

基于最短加法链状态空间树的 IAPWS – IF97 快速计算方法

芮嘉敏 孙振业 程懋华

(东南大学能源与环境学院, 南京 210096)

摘要: 基于 IAPWS – IF97 水和水蒸汽物性的主要计算量是其中的大量二元、离散整指数幂值的计算。基于最短加法链状态空间树的二元、离散整指数幂值的快速计算方法, 可提高使用 IF97 公式计算水和水蒸汽物性的速度。实例计算表明, 其计算速度是直接调用计算机语言中的数学库幂函数计算的 1.5 ~ 7 倍, 可以更好地满足对物性计算速度有要求的热力计算分析任务的要求。提出的 IAPWS – IF97 快速算法软件实现复杂度低、可维护性高, 算法的软件实现已经共享于 GitHub。

关键词: IAPWS – IF97; 快速算法; 最短加法链

分类号: TK211 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5884(2017)04-0245-03

Fast Calculation Method of IAPWS – IF97 Formula Based on the State Space Tree of the Shortest Addition Chain

RUI Jia-min, SUN Zhen-ye, CHENG Mao-hua

(School of Energy and Environment, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The basic calculation object of the IAPWS – IF97 formula is: Two element, discrete integer exponent power. The fast calculation method for the power of the two element and the discrete integer exponent based on the state space tree of the shortest addition chain has many advantages, it can improve the calculation speed of water and steam physical properties. A case study shows that its calculation speed is 1.5 – 7 times to power function of Mathematical Library in computer language, and it can better meet the requirements of the thermal calculation and the requirements of the rapid physical property calculation. The IAPWS – IF97 fast algorithm proposed in this paper has low complexity and high maintainability, the software package of the fast algorithm has shared in GitHub.

Key words: IAPWS – IF97; fast algorithm; shortest addition chain

0 前 言

在能源、水利、交通、化工等领域中, 水和水蒸汽作为一种最普遍的介质得到了十分广泛的应用, 研究其热力性质计算是科学研究和工程实际应用中必不可少的^[1]。1997 年, 国际水和水蒸汽性质协会提出的 IAPWS – IF97 公式是使用最广泛的水和水蒸汽物性公式, 有必要对其快速算法进行研究。现有的主流快速算法有公式拟合法和表格查询法, 在文献[2-3]中有详细介绍。

经过研究, 提高 IAPWS – IF97 公式的计算速度可以从以下方面寻找突破口: (1) IF97 的显式公式整指数幂次数很高, 影响计算速度。(2) 对于需要迭代才能完成计算的 IF97 隐式公式, 有时调用热力性质公式次数能达到 10^7 , 其存在大量整指数幂的重复运算^[4]。基于这些方面, 公式拟合法被提了出来, 其可通过已有数据拟合出低阶或项数较少的状态方程。但是这种方法是对公式本身的变形, 有一定的适用范围

收稿日期: 2016-11-15

作者简介: 芮嘉敏(1993-) 男, 汉族, 在读硕士研究生。研究方向为火电机组运行性能分析和优化。

和一定的精度要求。因此, 需要寻找一种不改变公式形态、适用范围广的快速算法。

经过分析, IAPWS – IF97 公式的基本计算对象是: 二元、离散整指数幂值。最短加法链整指数求幂法能够很好地提高整指数幂的计算速度, 应用该方法并结合 IF97 公式的性质, 提出了基于最短加法链状态空间树的 IAPWS – IF97 公式快速计算方法^[5]。

文中最后对比了本文提出的 IF97 快速算法和直接调用计算机语言中数学库幂函数计算方法, 结果表明, 该快速算法使得计算速度提高到 1.5 ~ 7 倍, 同时该快速算法不改变 IF97 公式的形态, 故而不存在计算精度问题。

1 IAPWS – IF97 公式概述

1997 年, IAPWS – IF97 工业用公式被国际水和水蒸汽性质协会提出。相比于之前提出的 IFC67 公式, IAPWS – IF97 公式有更大的适用范围, 更好的数值结果一致性, 更为简化

