

硕士学位论文

论文题目：上证 50ETF 期权定价模型的实
证比较分析

论文作者：曹睿成

指导教师：何穗 教授

学科专业：数理统计

研究方向：金融统计

华中师范大学数学与统计学学院

2016 年 5 月



Y3121830

Empirical comparison of option pricing models based on Shangzheng 50 ETF options

A Thesis

*Submitted in Partial Fulfillment of the Requirement
For the Master Degree in Statistics*

By

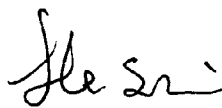
Cao Ruicheng

Postgraduate Program

School of Mathematics and Statistics

Central China Normal University

Supervisor: He Sui
Academic Title: Professor

Signature 
Approved
May, 2016

华中师范大学学位论文原创性声明和使用授权说明

原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的研究成果。除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：曹嘉成

日期：2016年5月30日

学位论文授权使用授权书

学位论文作者完全了解华中师范大学有关保留、使用学位论文的规定，即：研究生在校攻读学位期间论文工作的知识产权单位属华中师范大学。学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许学位论文被查阅和借阅；学校可以公布学位论文的全部或部分内容，可以允许采用影印、缩印或其它复制手段保存、汇编学位论文。（保密的学位论文在解密后遵守此规定）

保密论文注释：本学位论文属于保密，在____年解密后适用本授权书。

非保密论文注释：本学位论文不属于保密范围，适用本授权书。

作者签名：曹嘉成

日期：2016年5月30日

导师签名：√212

日期：2016年5月30日

本人已经认真阅读“CALIS 高校学位论文全文数据库发布章程”，同意将本人的学位论文提交“CALIS 高校学位论文全文数据库”中全文发布，并可按“章程”中的规定享受相关权益。同意论文提交后滞后：☐半年；☐一年；☐二年发布。

作者签名：曹嘉成

日期：2016年5月30日

导师签名：√212

日期：2016年5月30日



摘要

2015年2月9日我国证券市场第一支股指期权产品——上证50ETF期权正式上市,这也标志着我国金融市场正式进入期权时代。

期权是一种有效的金融衍生工具,具有风险度量、风险管理、价格发现的功能。期权的上市有助于丰富我国金融产品种类,完善我国证券市场结构,增强我国证券市场的资本流动性,提高资金利用效率。然而与国外丰富的期权理论和实证研究成果相比,我国期权的研究起步晚,我国学者对期权的相应理论研究成果少,金融从业者也因为我国期权产品才正式上市不久而对其相关领域的应用研究投入较少,多数还是简单地使用B-S模型对期权进行定价。虽然Black和Scholes于1973年提出的经典B-S模型具有极大的理论意义和应用价值,也在实际中广泛地被理论界和市场所接受和应用,但该模型并不是完美无缺的,经大量的实证研究发现,由于该定价理论中假设了一些过于理想的条件,用B-S模型计算得到的期权价格随着在值程度和剩余期限的变化时常会与实际市场价格产生偏差。

为了寻找更合适的期权定价模型,本文以上证50ETF期权为研究对象,考虑了B-S模型、AHBS模型、GARCH模型和SV模型等四个典型期权定价模型,对它们的定价误差进行实证比较分析,在此基础上得到最适合我国上证50ETF期权市场的定价模型。为保证数据的有效性,我们对2015年全年近3万个期权数据进行处理,筛选出约9千个期权数据。然后将得到的样本数据分别按在值程度和剩余期限进行分类。运用最小二乘法、非线性最小二乘法等方法,并利用Eviews和Matlab等软件,对B-S模型、AHBS模型、GARCH模型和SV模型等四个模型分别进行了参数估计。在此基础上进行样本内拟合定价和样本外预测定价。本文采用MAE、MAPE、MPE和MSE等四个定价误差测量标准,对各个模型的定价误差进行了比较分析,最后得出结论:无论是在样本内拟合定价还是在样本外预测定价SV模型都是最为精确的,是最适合中国期权市场的模型,其次是AHBS模型和B-S模型,而GARCH模型的定价误差比较大。

关键词: 上证50ETF期权;B-S模型;AHBS模型;GARCH模型;SV模型;期权定价



Abstract

The SSE 50 ETF option was launched on February 9, 2015, which is the first stock index option in Chinese market. This signifies that Chinese market has entered a new era of option.

Option is an effective financial derivatives which can be used for risk measurement, risk management and reflecting market information. It also contributes to enriching financial products, perfecting market structure and raising capital mobility. However, compared with substantial theories of option and empirical research achievements abroad, there is lack of theoretical study and empirical work of option in China. Meanwhile, many market practitioners simply use B-S model to price options. B-S model, which was proposed by Black and Scholes in 1973, is widely used in theoretical study and empirical work all over the world, but the model is not perfect. As a great amount of empirical work has been found out, there are some over idealized assumptions, which result in some biases of B-S model price and market price as option's moneyness and time to maturity changes.

The study aims to look for the fittest option pricing model by making an empirical comparison of B-S model, AHBS model, GARCH model and SV model. The empirical study is based on SSE 50ETF options. Firstly, we filter the option data and nearly 9,000 pieces of option data in year 2015 are selected to ensure the validity of the sample. Then the option data are divided into some categories according to option's moneyness and time to maturity. Next the four option pricing models are investigated from two perspectives including in-sample performance and out-of sample performance by using four measures including MAE, MPE, MAPE and MSE. Finally, the study finds that SV model shows the best performance and is the fittest model to Chinese option market, both in the in-sample and out-of-sample. The Next is AHBS model and B-S model, while GARCH model performs worst.

Keywords: SSE 50ETF option; B-S model; AHBS model; GARCH model; SV model; option pricing



目 录

摘 要.....	I
Abstract.....	II
1. 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.1.1 期权概述.....	1
1.1.2 我国期权的发展.....	2
1.1.3 期权定价概述.....	4
1.1.4 研究现状.....	5
1.2 研究目的和意义.....	5
1.3 研究内容和结构.....	6
2. 期权定价模型.....	7
2.1 B-S模型.....	7
2.2 AHBS模型.....	9
2.3 GARCH模型.....	10
2.4 SV模型.....	11
3. 数据介绍及选取.....	14
3.1 上证 50ETF 期权概述.....	14
3.2 上证 50ETF 期权数据选取.....	14
3.3 数据分类.....	15
3.4 数据分析.....	16
4. 参数估计.....	19
4.1 AHBS模型的参数估计.....	19
4.2 GARCH模型的参数估计.....	19
4.3 SV模型的参数估计.....	22
4.4 模型的参数估计结果.....	23
5. 期权定价模型实证分析.....	24
5.1 样本内拟合定价误差.....	24
5.2 样本外预测定价误差.....	30
6. 结论与展望.....	37
参考文献.....	38
附 录.....	40
致 谢.....	41



1. 绪论

1.1 研究背景

1.1.1 期权概述

期权是金融创新下的产物，目前已成为了现代金融的基础工具之一。

期权是指持有者（买方）支付一定费用后，在未来某一时间，有权利以事先约定的价格向卖方买入或者卖出一定的标的资产的合约。持有者买入的是买卖标的资产的权利，可以选择行权也可以选择不行权；而卖方在收取一定费用卖出期权后，也即卖出了自己的权利，仅保留了履行合约的义务。

期权作为一种灵活的金融工具，具有多种类型。

1) 按期权持有者获得权利的不同，期权分为“看涨期权”和“看跌期权”。

“看涨期权”是指期权持有者获得购买相应标的资产的权利，“看跌期权”是指持有者获得卖出相应标的资产的权利。

2) 按期权可行权时间的不同，期权分为“欧式期权”、“美式期权”和“百慕大期权”。“欧式期权”是指期权持有者仅能在期权到期日行权，“美式期权”是指持有者可在期权到期日及到期之前的任意时间行权，“百慕大期权”是指持有者可在期权到期日前规定的一系列时间行权。

3) 按执行价格和标的资产价格之间的大小关系不同，期权分为“实值期权”、“虚值期权”和“平值期权”。“实值期权”（in the money, 简称 *ITM*）是指看涨期权中约定的执行价格低于标的资产价格或看跌期权中执行价格高于标的资产价格。“虚值期权”（out of the money, 简称 *OTM*）是指看涨期权中约定的执行价格高于标的资产价格或看跌期权中执行价格低于标的资产价格。“平值期权”（at the money, 简称 *ATM*）是指约定的执行价格与标的资产的价格相等。

4) 按标的资产的不同，期权分为“实物期权”和“金融期权”。“实物期权”的标的物涵盖农畜产品、金属、能源等，形式有延迟期权、转换期权、规模变更期权和放弃期权等。“金融期权”包括股票期权、股指期权、利率期权、外汇期权、期货期权等^[1]。

至今，期权拥有悠久的发展历史。

在公元前的《圣经》等经典中就已记载蕴含期权思想的有关故事。在二十世纪以前，期权一直处于场外交易阶段，从零散交易逐渐形成了有组织的交易。但由于投机的过度滥用和市场的恶意操纵加上相关市场和监管机制的不完善，多次出现大规模的反对方期权交易的呼声，期权数次被禁止交易，正常发展受到阻碍。



期权发展史上的关键点在 1973 年 4 月 26 日。这天芝加哥期权交易所 (CBOE) 正式成立, 期权交易正式进入真正有组织的集中化和标准化时代。期权合约的集中化和标准化提高了期权交易的效率, 增强了流动性, 同时也降低了期权交易成本。场内交易的实现吸引了交易者、提升了交易量, 同时增加了期权交易的透明度、降低了期权交易的信用风险。CBOE 的期权交易从 16 只标的股票的看涨期权开始。1977 年 6 月 3 日看跌期权也正式进入了交易所。CBOE 不仅是期权挂牌交易的起点, 目前也是全球最大的期权交易所, 推出了最早的综合股价指数期权——标普 100 指数期权和目前交易最活跃的指数期权——标普 500 指数期权等。

目前国际上有许多进行期权交易的交易所, 包括美国股票期权交易所 (AMEX)、费城股票交易所 (PHLX)、伦敦国际金融期货期权交易所 (LIFFE)、纽约商品交易所 (NYMEX)、伦敦证券交易所 (LSE)、香港商品交易所 (HKMEX) 等。期权及其衍生品的种类和数量也非常巨大。

1.1.2 我国期权的发展

1990 年 12 月 19 日上海证券交易所和 1991 年 7 月 3 日深圳证券交易所的成立标志着我国证券市场的开端。至今, 我国证券市场已走过了四分之一一个世纪。虽然和成熟市场相比发展史较短, 但作为一个新兴的证券市场, 其发展速度和成果令人瞩目。

1992 年全国证券市场统一监管部门“中国证监会”成立, 2004 年 2 月推出的中小企业板、2006 年推出的新三板、2009 年 10 月推出的创业板与主板一起构成了我国证券市场, 2006 年 9 月 8 日中国金融期货交易所成立, 2010 年 4 月 16 日股指期货上市等等, 这些都是我国证券市场快速发展的印记, 为我国期权的推出和发展奠定了市场基础。

在我国证券市场的发展史上, 我国推出了类似期权的金融产品——权证。1992 年 6 月, 上交所推出了我国第一支权证产品“大飞乐股票配股权证”。四年之后, 由于过度投机行为充斥我国证券市场, 不断出现的暴涨暴跌现象严重影响我国证券市场的合理稳定发展, 我国权证交易于 1996 年 6 月底被迫暂停。九年之后, 权证交易才因为股权分置改革再次被引入市场, 2005 年 8 月 22 日“宝钢 JTB1”认购权证在上交所挂牌上市, 同年 11 月 23 日推出了认沽权证。2011 年 8 月 18 日, 我国最后一支权证“长虹 CWB1”退出市场。

权证毕竟不是期权, 两者之间有许多差别。如权证是非标准化合约, 合约中的标的物、执行价格、到期日等都由发行方决定, 而期权是标准化合约, 标的物、执行价格、到期日等都有明确规定; 两者的发行主体也不同, 权证的发行主体一般为



标的证券的发行公司、证券公司或投资银行等，而期权没有特定的发行主体；在合约供给量方面，权证受发行主体、标的证券数量等的限制，供给量有限，而期权没有数量限制，市场有交易就有相应的供给数量；权证的发行以其发行人的资产或信用作担保，而期权实行保证金制度，期权合约的发行方需缴纳相应保证金，使得交易者更有保障；权证不可以进行卖空交易，而期权可以进行卖空交易，这使得期权交易更灵活。

