

1. Flowchart

```
In [1]: import random
x = 0 #将x, y, z, result初始化定义为数值, 这些都最后输出
y = 0
z = 0
result = 0
a = random.randint(1,100) #在1-100中随机取一个数, 参考CSDN中代码
b = random.randint(1,100)
c = random.randint(1,100)
#反映流程图的函数
def Print_values(a, b, c):
    if (a > b):
        if (b > c):
            x = a
            y = b
            z = c
        else:
            if (a > c):
                x = a
                y = c
                z = b
            else:
                x = c
                y = a
                z = b
    else:
        if (b > c):
            if (a > c):
                x = b
                y = a
                z = c
            else:
                x = b
                y = c
                z = a
        else:
            x = c
            y = b
            z = a
    result = x + y - 10*z
    print('The initial values a,b,c:')
    print(a, b, c)
    print('The output values x,y,z:')
    print(x, y, z)
    print('The result:')
    print(result)
```

```
In [2]: Print_values(a, b, c) #随机值
```

```
The initial values a,b,c:
73 22 50
The output values x,y,z:
73 50 22
The result:
-97
```

```
In [3]: Print_values(10,5,1)#a = 10, b = 5, c = 1
```

```
The initial values a,b,c:
10 5 1
The output values x,y,z:
10 5 1
The result:
5
```

2. Continuous ceiling function

```
In [4]: from math import *
my_list = [5, 8, 39, 21, 2, 19, 10, 98, 1, 4] #给定一个包含N个正整数的列表
# 定义一个F(x) = F(ceil(x/3)) + 2x函数
def F(x):
    y = []
    y.insert(0, 1)
    for j in range(1, x):
        z = ceil(j/3)-1
        result = y[z]+2*(j+1)
        y.insert(j, result)
    print(x, '的计算结果为:', y[x-1])
# 定义一个将列表中所有数值进行计算的函数
def continuous_ceiling(my_list):
    for x in my_list:
        F(x)
continuous_ceiling(my_list)
```

5 的计算结果为: 15
8 的计算结果为: 23
39 的计算结果为: 113
21 的计算结果为: 61
2 的计算结果为: 5
19 的计算结果为: 55
10 的计算结果为: 27
98 的计算结果为: 293
1 的计算结果为: 1
4 的计算结果为: 9

3. Dice rolling

3.1 Find_number_of_ways

```
In [5]: from itertools import product
#定义一个计算函数
def method(x):
    dice_list = [1, 2, 3, 4, 5, 6] #筛子的可能
    #在dice_list中1-6依次取一个值, 重复10次组成一个元组, 共有6的10次方可能
    #product() 函数通过百度搜索得到, 并查明了其用法
    for e in product(dice_list, repeat=10):
        #将e(tuple元组)数据转化成列表(list)数据
        templ_list = list(e)
        #判断和是否等于x
        if (sum(templ_list) == x):
            print(templ_list)
#当x=11时的情况:
method(11)
```

[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2]
[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1]
[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 1]
[1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1]
[1, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 1]
[1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1]
[1, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]
[1, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]
[2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]

