 포트폴리오에서 ETF 비중( $w_{ETF}$ )은 다음과 같이 설정한다.

$$w_{ETF} = \Pi / \mu_{BL}$$

따라서 ETF 비중이  $w_{ETF}$ 이고 블랙리터만 포트폴리오 비중이  $1 - w_{ETF}$ 로 구성된 인헨스드 인덱스 펀드를 구성한다.

### 3.2 분산을 고려한 가중 결합

분산을 고려하여 ETF와 블랙리터만 포트폴리오를 결합한 인헨스드 인덱스 펀드를 구성한다. 분산은 포트폴리오가 지닌 불확실성을 나타내므로 불확실성이 작은 포트폴리오에 큰 가중치를 주고, 불확실성이 작은 포트폴리오에 큰 가중치를 준다. 따라서 분산의 역수를 이용한 가중결합방식을 이용하여 ETF 비중을 다음과 같이 계산한다.

$$w_{ETF} = (1/\sigma_{ETF}^2) / (1/\sigma_{ETF}^2 + 1/\sigma_{BL}^2)$$

따라서 ETF 비중이  $w_{ETF}$ 이고 블랙리터만 포트폴리오 비중이  $1 - w_{ETF}$ 로 구성된 인헨스드 인덱스 펀드를 구성한다.

### 3.3 정보비율 최대화 모형

ETF와 블랙리터만 포트폴리오를 결합하여 정보비율을 최대화하는 인헨스드 인덱스 펀드를 구성한다. 정보비율은 목표지수 대비 초과수익률을 추적오차로 나눈 값이며, ETF와 블랙리터만 포트폴리오를 결합한 인헨스드 인덱스 펀드의 정보비율은 다음과 같다.

$$IR = \frac{\alpha_{ETF}w_{ETF} + \alpha_{BL}w_{BL}}{\sqrt{TE_{ETF}w_{ETF}^2 + TE_{BL}w_{BL}^2 + 2cov(\alpha_{ETF}, \alpha_{BL})w_{ETF}w_{BL}}}$$

$\alpha_{ETF}$  과  $\alpha_{BL}$ 는 각각 ETF와 블랙리터만 포트폴리오의 초과수익률을 나타내고,  $TE_{ETF}$ 와  $TE_{BL}$ 은 ETF와 블랙리터만 포트폴리오의 분산 나타내며  $cov(\alpha_{ETF}, \alpha_{BL})$ 는 공분산을 나타낸다. 따라서 정보비율을 최대화하는 ETF 비중( $w_{ETF}$ )을 구하여 ETF를 결합한 인헨스드 인덱스 펀드를 구성한다.

### 3.4 블랙리터만 포트폴리오의 정보비율을 고려한 인헨스드 인덱스 펀드 최적화 모형

최적화 모형에서 인헨스드 인덱스 펀드는 ETF와 블랙리터만 포트폴리오의 조합이 아닌 ETF와 개별 종목 주식으로 구성된다. 최적화 모형에서 목적식은 ETF 비중을 최대화하는 것이고 제약식은 비중 제약과 정보비율 제약이다. 블랙리터만 포트폴리오 IR을 고려한 ETF 최대화 모형은 다음과 같다.

(인헨스드 인덱스 최적화 모형 1)

$$\begin{aligned}
&\text{Maximize} && w_{ETF} \\
&\text{Subject to} && w_{ETF} + \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
&&& \frac{\alpha_{ETF} w_{ETF} + \sum_{i=1}^n \alpha_i w_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n TE_{ETF,i} w_i w_{ETF} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n TE_{ij} w_i w_j}} \geq IR_{BL}, \\
&&& w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\
&&& w_{ETF} \geq 0.
\end{aligned}$$

$w_{ETF}$ 는 ETF 비중을 나타내고,  $w_i$ 는 개별 주식  $i$ 가 포트폴리오에서 차지하는 비중이다.  $\alpha_{ETF}$ 는 ETF의 목표지수 대비 초과수익률을 의미하고,  $\alpha_i$ 는 개별 주식의 초과수익률을 의미한다.  $TE_{ETF,i}$ 는 ETF와 개별주식  $i$ 의 초과수익률에 대한 공분산이고,  $TE_{i,j}$ 는 주식  $i$ 와  $j$ 의 초과수익률에 대한 공분산이다.  $IR_{BL}$ 은 블랙리터만 포트폴리오의 정보비율이다. 인헨스드 인덱스 펀드 최적화 모형은 ETF 비중을 최대로 하고, 정보비율이  $IR_{BL}$ 보다 높게 하는 제약식을 갖는다. 최적화 모형으로 구성된 포트폴리오는 블랙리터만 모형보다 정보비율이 개선될 뿐만 아니라 ETF가 포함되어 목표지수 추적 오차를 줄일 수 있다.

위의 모형의 정보비율 제약식에서 초과수익과 추적오차에 대한 제약식을 분리하여 생성한다. 정보비율을 분리한 인헨스드 인덱스 최적화 모형은 다음과 같다.

(인헨스드 인덱스 최적화 모형 2)

$$\begin{aligned}
&\text{Maximize} && w_{ETF} \\
&\text{Subject to} && w_{ETF} + \sum_{i=1}^n w_i = 1, \\
&&& \alpha_{ETF} w_{ETF} + \sum_{i=1}^n \alpha_i w_i \geq \alpha_{BL}, \\
&&& \sum_{i=1}^n TE_{ETF,i} w_i w_{ETF} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n TE_{ij} w_i w_j \leq TE_{BL}^2, \\
&&& w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\
&&& w_{ETF} \geq 0.
\end{aligned}$$

변형된 모형에서 제약식은 포트폴리오가 지닌 초과수익은 블랙리터만 포트폴리오가 기록한 초과수익보다 크고, 추적오차는 블랙리터만 포트폴리오가 목표지수를 따라가는 추적오차보다 작다.