权证作为一种与期权相似的金融产品虽然有一些不足之处，但它确实为我国股权分置改革做出了重要贡献，一定程度上丰富了我国证券市场的投资渠道，降低了公司企业的投融资成本，更为如今我国证券市场推出期权产品提供了宝贵经验、奠定了一定的基础。

在权证发行的同时，我国各交易所也在着手开展期权上市的各项准备工作，积极开展期权仿真交易。

自 2012 年 5 月 7 日以来，经证监会正式审批通过，大连商品交易所（大商所）、郑州商品交易所（郑商所）、上海期货交易所（上期所）、中国金融期货交易所（中金所）陆续推出了期权仿真模拟交易。仿真交易首先在交易所内部开展，从由部分投资者会员试点到对全体会员开放，再逐步扩展到了整个市场投资者。大商所最早通过期权仿真模拟交易审批，并于 2013 年 10 月 14 日推出了面向全市场的豆粕期权仿真交易；上期所于 2002 年 5 月开始了铜期货期权的研究，并于 2013 年 11 月 19 日推出了面向全市场的铜期货期权、黄金期货期权的仿真交易；2014 年 3 月 28 日，中金所推出了面向全市场的上证 50 股指期货期权仿真交易；郑商所此前已分别于 2003 年 6 月至 9 月、2005 年 8 月至 12 月开展过期货期权仿真模拟交易的试点工作，后于 2013 年 9 月至 11 月开展了白糖期权仿真交易活动，于 2014 年 11 月 20 日推出了棉花期权实名制仿真交易，并试行引入做市商制度。

注重期权理论知识的学习和体系构建的探究。早在 1995 年，郑商所就已经开始了我国商品期权的探索和研究工作，如聘请国内外专家学者作为我国期权研发顾问，开展各项期权工作研讨会，并于 2003 年至 2005 年间制定了包括《期权交易管理办法》、《期权风险控制管理办法》、《期权套期保值管理办法》和《期权做市商管理办法》的《郑州商品交易所期权交易规则》。

注重国际学习交流。郑商所于 1995 年 6 月加入“国际期权市场协会（IOMA）”，是我国第一个成为国际期权组织成员的交易所，之后多次参加 IOMA 年会，进行学习交流。2002 年 12 月，中国期货业协会（CFA）协同郑商所在北京举办了“2002 中国（北京）国际期权研讨会”和“国际期权报告会”。2004 年，芝加哥期权交易所



(CBOE)、欧洲期货交易所(Eurex)、芝加哥商品交易所(CME)、芝加哥期货交易所结算公司(BOTCC)等国际期权机构到国内举行了“期权报告会”。2014年9月16日,大商所和英国期货期权世界集团(FOW)在大连举办了“中国及全球期权市场创新发展论坛”。

注重人才培养。投入巨额人才培训费用。聘请国内外专家讲授期权知识课程。派出相关人员到香港及国外的一些大型交易所进行期权理论知识、交易和运作经验的学习,参加期权专业培训。

注重期权知识普及和推广。出版期权知识类相关书刊,如郑商所出版的《期权交易》、中国财政经济出版社出版的《金融衍生品系列丛书》等。各交易所积极开办期权相关培训、期权知识竞赛、期权模拟交易竞赛等。

积极推出和运行期权仿真交易,使得我国金融市场参与人员逐渐了解和熟悉期权产品和交易规则,不断对期权交易系统进行模拟测试,健全我国期权交易系统、完善我国期权交易规则。

2015年2月9日,上证50ETF期权在上海证券交易所正式上市,我国金融市场又实现了一大跨越,这一历史性时刻标志着我国金融市场正式进入期权时代。

期权是一种有效的金融衍生工具、投资工具,具有风险度量、风险管理的作用,具有价格发现的功能,具有在管理风险的基础上获得收益的优势。期权上市有助于增强我国证券市场资本流动性,有效配置资产,提高资金的利用效率,有助于丰富我国金融产品种类,完善我国证券市场结构,有助于推动我国期货市场、股票市场的创新和发展。

1.1.3 期权定价概述

期权对资本市场的运作和发展有着重要而深远的影响。要使得期权为市场所用,期权定价问题是关键。期权只有被合理定价,才能有效地为市场所用。期权定价理论的发展在金融经济领域有着重要的意义。

目前公认法国学者Bachelier为最早的期权定价理论的提出者。他在1900年《投机理论》一文中开创了连续时间的期权定价理论。但是在长达半个多世纪的时间里,Bachelier的研究成果都未受到重视^[2]。直到二十世纪六十年代,经过Sprekle(1961)、Boness(1964)、Samuelson(1965)、Kassouf(1969)、Merton(1969)等人的工作,期权定价理论才有了长足的发展。

1973年,美国数学家Black和经济学家Scholes在前人的研究工作上,于《the Pricing of Options and Corporate Liabilities》一文中提出了不支付红利的股票的欧式



期权定价公式^[4]。这是第一个在较为理想情况下给出的期权定价理论，具有极大的理论意义和应用价值，也在实际中广泛地被理论界和市场所接受和应用。

但该模型并不是完美无缺的，大量的实证研究发现，由于该定价模型假设了一些与现实市场并不相符的条件，因而用 B-S 模型计算得到的期权价格，随着在值程度的变化时常会与实际市场的价格产生偏差。之后出现了大量的通过放宽 B-S 模型的基本假设条件展开的研究工作，主要的研究方向可归纳为对随机波动率、随机跳跃和随机利率的改进。

1.1.4 研究现状

Dumas, Fleming and Whaley(1998)^[5]提出了 AHBS 模型。该模型引入了一个隐含波动率函数，用以代替 B-S 模型中的常数波动率。他们在标普 500 股指期货期权市场上验证了 AHBS 模型的预测和对冲效果优于 Derman、Kani、Dupire、Rubinstein 等人 1994 年提出的确定性波动率函数模型（即 deterministic volatility function，简称 DVF 模型）。Kim and Kim(2004)^[6]运用了 AHBS 模型对韩国 KOSPI 200 指数期权进行了实证分析。Singh and Dixit(2014)^[7]研究了四个 AHBS 模型，并基于印度 NIFTY 指数期权证实了 AHBS 模型可显著改善 B-S 模型低估期权价格的情况。

Heston and Nandi(2000)^[8]建立了带解析解的 GARCH 模型。他们基于标普 500 指数期权实证分析比较了从标的资产的历史价格中获得波动率的 GARCH 模型和从期权价格中获得隐含波动率的 B-S 模型，得出了 GARCH 模型优于 B-S 模型的结论。Yun and Zhang(2003)^[9]基于标普 500 指数期权比较了 GARCH 类模型和 AHBS 类模型，GARCH 类模型在样本内拟合和样本外预测两种情况下，定价效果都比 AHBS 类模型好，但不具有绝对优势。然而更复杂的 GARCH 模型在对冲上的表现却逊于 AHBS 模型。

Heston(1993)^[10]放松了 B-S 模型要求波动率为常数的假定，建立了带解析解的 SV 模型，并基于仿真模拟证实 SV 模型改进了 B-S 模型的定价效果。Bakshi, Cao and Chen(1997)^[11]研究了 SV 模型及其带跳和带随机利率的形式，并基于标普 500 指数期权进行了实证分析研究，给出了 SV 模型定价效果优于 B-S 模型的结论，并发现进一步放宽 SV 模型的限制增加随机利率对改进 SV 模型的定价效果影响不大。Scott(1997)^[12]也得到了类似的结论。

1.2 研究目的和意义

国外对期权定价的理论和实证研究起点早，研究较为深入，目前已经获得了许



多重大的理论和实证结果。而我国自 2012 年才陆续开始了期权仿真模拟交易, 2015 年 2 月 9 日才正式推出第一支股指期货产品——上证 50ETF 期权。我国学者对期权的相应理论研究成果少, 金融从业者也因为我国期权产品才正式上市不久而对其相关领域的应用研究较少, 多数还处于简单地使用 B-S 模型对期权进行定价的阶段。

寻找合适的期权定价模型, 科学有效地对我国期权进行定价具有重要的理论意义和应用价值。本文的主要创新之处在于通过分析比较 B-S 模型、AHBS 模型、GARCH 模型和 SV 模型等四个典型定价模型, 得到了较合适我国上证 50ETF 期权市场的定价模型。本文得出的结果也为今后我国期权市场定价的研究和实际应用提供了一些参考依据。

1.3 研究内容和结构

本文运用统计分析理论和方法, 利用 Eviews 和 Matlab 等软件, 对我国上证 50ETF 期权的定价进行实证研究。通过对 B-S 模型、AHBS 模型、GARCH 模型和 SV 模型等四个期权定价模型在定价误差方面进行实证对比分析, 得出了 SV 模型是最适合我国上证 50ETF 期权市场的定价模型的结论。

本文分为六个部分:

1) 绪论。主要介绍期权的概念及国内外期权的发展, 期权定价的概念及国内外研究现状, 本文的目的和意义、内容和结构。

2) 期权定价模型介绍。简单介绍了本文分析研究的四个期权定价模型——B-S 模型、AHBS 模型、GARCH 模型和 SV 模型。

3) 数据介绍及选取。介绍了我国上证 50ETF 期权, 根据在值程度和剩余期限分别对样本数据进行了分类处理。

4) 参数估计。本节主要是对四种模型的参数进行估计, 为下文期权定价误差的实证分析做准备。

5) 期权定价模型实证分析。用估计的参数分别对四个模型进行了期权定价, 并基于四个误差测量标准, 进行了期权定价误差对比分析。

6) 结论与展望。总结了本文期权定价误差的结果, 作了简单分析, 并指出了本文可以进一步改进的地方和研究方向。



2. 期权定价模型

2.1 B-S模型

1973年, 美国数学家 Black 和经济学家 Scholes 在前人工作的基础上于《the Pricing of Options and Corporate Liabilities》一文中建立了 B-S 模型, 提出了不支付红利的股票的欧式期权定价公式。

B-S 模型的推导和使用做了以下七个基本假设:

- a) 短期无风险利率 r 已知且为常数;
- b) 股票价格遵循连续随机游走 (即遵循几何布朗运动), 收益率期望值 μ 和波动率 σ 为常数;
- c) 在期权行使期限内, 股票不支付红利、股息等;
- d) 模型讨论的期权是只能在到期日行权的欧式期权;
- e) 在买卖期权过程中无相关交易费用;
- f) 市场为风险中性的, 不存在任何无风险套利机会;
- g) 允许卖空证券^[4]。

记 C 为欧式看涨期权价格, 它是股票价格 S 和时间 t 的函数, 亦记做 $C(S, t)$ 。

根据假设条件 b) 股票价格服从几何布朗运动, 则有

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \Delta z, \quad (2.1.1)$$

其中 ΔS 为在一段较短时间 Δt 内的股票价格变化, $\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$, z 服从 Wiener 过程 (或遵循布朗运动)。 $\sigma S \Delta z$ 项为影响股票价格变动路径的随机扰动项, 符合股票价格存在不确定性的事实。

当时间 $t \rightarrow 0$ 时, (2.1.1) 式的极限形式为

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz. \quad (2.1.2)$$

由 Itô 引理, 关于 S 和 t 的函数 C 服从以下过程:

$$dC = \left(\frac{\partial C}{\partial S} \mu S + \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial C}{\partial S} \sigma S dz, \quad (2.1.3)$$

其离散形式为

$$\Delta C = \left(\frac{\partial C}{\partial S} \mu S + \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t + \frac{\partial C}{\partial S} \sigma S \Delta z, \quad (2.1.4)$$

其中 ΔC 为在一段较短时间 Δt 内的期权价格变化, Δz 与 (2.1.1) 式服从 Wiener 过程的变量 Δz 是相同的。

下面需要构造一个证券组合。这个组合由两部分组成——一份期权的短头寸及



$\frac{\partial C}{\partial S}$ 数量的股票。在这个证券组合中，若股票价格有一个较小的变动 ΔS ，则期权的价值将变动 $\frac{\partial C}{\partial S} \Delta S$ 。即当股票价格上涨 ΔS 时，期权价格将上涨 $\frac{\partial C}{\partial S} \Delta S$ 。在构造的这个证券组合中，股票价值增长 $\frac{\partial C}{\partial S} \cdot \Delta S$ ，于此同时，持有的一份期权短头寸将会产生 $1 \cdot \frac{\partial C}{\partial S} \Delta S$ 的价值损失，两者相互抵消。

记 Π 为该证券组合的价值，

$$\Pi = -C + \frac{\partial C}{\partial S} S, \quad (2.1.5)$$

记 $\Delta \Pi$ 为该证券组合在一段很短的时间间隔 Δt 内的价值变化，

$$\Delta \Pi = -\Delta C + \frac{\partial C}{\partial S} \Delta S, \quad (2.1.6)$$

