Правило Лопиталя (использование производной при вычислении пределов)

Теорема Лопита́ля — метод нахождения пределов функций, раскрывающий неопределённости вида 0/0 и ∞/∞. Обосновывающая метод теорема утверждает, что <u>при некоторых условиях предел отношения функций равен пределу отношения их производных.</u>

Правило Лопиталя (по раскрытию неопределенностей вида 0/0)

Пусть функции f(x) и $\varphi(x)$ непрерывны и дифференцируемы в окрестности точки x_0 и обращаются в ноль в этой точке: $f(x_0)=\varphi(x_0)=0$.

Пусть $\varphi'(x)\neq 0$ в окрестности точки x_0.

Если существует предел $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}=1$, то $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{\varphi(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}=1.$

Правило Лопиталя (по раскрытию неопределенностей вида ∞/∞)

Пусть функции f(x) и $\varphi(x)$ непрерывны и дифференцируемы в окрестности точки x_0 (кроме, может быть, точки x_0), в этой окрестности $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0}\varphi(x)=\infty, \varphi'(x)\neq 0$.

Если существует предел, то $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{\varphi(x)}=\lim\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$.

Краткая запись:

Правило Лопиталя для неопределенностей вида $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{x\to a}\frac{\varphi(x)}{\psi(x)}=\lim_{x\to a}\frac{\varphi'(x)}{\psi'(x)},$$

если предел справа существует.