3.2 Number_of_ways

```
In [6]: def method_2(x):
        z = 0 #统计解的个数
        dice_list = [1, 2, 3, 4, 5, 6]
        #重复method_1步骤, 计算每个x的总解数
        for e in product(dice_list, repeat=10):
            temp2_list = list(e)
            if (sum(temp2_list) == x):
                z = z + 1
        return z
#在10-60范围内计算每个x值的总解数
total = 0#定义两个中间变量, 来计算最多解
med = 0
for i in range(10, 61):
    z = method_2(i)#调用函数中的z值
    print('当x=', i, '时, 有', z, '个解')
    #得出最多解的情况
    if z > total:
        total = z
        med = i
print('当x=', med, '含有最多的', total, '个解')
```

```
当x= 10 时, 有 1 个解
当x= 11 时, 有 10 个解
当x= 12 时, 有 55 个解
当x= 13 时, 有 220 个解
当x= 14 时, 有 715 个解
当x= 15 时, 有 2002 个解
当x= 16 时, 有 4995 个解
当x= 17 时, 有 11340 个解
当x= 18 时, 有 23760 个解
当x= 19 时, 有 46420 个解
当x= 20 时, 有 85228 个解
当x= 21 时, 有 147940 个解
当x= 22 时, 有 243925 个解
当x= 23 时, 有 383470 个解
当x= 24 时, 有 576565 个解
当x= 25 时, 有 831204 个解
当x= 26 时, 有 1151370 个解
当x= 27 时, 有 1535040 个解
当x= 28 时, 有 1972630 个解
当x= 29 时, 有 2446300 个解
当x= 30 时, 有 2930455 个解
当x= 31 时, 有 3393610 个解
当x= 32 时, 有 3801535 个解
当x= 33 时, 有 4121260 个解
当x= 34 时, 有 4325310 个解
当x= 35 时, 有 4395456 个解
当x= 36 时, 有 4325310 个解
当x= 37 时, 有 4121260 个解
当x= 38 时, 有 3801535 个解
当x= 39 时, 有 3393610 个解
当x= 40 时, 有 2930455 个解
当x= 41 时, 有 2446300 个解
当x= 42 时, 有 1972630 个解
当x= 43 时, 有 1535040 个解
当x= 44 时, 有 1151370 个解
当x= 45 时, 有 831204 个解
当x= 46 时, 有 576565 个解
当x= 47 时, 有 383470 个解
当x= 48 时, 有 243925 个解
当x= 49 时, 有 147940 个解
当x= 50 时, 有 85228 个解
当x= 51 时, 有 46420 个解
当x= 52 时, 有 23760 个解
当x= 53 时, 有 11340 个解
当x= 54 时, 有 4995 个解
当x= 55 时, 有 2002 个解
当x= 56 时, 有 715 个解
当x= 57 时, 有 220 个解
当x= 58 时, 有 55 个解
当x= 59 时, 有 10 个解
当x= 60 时, 有 1 个解
当x= 35 含有最多的 4395456 个解
```

4. Dynamic programming

4.1 Random_integer

```
In [7]: import random
#定义一个生成数组的函数
def Random_integer(N):
    #N为数组个数
    Random_integer = []#用于存储数组
    for i in range(0,N):
        a = random.randint(1,10)#随机生成一个数组
        Random_integer.insert(i,a)#插入到列表中
    return Random_integer
Random_integer(5)
```

Out[7]: [8, 3, 4, 2, 4]

4.2 Sum_averages

```
In [8]: import itertools
from math import *
#方法1
#定义一个计算数组子集平均的值的函数
def Sum_averages(mylist):
    print ('随机给定的数组:',mylist)# 用于验证结果是否正确,但因为4.3需要用到该公式,暂不print
    average = 0#给定一个平均的初始值
    #循环计算每个子集的平均值
    for i in range(0,len(mylist)):
        for j in itertools.combinations(mylist,i+1):#i+1为子集中元素个数
            #combinations函数为自己百度找到的,用于挑选出子集(不包含重复元素)
            temp3_list = list(j) #将挑选出的j元组list存于temp3_list中
            n = len(temp3_list)
            average = average+(sum(temp3_list)/ n) #循环计算每个子集的平均的和
    print('所有子集的平均的和:',average)#用于验证结果是否正确,但因为4.3需要用到该公式,暂不print
    return average
Sum_averages(Random_integer(5))#随机给定数组的长度
```

随机给定的数组: [5, 8, 5, 1, 7]
所有子集的平均的和: 161.20000000000002

Out[8]: 161.20000000000002

```
In [9]: #方法2, 运用数学方法, 运算更为快速
import math
def Sum_averages_good(mylist):
    x = sum(mylist)#所有数组和
    n = len(mylist)#数组中的个数
    average = 0
    #对于数组中含有k个数的子集的平均和, 我的计算公式为sum = Ckn/n*x    x为所有数组的和
    #比如对于[5, 8, 5, 1, 7]该数列, 含有2个数的子集(如{5, 8})共有C25=10种可能, 在这10种可能中所有数加起来的和为C25*5
    #因此它们子集的平均和为C25*2(k)/5(n)*x/2(k)=4x
    for i in range(1,n+1):
        average = average + math.factorial(n) / math.factorial(i) / math.factorial(n-i)*i/n*x/i
    return average
Sum_averages_good([5, 8, 5, 1, 7])
```