由此可以发现，证券组合的价值 Π 的定义中不具有随机扰动项，即股票价格的不确定性在该式中不会对证券组合的价值变化产生影响，该证券组合在一段很短的时间间隔 Δt 内是无风险的。同时，为了保持所构造的证券组合的无风险状态，仅在一个无穷小的时间间隔 Δt 内组合的收益率必须等于无风险利率。

因此，证券组合的价值变动应等于证券组合的价值乘上短期无风险利率，即

$$\Delta \Pi = \Pi \cdot r \Delta t, \quad (2.1.7)$$

将 (2.1.1) 式、(2.1.4) 式、(2.1.5) 式和 (2.1.6) 式带入 (2.1.7) 式，并整理得

$$\frac{\partial C}{\partial t} + rS \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = rC, \quad (2.1.8)$$

本文研究的是欧式看涨期权，其对于 (2.1.8) 式的边界条件是期权到期日当天的价值，即

$$C(S, T) = \max(S - K, 0), \quad (2.1.9)$$

其中 T 为欧式看涨期权的到期日。

解 (2.1.8) 式可得欧式看涨期权公式：

$$C = S_0 N(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2), \quad (2.1.10)$$

$$\text{其中 } d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \quad d_2 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} = d_1 - \sigma\sqrt{\tau},$$

S_0 为股票初始时刻价格， $N(\bullet)$ 为标准正态分布的累计概率分布函数^[13]。



2.2 AHBS模型

正如 2.1 节所介绍的，经典 B-S 模型中的波动率被假定为常数。如果模型很完美，那么它对期权的定价将会与市场完全一致。但事实并非如此，如出现波动率“微笑”或偏斜现象。

Dupire(1994)等提出了确定性波动率函数（简称 DVF），他们假定资产收益波动率是资产价格和剩余期限的确定性函数，并在此基础上提出了确定性波动率函数期权价格模型。该模型具有准确拟合市场期权价格的能力。

Dumas, Fleming and Whaley(1998)^[5]提出的“ad hoc Black Scholes model”（简记为 AHBS 模型）正是针对 B-S 模型中假定波动率为常数做出的改进。该模型使用 DVF 代替 B-S 模型中的常数波动率。这样的改进，一方面使得模型参数易于估计，保留了经典 B-S 模型简洁、易于使用的优势；另一方面，改进了经典 B-S 模型中使用常数波动率无法良好拟合现实世界波动率的不足。

由 Dumas, Fleming and Whaley(1998)的实证过程可以看出，当给 DVF 模型增加的参数越多，该模型就能越准确地解释期权价格的变化。事实也确实如此，模型包含参数越多，越复杂，模型就能更好地拟合实际情况。但选入模型的参数也并非越多越好，模型包含参数过多，会导致模型过于复杂，在实际使用上会造成不便。

Kim and Kim(2004)^[6]改进的 AHBS 模型以在值程度作为波动率函数的变量。期权的在值程度是指标的资产价格与执行价格之比，记为 S/K ，其中 S 为标的资产价格， K 为期权执行价格。

AHBS 模型是为了改进经典 B-S 模型对市场出现的波动率“微笑”不符合的情况，由于波动率“微笑”在图像上相似于解析几何中的抛物线，即呈现二次型函数状。故选取二次函数形式的 AHBS 模型拟合波动率。另一方面，Dumas, Fleming and Whaley(1998)证实 DVF 模型包含一个时间参数（剩余期限）时将会导致过度拟合的情况。故本文我们采用如下形式的 DVF 模型定义波动率函数：

$$\sigma_n = a_0 + a_1(S/K_n) + a_2(S/K_n)^2, \quad (2.2.1)$$

其中 σ_n 表示标的价格为 S 、执行价格为 K_n 的第 n 个期权的隐含波动率。

将我们需要估计的 AHBS 模型的波动率记为 σ_a 。

利用估计出的隐含波动率 σ_a ，就可以得出 AHBS 模型的欧式看涨期权公式，形式如下：

$$C = SN(d_{a1}) - Ke^{-rt}N(d_{a2}), \quad (2.2.2)$$



$$\text{其中 } d_{a1} = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma_a^2/2)\tau}{\sigma_a \sqrt{\tau}}, \quad d_{a2} = \frac{\ln(S/K) + (r - \sigma_a^2/2)\tau}{\sigma_a \sqrt{\tau}} = d_{a1} - \sigma_a \sqrt{\tau}。$$

2.3 GARCH模型

Bollerslve(1986)^[15], Engle and Mustafa(1992)^[16], Duan(1995)^[17], Heston and Nandi(2000)等提出了被广泛应用的 GARCH 模型 (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)。GARCH 模型的原理是用历史波动率及其预测值来预测未来波动率, 它能从不连续的资产价格数据中得出波动率, 即便是跨度较长的期权价格数据序列也仅需要较少的参数就能估计。

GARCH 模型是基于 Engle(1982)^[18]提出的 ARCH 模型的一种拓展, 不仅充分考虑了方差的时变性, 而且在优化参数结构, 提高估计效率上具有优势。

在 GARCH 模型类中, Heston and Nandi(2000)提出的 GARCH 模型化简了之前模型在实证方面繁琐的计算和较大的工作量, 并且提出了期权定价的解析解。下面介绍 Heston and Nandi(2000)构造的 GARCH 模型的一阶形式, 即 GARCH(1,1)模型。

在风险中性测度下, 假设 S_t 满足如下的过程:

$$\ln S_t = \ln S_{t-1} + r - \frac{1}{2}\sigma_t^2 + \sigma_t z_t, \quad (2.3.1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta\sigma_{t-1}^2 + \alpha(z_{t-1} - \gamma\sigma_{t-1})^2, \quad (2.3.2)$$

由上面两式可得:

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \beta\sigma_t^2 + \alpha \frac{[\ln(S_t/S_{t-1}) - r - \frac{1}{2}\sigma_t^2 - \gamma\sigma_t^2]^2}{\sigma_t^2}, \quad (2.3.3)$$

方差 σ_t^2 与对数标的资产价格 $\ln(S_t)$ 之间的相关系数为

$$\text{Cov}(\sigma_{t+1}^2, \ln(S_t)) = -2\alpha\gamma\sigma_t^2. \quad (2.3.4)$$

其中 r 为时间间隔为 1 的连续复利利率, z_t 服从 Wiener 过程(或标准正态分布), σ_t^2 为从时刻 $t-1$ 到时刻 t 的标的资产对数收益率的(条件)方差, 从时刻 $t-1$ 的信息中获得。

另需满足条件 $\beta + \alpha\gamma^2 < 1$, 使该一阶过程有有限的均值和方差。

参数 γ 影响偏度, α 影响峰度。当 γ 为正时, 标的资产对数收益率与方差呈负相关; 当 γ 为 0 时, 则收益率的分布呈完全对称形。

记 $f(i\phi)$ 为对数标的资产价格的特征函数。则执行价格为 K 、剩余期限为 τ 的



欧式看涨期权为

$$C = S_t P_1 - K e^{-r\tau} P_2, \quad (2.3.5)$$

$$\text{其中 } P_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[\frac{e^{-i\phi \ln K} f(i\phi + 1)}{i\phi} \right] d\phi,$$

$$P_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[\frac{e^{-i\phi \ln K} f(i\phi)}{i\phi} \right] d\phi,$$

$\operatorname{Re}[\bullet]$ 表示复变函数的实数部分, i 表示虚数单位,

$$f(\phi) = \exp(A(t; \tau, \phi) + B(t; \tau, \phi) \sigma_{t+1}^2 + i\phi \ln S_t),$$

$$A(t; \tau, \phi) = A(t+1; \tau-1, \phi) + i\phi r + B(t+1; \tau-1, \phi) - \frac{1}{2} \ln[1 - 2\alpha B(t+1; \tau-1, \phi)],$$

$$B(t; \tau, \phi) = i\phi \left(\gamma - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \gamma^2 + \beta B(t+1; \tau-1, \phi) + \frac{(i\phi - \gamma)^2}{2 - 4\alpha B(t+1; \tau-1, \phi)},$$

且需满足边界条件 $A(T; 0, \phi) + B(T; 0, \phi) = 0$, A 、 B 为 α 、 β 、 γ 、 ω 的函数, 并由上述两式递归得到。

下面我们建立使用 Eviews 软件分析得出的 GARCH(1,1) 模型:

记 R_t 为标的资产对数收益率, 即 $R_t = \ln(S_t/S_{t-1})$ 。

$$R_t = \gamma R_{t-2} + \varepsilon_t, \quad (2.3.6)$$

$$\varepsilon_t | \phi_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2), \quad (2.3.7)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta \sigma_{t-1}^2 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2, \quad (2.3.8)$$

其中 ϕ_{t-1} 为 $t-1$ 时刻的所有信息集合, ε_t 称为残差。

称 (2.3.6) 式为 (条件) 均值方程, 称 (2.3.7) 式为 (条件) 方差方程。

2.4 SV 模型

Hull and White(1987), Scott(1987), Stein and Stein(1991)^[20], Heston(1993), Ball and Roma(1994)^[21]等提出了基于经典 B-S 模型发展出的各种类型的随机波动率模型 (the stochastic volatility model, 简称 SV 模型)。在研究初期, 因模型的估计方法和技术的限制, 造成它的适用性不足, 表现逊色于 GARCH 类模型。但是随着相关领域方法和技术的发展, SV 模型的估计方法有了很大的发展, 目前已经成为应用最广泛的模型之一。

SV 模型在假设标的资产价格服从布朗运动的基础上, 将波动率视为一个随机过程。其中 Heston(1993)在前人的基础上, 放宽了资产收益与波动率的相关系数和



波动率风险溢价不为零的假设条件，引入均值回复平方根过程，并以此来刻画标的资产收益的波动率的变动，更重要的是得到了其它一些SV模型所不具备的期权价格的解析解。这些都使得 Heston(1993)提出的SV模型在计算上相对便捷和稳定。

我们假设 t 时刻的标的资产价格 S_t （以下简记为 S ）和方差 v_t （以下简记为 v ）分别服从如下扩散过程：

$$dS = \mu S dt + \sqrt{v} S dW_t^1, \quad (2.4.1)$$

$$dv = \kappa[\hat{\theta} - v]dt + \delta\sqrt{v}dW_t^2, \quad (2.4.2)$$

其中 $\hat{\theta}$ 为波动率的长期均值， κ 是 $\hat{\theta}$ 的调整速度， δ 是波动率的波动率；而 W_t^1 、 W_t^2 为 Wiener 过程，它们之间的相关系数记为 ρ ，

$$\text{Cov}(dW_t^1, dW_t^2) = \rho dt. \quad (2.4.3)$$

欧式看涨期权价值 $C(S, v, t)$ 须满足如下偏微分方程：

$$\frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + \rho\delta vS\frac{\partial^2 C}{\partial S\partial v} + \frac{1}{2}\delta^2 v\frac{\partial^2 C}{\partial v^2} + rS\frac{\partial C}{\partial S} + [\kappa(\hat{\theta} - v) - \lambda]\frac{\partial C}{\partial v} + \frac{\partial C}{\partial t} - rC = 0, \quad (2.4.4)$$

其中 $\lambda = \lambda(S, v, t)$ 表示标的资产波动率的风险价值。

满足 (2.4.4) 式的具有执行价格为 K 、到期日为 T 的欧式看涨期权需要满足如下几条边界条件：

$$C(S, v, T) = \max(S - K, 0), \quad (2.4.5)$$

$$C(S, \infty, t) = S, \quad (2.4.6)$$

$$C(0, v, t) = 0, \quad (2.4.7)$$

$$\frac{\partial C(\infty, v, t)}{\partial S} = 1, \quad (2.4.8)$$

$$rS\frac{\partial C(S, 0, t)}{\partial S} + \kappa\hat{\theta}\frac{\partial C(S, 0, t)}{\partial v} - rC(S, 0, t) + \frac{\partial C(S, 0, t)}{\partial t} = 0. \quad (2.4.9)$$

在风险中性测度下，记 $\kappa = \hat{\kappa} + \lambda$ ， $\theta = \frac{\kappa\hat{\theta}}{\hat{\kappa} + \lambda}$ ，Heston(1993)得出的欧式看涨期权定价公式为：

$$C(S, v, t) = SP_1 - Ke^{-rt}P_2, \quad (2.4.10)$$

$$\text{其中 } P_j = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[\frac{e^{-i\phi \ln k} f_j(x, v, \tau; \phi)}{i\phi} \right] d\phi, \quad j=1, 2.$$