的模型^[6]。其计算速度与 IFC67 公式相比提高了 5.1 倍, 计算精度也远远高于 IFC67 公式^[7]。

IAPWS-IF97 公式的全部有效范围被分成了 5 个分区, 观察图 1 发现, 除 2 区和 3 区的边界外, 其它分区的边界都可以从图中直接得出^[7]。以 1、2 区为例, 1 区基本公式为无因次比自由焓:

$$g(p, T)/RT = \gamma(\pi, \tau) = \sum_{i=1}^{34} n_i (7.1 - \pi)^{n_i} \cdot (\tau - 1.222)^{j_i} \quad (1)$$

其中 $\pi = p/p^*$; $\tau = T^*/T$; $p^* = 16.53 \text{ MPa}$; $T^* = 1386 \text{ K}$ 。

2 区的基本方程是吉布斯自由能基础方程, 它是无量纲形式, 其形式为:

$$g(p, T)/RT = \gamma(\pi, \tau) = \gamma^0(\pi, \tau) + \gamma^r(\pi, \tau) \quad (2)$$

式中 $\pi = p/p^*$; $\tau = T^*/T$; γ^0 、 γ^r 分别为理想气体项和剩余项。共同组成了

$$\gamma = g/(RT) \quad (3)$$

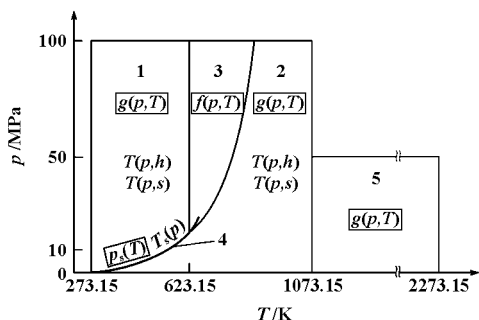


图1 IAPWS-IF97 公式分区

2 最短加法链及其状态空间树

2.1 基于最短加法链正整数 n 的快速求幂

整数序列 $X: a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, 其中 $a_0 = 1, a_n = a$ 且 $a_i = a_j + a_k$ ($0 \leq j, k \leq i-1$), 则称 X 为 a 的一条加法链。当 X 较大时, 加法链可能不止一条, 若 X 是 a 所有加法链中最短的那一条, 则称 X 为 a 的最短加法链^[8]。

通过 n 的最短加法链计算 x^n 幂值是最为快速的计算方法。以 x^{56} 为例, 56 的最短加法链是 1、2、3、5、7、14、28、56, 则 x^{56} 的计算过程是: $x^2 = x \cdot x$; $x^3 = x^2 \cdot x$; $x^5 = x^2 \cdot x^3$; $x^7 = x^2 \cdot x^5$; $x^{14} = x^7 \cdot x^7$; $x^{28} = x^{14} \cdot x^{14}$; $x^{56} = x^{28} \cdot x^{28}$ 。幂指数最短加法链中的元素只计算一次, 乘法计算次数降到最低, 可以大幅度提高计算速度。

2.2 正整数 n 的最短加法链寻找

可以采用幂树法、随机幂树法、回溯法、迭代搜索法等来寻找最短加法链, 在文献 [9, 10] 中有详细介绍。幂树法是寻找最短加法链的一种近似方法, 其优点是效率高、一次性能得到大量结果, 但这些结果准确性过低。如图 2 所示, 随机幂树法通过一层层的扩展幂树以及随机生成分支结点, 不断生成随机幂树并且能筛选出最佳结果, 该方法同时拥有计算效率高以及计算精度高的优点^[9]。回溯法是计算最短加法链最直观的方法, 若采用深度优先, 首先搜索到的可能并不

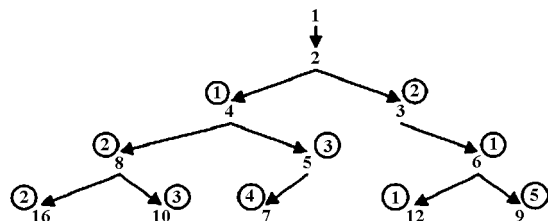


图2 随机生成幂树示意图^[9]