Out[9]: 161.2

4.3 Total_sum_averages

```
In [9]: Total_sum_averages = [] #用于存储每个数组的平均数
#循环100次计算每次的平均
for i in range (1,101):
    Sum_averages(Random_integer(i))#带入4.2函数
    a = int(Sum_averages(Random_integer(i)))#换成整数用于绘图
    Total_sum_averages.insert(i,a)
    print (Total_sum_averages)#用于看中间过程
print (Total_sum_averages)

980157, 6658451, 10885212, 20971514, 43766645, 94371834, 228170130, 436207609, 765538146, 1495568963, 231409875
4, 5726623056]
[8, 16, 49, 56, 217, 336, 634, 1657, 2611, 4194, 11723, 20475, 37804, 108829, 194417, 299003, 794136, 1441786, 2
980157, 6658451, 10885212, 20971514, 43766645, 94371834, 228170130, 436207609, 765538146, 1495568963, 231409875
4, 5726623056, 11430154895]
[8, 16, 49, 56, 217, 336, 634, 1657, 2611, 4194, 11723, 20475, 37804, 108829, 194417, 299003, 794136, 1441786, 2
980157, 6658451, 10885212, 20971514, 43766645, 94371834, 228170130, 436207609, 765538146, 1495568963, 231409875
4, 5726623056, 11430154895, 21340618749]

-----
KeyboardInterrupt                                Traceback (most recent call last)
Input In [9], in <cell line: 3>()
      2 #循环100次计算每次的平均
      3 for i in range (1,101):
----> 4     Sum_averages(Random_integer(i))#带入4.2函数
      5     a = int(Sum_averages(Random_integer(i)))#换成整数用于绘图
      6     Total_sum_averages.insert(i,a)

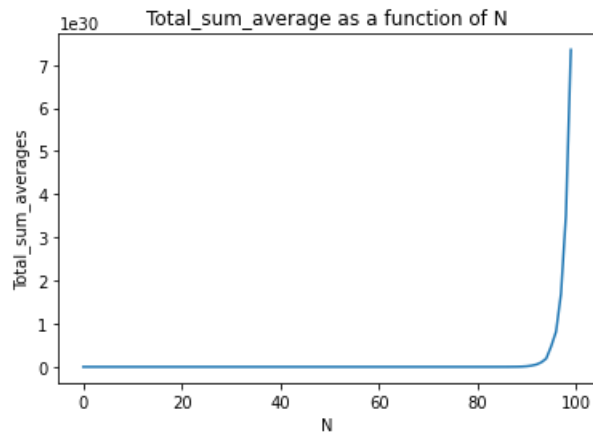
Input In [8], in Sum_averages(mylist)
      11     temn3 list = list(i) #将挑选出的i元组list存于temn3 list中
```

```
In [10]: Total_sum_averages = [] #用于存储每个数组的平均数
#循环100次计算每次的平均
for i in range (1,101):
    Sum_averages_good(Random_integer(i))#带入4.2函数
    a = int(Sum_averages_good(Random_integer(i)))#换成整数用于绘图
    Total_sum_averages.insert(i,a)
print (Total_sum_averages)

[1, 12, 49, 71, 142, 325, 562, 1275, 3349, 5421, 10235, 24911, 55446, 74893, 163835, 335866, 778715, 1325278, 33388
80, 6081735, 12183448, 24403217, 53249418, 99265188, 158376914, 351030975, 765538146, 1754417438, 2406662704, 49750
03779, 9559765912, 23756537850, 51539607546, 108637408068, 188487707613, 337870760613, 917497878576, 1439492196885,
2720586463594, 6102289534151, 11102385704855, 25341125135403, 54208480253136, 101155069755386, 181394984991306, 420
682709757767, 853408174069536, 1419103007582885, 2929637512702741, 6597773454097771, 10596705005577632, 27368028504
789932, 50134410946199856, 110755190836074400, 205036608489740384, 374442140447089664, 778727682936203136, 15653891
11858434560, 3282895131761870336, 4957562469809440768, 13230246774176929792, 24620452775797821440, 5153376122179178
4960, 99439479772340584448, 198089651745373257728, 440485888790397517824, 731261974026456399872, 148876075700761788
4160, 3045584180981148418048, 7370264832192978878464, 14067331142632815460352, 24661247188319250415616, 57832816927
198104518656, 105678903995028836712448, 202998793876956539518976, 448376270268254526636032, 77324151449377257920921
6, 1604151568334796074516480, 3443143157130274671689728, 6089963816308696185569280, 12775808661606454574186496, 283
65527767543243373281280, 52551859724934741443477504, 119971495622708934742114304, 204351131484976337454628864, 4858
19492161413946466631680, 695451947357160359942160384, 1860426934039676706267070464, 2976619869742374616800690176, 6
052151303172968522488741888, 13658151642225514096753639424, 28795561783377314224726343680, 542031380641942805630230
20032, 104303033097236291010517008384, 192232541679346611487133138944, 474543681726062696730059603968, 818418750920
545060959465504768, 1694512537039776369869034881024, 3508447115783179874711118020608, 73523734813237348071005245931
52]
```

```
In [11]: #因第一种算法计算量过大，暂时只将输出的数据。绘图采用方法二
#绘图
import matplotlib.pyplot as plt
N = range(0, len(Total_sum_averages))
plt.plot(N, Total_sum_averages)
plt.xlabel("N")
plt.ylabel("Total_sum_averages")
plt.title("Total_sum_average as a function of N")
plt.show
```

```
Out[11]: <function matplotlib.pyplot.show(close=None, block=None)>
```



