



Национальный  
исследовательский

**Томский  
государственный  
университет**

**Синтез адаптивных систем управления при неполной информации**

Руководитель: доцент, канд. техн. наук Решетникова Г.Н.

Выполнила: студентка группы 1151 Володенюк А.В.

# Цель работы

Целью настоящей работы состоит в разработке программы для синтеза адаптивных систем управления при неполной информации на языке Python 3.

# Описание модели объекта

Модель объекта для стационарной и нестационарной дискретной стохастической модели описывается в виде:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}(t)x(t) + \bar{B}(t)u(t) + \bar{F}(t)q(t); \quad (1)$$

$\bar{A}(t)$  - матрица описывающая динамические свойства,

$x(t)$  - вектор, задающий состояние,

$\bar{B}(t)$  - матрица влияния управляющих воздействий,

$u(t)$  - вектор управления,

$\bar{F}(t)$  - матрица внешних возмущений

$q(t)$  - вектор внешних возмущений.

$$M\{q(t)\} = \bar{q}(t), M[(q(t) - \bar{q}(t))(q(\tau) - \bar{q}(\tau))^T] = Q(t)\delta(t - \tau). \quad (2)$$



# Построение дискретной модели

Разностное уравнение, соответствующее (1), имеет вид:

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + F(k)q(k), x(0) = x_0, \quad (3)$$

где  $A(k) = I_n + \Delta t \bar{A}(t_k)$ ,  $B(k) = \Delta t \bar{B}(t_k)$ ,  $F(k) = \sqrt{\Delta t} \bar{F}(t_k)$ ,

$I_n$  – единичная матрица,  $\Delta t$  – шаг дискретизации.

# Описание математических моделей измерительного комплекса

Для полного измерения:

$$y(k) = x(k) + r(k) \quad (4)$$

Для неполного измерения:

$$y(k) = Hx(k) + Hr(k) \quad (5)$$

где  $H$  – матрица канала измерений.

$r(k)$  – гауссовские последовательности с характеристиками:

$$M\{r(k)\} = 0, M\{r(k)r^T(j)\} = R\delta_{k,j}, M\{q(k)r^T(j)\} = 0. \quad (6)$$

# Оценивание состояния и параметров модели объекта

Математическая модель с учетом неизвестных параметров:

$$x(k+1) = A(k, \theta(k))x(k) + B(k, \theta(k))u(k) + F(k)q(k), \quad x(0) = x_0 \quad (7)$$

где  $\theta(k)$  - вектор неизвестных параметров.

$$\begin{aligned} M\{\mathbf{x}_0\} &= \bar{\mathbf{x}}_0, \quad M\{(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)^T\} = \mathbf{P}_x \\ M\{\theta(0)\} &= \bar{\theta}(0), \quad M\{(\theta(0) - \bar{\theta}(0))(\theta(0) - \bar{\theta}(0))^T\} = \mathbf{P}_\theta, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_{\bar{\theta}}$  ковариационные матрицы ошибок начальных условий.

# Оценивание состояния модели объекта

Рекуррентный алгоритм для оценивания вектора состояния имеет вид:

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k+1/k) + K(k)[y(k+1) - H\hat{x}(k+1/k)],$$
$$\hat{x}(k+1/k) = A(k, \hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + B(k, \hat{\theta}(k))u(k) + F(k)\bar{q}(k), \quad \hat{x}(0) = \bar{x}_0, \quad (9)$$

$$K(k) = P_x(k+1/k)H^T[HP_x(k+1/k)H^T + HRH^T]^{-1},$$

$$P_x(k+1/k) = A(k, \hat{\theta}(k))P_x(k)A^T(k, \hat{\theta}(k)) + F(k)Q(k)F^T(k),$$

$$P_x(k+1) = [I_n - K(k)H]P_x(k+1/k),$$

$$P_x(0) = P_{x_0}.$$

$\hat{x}(k+1/k)$  - экстраполированная оценка вектора состояния  $x(k+1)$ ,

$P_x(k+1/k)$  - прогноз дисперсионной матрицы  $P_x(k)$  на один шаг вперед.