실험에서 2007년 3월 5일부터 2011년 8월 5일까지의 일일 데이터를 사용하였다. 데이터는 포트폴리오 구성을 위한 과거 데이터(In-sample)와 포트폴리오 성과를 평가하는 데이터 (Out-sample)로 분류된다. 인헨스드 인덱스 투자는 데이터 기간에 특성에 따라 수익률 성과 차이가 크기 때문에 Out-sample 수익률에 따라 하락기와 상승기로 분류하여 결과를 분석한다. 하락기는 2007년 3월 5일부터 2009년 3월 5일까지이다. 이 기간에 KOSPI200 지수가 177.69에서 시작하여 138.25로 마감한다. 최대 지수는 261.82이고, 최소 지수는 123.27이다. 하락기 In-sample 기간에는 주식시장이 상승하며, Out-sample에서 주식시장은 하락한다. 상승기는 2009년 8월 5일부터 2011년 8월 5일까지이다. 이 기간에 KOSPI200 지수가 203.19에서 시작하여 251.90으로 마감한다. 최대 지수는 295.25이고, 최소 지수는 200.52이다. 하락기와 마찬가지로 In-sample 기간에는 주식시장이 상승한다. 하지만, Out-sample 기간에도 주식시장이 상승하여, 하락기 Out-sample과 반대 추세를 가진다. 각 기간에 대해 제안한 6가지 방법을 비교하며 인헨스드 인덱스 펀드는 다음과 같다.

EIF1: ETF가 포함된 데이터로 블랙리터만 모형을 이용하여 구성한 펀드

EIF2: 균형기대수익률 비율을 ETF로 대체한 펀드

EIF3: ETF와 블랙리터만 포트폴리오를 가중 결합한 펀드

EIF4: ETF와 블랙리터만 포트폴리오를 결합한 포트폴리오의 정보비율을 최대화한 펀드

EIF5: 인헨스드 인덱스 최적화 모형1에 의한 펀드

EIF6: 인헨스드 인덱스 최적화 모형2에 의한 펀드

표 2는 하락기에서 인헨스드 인덱스 펀드의 성과를 나타낸다. 하락기 In-sample에서 KOSPI200은 0.090% 평균 수익을 냈으며, 변동성은 0.0161이다. 그리고 Out-sample에서 -0.140% 평균수익을 내며 변동성은 0.0257이다. EIF1에서 ETF 비중은 0이다. 왜냐하면 ETF는 다른 주식에 비해 상대적인 수익률이 낮기 때문에 포트폴리오 선정되지 않는다. EIF1의 In-sample에서 모멘텀을 이용한 랭킹에 의해 평균수익과 정보비율 측면에서 우수한 성과를 보인다. 그러나 Out-sample에서 변동성, 베타, 알파, 그리고 IR에서 KOSPI200보다 성과가 낮다. 즉 하락기에는 우수한 성과를 내지 못한다. EIF2과 EIF3의 In-sample에서 포트폴리오에 ETF 상품이 포함되어 EIF1에 비해 변동성과 베타가 개선된다. 그리고 ETF가 포함되어 포트폴리오의 변동성과 초과수익이 감소하여 정보비율이 감소한다. EIF3이 EIF2보다 ETF 비중이 크기 때문에 변동성과 베타 측면에서 결과가 우수하다. 그리고 EIF4에서 ETF는 정보비율이 0이기 때문에 EIF1과 동일한 포트폴리오를 구성한다. EIF5는 EIF와 동일한 정보비율을 유지하면서 ETF비중이 최대인 펀드를 구성한다. 따라서 변동성과 베타가 EIF1보다 크게 개선된다. 하락 시장인 Out-sample에서 EIF보다 평균수익은 낮지만 변동성과 베타 측면이 크게 개선된다. 또한 정보비율 측면에서도 EIF1의 -0.0009보다 우수한 0.0317인 해를 찾는다. In-sample에서 EIF6는 최적화 모형에서 제약식이 등식인 해를 찾기 때문에 평균수익과 정보비율은 EIF1과 같다. 그러나 Out-sample에서 EIF1보다 평균수익이 더 우수하며, 변동성, 베타, 그리고 알파도 크게 개선된다. 특히 EIF1의 정보비율 -0.0009인 반면에 EIF6의 정보비율은 0.232로 크게 개선된다. 하락기에서 블랙리터만 모형을 이용한 포트폴리오 EIF1 보다 최적화 모형을 이용한 인헨스드 인덱스 펀드 EIF5와 EIF6가 평균수익, 변동성, 베타, 그리고 IR 측면에서 우수한 결과를 보인다.