5. Path counting

5.1 Matrix

```
In [11]: import numpy as np
from numpy import random
#定义一个矩阵函数
def arr_Matrix(N,M):
    arr1 = np.random.randint(0,2,size=(N,M))#在0-1之间随机生成一个N行M列的举证
    arr1[0,0] = 1#给左上角赋值1
    arr1[N-1,M-1] = 1#给右下角赋值1
    return arr1
arr_Matrix(5,5)
```

```
Out[11]: array([[1, 1, 0, 1, 0],
                [1, 0, 0, 1, 0],
                [0, 1, 1, 0, 0],
                [1, 0, 1, 1, 1],
                [1, 1, 1, 1, 1]])
```

5.2 Count_path

```
In [12]: #定义一个函数来计算路径，因为有多种路径，因此要将所有路径计算出来，再来求得最大路径
#每当移动时都将为有4种可能分别为：1（左边）1（下边），10，01，00。其中11均可移动最为复杂
def Count_path(x, y, path, N, M):
    k = x + y #从（x，y）处出发往右下角移动，减少循环次数
    for i in range(k, N+M-1):
        #左边和下边均为1的11情况，可以往左边和右边移动：
        if (x != N-1 and y != M-1 and arr[x, y+1] == 1 and arr[x+1, y] == 1): #x代表向下方向，y代表向右方向
            #进行两次循环，将这两次移动计算
            for j in range(0, 2):
                if (j == 0):
                    temp_x = x #首先进行向下方移动的计算，存储原始点地方，不妨碍后续向右方向移动的计算
                    temp_y = y
                    temp_path = path
                    x = x + 1
                    path = path + 1 #向下移动一次并赋值+1
                    Count_path(x, y, path, N, M) #镶嵌函数，进行下一次相同循环（进行下一次移动）
                    x = temp_x #将上述镶嵌循环的x, y, path重新返回，即返回初始点，后续进行向右移动的计算
                    y = temp_y
                    path = temp_path
                if (j == 1): #进行向右移动计算，与上述同理
                    temp_x = x
                    temp_y = y
                    temp_path = path
                    y = y + 1
                    path = path + 1
                    Count_path(x, y, path, N, M)
                    x = temp_x
                    y = temp_y
                    path = temp_path
            #还为到达矩阵边界时，左边为0，下边为1的01情况
            elif (x != N-1 and y != M-1 and arr[x+1, y] == 1 and arr[x, y+1] == 0):
                x = x + 1
                path = path + 1
            #还为到达矩阵边界时，左边为1，下边为0的10情况
            elif (x != N-1 and y != M-1 and arr[x, y+1] == 1 and arr[x+1, y] == 0):
                y = y + 1
                path = path + 1
            #还为到达矩阵边界时，左边为0，下边为0的00情况，堵塞输出
            elif (x != N-1 and y != M-1 and arr[x+1, y] == 0 and arr[x, y+1] == 0):
                break
            #当到达矩阵下方边界时，右边为1，可移动
            elif (x == N-1 and y != M-1 and arr[x, y+1] == 1):
                y = y + 1
                path = path + 1
            #当到达矩阵右方边界时，下方为1，可移动
            elif (y == M-1 and x != N-1 and arr[x+1, y] == 1):
