Понятие дифференциала функции

$$\mathbf{lim}\left(\frac{\Delta \mathrm{f}(\mathrm{x}0)}{\Delta \mathrm{x}}\right) = \boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x}\mathbf{0})$$

f(x) = A(предел) + α(x)(бмф)

$\frac{\Delta \mathrm{f}(\mathrm{x}0)}{\Delta \mathrm{x}} = f'(x_0) + \alpha(\Delta x)$

$\Delta f(x_0) = f'(x_0) = \Delta x + \alpha(\Delta x) * \Delta x$

По определению производной функции:

$$\lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{\Delta \mathrm{f}(\mathrm{x}0)}{\Delta \mathrm{x}}\right) = \lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{\mathrm{f}(\mathrm{x}0 + \Delta \mathrm{x}) - \mathrm{f}(\mathrm{x}0)}{\Delta \mathrm{x}}\right) = f'(x0)$$

Из главы 3 §2 теоремы 5 (связь функции, ее предела и бмф):

Число A∈R является пределом функции f(x) при x-> x_0 ⇔ f(x) = A + α(x) , где α(x) – бесконечно малая функция при x -> x_0.

f(x) = A + α(x)

$\frac{\Delta \mathrm{f}(\mathrm{x}0)}{\Delta \mathrm{x}} = f'(x_0) + \alpha(\Delta x)$, где α(Δx) -> 0 при Δx -> 0

Дифференциалом функции y=f(x) в точке x_0 называется линейная, относительно Δx, часть приращения функции, равная произведению производной функции на приращение ее аргумента, т.е. $f'(x_0)*\Delta x$.

1 слагаемое: $f(x_0)* \Delta x$ – бмф одного порядка с Δx, т.к. $\lim_{\Delta \mathrm{x} \to 0}\left(\frac{f'(x0)*\Delta x}{\Delta x}\right) = \lim_{\Delta \mathrm{x} \to 0} f'(x0) \neq 0$

2 слагаемое: $\alpha(\Delta x)*\Delta x$ – бмф более высокого порядка, чем Δx, $\lim_{\Delta \mathrm{x} \to 0}\left(\frac{\alpha(x0)*\Delta x}{\Delta x}\right) = \lim_{\Delta \mathrm{x} \to 0} \alpha(x0) = 0$

Обозначают: dy, df(x_0)

dy – $f'(x_0)*\Delta x$

Δx = dy

Δx = $x_0+\Delta x-x_0$= dy

Δy = dy

dy = $f'(x_0)*dx$

dy/dx = $f'(x_0)$

y’, f’, dy/dx

Функция y=f(x) называется **дифференцируемой на интервале (a; b),** если она дифференцируема (т.е. имеет производную) в каждой точке этого интервала.

Функция y=f(x) называется дифференцируемой на отрезке (a; b), если она дифференцируема на интервале (a; b) и имеет соответствующие односторонние пр-е в т. a и b.