표 3는 상승기에서 인헨스드 인덱스 펀드의 성과를 나타낸다. 상승기 In-sample에서 KOSPI200은 0.060%의 평균수익을 내며, 변동성은 0.0113이다. EIF1은 하락기와 마찬가지로 ETF 비중이 0이며, 평균수익과 IR은 KOSPI200보다 우수하다. 그러나 변동성과 베타는 낮다. EIF2와 EIF3는 ETF 비중의 증가로 변동성과 베타는 개선되는 효과를 보인다. 그리고 ETF 비중 증가로 평균수익은 EIF1보다 낮다. 하락기와 마찬가지로 EIF4는 ETF 비중이 0이다. EIF5의 경우 평균수익은 KOSPI200보다 높지만 EIF1보다는 낮다. 그러나 변동성과 베타 측면에서 EIF1보다 우수하다. In-sample에서 EIF1과 같은 정보비율 값을 갖지만, Out-sample에서 EIF1이 0.1744의 정보비율을 갖는 반면에 EIF5는 0.0696으로 상당히 낮은 값을 갖는다. 또한 EIF6도 EIF1과 Out-sample에서 평균과 정보비율이 낮고, 변동성과 베타가 개선됨을 알 수 있다.

하락기와 상승기의 인헨스드 인덱스 펀드 성과를 분석한 결과 블랙리터만 포트폴리오(EIF1)보다 인헨스드 인덱스 최적화 모형을 이용한 펀드(EIF5와 EIF6)가 위험 관리 측면에서 우수함을 알 수 있다. 하락기에는 KOSPI200보다 평균수익, 변동성, 베타, 알파, 그리고 IR 측면에서 우수한 성과를 보인다. 또한 상승기에도

EIF1보다 변동성과 베타를 개선시켜 위험을 관리한다. 하지만 EIF1보다 위험을 감소시키기 때문에 높은 수익률을 기대하기 어렵고 정보비율은 낮아진다. 이 결과는 인헨스드 인덱스 펀드가 지닌 특성을 그대로 반영한다. 인헨스드 인덱스 펀드는 상승기에는 액티브 펀드보다 위험을 낮춰 높은 기대수익률을 갖기 어려워 초과수익 개선하기 어렵다. 따라서 인헨스드 인덱스 최적화 모형은 적정 수준의 위험을 관리하며 초과수익을 달성하는 인헨스 인덱스 펀드 구성에 적합하다.

(하락기)		평균수익		변동성		베타		알파		IR	
포트폴리오	ETF 비중	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample
KOSPI 지수	-	0.090%	-0.140%	0.0161	0.0257	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
EIF1	0.00%	0.429%	-0.140%	0.0221	0.0311	0.2207	0.4046	-0.0001	-0.0009	0.3057	-0.0009
EIF2	57.95%	0.223%	-0.136%	0.0179	0.0282	0.6600	0.7050	0.0000	-0.0005	0.2719	0.0039
EIF3	65.26%	0.208%	-0.136%	0.0175	0.0279	0.7154	0.7429	0.0007	-0.0004	0.2535	0.0050
EIF4	0.00%	0.442%	-0.140%	0.0221	0.0311	0.2207	0.4046	0.0007	-0.0009	0.3057	-0.0009
EIF5	42.01%	0.216%	-0.119%	0.0178	0.0275	0.5642	0.6304	0.0000	-0.0006	0.3057	0.0317
EIF6	51.56%	0.429%	-0.116%	0.0197	0.0285	0.5638	0.6412	-0.0001	-0.0006	0.3057	0.0232

표 2. 하락기 (2007/3/5 - 2009/3/5)에서 인헨스드 인덱스 펀드 성과 비교

(상승기)		평균수익		변동성		베타		알파		IR	
포트폴리오	ETF 비중	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample	In-sample	Out-Sample
KOSPI 지수	-	0.060%	0.038%	0.0113	0.0107	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
EIF1	0.00%	0.223%	0.230%	0.0140	0.0161	0.1559	0.1531	0.0003	0.0000	0.1739	0.1744
EIF2	48.44%	0.144%	0.136%	0.0118	0.0125	0.5587	0.5462	0.0001	0.0000	0.1683	0.1673
EIF3	61.03%	0.123%	0.112%	0.0115	0.0118	0.6634	0.6484	0.0001	0.0000	0.1603	0.1582
EIF4	0.00%	0.223%	0.230%	0.0140	0.0161	0.1559	0.1531	0.0003	0.0000	0.1739	0.1744
EIF5	82.00%	0.109%	0.060%	0.0111	0.0109	0.8366	0.8212	0.0000	0.0000	0.1739	0.0696
EIF6	61.86%	0.223%	0.142%	0.0157	0.0172	0.6605	0.6421	0.0000	0.0000	0.3629	0.0835

표 3. 상승기 (2009/8/5 - 2011/8/5)에서 인헨스드 인덱스 펀드 성과 비교

### 3) 블랙리터만 모형 기반 CVaR 최적화 모형

블랙리터만 기존 연구의 한계점		해결방법	
<div>균형기대 수익률 의미</div> <div>정규분포 가정</div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>CAPM으로 계산한 균형기대 수익률은 이론상의 값이며 정확한 추정이 어려움</li> <li>액티브 포트폴리오 구성을 위한 IR 관점에서 균형기대 수익률은 의미가 없음</li> </ul>	<div>균형기대수익률 재해석</div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>균형기대수익률을 킬링 효과의 준거점으로 해석한 최적화 모형을 설계함</li> <li>균형기대수익률을 0으로 설정함</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>베이지안 접근법으로 블랙리터만 수익률을 계산할 때 정규분포를 가정함</li> <li>리스크 지표로 정규분포를 가정한 분산을 이용함</li> </ul>	<div>비정규분포의 리스크 지표 이용</div> <div>전망수익률 사용</div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>투자자의 일정 수준 이상의 손실에 대한 기대값인 C-VaR를 리스크 지표로 이용함</li> <li>C-VaR를 이용한 최적화 모형을 개발함</li> <li>블랙리터만 수익률을 균형기대수익률과 전망수익률로 분류하고 전망수익률을 기대수익률로 사용함</li> <li>블랙리터만 모형의 전망 반영 기법은 그대로 사용함</li> </ul>

