Notas Análisis Topológico de Datos

Larruz Castillo Oscar André
Jorge Eduardo Gutiérrez Jiménez

1 de noviembre de 2025

Recordatorio 0.1. *Un grupo es una tercia ordenada $(A, *, 0_A)$, donde se cumple que:*

1. *A es un conjunto*

1. *0_A es un elemento de A*

3. ** es una función cuyo dominio es $A \times A$, y cuyo contradominio es A, y que cumple que:*

    a) ** es asociativa.*

    b) *Para toda $a \in A$ se cumple que $*(0_A, a) = *(a, 0_A) = a$.*

    c) *Para toda $a \in A$, existe $b \in A$ tal que $*(b, a) = *(a, b) = 0_A$.*

Recordatorio 0.2. *Un grupo $(A, *; 0_A)$ es llamado abeliano si la función $*$ es conmutativa.*

Recordatorio 0.3. *Sea $(A, *, 0_A)$ un grupo. Decimos que B es subrgupo de A si ocurre que $B \subseteq A$, $B \neq \varnothing$, y $(B, *_{\restriction A}, 0_A)$ es un grupo; y lo denotamos como $B \leq A$.*

Notación 0.4. *A partir de ahora, a los grupos los denotaremos solo con su primer elemento, al elemento 0_A como 0, a la función $*$ con la suma, y denotaremos $\sum_{i=1}^{n} a = a^n$.*

Recordatorio 0.5. *Sea A un grupo, y sea $a \in A$. Definimos el orden de a como el mínimo natural tal que $a^n = 0$, en caso de que dicho natural no exista, decimos que el orden de a es infinito; denotamos el orden de a como $ord(a)$*

Definición 0.6. *La torsión de un grupo abeliano A es el subgrupo B de A que cumple que, para todo $b \in B$, tenemos que $ord(b) < \infty$. Denotamos así a este grupo como $T(A)$.*

Definición 0.7. *Un grupo abeliano A es llamado libre de torsión si $T(A) = \{0\}$, o equivalentemente, si para todo $a \in A$, $ord(a) = \infty$*