$\text{Re}[\bullet]$ 表示被积函数的实数部分， i 为虚数单位， $x = \ln(S)$ ，



$$f_j(x; \nu, \tau; \phi) = \exp[A(\tau; \phi) + B(\tau; \phi)\nu + i\phi x],$$

$$A(\tau; \phi) = i\tau\phi + \frac{a}{\delta^2}[(b_j - \rho\delta\phi i + h_j)\tau - 2\ln(\frac{1 - g_j e^{h_j \tau}}{1 - g_j})],$$

$$B(\tau; \phi) = \frac{b_j - \rho\delta\phi i + h_j}{\delta^2}(\frac{1 - e^{h_j \tau}}{1 - g_j e^{h_j \tau}}),$$

$$g_j = \frac{b_j - \rho\delta\phi i + h_j}{b_j - \rho\delta\phi i - h_j},$$

$$h_j = \sqrt{(\rho\delta\phi i - b_j)^2 - \delta^2(2u_j\phi i - \phi^2)},$$

$$u_1 = \frac{1}{2}, \quad u_2 = -\frac{1}{2}, \quad a = \kappa\theta, \quad b_1 = \kappa - \rho\delta, \quad b_2 = \kappa.$$



3. 数据介绍及选取

3.1 上证 50ETF 期权概述

2004年1月2日,上交所编制发布了上证 50 指数。它主要由上海证券市场中具有较大的规模和较好的流动性的 50 支最具代表性的股票组成样本股(包括中国平安、中信证券、中国建筑、招商银行、伊利股份、上汽集团、保利地产等),涉及金融、保险、食品、医药、房地产、汽车制造等众多行业。自其建立以来,主要作为金融衍生工具的基础投资指数。上证 50 指数交易良好、运行规范,能较好地反映上海证券市场的综合变动情况。

2005年2月23日,上证 50ETF(华夏上证 50ETF)上市。它是基于上证 50 指数的交易型开放式指数基金。其作用在于跟踪上证 50 指数,达到精确跟踪、减小误差的目的。上证 50ETF 在市场上有着良好的流动性,早已作为融资融券标的,且具有做空机制,能有效抑制恶性投机造成的价格大幅波动。

2015年2月9日,上海证券交易所正式推出了上证 50ETF 期权。它是以上证 50ETF 为标的物的股指期货,是我国证券市场的第一个股指期货产品,填补了我国证券交易所期权产品的一大空白。上证 50ETF 期权属于欧式期权,类型分为看涨期权(认购期权)和看跌期权(认沽期权)。期权合约到期月份设定了四个月份,分别为当月、下月和之后最近的两个季月。因为是欧式期权,所以期权的行权日就是期权合约的最后交易日,并规定为期权合约到期月份的第四个星期三(遇法定节假日顺延)。

截止 2015 年底,上市不到一年时间的上证 50ETF 期权成交总值就达到了 5910 亿^①,交易总量为 23269976 张,包括 13209548 张看涨期权成交量和 10060428 张看跌期权^②。这些都充分反映了我国期权市场的活跃程度和需求。

3.2 上证 50ETF 期权数据选取

上证 50ETF 期权自 2015 年 2 月 9 日上市,至 2015 年 12 月 25 日,共有 215 个交易日,期权合约日交易数据共 28590 个。

为了更有效地进行期权定价实证分析,下面将对上述区间上的数据进行筛选处理。

1) 本文仅研究分析上证 50ETF 看涨期权。上证 50ETF 期权属于欧式期权,看涨期权和看跌期权之间符合 the put-call parity(看涨-看跌期权平价关系)。Bakshi,

① 数据来源于《上海证券交易所股票期权市场发展报告(2015)》。

② 数据来源于上交所官网。



Cao and Chen(1997)也已证实,具有相同 K 和 τ 的看涨期权和看跌期权会出现一致的波动率倾斜状态、会具有一致的定价误差水平。

2) 考虑到期权刚上市时期由于市场参与者较少、流动性不足等可能会对实证结果产生影响,在对上证 50ETF 期权合约成交量进行数据统计^①后发现,期权刚上市时期的合约成交量偏少,故本文采用的上证 50ETF 期权数据的时间段为 5 月至 12 月,共八个月。具体选取的样本区间的时间段为 2015 年 5 月 5 日至 2015 年 12 月 25 日,共 161 个交易日。

3) 为了保证数据的有效性,剔除无交易的期权数据,即剔除交易量为 0 的数据。

4) 期权在到期日前的最后交易时间段可能会出现由投机等行为带来的异常交易现象,或者在此时间段可能会显著缺乏流动性,因此剔除剩余期限少于 7 天的期权数据(本文所使用的期权数据的剩余期限采用的是交易日)。

5) 剔除不满足 (3.2.1) 式套利限制的期权数据,

$$C(t, \tau) \geq \max(S_t - Ke^{-r\tau}, 0)。 \quad (3.2.1)$$

经过上述数据处理后,我们最终得到了 9314 个看涨期权数据。

3.3 数据分类

将筛选出的 9314 个看涨期权数据作为样本。无风险利率 r 参考 2015 年的 Shibor 1M (2015 年上海银行间同业拆借 1 个月利率)^②。根据看涨期权的在值程度 S/K 和剩余期限 τ 分别将样本数据分类。

按看涨期权的在值程度 S/K 分为如下五类:

- (1) 深度虚值期权 (Deep Out of The Money, 简称 DOTM) $S/K < 0.85$;
- (2) 虚值期权 (Out of The Money, 简称 OTM) $0.85 \leq S/K < 0.95$;
- (3) 平值期权 (At The Money, 简称 ATM) $0.95 \leq S/K < 1.05$;
- (4) 实值期权 (In The Money, 简称 ITM) $1.05 \leq S/K < 1.15$;
- (5) 深度实值期权 (Deep In The Money, 简称 DITM) $S/K \geq 1.15$ 。

按期权的剩余期限 τ 分为如下三类:

- (1) 短期期权 (Short Term, 简称 STerm) $\tau < 60$;

^①数据来源于上交所官网。

^②数据来源于东方财富网数据中心。



- (2) 中期期权 (*Middle Term*, 简称 *MTerm*) $60 \leq \tau < 120$;
 (3) 长期期权 (*Long Term*, 简称 *LTerm*) $\tau \geq 120$ 。

3.4 数据分析

我们对筛选出的上证 50ETF 期权数据进行简单地统计分析, 并将结果列于表 3.1 和表 3.2。

表 3.1 上证 50ETF 期权数据

Call		τ			total	
		$STerm$	$MTerm$	$LTerm$		
		<60	60–120	≥ 120		
S/K	$DOTM$	<0.85	0.0115	0.0504	0.1008	0.0346
			(1164)	(758)	(224)	(2146)
			{12.50%}	{8.14%}	{2.40%}	{23.04%}
	OTM	0.85–0.95	0.0535	0.1218	0.2002	0.1041
			(1061)	(770)	(417)	(2248)
			{11.39%}	{8.27%}	{4.48%}	{24.14%}
	ATM	0.95–1.05	0.1221	0.2263	0.2835	0.1836
			(1352)	(703)	(523)	(2587)
			{14.52%}	{7.55%}	{5.71%}	{27.78%}
	ITM	1.05–1.15	0.2822	0.3554	0.3823	0.3288
			(654)	(523)	(308)	(1485)
			{7.02%}	{5.62%}	{3.31%}	{15.94%}
	$DITM$	≥ 1.15	0.6681	0.7258	0.4601	0.6846
			(357)	(437)	(54)	(848)
			{3.83%}	{4.69%}	{0.58%}	{9.10%}
total		0.1435	0.2489	0.2603	0.1988	
		(4588)	(3191)	(1535)	(9314)	
		{49.26%}	{34.26%}	{16.48%}	{100.00%}	

注: 表 3.1 列出了看涨期权平均价格 (保留小数点后四位), 小括号列出的是相应分组包含的数据量, 大括号列出的是相应分组包含的数据量占总样本数据量的百分比 (保留小数点后两位)。



表 3.2 隐含波动率

Call			τ			total
			$STerm$	$MTerm$	$LTerm$	
			<60	60--120	≥ 120	
S/K	$DOTM$	<0.85	0.4762	0.4027	0.3952	0.4418
	OTM	0.85--0.95	0.3986	0.3529	0.3680	0.3773
	ATM	0.95--1.05	0.3428	0.3478	0.3378	0.3431
	ITM	1.05--1.15	0.3686	0.3320	0.3034	0.3422
	$DITM$	≥ 1.15	0.5943	0.4318	0.2746	0.4902
total			0.4128	0.3710	0.3453	0.3873

注：隐含波动率均保留小数点后四位。

为了更好地观察样本内期权数据隐含波动率的变动情况，我们将表 3.2 列出的隐含波动率按短期、中期、长期和全样本分别由图 3.1 至图 3.4 展示。观察图 3.1 至图 3.4，我们可以明显看到，无论是短期、中期、长期还是全样本，隐含波动率由深度虚值到深度实值均出现了波动率“微笑”或偏斜现象。

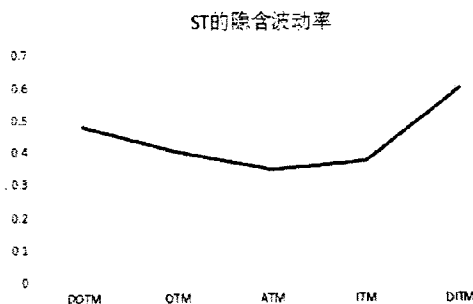


图 3.1 短期期权的隐含波动率

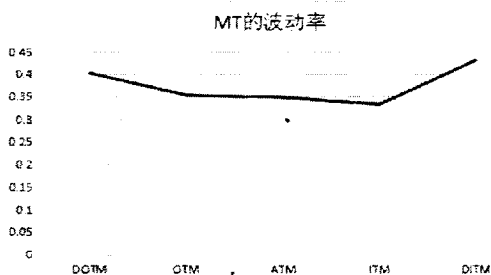


图 3.2 中期期权的隐含波动率

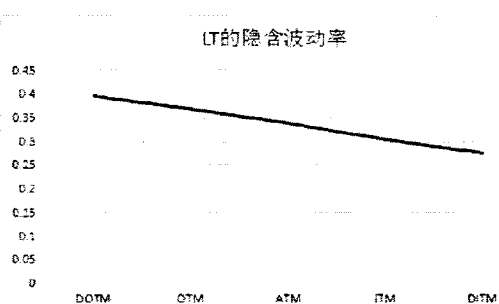


图 3.3 长期期权的隐含波动率

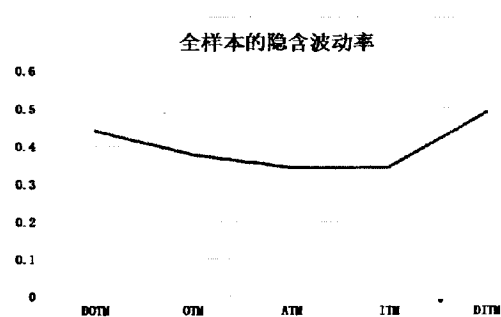


图 3.4 全样本的隐含波动率



4. 参数估计

在应用期权定价模型时，现货波动率和结构参数是未知的，且不能简单地由观察得到。这也是应用期权定价模型的难点。故本节我们着手解决各个期权定价模型的参数估计问题。

对第3节筛选出的样本数据，按样本数据所包含的交易日进行分组，同一交易日中的数据分为一组。若某一交易日中包含的数据个数小于5（包含参数最多的SV模型的参数个数），则将这一交易日数据与邻近的交易日数据合并。记每组中的期权数据量为 n ，分的组数为 N 。