是最短加法链, 一个有效解决办法是构造出状态空间的精细剪枝函数, 这样就能得到任意正整数 n 的高效最短加法链算法^[10]。

当正整数 n 较大时, 其最短加法链可能不止一组组成形式, 为了计算的快速性, 需要寻找加法链的最优形式^[11]。经过研究, 当 $n < 149$ 时, 已经得到正整数 n 的最短加法链的唯一最佳结果, 并且列在状态空间树中。当要获知最短加法链最优形式时, 可以直接查取状态空间树, 提高了计算效率^[12]。

3 基于状态空间树的快速算法

由于 IAPWS-IF97 公式的指数 I_i 和 J_i 较低, 最大值分别为 32、58, 均小于 149, 所以可以直接利用 $n < 149$ 状态空间树的结果来对公式中的多项式求幂, 如图 3 所示。

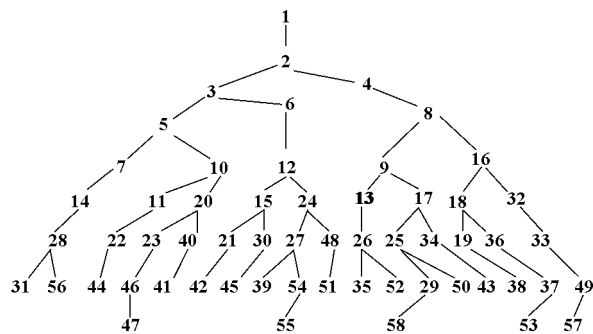


图3 $n < 58$ 时的最短加法链状态空间树

当 $n \leq 58$ 时, 直接利用状态空间树寻找最短加法链的求幂方法如图 4 所示。

在编制 IF97 物性计算软件时, 对于需要幂函数计算部分, 应用上述 IF97 快速算法代替数学库中幂函数计算方法。在此过程中程序结构并没有发生改变, 故而易于操作。由于采用了快速计算方法, 计算速度得到大大提高。

水和蒸汽性质方程始终在发展变化, 当公式发生变化时, 该快速算法能很好地适应公式的发展, 软件的可维护性强。

4 快速算法的计算分析

针对于水蒸汽 5 个区域中的常用公式, 比较基于最短加法链算法和直接应用数学库中幂函数算法, 将两者的计算耗时比列于表 1 中。(测试计算机属性: 处理器型号: Intel i3-2350M2.30GHz; 内存 2.00GB; 操作系统: Windows 7 64 位系