그림 18 블랙리터만 모형 연구의 한계와 해결 방안

이 단원은 CVaR(Conditional Value-at-Risk)를 이용한 블랙리터만 모형 설계 연구를 제시한다. 그림 18에서 블랙리터만 모형은 균형기대수익률 의미와 정규분포 가정에서 한계를 지니며 해결방법으로 균형기대수익률 재해석, 비정규분포의 리스크 지표 이용, 그리고 전망수익률 사용을 제시한다. 균형기대수익률 관점의 연구 한계 측면에서 블랙리터만 모형의 균형기대수익률은 CAPM으로 정의하여 계산하지만 CAPM 값은 이론값이기 때문에 정확한 추정이 어렵다. 그리고 균형기대수익률은 액티브 포트폴리오 구성을 위한 정보비율 관점에서 모순이 발생한다. 정규분포 가정 측면에서 균형기대수익률과 전망행렬은 정규분포를 따른다고 가정하지만, 실제 주

식시장은 정규분포를 따르지 않는 한계가 있다. 이런 문제를 해결하기 위해서 균형기대수익률 재해석, 비정규 분포의 리스크 지표 사용, 그리고 전망수익률 사용 방법을 제시한다. 균형기대수익률 재해석 측면에서 블랙리터만 수익률은 균형기대수익률과 전망기대수익률에 대한 합으로 구성된다. 전망이 없는 경우 블랙리터만 모형은 시장 비중을 도출되고, 전망이 있는 경우 블랙리터만 모형이 도출한 포트폴리오 비중은 시장 비중에 대한 틸팅으로 해석된다. 비정규분포에서 리스크 관리를 위해 분산, VaR, 그리고 CVaR와 같은 리스크 지표를 이용한다. CVaR는 특정한 확률분포를 고려하지 않고 투자자의 위험 회피 성향을 반영하며, 리스크 특성에 따라 CVaR는 선형모형으로 설계 가능하다. 따라서 블랙리터만 모형의 균형기대수익률을 틸팅으로 재해석하고, 블랙리터만 수익률로 전망수익률을 사용한다. 또한 전망 값 추정치가 실제 값과 크게 차이가 있을 경우, 민감도 문제에 의한 코너해 (Corner Solution)가 발생한다. 이와 같은 문제를 해결하기 위해 제약식의 틸팅 변화량을 제한한 최적화 모형을 설계한다.

CVaR 블랙리터만 모형 설계에 필요한 모수는 다음과 같다.

$V$ : 전망행렬이 반영한 블랙리터만 수익률,  
 $\lambda$ : 리스크 회피 지수,  
 $\beta$ : CVaR의 신뢰수준,  
 $y_k$ : 시나리오  $k = 1, \dots, q$  의 수익률 벡터,  
 $\delta$ : 틸팅 최대 변화량 벡터.

CVaR 블랙리터만 모형 설계에 필요한 의사 결정 변수는 다음과 같다.

$\omega$ : 포트폴리오 개별 자산의 총 비중 벡터  
 $w_a$ : 포트폴리오 비중 변화 벡터  
 $u_k$ : 포트폴리오 VaR를 초과하는 손실액  
 $\alpha$ : 포트폴리오 VaR

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximize} & Vw - \lambda \left\{ \alpha + \frac{1}{(1-\beta)q} \sum_{k=1}^q u_k \right\} & (\text{투자자 전망과 CVaR를 이용한 효용함수}) \\
 \text{Subject to} & u_k \geq -w^T y_k - \alpha, & k = 1, \dots, q, & (\text{CVaR의 선형 제약식 1}) \\
 & u_k \geq 0, & k = 1, \dots, q, & (\text{CVaR의 선형 제약식 2}) \\
 & w = w_b + w_a, & & (\text{틸팅 제약식}) \\
 & 0 \leq w_a \leq \delta, & & (\text{틸팅 양 제약식}) \\
 & w \geq 0. & & (\text{공매도 금지 제약식})
 \end{array}$$

위 모형의 목적함수는 수익률 최대화와 위험의 최소화이며, 수익률과 위험의 중요도는 위험회피계수에 의해 결정된다. 수익률은 블랙리터만 수익률에서 전망행렬 수익률에 해당한다. 제약식은 CVaR에 대한 선형 제약식, 포트폴리오 비중의 틸팅 제약식, 틸팅 양 제약식, 그리고 공매도 금지 제약식으로 분류한다. 블랙리터만 모형 기반 CVaR 최적화 모형 설계는 기존 블랙리터만 연구에서 균형기대수익률의 한계를 개선하고, 투자자의 위험

회피 성향이 강한 현실 제약을 반영한 우수한 최적화 모형이다.