4.1 AHBS模型的参数估计

用(2.2.1)式对每个数据组内的所有期权数据估计模型的期权隐含波动率 σ_a 和参数集合 ϕ_a ，即

$$\phi_a = \{a_0, a_1, a_2\}. \quad (4.1.1)$$

1) 使用无风险利率 r 、每个期权相应的剩余期限 τ 、在值程度 S/K 和期权价格 C ，利用B-S公式(2.1.13)分别反解出各个期权的隐含波动率；

2) 采用最小二乘法估计(2.2.1)式中的参数 a_0 、 a_1 、 a_2 ，具体的估计过程由Matlab软件实施；

3) 将2)中估计出的参数 a_0 、 a_1 、 a_2 带入到(2.2.1)式，得到AHBS模型波动率的估计函数；

4) 将每个期权的在值程度带入3)中得到的波动率估计函数中，得到各个期权的隐含波动率，即为AHBS模型的期权隐含波动率 σ_a 。

4.2 GARCH模型的参数估计

与筛选出的期权样本数据的区间一致，选取2015年5月5日至2015年12月15日共161个交易日的标的资产上证50ETF的数据作为参数估计的样本。具体的参数估计的实施过程借助了Eviews软件，GARCH模型的参数集合记为 ϕ_g ，即

$$\phi_g = \{\omega, \beta, \alpha, \gamma\}. \quad (4.2.1)$$

1) 计算标的资产日对数收益率（下文简称为收益率），记为 R_t ，

$$R_t = \ln(S_t/S_{t-1}). \quad (4.2.2)$$

对收益率进行基本的统计分析，结果见图4.1。



由图 4.1 可以看出，标的收益率呈现出异于正态分布的“尖峰厚尾”现象。标的收益率序列的均值为-0.001589，标准差为 0.028156，最大值为 0.080912，最小值为-0.105165，两者相差 0.186077。偏度为-0.52436，负值说明标的收益率序列的分布有较长的左拖尾现象；峰度为 5.272551，大于 3（正态分布的峰度值），说明标的收益率序列的分布具有尖峰现象。J-B 统计量为 42.02304，其 P 值为 0，拒绝标的收益率序列的分布服从正态分布的原假设，说明标的收益率序列的分布不服从正态分布。

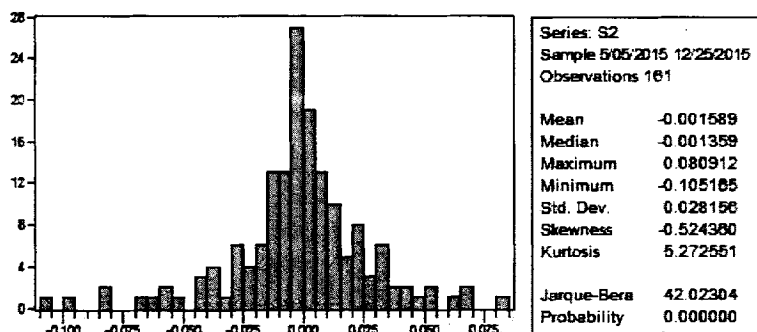


图 4.1 收益率的基本统计分析图

2) 采用 ADF 单位根检验法，检验标的收益率序列的平稳性，检验结果见图 4.2。

由图 4.2 可以看出，t 统计量的值为-10.59097，小于各临界值，其 P 值为 0，拒绝标的收益率序列有单位根的原假设，说明标的收益率序列不存在单位根，序列平稳。

Null Hypothesis: S2 has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.59097	0.0000
Test critical values:		
1% level	-4.016806	
5% level	-3.438334	
10% level	-3.143451	

图 4.2 标的收益率序列 ADF 单位根检验结果

3) 对收益率序列进行相关性检验。由 Eviews 软件计算出的标的收益率序列滞



后 36 阶的 AC 和 PAC、Q 统计量及其 P 值综合分析可确定均值方程：

$$R_t = \gamma R_{t-2} + \varepsilon_t, \quad (4.2.3)$$
$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)。$$

4) 生成标的收益率的残差，残差绝对值序列图见图 4.3。

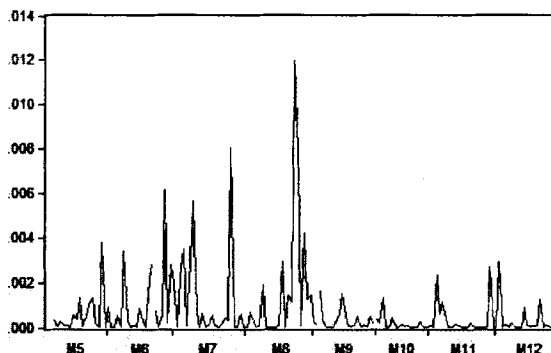


图 4.3 标的收益率残差绝对值序列图

由图 4.3 可以看出，较大的波动后面跟着较大的波动，较小的波动后面跟着较小的波动，说明波动具有“集聚效应”，收益率序列表现出一定的 ARCH 效应。

5) 建立 GARCH(1,1) 模型，得参数估计结果，见图 4.4，由此可得方差方程：

$$\sigma_t^2 = 0.000152 + 0.194961\varepsilon_{t-1}^2 + 0.610355\sigma_{t-1}^2, \quad (4.2.4)$$

其中参数 $\alpha = 0.194961 > 0$ 、 $\beta = 0.610355 > 0$ ，且 $\alpha + \beta = 0.805316 < 1$ ，均满足模型条件。

Variance Equation				
C	0.000152	9.06E-05	1.676627	0.0936
RESID(-1)^2	0.194961	0.089368	2.181556	0.0291
GARCH(-1)	0.610355	0.189334	3.223702	0.0013

图 4.4 GARCH(1,1)模型方差方程参数估计结果

6) 求条件方差 σ_t^2 。GARCH 模型的条件方差 σ_t^2 不作为模型参数进行估计，而是使用 Eviews 软件迭代计算得到。



4.3 SV模型的参数估计

1) 记第 t 个期权数据组剩余期限为 τ 、执行价格为 K 的期权的实际市场价格为 $C_i(t, \tau, K)$ ，模型价格为 $C_i^*(t, \tau, K)$ ， $i=1, 2, \dots, n$ 。令

$$\varepsilon_i(\phi_t) = C_i^*(t, \tau, K) - C_i(t, \tau, K), \quad (4.3.1)$$

$$\min_{\phi_t} \sum_{i=1}^n [\varepsilon_i(\phi_t)]^2, \quad t=1, 2, \dots, N \quad (4.3.2)$$

估计满足 (4.3.2) 式的参数集合 ϕ_t ，SV 模型参数的含义见表 4.1，

$$\phi_t = \{\kappa, \theta, \nu, \omega, \rho\}. \quad (4.3.3)$$

2) 对样本中全部 N 个数据组重复上述工作，估计出每个数据组的参数。

3) 对于 1) 中用非线性最小二乘法估计模型参数的问题，本文采用了 Matlab 软件中的 *lsqnonlin(fun, x0, lb, ub)* 函数对参数进行校准，Matlab 程序见附录。

但使用该方法估计参数存在一个问题，即使用该方法估计得到的参数一般都是局部最优值。目前我们没有找到非常有效的方法从局部最优值中得到全局最优值，但为了尽量使局部最优值趋近全局最优值，我们设立了多个不同的初始值进行参数校准，然后在得到的校准后的参数中选出最优的估计值作为模型的参数估计值。在实际操作中，我们对比了基于不同初始值得到的参数值估计的模型价格，基本上都达到了一致的定价误差结果。

为了保证实证分析的严谨性，我们进一步检验了估计得到的参数的稳定性。将首次估计得到的参数值作为初始值，对该组数据进行估计，并一直重复这一过程，直到估计的参数值基本稳定。在实际操作中，估计的参数值在 5-10 次重复后达到基本稳定。稳定后的参数值与首次估计得到的参数值在模型定价上没有较大的差异。考虑到计算负担和时间成本，我们对所有数据组统一选取重复估计 5 次后的参数值作为最终的模型参数估计值。

表 4.1 SV 模型参数的含义

参数	含义
ν	标的资产的方差
δ	波动率的波动率
θ	波动率的均值
κ	波动率均值的回复速度
ρ	标的资产对数收益率和波动率之间的相关系数



4.4 模型的参数估计结果

对于全样本, 因 GARCH 模型构建时产生了 2 阶滞后, 导致最初两个交易日 (数据组) 的参数值数据缺失, 故我们最终得到了 159 组参数估计值。本文仅列出各模型 5 月 7 日的参数估计值和基于全样本模型参数估计的均值, 分别见表 4.2 和表 4.3。

表 4.2 模型 5 月 7 日的参数估计值

models	parameters				
B-S	σ				
	0.463133				
AHBS	a_0	a_1	a_2		
	1.107530	-1.354422	0.689369		
GARCH	ω	β	α	γ	
	0.000152	0.610355	0.194961	-0.216213	
SV	ν	κ	θ	δ	ρ
	0.272603	11.075957	0.204496	4.418568	0.028732

注: 参数估计值均保留小数点后六位。

表 4.3 基于全样本模型参数估计的均值

models	parameters				
B-S	σ				
	0.386889				
AHBS	a_0	a_1	a_2		
	1.543408	-2.101433	0.902269		
GARCH	ω	β	α	γ	
	0.000152	0.610355	0.194961	-0.216213	
SV	ν	κ	θ	δ	ρ
	0.157909	7.176458	0.214191	1.879223	0.473965

注: 参数估计值均保留小数点后六位。



5. 期权定价模型实证分析

以下我们从样本内拟合定价误差和样本外预测定价误差两个方面对 B-S 期权、AHBS 期权、GARCH 期权和 SV 期权等四个期权定价模型进行实证比较分析。

实证分析结果将基于以下四个常用定价误差测量标准：

(1) 平均绝对误差 (*mean absolute error* , 简称 *MAE*)

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\varepsilon_n|,$$

(2) 平均相对误差 (*mean percentage error* , 简称 *MPE*)

$$MPE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\frac{\varepsilon_n}{C_n} \right),$$

(3) 平均绝对相对误差 (*mean absolute percentage error* , 简称 *MAPE*)

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\frac{|\varepsilon_n|}{C_n} \right),$$

(4) 均方误差 (*mean squared error* , 简称 *MSE*)

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varepsilon_n^2,$$

其中 $\varepsilon_n = C_n^* - C_n$, C_n^* 表示模型估计的看涨期权的价格, C_n 表示市场实际的看涨期权的价格。

MAE 和 *MAPE* 注重测量定价误差的大小, *MPE* 注重测量定价误差的方向, *MSE* 注重测量定价误差的幅度。

5.1 样本内拟合定价误差

本节我们将在第 4 节参数估计的基础上, 用估计的每个交易日的期权定价模型的参数确定当日模型的期权价格, 并用得到的模型期权价格与当日市场实际期权价格进行对比, 计算各模型的期权定价误差。

用 Matlab 软件计算定价误差, Matlab 程序见附录。下文表 5.1 至表 5.4 列出了各模型的样本内拟合定价误差结果。

1) 全样本, 表 5.1 第 8 列列出了各模型定价误差结果。

在 *MAE* 标准下, SV 模型的结果是最好的, AHBS 模型次之, B-S 模型第三, GARCH 模型的结果最差。

在 *MAPE* 标准下, AHBS 模型的结果是最好的, B-S 模型次之, SV 模型第三,



GARCH模型的结果最差。

由 MPE 可以看出, B-S 模型和 GARCH 模型低估了期权价格, AHBS 模型和 SV 模型高估了期权价格。

由 MSE 可知, SV 模型的定价误差振幅最小, 不到万分之一, GARCH 模型的定价误差振幅最大, 超过了百分之一。

2) 全样本按在值程度分类, 表 5.1 第 3 列至第 7 列列出了各模型定价误差结果。

在 MAE 标准下, 五类在值程度中, SV 模型的结果都是最好的, GARCH 模型的结果最差; 在深度实值期权和深度虚值期权中, B-S 模型排第二, 优于 AHBS 模型, 在实值、平值和虚值期权中, 结果相反, AHBS 模型排第二, 优于 B-S 模型。

在 $MAPE$ 标准下, 在深度虚值期权中, AHBS 模型的结果是最好的, B-S 模型次之; 在虚值期权中, AHBS 模型的结果是最好的, 随后是 SV 模型; 在平值、实值和深度实值期权中, SV 模型的结果都是最好的, AHBS 模型次之; GARCH 模型不仅结果最差, 在虚值和深度虚值期权中误差几乎达到了 100%, 这也说明在虚值和深度虚值期权中 GARCH 模型估计的期权价格几乎均为 0, 无法起到定价拟合的效果, 这种情况随着在值程度的改变, 由虚值到实值逐渐变好。

由 MPE 可以看出, B-S 模型除了在深度虚值期权低估了期权价格, 其他情况下都高估了期权价格; AHBS 模型除了和平值期权低估了期权价格, 其他情况下都高估了期权价格; SV 模型除了在深度实值期权低估了期权价格, 其他情况下都高估了期权价格; GARCH 模型均低估了期权的价格。