                x = x + 1
                path = path + 1
            #其余情况遇到堵塞输出path
            else:
                break
    my_list.append(path) #存储所有走过的路径值
```

```
In [15]: #验证代码正确，当矩阵中1的含量过多（即11情况很多）会导致计算量过大，计算时间变长
my_list = [] #存储路径
arr = arr_Matrix(10, 8) #第一问的随机生成一个矩阵
print (arr)
Count_path(0, 0, 0, 10, 8)
print(max(my_list)) #最多的路径
```

```
[[1 1 1 1 0 1 1 1]
 [1 0 1 1 0 0 1 0]
 [0 0 1 1 0 1 0 1]
 [1 0 1 1 0 0 1 0]
 [1 1 1 0 0 0 0 0]
 [0 1 1 1 1 1 0 0]
 [0 0 1 0 0 1 0 0]
 [0 0 0 1 1 0 1 1]
 [0 1 1 1 1 1 0 0]
 [0 0 0 1 0 0 0 1]]
```

11

5.3 count paths

```
In [16]: sum = 0 #步数总和
average = 0 #步数平均值
final_list = [] #存储平均值
for i in range(0,1000):
    my_list = []
    arr = arr_Matrix(10,8)
    Count_path(0,0,0,10,8)
    sum = sum + max(my_list) #计算步数总和
    average = sum/(i+1) #计算步数平均值
    final_list.insert(i,average) #存储平均值到final_list
    print(final_list) #查看中间值
```

```
[2.0]
[2.0, 2.5]
[2.0, 2.5, 5.0]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5, 4.571428571428571]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5, 4.571428571428571, 4.0]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5, 4.571428571428571, 4.0, 3.6666666666666665]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5, 4.571428571428571, 4.0, 3.6666666666666665, 3.5]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5, 4.571428571428571, 4.0, 3.6666666666666665, 3.5, 3.272727272727273]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5, 4.571428571428571, 4.0, 3.6666666666666665, 3.5, 3.272727272727273, 4.083333333333333]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5, 4.571428571428571, 4.0, 3.6666666666666665, 3.5, 3.272727272727273, 4.083333333333333, 3.8461538461538463]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5, 4.571428571428571, 4.0, 3.6666666666666665, 3.5, 3.272727272727273, 4.083333333333333, 3.8461538461538463, 3.7857142857142856]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5, 4.571428571428571, 4.0, 3.6666666666666665, 3.5, 3.272727272727273, 4.083333333333333, 3.8461538461538463, 3.7857142857142856, 3.533333333333333]
[2.0, 2.5, 5.0, 4.75, 4.6, 4.5, 4.571428571428571, 4.0, 3.6666666666666665, 3.5, 3.272727272727273, 4.083333333333333, 3.8461538461538463, 3.7857142857142856, 3.533333333333333, 3.9502074688796682]
```

```
In [19]: #循环1000次平均值，在这里因为未循环完，因此输出最后一次循环值
final_list[-1] #循环了241次
```

Out[19]: 3.9502074688796682