#### 4) 블랙리터만 모형을 이용한 자산 관리 의사결정 도구 개발

블랙리터만 모형은 모수가 많고 계산 절차가 복잡하여 사용자가 모형을 이용하기에 불편하다. 따라서 블랙리터만 모형을 계산하는 자산 관리 의사결정 도구를 개발하여 블랙리터만 모형 이용의 사용자 편의를 개선한다. 그림 19는 블랙리터만 모형을 이용한 자산 관리 의사결정 도구의 기본화면, 자료 입력 절차, 그리고 입력 및 출력 내용을 나타낸다. 블랙리터만 모형 계산을 위해 기본 데이터 자료 입력, 균형기대수익률 계산, 전망행렬 입력, 그리고 블랙리터만 모형 계산의 절차를 따른다. 기본 데이터 자료 입력에서 주식 수, 시장 비중, 그리고 기간 별 주식 데이터를 입력한다. 균형기대수익률 계산을 위해 기간 별 주식 데이터의 기간 별 수익률을 구하여 공



그림 19. 블랙리터만 모형을 이용한 자산 관리 의사결정 도구 - 자료입력 화면



그림 20. 균형기대수익률 계산화면, 전망행렬 입력화면, 그리고 블랙리터만 모형 화면



#### 4. 목표 달성도 및 관련 분야에의 기여도

연구목표 (제안연구)	연구 수행 주제	연구 목표에 대한 연구 내용	연구 목표 달성도
블랙리터만 모형 연구	섹터투자 전략	<ul style="list-style-type: none"> <li>블랙리터만 모형 연구로 신뢰도 검증 방법론 개발</li> <li>선형화 적용으로 공매도 금지와 할당 제약 추가</li> <li>섹터 투자 전략을 블랙리터만 기대수익률 계산에 적용</li> <li>현실제약을 고려하여 주식 선정 수 제약 조건을 반영</li> </ul>	블랙리터만 모형 연구 
선형화 적용			선형화 적용 
투자 전략 모형화	인핸스드 인덱스 전략	<ul style="list-style-type: none"> <li>블랙리터만 모형 연구로 ETF를 결합하는 방법론을 제안</li> <li>선형화 적용으로 공매도 금지와 할당 제약을 추가</li> <li>인핸스드 인덱스 전략을 위한 IR 개선 최적화 모형 개발</li> <li>비선형 최적화 모형을 개발하고 상용패키지를 이용해 해를 탐색함</li> </ul>	투자 전략 모형화 
최적화 모형 연구			최적화 모형 연구 
대용량 문제 해결	C-VaR를 이용한 최적화 모형	<ul style="list-style-type: none"> <li>블랙리터만 모형 연구로 균형기대수익률의 한계를 지적하고 0으로 설정</li> <li>선형화 적용으로 공매도 금지 제약, 할당 제약, 그리고 킬링 제약 추가</li> <li>투자자 위험 회피 성향을 리스크 지표로 하는 투자 전략 모형 개발</li> <li>블랙리터만 모형을 재해석한 C-VaR 기반 최적화 모형 개발</li> </ul>	대용량 문제 해결 
설계 도구 개발			자산 관리 의사 결정 도구 <ul style="list-style-type: none"> <li>블랙리터만 모형의 균형기대수익률과 투자자 전망 요소를 분석하여 사용자 입력값으로 분류함</li> <li>Excel 기반의 설계 도구를 개발하여 블랙리터만 모형을 쉽게 이용할 수 있도록 도구를 개발함</li> </ul>

– 33 –

제안 연구에 대한 연구 목표 달성도는 블랙리터만 모형 연구 100%, 선형화 적용 100%, 투자 전략 모형화 100%, 최적화 모형 연구 100%, 대용량 문제 해결 80%, 그리고 설계 도구 개발에 80%의 연구 목표를 달성하였다. 연구 목표 달성도에 대한 근거로 블랙리터만 모형 연구는 제안서에서 다룬 인헨스드 인덱스 전략과 CVaR를 이용한 최적화 모형이외에 섹터 투자 전략에 대한 추가 연구를 제시한다. 선형화 적용 연구에 대한 근거로 공매도 금지와 할당 제약이외에 킬링 제약을 추가로 제시한다. 투자 전략 모형화 연구로 제안연구는 인덱스 전략, 인헨스드 인덱스 전략, 그리고 CVaR를 이용한 최적화 모형 개발을 제시하였으나, 인덱스 전략은 지수 상품인 ETF를 사용하면 되므로 연구에서 제외하고 인헨스드 인덱스 전략 연구를 진행하였다. 그러나 섹터투자 전략 연구를 추가로 진행하였다. 최적화 모형 연구로 섹터투자 전략은 정수계획법 모형, 인헨스드 인덱스 전략은 비선형계획법 모형, CVaR를 이용한 최적화 모형은 선형계획법 모형을 개발하여 최적화 분야에 따라 새로운 최적화 모형을 개발하였다. 그러나 대용량 문제 해결에 대한 연구는 미흡하였다. 연구가 미흡한 이유는 개발한 최적화 모형이 상용패키지를 사용하여 빠른 시간 내에 해를 도출하기 때문이다. 선택되는 자산 수, 단위 제약, 그리고 거래비용과 같은 복잡한 정수계획법 제약을 고려한 최적화 모형 연구가 가능하지만 모형의 적합성 검증이 현실 제약 반영보다 중요하여 연구에서 배제하였다. 블랙리터만 모형을 쉽게 사용하기 위한 자산 관리 의사 결정 도구를 개발하였으나 상용화 단계에 이르지 못하였다.

그림 22는 국내외 연구 수준에 따른 제안 연구의 중요성을 나타낸다. 제안 연구는 블랙리터만 모형 적용, 블랙리터만 연구 기술, 자산 최적화 분야 연구 역량, 그리고 금융 분야 연구 성과 측면에서 연구 수준을 향상시킨다. 블랙리터만 모형 적용 수준은 국내외가 비슷한 수준이지만 제안 연구를 통해 블랙리터만 적용 수준을 한층 높인다. 블랙리터만 연구 기술 측면에서 새로운 최적화 모형을 개발하여 부족한 국내 블랙리터만 모형 연구 기술 수준을 향상시킨다. 또한 자산 최적화 분야 연구 역량을 향상시키고, 세계 수준과 근접한 최적화 분야 연구 역량을 갖춘다. 금융 분야 연구 측면에서 엑셀 기반의 소프트웨어를 개발하여 연구 수준을 향상 시키고, 자산 배분에 대한 연구 시작의 발판을 제시한다.