由 MSE 可知, SV 模型的定价误差振幅最小, GARCH 模型的定价误差振幅最大。

3) 全样本按剩余期限分类, 表 5.2 至表 5.4 的第 8 列列出了各模型定价误差结果。

在 MAE 标准下, 在三类剩余期限中, SV 模型的结果都是最好的, AHBS 模型次之, B-S 模型第三, GARCH 模型的结果最差。

在 $MAPE$ 标准下, 在短期期权中, AHBS 模型的结果最好, B-S 模型次之; 在中期期权中, SV 模型的结果最好, B-S 模型次之; 在长期期权中, SV 模型的结果最好, AHBS 模型次之; 随着剩余期限的增长, SV 模型和 B-S 模型的定价精度都逐渐增强。

由 MPE 可以看出, 在短期期权中, B-S 模型、AHBS 模型和 GARCH 模型都低估了期权价格, 仅 SV 模型高估了期权价格; 在中期期权中, B-S 模型和 GARCH 模型低估了期权价格, 而 AHBS 模型和 SV 模型高估了期权价格; 在长期期权中, 仅 GARCH 模型低估了期权价格, B-S 模型、AHBS 模型和 SV 模型都高估了期权价



格：

由 MSE 可知，SV 模型的定价误差振幅最小，均在万分之一左右。

4) 短期期权子样本按在值程度分类，表 5.2 的第 3 列至第 7 列列出了各模型定价误差结果。

在 MAE 标准下，在深度虚值期权和深度实值期权中，AHBS 模型的结果都是最好的，SV 模型次之；在虚值期权、平值期权和深度实值期权中，结果相反，SV 模型的结果都是最好的，AHBS 模型次之；在五类在值程度中，B-S 模型和 GARCH 模型分别排第三和第四。

在 $MAPE$ 标准下，在深度虚值、平值和实值期权中，SV 模型的结果最好，AHBS 模型次之；在虚值期权中，AHBS 模型的结果最好，B-S 模型次之；在深度实值期权中，AHBS 模型的结果最好，SV 模型次之；在五类在值程度中，GARCH 模型的结果都是最差的，和全样本情况一样，GARCH 模型在虚值和深度虚值期权中误差

表 5.1 全样本样本内拟合定价结果

		<0.85	0.85-0.95	0.95-1.05	1.05-1.15	>=1.15	all
MAE	B-S	0.008119	0.011830	0.018776	0.025799	0.013378	0.015896
	AHBS	0.008449	0.008747	0.011970	0.013248	0.019982	0.011278
	GARCH	0.034553	0.103389	0.140677	0.085939	0.046423	0.089898
	SV	0.002776	0.004854	0.006208	0.009519	0.011914	0.006108
MAPE	B-S	0.525931	0.152846	0.125239	0.084925	0.033985	0.211006
	AHBS	0.379066	0.123807	0.070095	0.038957	0.027689	0.146530
	GARCH	1.000000	0.999751	0.780347	0.233301	0.071224	0.735446
	SV	0.686618	0.132143	0.042666	0.030212	0.018064	0.210473
MPE	B-S	-0.438529	0.015123	0.106244	0.075604	0.014964	-0.055863
	AHBS	0.100697	0.013510	-0.013779	0.000602	0.012408	0.024131
	GARCH	-1.000000	-0.999750	-0.780347	-0.233301	-0.071224	-0.735446
	SV	0.179079	0.030334	0.002149	0.010396	-0.000678	0.051322
MSE	B-S	0.000200	0.000387	0.000700	0.001158	0.000880	0.000596
	AHBS	0.000225	0.000207	0.000306	0.000364	0.001038	0.000337
	GARCH	0.004072	0.018512	0.028997	0.013378	0.004083	0.015970
	SV	0.000022	0.000048	0.000075	0.000167	0.000287	0.000089



几乎达到了 100%，这也说明在虚值和深度虚值期权中 GARCH 模型估计的期权价格几乎均为 0，无法起到定价拟合的效果，这种情况随着在值程度的改变，由深度虚值到深度实值逐渐变好，在深度实值期权时，定价误差降到了 5% 以下；随着在值程度的改变，由深度虚值期权到深度实值期权，B-S 模型、AHBS 模型和 GARCH 模型的定价精度越来越精确，而 SV 模型除了在虚值期权中定价精度偏高，由深度虚值期权到深度实值期权的改变过程中，也出现了类似的情况，定价也越来越精确。

由 MPE 可以看出，B-S 模型在深度虚值期权、虚值期权和实值期权中低估了期权价格，在其它在值程度中高估了期权价格；AHBS 模型除了在实值期权高估了期权价格，在其他在值程度中低估了期权价格；SV 模型除了在深度实值期权低估了期权价格，在其他在值程度中高估了期权价格；GARCH 模型在五类在值程度中均低估了期权价格。

表 5.2 子样本（短期期权）样本内拟合定价结果

		<60					
		<0.85	0.85-0.95	0.95-1.05	1.05-1.15	>=1.15	all
MAE	B-S	0.004105	0.006565	0.012916	0.015554	0.011820	0.009462
	AHBS	0.001805	0.005664	0.007621	0.009632	0.009858	0.006119
	GARCH	0.011482	0.053344	0.088072	0.052013	0.027242	0.050691
	SV	0.001839	0.004222	0.005270	0.009097	0.010330	0.005058
MAPE	B-S	0.723684	0.187264	0.143272	0.067781	0.018168	0.282976
	AHBS	0.292408	0.167165	0.074015	0.035311	0.015149	0.142028
	GARCH	1.000000	0.999999	0.758494	0.166031	0.044773	0.740266
	SV	0.183620	0.232720	0.053964	0.034320	0.015858	0.380684
MPE	B-S	-0.717201	-0.021902	0.125470	0.055437	-0.009729	-0.145611
	AHBS	-0.196217	-0.021628	-0.000326	0.006392	-0.009028	-0.055412
	GARCH	-1.000000	-0.999999	-0.758494	-0.166031	-0.044773	-0.740266
	SV	0.304892	0.061320	0.009378	0.014665	-0.007578	0.096988
MSE	B-S	0.000043	0.000091	0.000256	0.000386	0.000279	0.000183
	AHBS	0.000170	0.000074	0.000110	0.000172	0.000191	0.000092
	GARCH	0.000772	0.005869	0.012035	0.005772	0.001864	0.006065
	SV	0.000009	0.000380	0.000053	0.000152	0.000208	0.000064



由 *MSE* 可知, *SV* 模型的定价误差振幅最小, *AHBS* 模型次之。

5) 中期期权子样本按在值程度分类, 各模型定价误差结果见表 5.3 的第 3 列至第 7 列。

在 *MAE* 标准下, 在五类在值程度中, *SV* 模型的结果都是最好的, *GARCH* 模型的结果最差; 在深度虚值期权和深度实值期权中, *B-S* 模型排第二, *AHBS* 模型第三; 在虚值期权、平值期权和实值期权中, *AHBS* 排第二, *B-S* 模型第三。

在 *MAPE* 标准下, 在五类在值程度中, *SV* 模型的结果都是最好的; 在深度虚值期权和深度实值期权中, *B-S* 模型排第二, *AHBS* 模型第三; 在虚值期权、平值期权和实值期权中, *AHBS* 排第二, *B-S* 模型第三; 在五类在值程度中, *GARCH* 模型的结果都是最差的, 和全样本情况一样, *GARCH* 模型在虚值和深度虚值期权中误差几乎达到了 100%, 无法起到定价拟合的效果, 这种情况随着在值程度的改变, 由深度虚值到深度实值逐渐变好, 在深度实值期权时, 定价误差降到了 10% 以下,

表 5.3 子样本 (中期期权) 样本内拟合定价结果

		60-120					
		<0.85	0.85-0.95	0.95-1.05	1.05-1.15	>=1.15	all
MAE	B-S	0.010674	0.012721	0.020511	0.029272	0.023866	0.018134
	AHBS	0.012046	0.008623	0.012858	0.014519	0.028479	0.013984
	GARCH	0.050396	0.121022	0.178845	0.102401	0.060544	0.105701
	SV	0.003477	0.004845	0.007056	0.009949	0.013322	0.006965
MAPE	B-S	0.301784	0.119678	0.100869	0.090771	0.036383	0.143536
	AHBS	0.503213	0.083800	0.057888	0.038987	0.036995	0.165430
	GARCH	1.000000	0.999853	0.806155	0.265866	0.088016	0.715952
	SV	0.109844	0.047337	0.033239	0.027998	0.018958	0.052330
MPE	B-S	-0.199836	0.024757	0.078200	0.081617	0.022071	-0.008547
	AHBS	0.466061	0.042049	-0.034535	-0.002168	0.027650	0.118016
	GARCH	-1.000000	-0.999853	-0.806155	-0.26587	-0.088016	-0.715952
	SV	0.032351	0.007170	-0.012618	0.008093	0.002244	0.008359
MSE	B-S	0.000228	0.000355	0.000713	0.001264	0.001026	0.000641
	AHBS	0.000217	0.000167	0.000315	0.000428	0.001780	0.000468
	GARCH	0.005731	0.020738	0.039728	0.016791	0.005524	0.018649
	SV	0.000027	0.000048	0.000097	0.000191	0.000366	0.000119



但和B-S模型、AHBS模型和SV模型低于5%的定价误差还是有一定的差距；随着在值程度的改变，由深度虚值期权到深度实值期权，B-S模型、AHBS模型和SV模型的定价误差也是越来越小。

由MPE可以看出，B-S模型除了在深度虚值期权中低估了期权价格，其它情况都高估了期权价格；AHBS模型在平值期权和实值期权中低估了期权价格，其它情况高估了期权价格；GARCH模型在五类在值程度中均低估了期权价格；SV模型除了在平值期权低估了期权价格，在其它情况下都高估了期权价格。

由MSE可知，SV模型的定价误差振幅最小，AHBS模型次之。

6)长期期权子样本按在值程度分类，表5.4的第3列至第7列列出了各模型定价误差结果。

在MAE和MAPE标准下，SV模型在五类在值程度中的结果都是最好的；B-S模型在深度虚值期权中排第二，而其余情况下均是AHBS模型排第二；值得一提的

表 5.4 子样本（长期期权）样本内拟合定价结果

		>=120					
		<0.85	0.85-0.95	0.95-1.05	1.05-1.15	>=1.15	all
MAE	B-S	0.020331	0.023614	0.031395	0.041080	0.052489	0.030374
	AHBS	0.030804	0.016847	0.021861	0.018565	0.017421	0.020999
	GARCH	0.100827	0.198343	0.224016	0.128245	0.056910	0.173643
	SV	0.005274	0.006486	0.007472	0.009669	0.010903	0.007449
MAPE	B-S	0.256817	0.126656	0.111610	0.110442	0.114387	0.136906
	AHBS	0.409276	0.087511	0.076278	0.046414	0.033970	0.120776
	GARCH	0.999999	0.998926	0.801792	0.317323	0.106490	0.761488
	SV	0.055738	0.033083	0.026395	0.025457	0.024940	0.032278
MPE	B-S	0.201849	0.091711	0.094442	0.107062	0.114387	0.112774
	AHBS	0.407219	0.050141	-0.020537	-0.00669	0.028276	0.066039
	GARCH	-0.999999	-0.998926	-0.801792	-0.317323	-0.106490	-0.761488
	SV	0.021818	-0.005690	0.003300	0.005459	0.019850	0.004622
MSE	B-S	0.000922	0.001204	0.001813	0.002569	0.003519	0.001731
	AHBS	0.001331	0.000621	0.000792	0.000651	0.000607	0.000790
	GARCH	0.015611	0.046644	0.057958	0.023325	0.006798	0.039847
	SV	0.000072	0.000076	0.000100	0.000160	0.000164	0.000104



是，在深度实值期权中，GARCH模型的定价精度第一次优于了B-S模型；除了深度实值情况下的B-S模型，随着在值程度的改变，由深度虚值期权到深度实值期权，四个模型的定价误差也是越来越小。

由MPE可以看出，B-S模型在五类在值程度中均高估了期权价格，GARCH模型均低估了期权价格；AHBS模型在平值期权和实值期权中低估了期权价格，其它情况下高估了期权价格；SV模型除了在虚值期权中低估了期权价格，其它情况下均高估了期权价格。

由MSE可知，SV模型的定价误差振幅最小，AHBS模型次之。

综合上述分析，在样本内拟合定价误差中，SV模型的结果最好，AHBS模型次之，B-S模型第三，GARCH模型最差，仅在深度实值期权中表现尚可。并且随着在值程度的改变，由深度虚值期权到深度实值期权，四个模型的定价误差从总体上来看也是越来越小。