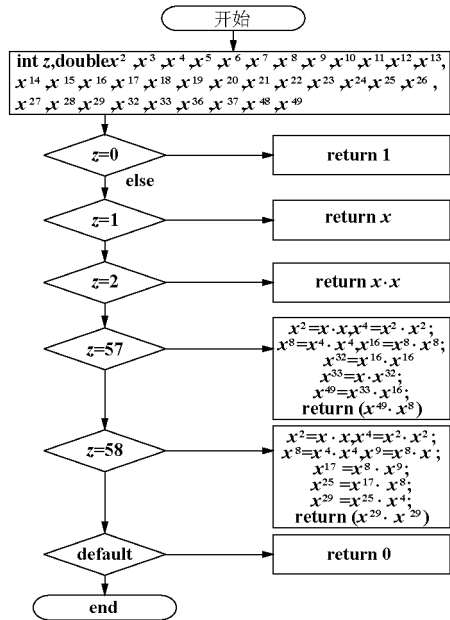


图 4 基于最短加法链状态空间树的 IAPWS – IF97

快速算法流程图

表 1 计算速度对比

区域	公式	使用频率 %	计算耗时比 快速算法/数学库幂函数
1	$v(p, T)$	2.9	6.1
	$h(p, T)$	9.7	7.2
	$T(p, h)$	3.5	3.5
	$h(p, s)$	1.2	3.2
2	$v(p, T)$	6.1	7.0
	$h(p, T)$	12.1	6.3
	$s(p, T)$	1.4	7.2
	$T(p, h)$	8.5	4.7
	$v(p, h)$	3.1	4.8
	$s(p, h)$	1.7	5.3
	$T(p, s)$	1.7	5.1
	$h(p, s)$	4.9	5.9
3	$p(v, T)$	–	4.0
	$h(v, T)$	–	4.6
	$C_p(v, T)$	–	4.7
	$s(v, T)$	–	5.3
4	$p_s(T)$	8.0	1.6
	$T_s(p)$	30.7	1.1
	$h'(p)$	2.25	5.4
	$h''(p)$	2.25	7.1
5	$h(p, T)$	–	2.4
	$s(p, T)$	–	2.4
	$v(p, T)$	–	2.9

统)。

从表 1 可以看出, 1、2、3、4、5 区该快速算法的计算速度是应用计算机语言中数学库幂函数直接进行物性计算的 1.5 ~ 7 倍。综合以上计算结果, 基于最短加法链状态空间树快速算法可以大幅度提高水蒸汽物性计算速度, 同时该快速算法不改变 IAPWS – IF97 公式形式和程序结构, 所以其计算精度很高。算法的软件包已经共享在: <http://github.com/Py03013052/SEUIF97>。

5 结 论

本文从提高 IAPWS – IF97 公式计算速度的途径出发, 分析了影响 IAPWS – IF97 公式计算速度的因素, 提出了基于最短加法链状态空间树的 IAPWS – IF97 快速算法, 并和计算机语言中数学库幂函数计算速度比较, 得到以下结论:

- (1) 本文提出的基于最短加法链状态空间树快速计算方法可大幅度提高计算速度, 该方法不改变 IF97 公式形态, 故而无须进行误差校核。同时, 该快速算法不改变程序结构, 具有程序维护性强的优点, 是高效率的一种算法^[5]。
- (2) 相比于硬分解快速算法, 最短加法链快速算法计算速度相对慢一些。但是, 水和水蒸汽性质方程始终在发展变化, 硬分解这种人工拆分的方法不能适应这种变化, 而最短加法链快速算法则能很好地适应公式的发展, 软件可维护性强。

参 考 文 献

[1] IAPWS. Revised Release on the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam [R]. Lucerne, Switzerland, 2007. Available from <http://www.iapws.org>.

[2] 周艳明, 李继庚, 等. 优化水和水蒸汽热力性质 IAPWS – IF97 计算模型的新方法[J]. 造纸科学与技术, 2009, 28(6): 20 – 23.

[3] 王 晶. $p - T$ 和 $p - s$ 热力学面上水和水蒸汽热力性质的快速计算[D]. 北京: 华北电力大学, 2014.

[4] 安 宾, 王晓东. $p - T$ 热力学面上水和水蒸汽密度的快速计算应用[J]. 基础与科学工程学报, 2012, 4(9): 190 – 198.

[5] 孙振业, 程懋华. 汽轮机组热耗率在线监测方法的分析和研究[D]. 南京: 东南大学, 2014.

[6] 李春曦. 工业用水和水蒸汽热力性质计算公式—IAPWS – IF97[J]. 锅炉技术, 2002, 33(6): 15 – 19.

[7] 王培红, 贾俊颖, 程懋华. 水和水蒸汽性质的 IAPWS – IF97 计算模型[J]. 动力工程, 2000, 20(6): 988 – 991.

[8] 董付国, 厉玉蓉. 几种方幂模快速算法的加法链一致性分析[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(36): 48 – 55.

[9] 江顺亮, 许庆勇, 等. 最短加法链的随机幂数方法[J]. 计算机科学, 2015, 42(3): 228 – 232.

[10] 王晓东. 最短加法链算法[J]. 小型微型计算机系统, 2001, 22(10): 1250 – 1253.

[11] Neill Michael Clift. Calculating optimal addition chains [J]. Computing, 2011, 91.

[12] D Bleichenbacher. An efficient algorithm for computing shortest addition chains[J]. Siam J of Computing, 1997.