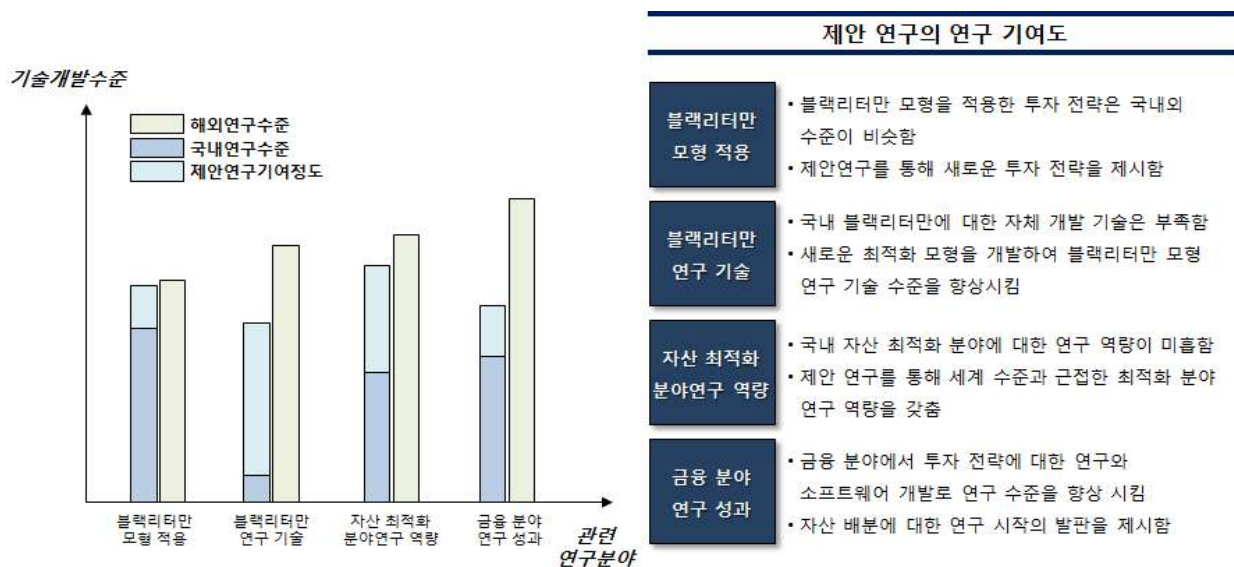


그림 22. 관련 분야 기술 발전에 대한 제안 연구의 기여도

## 5. 연구결과의 활용계획

### 1) 블랙리터만 모형 추가 연구 내용

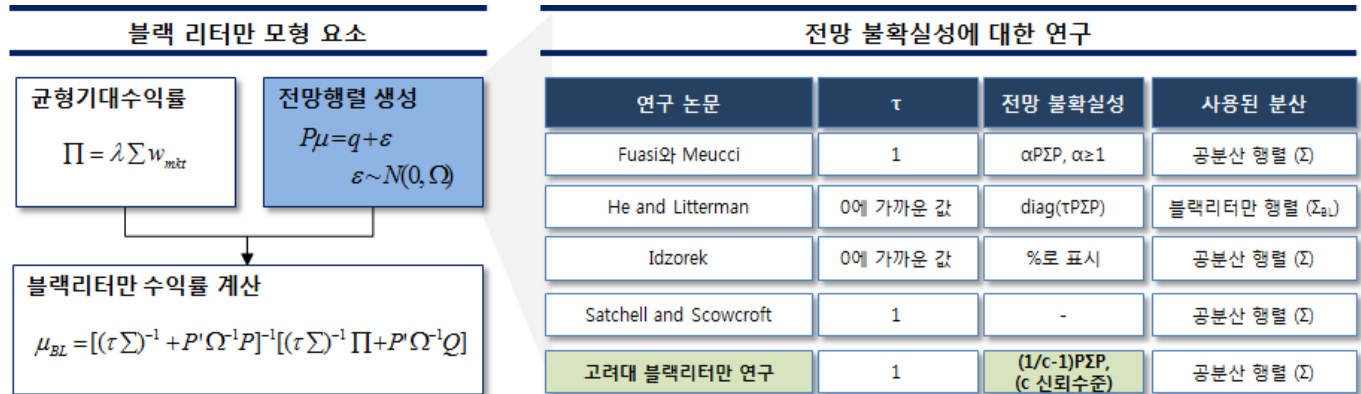


그림 23. 블랙리터만 연구 추후과제의 필요성

그림 23에서 보듯이 블랙리터만 연구는 전망행렬 불확실성에 대한 추가 연구가 필요하다. 블랙리터만 모형 연구에서 전망행렬을 생성하는 방법론에 대한 연구는 활발하지만 전망 불확실성을 다루는 연구는 적다. 전망 불확실성을 다루는 연구는  $\tau$  결정 방법, 전망 불확실성, 그리고 분산 사용법에 따라 분류된다.  $\tau$ 는 균형기대수익률과 전망행렬을 결합할 때 결합 비율을 의미하며, 1 또는 0에 가까운 값을 사용한다. 전망 불확실성 행렬 생성을 위해  $\alpha P \Sigma P$ ,  $\text{diag}(\tau P \Sigma P)$ , % 표시, 그리고  $(1/c-1)P \Sigma P$  방법이 있다. 그리고 블랙리터만 기대수익률을 평균분산 모형에 대입할 때 블랙리터만 행렬을 사용하거나 공분산 행렬을 사용하는 방법이 있다.

