

1. 随机变量 X 服从 $[0,1]$ 上的均匀分布。设 a,b,c 是 X 的三次观测值。求

$a+b+c < 2.2$ 的几率。

2. 宇宙中有一个半径为 R 的完美球形星球。想要用四个灯把这个星球的每个角落照亮。这四个灯距离星球表面的高度一样，那么这个高度最小是多少？

3. 哥哥和弟弟玩石头剪刀布，每次输的给赢的 1 块钱，平局都不给钱。弟弟手笨，不会出剪刀，只会出石头和布。哥哥可以正常出石头剪刀布。哥哥和弟弟都互相了解且无穷聪明。问哥哥每次玩需要给弟弟多少钱，弟弟和哥哥玩这个游戏才正好都不吃亏？

4. 甲乙丙三个人玩一个游戏。他们按照甲，乙，丙的顺序依次选定一个 1 到 100 之中的整数（共 100 种选择），后选的人不能选择已经被选过的数字。三个人都选定之后，计算机随机从这 100 个数字中选出一个数字。三人中，谁选定的数字离计算机选出的数字最近，谁获得 1 块钱。如果最近的人不止一个，则没人得到钱。甲乙丙都希望得到期望尽可能多的钱。

甲第一个选择了 27。乙和丙都是无限聪明的人而且互相了解。甲选择之后，乙丙不能互相交流。那么，轮到乙选择的时候，乙会选择哪一个数？如果有多种选择，请写出全部。

5. 有 30 个相同的球放到 2 个红盒子和 1 个绿盒子里。这 2 个红盒是相同的。盒子可以空着，一共有多少种放法？

6. 一个长为 L 的匀质细木棍，你把木棍上的一点固定在空间里。这根木棍可以

绕这个点做无摩擦转动。把这根木棍从水平状态从静止释放，这根木棍就会在重力作用下向下摆动。要想让这根木棍用最短时间第一次下摆到竖直状态，那么固定点应该距离木棍的中点多远？

7. 对于三个随机变量 x_1, x_2, y ，我们通过观察得到了三组数据 X_1, X_2, Y ，接下来对这些数据进行两种不同的 OLS 回归。首先， Y 对 X_1 进行回归，再将所得到的残差对 X_2 进行回归，最终得到 X_2 的回归系数 $\beta_1 = 0.1$ 。现在，我们将 Y 对 X_1 和 X_2 同时进行回归，得到 X_2 所对应的回归系数 β_2 。求 β_2 的取值范围。