# Алгоритм для оценивания параметров модели

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(k+1) &= \hat{\theta}(k) + L(k)[y(k+1) - H\Phi(\hat{x}(k), u(k))\hat{\theta}(k) - Hf(\hat{x}(k), u(k))], \quad \hat{\theta}(0) = \bar{\theta}_0, \\ L(k) &= P_{\theta}(k)\Phi^T(\hat{x}(k), u(k))M^{-1}, \\ M(k) &= H\Phi(\hat{x}(k), u(k))P_{\theta}(k)\Phi^T(\hat{x}(k), u(k))H^T + HF(k)Q(k)F^T(k)H^T + HRH^T, \quad (10) \\ P_{\theta}(k+1) &= [I_{N_R} - L(k)H\Phi(\hat{x}(k), u(k))]P_{\theta}(k), \\ P_{\theta}(0) &= P_{\theta_0}.\end{aligned}$$

В (10) матрица  $\Phi(\cdot) \in R^{n \times N_R}$  и вектор  $f(\cdot) \in R^n$  получаются при представлении системы (7) в виде:

$$x(k+1) = \Phi(x(k), u(k))\theta(k) + f(x(k), u(k)) + F(k)q(k), \quad x(0) = x_0$$



# Формирование управляющих воздействий

Квадратический функционал

$$J(k) = M \left\{ \left( x(k+1) - x_z(k) \right)^T C \left( x(k+1) - x_z(k) \right) + u^T(k) D u(k) \right\} \quad (11)$$

где  $C$  и  $D$  – заданные весовые матрицы,

$x_z(k)$  - состояние, за которым осуществляется слежение.

$$u(k) = -[B^T(k, \hat{\theta}(k))CB(k, \hat{\theta}(k)) + D]^{-1} B^T(k, \hat{\theta}(k)) C [A(k, \hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + F(k)\bar{q}(k) - x_z(k)] \quad (12)$$

где  $\hat{x}(k), \hat{\theta}(k)$  оценки состояния и параметров, полученные с помощью фильтров Калмана. В матрицах  $A(k, \hat{\theta}(k)), B(k, \hat{\theta}(k))$  вместо точечных значений параметров указываются их оценки.

# Ограничения на управление

$$U_{\min i}(k) \leq u_i(k) \leq U_{\max i}(k), i = \overline{1, m}$$

# Разработка синтеза адаптивных систем

Общая структура программного обеспечения может быть представлена следующей схемой:



Рисунок 1 – Общая архитектура программного обеспечения

# Отношение классов

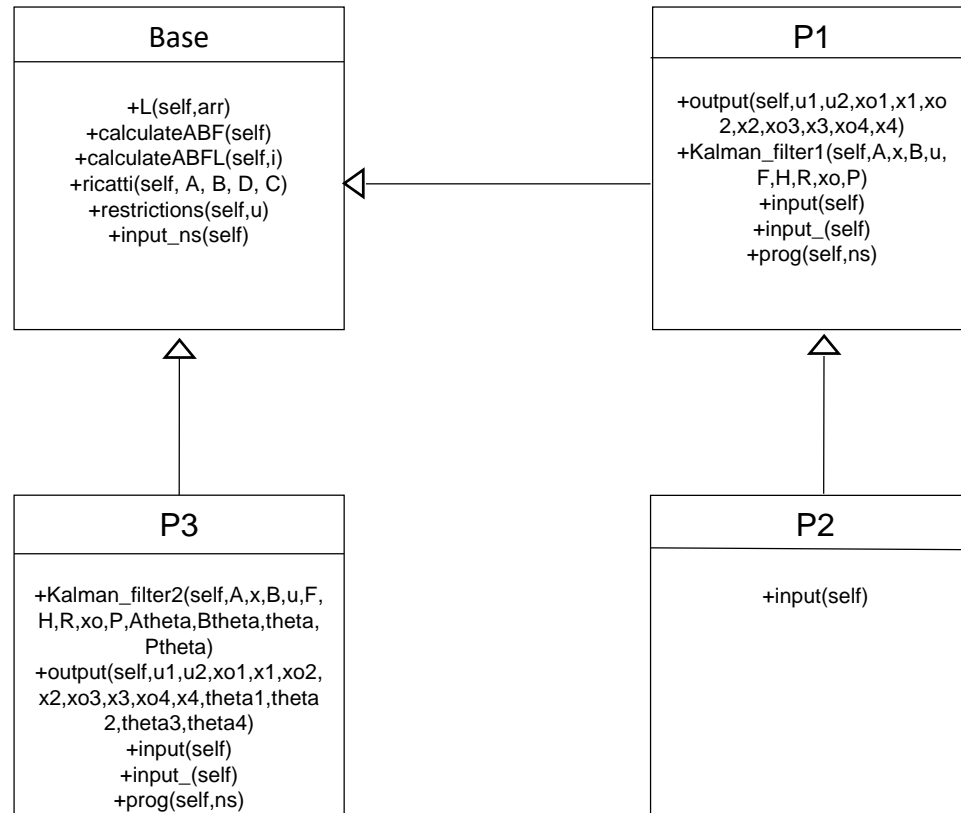


Рисунок 2 – Отношение классов

# Интерфейс программы

☐ Нестационарная модель

Введите количество заданных значений для нестационарной модели и их размерность

n =  ntao =

Введите размерность следующих параметров для стационарной модели:

An =  Bn =  Fn =

x0 - вектор начального состояния      xo0 - оценка вектора начального состояния

x0 =       xo0 =

R - матрица погрешностей      Pxo0 - дисперсионная матрица ошибок

R =       Pxo0 =

delta =       N =

C - весовая матрица      D - весовая матрица

C =       D =

Для адаптивного управления введите следующие параметры:

Ptheta - дисперсионная матрица ошибок      theta - количество неизвестных параметров

Ptheta =       theta =

Рисунок 3 – Ввод размерностей матриц

Стационарная модель

A = 


      B = 


      F = 


x0 - вектор начального состояния      xo0 - оценка вектора начального состояния

x0 =       xo0 =

C - весовая матрица      D - весовая матрица      R - матрица погрешностей

C = 


      D = 


      R = 


H - матрица канала измерений      xz - вектор конечного состояния

H = 


☐ xz =

☐ ☐ ☐ ☐

Ptheta0, Pxo0 - ковариационные матрицы ошибок начальных условий векторов параметров и состояния модели объекта.

Ptheta0 = 


      Pxo0 = 


uMaxP =       uMaxN =

uMinP =       uMinN =

Рисунок 4 – Ввод параметров модели

# Моделирование адаптивной системы управления судном при изменении курса

Модель задана в виде:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}(t)x(t) + \bar{B}(t)u(t) + \bar{F}(t)q(t); x(t_0) = x_0,$$

где компоненты векторов состояния

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t))^T = (\beta, \omega, v, \psi)^T$$

и управления

$$u(t) = (u_1(t) = \delta, u_2(t))^T$$

модели объекта имеют следующий смысл

$\beta$  – отклонение угла дрейфа,

$\omega$  – отклонение угловой скорости,

$v$  – отклонение скорости движения,

$\psi$  – отклонение угла курса,

$u_1 = \delta$  – отклонение угла перекладки руля,

$u_2$  – отклонение ружима работы главного двигателя.