기존 연구는 전망 불확실성 생성 방법에 대해서만 다루며, 전망 불확실성 생성 방법에 따른 타당성 검증 연구는 없다. 따라서 블랙리터만 모형은 동일한 전망 행렬에 대해서 다른 전망 불확실성을 사용할 경우 전혀 다른 포트폴리오가 구성되는 한계를 지닌다.

고려대 블랙리터만 연구에서 전망 불확실성 행렬 생성을 위해 과거 데이터에 대한 통계 검증을 사용하여 신뢰수준을 결정하는 방법을 이용하였다. 전망 불확실성 생성을 위해 전망에 대한 신뢰도를 직접 검증하는 방법은 기존 연구와 차별화된 방법론으로 전망 불확실성 행렬 생성에 새로운 패러다임을 제시한다. 그러나 전망 불확실성에 대한 연구와 비교/검증하는 연구가 미흡하여 방법론의 우수성을 검증하기 어렵다. 따라서 추가 연구를 진행하여 블랙리터만 모형을 더욱 정교하게 사용할 수 있다.

### 2) 블랙리터만 모형 활용 분야

블랙리터만 모형은 자산 배분을 결정하는 금융 분야에 적용 가능하다. 블랙리터만 모형 연구는 현재 국내 시스템이 외국 소프트웨어에 의존하고 있는 환경에서 직접 기술을 개발하기 위한 기반 연구로 사용 가능하며, 기반 연구로서 상용화된 소프트웨어를 개발하여 국내 투자 회사에 공급할 경우 외국 기술에 대한 의존도와 비용을 절감한다. 차후 국내 투자회사와 교류하여 블랙리터만 연구를 알리고 기업 반응을 이끌어 내어 국내 실정에 맞는 소프트웨어 개발에 참여 가능할 수 있다.

## 6. 연구과정에서 수집한 해외과학기술정보

- [1] 박재혁, 국내 액티브펀드와 인덱스펀드 현황, 미래에셋자산운용, 2009
- [2] 김대열, 임세찬, 서경덕, 하나-스마트자산배분전략(H-SAAM), 하나 Wealthcare 센터, 2011
- [3] 김동영, 김도균, 박종연, 전술적 자산배분: 국내주식 확대, 해외주식 축소, 우리투자증권, 2008
- [4] 대신증권, Leading sector rotation strategy, Quant Strategy, 2011
- [5] 박요한, 새마을금고연합회 자금운용에 대한 최적자산배분기법의 적용, 새마을금고 연구, Vol. 19, No. 2, pp. 91-135, 2009
- [6] 신상근, 김유성, 남도현, 한국에 의한, 한국을 위한 글로벌 자산 배분, 자산배분전략 보고서, 삼성증권 투자전략 센터, 2007
- [7] 안성봉, 임형준, Black-Litterman 모형을 이용한 외화자산 최적배분 방법 및 시사점, 외환국제금융리뷰, 2006
- [8] 애프엔가이드, 2010 우수 증권사, Available at [http://www.fnguide.com/Analyst/best\\_house\\_01.asp](http://www.fnguide.com/Analyst/best_house_01.asp), 2010
- [9] 이중호, 윤선일, ETF 자산배분전략 앞에 당당히 서다, 동양증권 리서치센터 자산전략팀, 2010
- [10] 인덱스 펀드, <http://www.indexfund.co.kr>
- [11] 한근주, 금융시장 변화와 IT 정보전략, 한국 IBM 소프트웨어 사업부, 2008
- [12] 한동욱, 양창호, 임종필, 현대 자산배분전략 - 주식 비중 확대 유지, 확대 폭 축소, 현대증권 투자컨설팅센터 자산배분팀, 2011
- [13] M. D. Braga and F. P. Natale, TEV sensitivity to views in black-litterman model, 20th Australasian Finance & Banking Conference, 2007
- [14] S. Cleary and M. Inglis, Momentum in Canadian stock return, Revue Canadienne des Sciences de l'Administration, Vol. 15, No. 3, pp. 279-291, 1998
- [15] F. J. Fabozzi, S. M. Focardi and P. N. Kolm, Incorporating trading strategies in the black-litterman framework, the Journal of Trading, Vol. 1, No. 2, pp. 28-37, 2006
- [16] J. Fabre and M. Snape, Liquidity surrounding sell-side equity analyst recommendation revisions on the Australian securities exchange, University of Sydney, 2007

