Билет 55. **Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Сравнение бесконечно малых.**

Две б.м.ф. сравниваются между собой с помощью их отношения:

1. если $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha}{\beta}=A\neq 0,(A\in R)$, то α и β называются **бесконечно малыми одного порядка**.

2. если $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha}{\beta}=0,$ то α называется **бесконечно малой более высокого порядка, чем** β.

3. если $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha}{\beta}=\infty,$ то α называется **бесконечно малой более низкого порядка, чем** β.

4. если $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha}{\beta}$ не существует, то α и β называются **несравнимыми бесконечно малыми.**

Таковы же правила сравнения б.м.ф. при $x\to\pm\infty$ и $x\to x_0\pm 0$.

$x\to\pm\infty$ и $x\to x_0\pm 0$.

Эквивалентные бесконечно малые:

Sinx	x, при $x\to 0$	e^x - 1	x, $x\to 0$
tgx	x, $x\to 0$	a^x - 1	x*lna, $x\to 0$
arcsinx	x, $x\to 0$	ln(1+x)	x, $x\to 0$
arctgx	x, $x\to 0$	$\log_a(1+x)$	$x*\log_a{}^e$ $x\to 0$
1-cosx	$\frac{x^2}{2}$, $x\to 0$	$(1+x)^k$ - 1	k*x, k>0, $x\to 0$

Сравнение бесконечно больших.

Две б.б.ф. сравниваются между собой с помощью их отношения:

1. если $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha}{\beta}=1$, то α и β называются **бесконечно малыми одного порядка**.

(**эквивалентными** бесконечно большими**)** используется обозначение вида

$$f(x)\sim g(x).$$

2. если $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha}{\beta}=0,$ то α назыв. **бесконечно большой более низкого порядка, чем** β.

3. если $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha}{\beta}=\infty,$ то α назыв. **бесконечно большой более высокого порядка, чем** β.

4. если $f(x)$ и $g^n(x)$ представляют собой бесконечно большие функции одного и того же порядка, то функция $f(x)$ называется **бесконечно большой** *n*-го **порядка** по сравнению с $g(x)$. Например, функция x^2 является бесконечно большой 4-го порядка по сравнению с $\sqrt{x}$ при $x\to\infty$. Таковы же правила сравнения б.б.ф. при $x\to\pm\infty$ и $x\to x_0\pm 0$.

$x\to\pm\infty$ и $x\to x_0\pm 0$.

<u>Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями</u>

Если функция α (x) – бесконечно малая при $x\to x_0$, то функция $f(x)=\dfrac{1}{\alpha(x)}$ является бесконечно большой при $x\to x_0$, и наоборот.