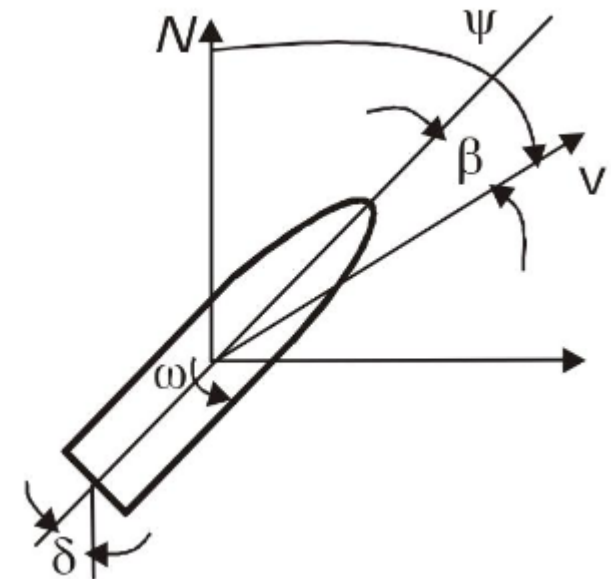


Рисунок 5 – Модель судна



# Ввод параметров модели

Синтез адаптивных систем управления при неполной информации

☐ Нестационарная модель

Введите количество заданных значений для нестационарной модели и их размерность

$n =$    $ntao =$

Введите размерность следующих параметров для стационарной модели:

$A_n =$     $B_n =$     $F_n =$

$x_0$  - вектор начального состояния  $x_{o0}$  - оценка вектора начального состояния

$x_0 =$     $x_{o0} =$

$R$  - матрица погрешностей  $P_{x0}$  - дисперсионная матрица ошибок

$R =$     $P_{x0} =$

$\delta =$    $N =$

$C$  - весовая матрица  $D$  - весовая матрица

$C =$     $D =$

Для адаптивного управления введите следующие параметры:

$P_{\theta}$  - дисперсионная матрица ошибок  $\theta$  - количество неизвестных параметров

$P_{\theta} =$     $\theta =$

Управление на основе минимизации математического ожидания локального квадратичного функционала по оценкам состояния при полном измерении:

Управление на основе минимизации математического ожидания локального квадратичного функционала по оценкам состояния при неполном измерении:

Адаптивное управление:

Рисунок 6 – Ввод размерностей матриц

$A =$ 

-0.007	0.4436	0.0	0.0
0.0142	-0.167	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.0035	0.0
0.0	1.0	0.0	0.0

 $B =$ 

0.0161	0.0
0.0085	0.0
0.0	0.97
0.0	0.0

 $F =$ 

0.001	0.0	0.0
0.0	0.00017	0.0
0.0	0.0	0.01
0.0	0.0	0.0

$x_0$  - вектор начального состояния  $x_{o0}$  - оценка вектора начального состояния

$x_0 =$ 

0.0	0.0	0.0	0.25
-----	-----	-----	------

 $x_{o0} =$ 

0.0	0.0	0.0	0.15
-----	-----	-----	------

$C$  - весовая матрица  $D$  - весовая матрица  $R$  - матрица погрешностей

$C =$ 

0.0001	0.0	0.0	0.0
0.0	0.01	0.0	0.0
0.0	0.0	0.004	0.0
0.0	0.0	0.0	27000.0

 $D =$ 

1	0
0	1

 $R =$ 

4e-05	0.0	0.0	0.0
0.0	2.5e-05	0.0	0.0
0.0	0.0	0.01	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0015

$H$  - матрица канала измерений  $x_z$  - вектор конечного состояния

$H =$ 

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

☒  $x_z =$ 

0.0	0.0	0.0	-0.2
-----	-----	-----	------

$P_{\theta}$ ,  $P_{x0}$  - ковариационные матрицы ошибок начальных условий векторов параметров и состояния модели объекта.