- [17] Financial Factory, Available at <http://www.financialfactory.com/ranking.asp>
- [18] R. Giacometti, M. Bertocchi, S. T. Rachev and F. J. Fabozzi, Stable distributions in the black-litterman approach to asset allocation, *The Journal of Quantitative Finance*, Vol. 7, No. 4, pp. 423-433, 2007
- [19] N. Jegadeesh, W. Kom, S. krische and C. Lee, Analysing the analysts: When do recommendations add value?, *Journal of Finance*, Vol. 59, No. 3, pp. 1083-1124, 2004
- [20] R. Jones, T. Lim and P. J. Zangari, The black-litterman model for structured equity portfolios, *The Journal of Portfolio Management*, Vol. 33, No. 2, pp. 24-33, 2007
- [21] M. Kooli and M. Selam, Revisiting the black-litterman model: the case of hedge funds, *Journal of Derivatives & hedge funds*, Vol. 16, pp. 70-81, 2010
- [22] H. Krishnan and N. Mains, The two-factor black-litterman model, *Risk Magazine*, July 1, 2005
- [23] A. Meucci, Beyond black-litterman in practice: a five step recipe to input vies on non-normal markets, Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=872577>, 2006
- [24] J. M. Mulvey, W. C. Kim and M. Bilgili, s momentum strategies with single-period portfolio models, or active portfolio management, *Handbook of Portfolio Construction*, 2010
- [25] MyPlanIQ. Value and momentuem strategies for asset allocation and stock investment, Available at <http://seekingalpha.com/article/153245-value-and-momentum-strategies-for-asset-allocation-and-stock-investement>, 2009
- [26] K. G. Rouwenhorst, International momentum strategies, *Journal of Finance*, Vol. 53, No. 1, pp. 267-284, 1998
- [27] A. Salomons, The black-litterman model hype or improvement?, University of Groningen, MS Thesis, available at: <http://web.ist.utl.pt/adriano.simoese/referencias/Papers%20-%20Antonio/Black-Litterman%20Impro.pdf>, 2007
- [28] A. S. Silva, W. Lee and B. Pornrojnangkool, The black-litterman model for active portfolio management, the *Journal of Portfolio Management*, Vol. 35, No. 2, pp. 61-70, 2009
- [29] J. Simonian and J. Davis, Incorporating uncertainty into the black-litterman portfolio selection, *Applied Economics Letters*, Vol. 18, No. 17, pp. 1719-1722, 2011
- [30] G. Yanou, The black-litterman model wrong views v.s. opportunity cost, available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1722237>, 2010
- [31] G. Zhou, Beyond black-litterman: letting the data speak, *Journal of Portfolio Management*, Vol. 36, No. 1, pp. 36-45, 2009

### Ⅲ. 연구성과

사업명	기본연구지원사업	연구책임자	이영호	주관기관	고려대학교 산학협력단
과제번호	2011-0011400	과제명	블랙리터만 모형을 확장한 포트폴리오 혼합 정수 최적화 모형과 알고리즘개발		

과학기술/학술적 연구성과(단위 : 건)													
전문학술지 논문게재				초청 강연 실적	학술대회 논문발표		지식재산권				수상 실적	출판실적	
국내논문		국외논문			국내	국제	출원		등록			저역서	보고서
SCI	비SCI	SCI	비SCI				국내	국외	국내	국외			
0	1	0	0	0	5	3	0	0	0	0	0	0	0

인력양성 및 연구시설(단위 : 명,건)							
학위배출		국내외 연수지원				산학강좌	연구기자재
박사	석사	장기		단기			
		국내	국외	국내	국외		
0	1	0	0	0	0	0	0

전문학술지 논문게재 성과정보											
과제번호	게재 연월	논문제목	총저자명	출처	학술지명	권(호)	학술지 구분	sci 여부	impact Factor	국제공동 연구논문	기여도
2011-0011400	2012 03	블랙리터만 모형을 이용한 섹터지수 투자 전략	송정민[고려대학교 정보경영공학전문대학원]/이영호[고려대학교]/박기경[고려대학교 정보경영공학전문대학원]	KCI	경영과학	29(1)	국내	SCI 미 등재		아니오	100



학술대회 논문발표 성과정보						
과제번호	발표년월	학술대회명	저자	논문제목	학술대회구분	개최국
2011-0011400	201111	2011 INFORMS Annual Meeting	박기경, 이영호, 박찬우	An Access Network Optimization Problem with Hierarchical QoS Constraints	국제학술대회	미국
2011-0011400	201111	2011 INFORMS Annual Meeting	박기경, 이영호, 유준상	Solution Algorithms for the Steiner Ring Star Problem	국제학술대회	미국
2011-0011400	201203	11th INFORMS Telecommunication Conference	박기경, 이영호, 박찬우	A Logical Design Problem of Local Access Networks with Nonlinear QoS constraints	국제학술대회	대한민국
2011-0011400	201105	2011 한국경영과학회/대한산업공학회 춘계공동학술대회	박기경, 이영호, 송정민, 도길현	비선형 QoS 제약 조건을 가진 광대역 융합 가입자 망 설계 문제	국내학술대회	대한민국
2011-0011400	201105	2011 한국경영과학회/대한산업공학회 춘계공동학술대회	박찬우, 유준상, 이영호	균형할당 설비 입지 결정 문제 해결을 위한 알고리즘 개발	국내학술대회	대한민국
2011-0011400	201110	2011 한국경영과학회 추계학술대회	박기경, 이영호, 서지원	블랙리터만 모형을 이용한 인핸스드 인덱스 전략	국내학술대회	대한민국
2011-0011400	201111	2011 대한산업공학회 추계학술대회	송정민, 이영호, 박기경, 정익균	블랙리터만 모형을 이용한 섹터 투자 전략	국내학술대회	대한민국
2011-0011400	201111	2011 대한산업공학회 추계학술대회	박찬우, 이영호, 박기경	An Exact Solution Approach for Designing the Broadband Convergence Access Network	국내학술대회	대한민국

학위배출인력 성과정보							
과제번호	학위취득연월	학위구분	학위취득자				진로
			성명	성별	대학	학과	
2011-0011400	201202		송정민	남			