

34. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей

1. Угол между плоскостями.

Пусть даны две плоскости Q_1 и Q_2 :

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \quad (\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)),$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \quad (\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)),$$

В качестве угла φ между плоскостями Q_1 и Q_2 принимают угол между их нормальными векторами:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

или в координатной форме:

$$\cos \varphi = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

для нахождения угла:

$$\cos \varphi = \left| \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \right| \quad - \text{ для нахождения } \underline{\text{острого}} \text{ угла}$$

$$\cos \varphi = - \left| \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \right| \quad - \text{ для нахождения } \underline{\text{тупого}} \text{ угла}$$

2. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей

Условие *параллельности* двух плоскостей:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

Условие *перпендикулярности* двух плоскостей:

$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0 \quad (\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0)$$