

Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых

Углом между прямыми A и B называется угол, на который надо повернуть первую прямую A вокруг точки пересечения этих прямых против движения часовой стрелки до совпадения ее со второй прямой B . Если две прямые заданы уравнениями с угловым коэффициентом

$$\begin{aligned}y &= k_1x + B_1, \\ y &= k_2x + B_2, \quad (1)\end{aligned}$$

то угол между ними θ определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}. \quad (2)$$

Следует обратить внимание на то, что в числителе дроби из углового коэффициента второй прямой вычитается угловой коэффициент первой прямой.

Если уравнения прямой заданы в общем виде

$$\begin{aligned}A_1x + B_1y + C_1 &= 0, \\ A_2x + B_2y + C_2 &= 0, \quad (3)\end{aligned}$$

угол между ними определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2}. \quad (4)$$

Условия параллельности двух прямых:

а) Если прямые заданы уравнениями (1) с угловым коэффициентом, то необходимое и достаточное условие их параллельности состоит в равенстве их угловых коэффициентов:

$$k_1 = k_2. \quad (5)$$

б) Для случая, когда прямые заданы уравнениями в общем виде (3), необходимое и достаточное условие их параллельности состоит в том, что коэффициенты при соответствующих текущих координатах в их уравнениях пропорциональны, т. е.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}. \quad (6)$$

Условия перпендикулярности двух прямых:

а) В случае, когда прямые заданы уравнениями (1) с угловым коэффициентом, необходимое и достаточное условие их перпендикулярности заключается в том, что их угловые коэффициенты обратны по величине и противоположны по знаку, т. е.

$$k = -\frac{1}{k_1}. \quad (7)$$

Это условие может быть записано также в виде

$$k_1 k_2 = -1. \quad (8)$$

б) Если уравнения прямых заданы в общем виде (6), то условие их перпендикулярности (необходимое и достаточное) заключается в выполнении равенства

$$A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0. \quad (9)$$