5.2 样本外预测定价误差

模型的样本内拟合定价能力属静态效果，样本内拟合定价的结果可能会因为模型对数据过度拟合之类的潜在问题而导致偏差，不能只因样本内拟合定价能力而断言样本定价效果的优劣。为了排除这些问题，本文在样本内拟合的基础上继续在样本外考察模型的预测定价误差进而检验模型定价效果。

本节我们仍需用到第4节估计出的每个交易日（数据组）的期权定价模型的参数，将其记为第 t 个交易日的参数（ $t=1,2,\dots,N-1$ ），用第 t 个交易日的参数确定 $t+1$ 个交易日模型的期权价格，并用得到的模型期权价格与相应交易日的市场实际期权价格进行对比，计算各模型的期权价格定价误差。而对于GARCH模型，我们将用估计得到的第 t 个交易日的波动率计算第 $t+1$ 个交易日的模型期权价格。

用MATLAB软件计算定价误差，MATLAB程序见附录。下文表5.5至表5.8列出了各模型的样本外预测定价误差结果。

1)全样本，表5.5第8列列出了各模型定价误差结果。

在MAE标准下，SV模型的结果是最好的，AHBS模型次之，B-S模型第三，GARCH模型的结果最差。

在MAPE标准下，AHBS模型的结果是最好的，B-S模型次之，SV模型第三，GARCH模型的结果最差。

由MPE可以看出，B-S模型和GARCH模型低估了期权的价格，AHBS模型和SV模型高估了期权的价格。



由 MSE 可知, SV 模型的定价误差振幅最小, 不到万分之五, $GARCH$ 模型的定价误差振幅最大, 超过了百分之一。

2) 全样本按在值程度分类, 表 5.5 第 3 列至第 7 列列出了各模型定价误差结果。

在 MAE 标准下, 在五类在值程度中, SV 模型的结果都是最好的, $GARCH$ 模型的结果是最差的; 在深度实值期权和深度虚值期权中, $B-S$ 模型排第二, 优于 $AHBS$ 模型, 在实值、平值、虚值期权中, 结果相反, $B-S$ 模型排第三, 次于 $AHBS$ 模型。

在 $MAPE$ 标准下, 在深度虚值期权和虚值期权中, $AHBS$ 模型的结果是最好的, $B-S$ 模型次之; 在平值期权和实值期权中, SV 模型的结果都是最好的, $AHBS$ 模型次之; 在深度实值期权中, 仍然是 SV 模型的结果最好, 随后是 $B-S$ 模型; $GARCH$ 模型不仅结果最差, 在虚值和深度虚值期权中误差几乎达到了 100%, 无法起到定价拟合的效果, 这种情况随着在值程度的改变, 由虚值到实值逐渐变好, 在深度实值期权中, 定价误差降到了 10% 以下。

表 5.5 全样本样本外预测定价结果

		<0.85	0.85-0.95	0.95-1.05	1.05-1.15	>=1.15	all
MAE	B-S	0.008251	0.013318	0.021343	0.028792	0.021456	0.017506
	AHBS	0.009224	0.010760	0.014254	0.017062	0.024564	0.013561
	GARCH	0.034553	0.103191	0.140133	0.085843	0.046283	0.089668
	SV	0.005351	0.009099	0.012368	0.015335	0.017717	0.010858
MAPE	B-S	0.523156	0.174800	0.144478	0.095937	0.035390	0.223715
	AHBS	0.423531	0.157447	0.091390	0.052626	0.035615	0.174511
	GARCH	1.000000	0.999748	0.779865	0.233076	0.071074	0.737201
	SV	0.775114	0.180510	0.084192	0.049281	0.027051	0.259459
MPE	B-S	-0.429282	0.030183	0.117028	0.084143	0.013954	-0.04653
	AHBS	0.105500	0.033433	-0.003029	0.008158	0.010902	0.034287
	GARCH	-1.000000	-0.999748	-0.779865	-0.233076	-0.071074	-0.737201
	SV	0.175703	0.059473	0.016584	0.018142	-0.001810	0.063028
MSE	B-S	0.000202	0.000432	0.000849	0.001418	0.000918	0.000691
	AHBS	0.000231	0.000254	0.000419	0.000591	0.001330	0.000441
	GARCH	0.004072	0.018459	0.028792	0.013385	0.004097	0.015907
	SV	0.000082	0.000172	0.000366	0.000432	0.000644	0.000287



由 MPE 可以看出, B-S 模型除了在深度虚值期权中低估了期权价格, 其他情况下都高估了期权价格; AHBS 模型除了在平值期权中低估了期权价格, 其他情况下都高估了期权价格; SV 模型除了在深度实值期权中低估了期权价格, 其他情况下都高估了期权价格; GARCH 模型均低估了期权的价格。这与样本内拟合情况是一致的。

由 MSE 可知, SV 模型的定价误差振幅最小, GARCH 模型的定价误差振幅最大。

3) 全样本按剩余期限分类, 表 5.6 至表 5.8 的第 8 列列出了各模型定价误差结果。

在 MAE 标准下, 在三类剩余期限中, SV 模型的结果都是最好的, AHBS 模型次之, B-S 模型第三, GARCH 模型的结果最差。

在 $MAPE$ 标准下, 在短期期权中, AHBS 模型的结果最好, B-S 模型次之; 在中期期权中, SV 模型的结果最好, B-S 模型次之; 在长期期权中, SV 模型的结果

表 5.6 子样本（短期期权）样本内拟合定价结果

		<60					
		<0.85	0.85-0.95	0.95-1.05	1.05-1.15	>=1.15	all
MAE	B-S	0.004144	0.007831	0.015768	0.018752	0.012803	0.011102
	AHBS	0.002586	0.007485	0.010749	0.013018	0.012713	0.008329
	GARCH	0.011482	0.053271	0.087817	0.051780	0.027131	0.050543
	SV	0.002896	0.007038	0.010187	0.013391	0.012550	0.008179
MAPE	B-S	0.716403	0.219304	0.169664	0.079970	0.019933	0.299777
	AHBS	0.352916	0.214592	0.106900	0.049131	0.019795	0.181447
	GARCH	1.000000	0.999999	0.757971	0.165385	0.044558	0.742869
	SV	0.277138	0.286624	0.104562	0.0514683	0.019584	0.437737
MPE	B-S	-0.697856	0.001533	0.139372	0.063886	-0.007979	-0.131242
	AHBS	-0.199095	0.011461	0.015780	0.014160	-0.007350	-0.042915
	GARCH	-1.000000	-0.999999	-0.757971	-0.165385	-0.044558	-0.742869
	SV	0.284035	0.111263	0.031088	0.023293	-0.006392	0.111585
MSE	B-S	0.000053	0.000141	0.000383	0.000537	0.000316	0.000257
	AHBS	0.000035	0.000136	0.000232	0.000319	0.000300	0.000176
	GARCH	0.000771	0.005872	0.011999	0.005788	0.001885	0.006060
	SV	0.000029	0.000106	0.000199	0.000317	0.000283	0.000156



最好，AHBS模型次之；随着剩余期限的增长，SV模型和B-S模型的定价精度都逐渐增强。这与样本内拟合情况一致。

由MPE可以看出，在短期期权中，B-S模型、AHBS模型和GARCH模型都低估了期权价格，仅SV模型高估了期权价格；在中期期权中，B-S模型和GARCH模型低估了期权价格，而AHBS模型和SV模型高估了期权价格；在长期期权中，仅GARCH模型低估了期权价格，B-S模型、AHBS模型和SV模型都高估了期权价格。

由MSE可知，SV模型的定价误差振幅最小。

4)短期期权子样本按在值程度分类，表5.6的第3列至第7列列出了各模型定价误差结果。

在MAE标准下，在深度虚值期权和实值期权中，AHBS模型的结果都是最好的，SV模型次之；在虚值期权、平值期权和深度实值期权中，结果相反，SV模型的结

表 5.7 子样本（中期期权）样本内拟合定价结果

		60-120					
		<0.85	0.85-0.95	0.95-1.05	1.05-1.15	>=1.15	all
MAE	B-S	0.010825	0.014238	0.022840	0.031364	0.024811	0.019490
	AHBS	0.013922	0.010973	0.014448	0.018207	0.034191	0.016675
	GARCH	0.050396	0.120698	0.178234	0.101740	0.060158	0.105355
	SV	0.007294	0.010222	0.013753	0.016277	0.021717	0.012786
MAPE	B-S	0.310063	0.133557	0.113357	0.099074	0.038002	0.153689
	AHBS	0.545072	0.108608	0.068817	0.0516793	0.046234	0.188033
	GARCH	1.000000	0.999852	0.805691	0.264711	0.087557	0.717594
	SV	0.194449	0.096464	0.063567	0.047320	0.031038	0.096337
MPE	B-S	-0.190322	0.036941	0.087524	0.089199	0.018916	-0.000746
	AHBS	0.493810	0.053763	-0.027067	0.004335	0.023724	0.130457
	GARCH	-1.000000	-0.999852	-0.805691	-0.264711	-0.087557	-0.717594
	SV	0.059809	0.021085	-0.005769	0.014481	-0.000573	0.020619
MSE	B-S	0.000236	0.000399	0.000862	0.001506	0.001077	0.000731
	AHBS	0.000290	0.000231	0.000403	0.000628	0.002157	0.000601
	GARCH	0.005731	0.020655	0.039495	0.016642	0.005505	0.018561
	SV	0.000117	0.000215	0.000388	0.000498	0.000946	0.000371



果优于 AHBS模型；在五类在值程度中，B-S模型和 GARCH模型分别排第三和第四。

在 MAPE 标准下，在深度虚值期权、平值期权和深度实值期权中，SV模型的结果最好，AHBS模型次之；在虚值期权中，AHBS模型的结果最好，B-S模型次之；在实值期权中，AHBS模型的结果最好，SV模型次之；在五类在值程度中，GARCH模型的结果都是最差的，和全样本情况一样，GARCH模型在虚值和深度虚值期权中误差几乎达到了 100%，无法起到定价拟合的效果，这种情况随着在值程度的改变，由深度虚值到深度实值逐渐变好，在深度实值期权时，定价误差降到了 5%以下；随着在值程度的改变，由深度虚值期权到深度实值期权，B-S模型、AHBS模型和 GARCH模型的定价精度越来越精确，而SV模型除了在虚值期权中定价精度偏高，由深度虚值期权到深度实值期权的改变过程中，也出现了类似的情况，定价也越来越精确。

表 5.8 子样本（长期期权）样本内拟合定价结果

		≥120					
		<0.85	0.85-0.95	0.95-1.05	1.05-1.15	≥1.15	all
MAE	B-S	0.020880	0.025598	0.033568	0.044799	0.048374	0.032352
	AHBS	0.027823	0.018714	0.022929	0.023328	0.023234	0.022607
	GARCH	0.100827	0.197920	0.222950	0.128236	0.056910	0.172995
	SV	0.011528	0.012264	0.016092	0.017695	0.018643	0.014801
MAPE	B-S	0.240050	0.138051	0.1215590	0.122980	0.109167	0.143364
	AHBS	0.379188	0.102591	0.081794	0.061254	0.050784	0.126070
	GARCH	0.999999	0.998915	0.801421	0.317292	0.106490	0.760932
	SV	0.131313	0.066284	0.059625	0.048116	0.041987	0.069047
MPE	B-S	0.157716	0.090670	0.099207	0.116664	0.109092	0.109448
	AHBS	0.374292	0.051640	-0.019090	0.002382	0.024073	0.064017
	GARCH	-0.999999	-0.998915	-0.801421	-0.317292	-0.106490	-0.760932
	SV	0.004941	-0.001170	0.009263	0.013816	0.016555	0.006994
MSE	B-S	0.000864	0.001232	0.002017	0.003052	0.003350	0.001892
	AHBS	0.001049	0.000601	0.000917	0.001079	0.001286	0.000898
	GARCH	0.015611	0.046473	0.057403	0.023323	0.006798	0.039553
	SV	0.000244	0.000262	0.000765	0.000557	0.000544	0.000502



由 MPE 可以看出, B-S 模型和 AHBS 期权在深度虚值期权和深度实值期权中低估了期权价格, 在其它在值程度中高估了期权价格; SV 模型除了在深度实值期权中低估了期权价格, 在其它在值程度中均高估了期权价格; GARCH 模型在五类在值程度中均低估了期权价格。