$P_{\theta} =$ 

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

 $P_{x0} =$ 

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

$u_{MaxP} =$    $u_{MaxN} =$

$u_{MinP} =$    $u_{MinN} =$

Рисунок 7 – Ввод параметров модели

# Численных результатов

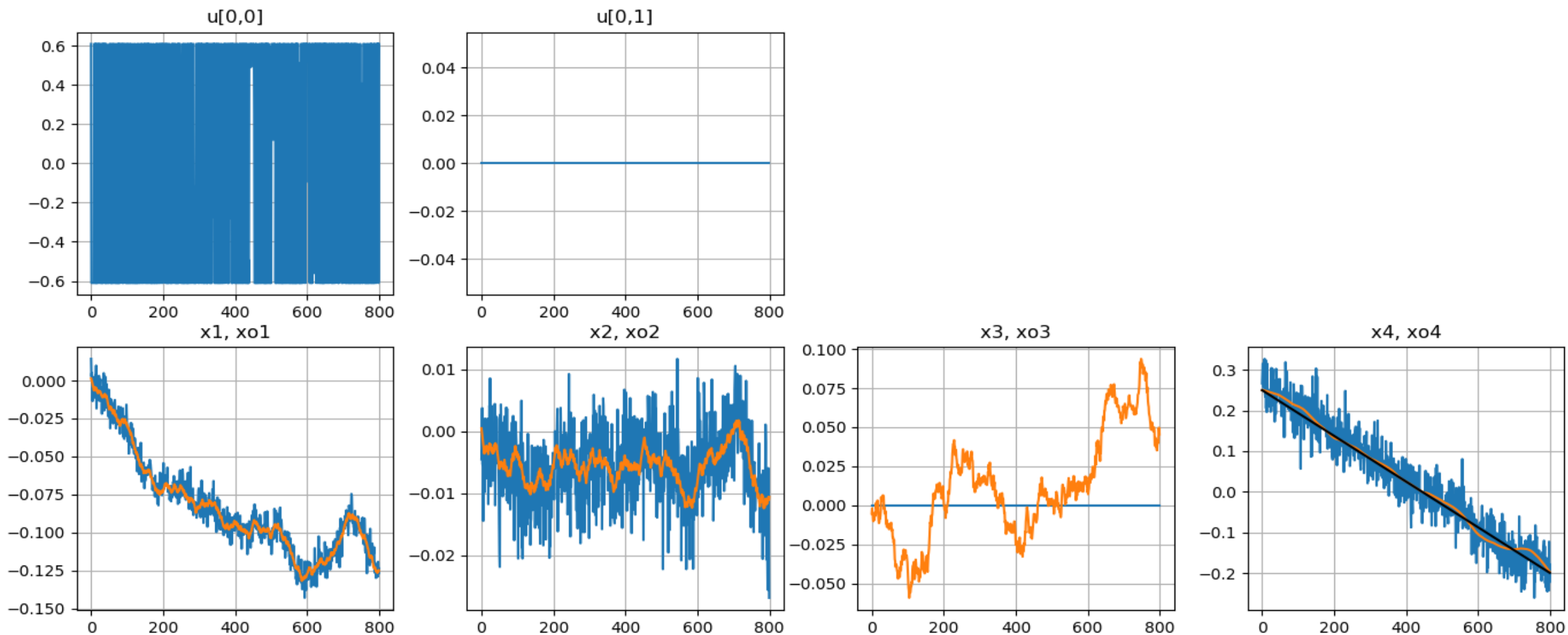


Рисунок 8 – Отчет

# Заключение

В настоящей работе построена дискретная математическая модель объекта. Построена стохастическая модель объекта и измерительного комплекса, выполнено моделирование управления по вектору измерений.

Построены оценки вектора состояния с помощью рекуррентного алгоритма статистической обработки типа фильтра Калмана, выполнено моделирование при полном и неполном наборе измеряемых компонент состояния объекта.

Данная работа может быть использована для обнаружения минимального набора датчиков измерительного комплекса при котором будет осуществляться управление без существенного ухудшения качества управления объекта в целом.

Спасибо за внимание

# Литература

- Решетникова Г.Н. Адаптивные системы: учеб.пособие. – Томск: - Издательский дом Томского государственного университета, 2016. – 112с.
- Решетникова Г.Н. Моделирование систем: учеб. пособие/Г.Н. Решетникова; Федеральное агентство по образованию, Томск. гос. ун-т систем упр и радиоэлектротехники. – 2-е изд., перераб и доп. – Томск: Томск, гос. ун-т систем упр. и радиоэлектротехник, 2007. – 441 с.
- Соболев Г.Н. Управляемость корабля и автоматизация судовождения: учеб.пособие. – Ленинград: - Издательство Судостроение, 1976. – 477с.