由 MSE 可知, SV 模型的定价误差振幅最小, AHBS 模型次之。

5) 中期期权子样本按在值程度分, 表 5.7 的第 3 列至第 7 列列出了各模型定价误差结果。

在 MAE 和 $MAPE$ 标准下, 在五类在值程度中, SV 模型的结果都是最好的, 而 GARCH 模型的结果都是最差的; 在深度虚值期权中, B-S 模型排第二, AHBS 模型第三; 在其它在值程度中, AHBS 排第二, B-S 模型第三。仅考虑 $MAPE$, 在五类在值程度中, GARCH 模型的结果都是最差的, 和全样本情况一样, GARCH 模型在虚值和深度虚值期权中误差几乎达到了 100%, 无法起到定价拟合的效果, 这种情况随着在值程度的改变, 由深度虚值到深度实值逐渐变好, 在深度实值期权时, 定价误差降到了 10% 以下, 但和 B-S 模型、AHBS 模型、SV 模型低于 5% 的定价误差还是有一定差距的; 随着在值程度的改变, 由深度虚值期权到深度实值期权, B-S 模型、AHBS 模型和 SV 模型的定价误差也是越来越小。

由 MPE 可以看出, B-S 模型除了在深度虚值期权中低估了期权价格, 其它情况都高估了期权价格; AHBS 模型在平值期权中低估了期权价格, 其它情况高估了期权价格; GARCH 模型在五类在值程度中均低估了期权价格; SV 模型除了在平值期权和深度实值期权中低估了期权价格, 在其它情况下都高估了期权价格。

由 MSE 可知, SV 模型的定价误差振幅最小, AHBS 模型次之。

6) 长期期权子样本按在值程度分类, 表 5.8 的第 3 列至第 7 列列出了各模型定价误差结果。

在 MAE 和 $MAPE$ 标准下, SV 模型在五类在值程度中的结果都是最好的; B-S 模型在深度虚值期权中排第二, 而其余情况下均是 AHBS 模型排第二; 值得一提的是, 在深度实值期权中, GARCH 模型的定价精度优于了 B-S 模型; 除了实值期权中的 B-S 期权, 随着在值程度的改变, 由深度虚值期权到深度实值期权, 四个模型的定价误差也是越来越小。

由 MPE 可以看出, B-S 模型在五类在值程度中均高估了期权价格, GARCH 模型均低估了期权价格; AHBS 模型在平值期权中低估了期权价格, 其它情况下高估了期权价格; SV 模型除了在虚值期权中低估了期权价格, 其它情况下均高估了期权价格。



由 MSE 可知, SV 模型的定价误差振幅最小, $AHBS$ 模型次之。

综合上述分析, 在样本外预测定价误差中, SV 模型的结果最好, $AHBS$ 模型次之, $B-S$ 模型第三, $GARCH$ 模型最差, 仅在深度实值期权中表现尚可。并且随着在值程度的改变, 由深度虚值期权到深度实值期权, 四个模型的定价误差从总体上来看也是越来越小; 对于实值期权和深度实值期权, 随着剩余期限的减少, 四个模型的定价误差从总体上来看也是越来越小。

综合 5.1 节和 5.2 节的分析结果, 无论是样本内拟合定价误差还是样本外预测定价误差, SV 模型的定价误差都是最小的, 并且随着在值程度的改变, 由深度虚值期权到深度实值期权, 定价误差越来越小, 定价精度越来越高。 $AHBS$ 模型次之, 然后是 $B-S$ 模型, $GARCH$ 模型的结果最差。



6. 结论与展望

本文以我国证券市场上第一个股指期货产品——上证 50ETF 期权为研究对象，选取了其 2015 年看涨期权数据，进行数据处理后将得到的样本数据分别按在值程度和剩余期限进行分类。通过最小二乘法、非线性最小二乘法等方法，借助 Eviews 和 Matlab 等软件，对 B-S 模型、AHBS 模型、GARCH 模型和 SV 模型等四个模型进行了定价误差对比分析。结果发现，无论是样本内拟合还是样本外预测，SV 模型的定价结果最好，是现阶段最适合我国上证 50ETF 期权的定价模型，AHBS 模型和 B-S 模型次之，GARCH 模型的定价结果最差。

需要指出的是 SV 模型并没能完全拟合期权价格，仍存在一定偏差。由第 4 章的结果知，SV 模型中标的资产的收益率与其波动率的相关系数 ρ 大于 0，这说明标的资产上证 50ETF 的收益率与隐含波动率正相关，上证 50ETF 的收益率上涨时，我国期权市场的隐含波动率也具有上涨趋势；上证 50ETF 的收益率下降时，我国期权市场的隐含波动率也具有下降趋势。这也说明与美国、英国等一些成熟市场的情况相比，我国证券市场上具有较强的投机性。较强的投机行为对期权模型的定价精度也会造成一定不利影响。

关于我国期权定价的进一步研究还可以考虑引入带跳和带随机利率的期权定价模型以及投机行为。



参考文献

- [1] 约翰·赫尔著,王勇和索吾林译.期权、期货及其他衍生产品[M].北京:机械工业出版社,第八版,2011年9月.
- [2] 杨静,徐传胜和王朝旺.试析巴夏里埃的《投机理论》对数学的影响[J].自然科学史研究,2008年,第27卷,第1期:94—104.
- [3] 罗开位,侯振挺和李致中.期权定价理论的产生与发展[J].系统工程,2000年11月,第18卷第6期.
- [4] Fischer Black and Myron Scholes.The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy,1973,Volume 81,3:637-654.
- [5] Bernard Dumas, Jeff Fleming and Robert E.Whaley.Implied volatility functions: empirical tests[J].The Journal of Finance,December 1998 ,Volume 53, 6:2059-2106.
- [6] In Joon Kim and Sol Kim.Empirical comparison of alternative stochastic volatility option pricing models:Evidence from Korean KOSPI 200 index options market[J]. Pacific-Basin Finance Journal,2004,12:117-142.
- [7] Shivam Singh and Alok Dixit.Pricing performance of Ad-Hoc Black-Scholes Models vis-à-vis TSRV based Black-Scholes Model: evidences from indian options market[J].2014 Financial Markets & Corporate Governance Conference,2014,online at http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2388124##.
- [8] Steven L.Heston and Saikat Nandi.A closed-form GARCH option valuation model[J].Review of Financial Studies,2000,13:585-625.
- [9] Yung H. and H. Zhang . An empirical investigation of the GARCH option pricing model: hedging performance[J]. Journal of Futures Market, 2003,Volume 23, 12:1191-1207.
- [10] Steven L.Heston.A closed-form solutions for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options[J].Review of Financial Studies, 1993,6:327-343.
- [11] Gurdip Bakshi,Charles Cao and Zhiwu Chen.Empirical performance of alternative option pricing models[J].The Journal of Finance,1997,52:2003-2049.
- [12] Louis O. Scott.Pricing stock options in a jump - diffusion model with stochastic volatility and interest rates: applications of fourier inversion methods[J]. Mathematical Finance,1997,7:413-424.
- [13] 史树中.金融经济学十讲[M].上海:格致出版社&上海人民出版社,2011年11月.
- [14] 姜礼尚.期权定价的数学模型和方法[M].北京:高等教育出版社,2004年.



- [15] Tim Bollerslev. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1986, 31: 307-327.
- [16] Robert F. Engle and Chowdhury mustafa. Implied ARCH models from option prices[J]. Journal of Econometrics, 1992, 52: 289-311.
- [17] Jin Chuan Duan. The GARCH option pricing model[J]. Mathematical Finance, 1995, 5: 13-32.
- [18] Robert F. Engle. Autoregressive conditional Heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation[J]. Econometrica, 1982, 50: 987-1008.
- [19] James Brown and Ruel Churchill. Fourier series and boundary value problems[M]. New York: McGraw-Hill, 2011, 7th.
- [20] Elias M. Stein and Jeremy C. Stein. Stock price distributions with stochastic volatility : an analytic approach[J]. Review of Financial Studies, 1991, 4: 727-752.
- [21] Clifford A. Ball and Antonio Roma. Stochastic volatility option pricing[J]. Journal of Financial and Quantitative, December 1994, Volume 29, 4: 589-607.
- [22] John Hull and Alan White. The pricing of options on assets with stochastic volatilities[J]. The Journal of Finance, 1987, 42: 281-300.
- [23] Gurdip Bakshi and Dilip Madan. Spanning and derivative-security valuation[J]. Journal of Financial Economics, 2000, 55: 205-238.
- [24] Stephen J. Taylor. Modeling financial time series[M]. New York: John Wiley, Chichester, 1986.
- [25] 高铁梅. 计量经济分析方法与建模——eviews 应用及实例[M]. 北京: 清华大学出版社, 第一版, 2006 年 1 月.
- [26] Fabrice Douglas Rouah. The Heston Model and its Extensions in Matlab and C#[M]. New Jersey: Wiley, 2013.
- [27] J. Hull and W. Suo. A methodology for assessing model risk and its application to the implied volatility function model[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2002, 37: 297-318.
- [28] 张树德. MATLAB 金融计算与金融数据处理[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2008 年 3 月.
- [29] 雷英杰, 善文. 《MATLAB 遗传算法工具箱应用》[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2014 年.
- [30] 卓金武, 魏永生和秦健等. 《MATLAB 在数学建模中的应用》[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011 年.



附 录

Heston 模型参数估计和定价的主要 Matlab 程序:

```
global impvol; global K; global tau; global S0; global r;  
x0=[a1,a2,a3,s4,a5];  
lb = [0,0,0,0,-1];  
ub = [1,30,1,5,1];  
x = lsqnonlin(@costf2,x0,lb,ub);  
.  
hestonprice=zeros(length(T),1);  
for i1=1:length(T);  
sheston(1)=S0;  
vheston(1)=x(1); kappa=x(2); theta=x(3); vsigma=x(4);rho=x(5); simPath=0;  
hestonprice(i1)=HestonCall(shestong(1),K(i1),r,tau(i1),vheston(1),kappa,theta,vsigma,rh  
o,0);  
end
```

期权模型定价误差的主要 Matlab 程序:

```
realprice=data(:,5);  
T=data(:,7);  
BSprice=data(:,19);  
AHBSprice=data(:,21);  
GARCHprice=data(:,11);  
Hestonprice=data(:,13);
```

```
MAE=[sum(abs(BSprice-realprice))/length(T),sum(abs(AHBSprice-realprice))/length(T),  
sum(abs(GARCHprice-realprice))/length(T),sum(abs(Hestonprice-realprice))/length(T)];
```

```
MPE=[sum((BSprice-realprice)./realprice)/length(T),sum((AHBSprice-realprice)./realpri  
ce)/length(T),sum((GARCHprice-realprice)./realprice)/length(T),sum((Hestonprice-realp  
rice)./realprice)/length(T)];
```

```
MAPE=[sum(abs(BSprice-realprice)./realprice)/length(T),sum(abs(AHBSprice-realprice).  
/realprice)/length(T),sum(abs(GARCHprice-realprice)./realprice)/length(T),sum(abs(Hest  
onprice-realprice)./realprice)/length(T)];
```

```
MSE=[sum(power((BSprice-realprice),2))/length(T),sum(power((AHBSprice-realprice),  
2))/length(T),sum(power((GARCHprice-realprice),2))/length(T),sum(power((Hestonpric  
e-realprice),2))/length(T)];
```



致 谢

光阴易逝，在华师已经历了七个寒暑，三年的研究生学习生活也即将结束。非常感谢三年来谆谆教导的师长和共同学习的同学，让我能不断成长和进步。从着手准备到论文定稿，已是春去春来。期间遇到了许多高山和低谷，但在不断学习前进的过程中也得到了许多收获和锻炼。

我特别感谢我的导师何穗教授。从论文选题到遇到难点，从开题报告到论文修改，何老师都会认真地和我探讨相关内容，给我提出非常宝贵的意见，给与我极大的帮助。这一年何老师的身体状况特别不好，多次入院就医，但老师仍放不下我们这些学生，带着他一贯负责和严谨的态度，坚持在教育一线。从何老师身上，我学到了不仅是专业领域的知识，更有做人和治学的态度。

感谢谢民育老师、李波老师、陈应保老师、左国新老师等数统学院的各位老师，在数学和概论统计等专业知识上给与的教导。还要感谢何老师外请的李昶老师和陈刚老师，他们作为工作在金融一线领域的资深从业人员，更注重教授金融领域应用性的前沿知识，开阔我们的知识和眼界。

我还要感谢我的同门们，梅小林、奚小红、沈洁、任金锋等，还有同专业的同学黄蓉、李小妹等三年来共同学习和进步，在写论文的过程中，虽然大家选的论文方向都不一样，但是遇到问题还是能一起讨论，开拓思维。

最后，谨向参与此次论文评审和答辩的专家老师们致以深深的敬意和衷心的感谢！

曹睿成

2016年5月于华师南湖