

### 30. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение прямых в плоскости.

Расстояние от точки  $M(x_0; y_0)$  до прямой  $Ax + By + C = 0$  можно найти по формуле:

$$d = \frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

На плоскости 2 прямые могут:

1) быть параллельными;

2) пересекаться;

Пусть уравнения прямых  $l_1$  и  $l_2$  имеют вид:

$$l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0 \quad \text{или} \quad y = k_1x + b_1;$$

$$l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0 \quad \text{или} \quad y = k_2x + b_2;$$

#### 1) Условие параллельности

- Прямые  $l_1$  и  $l_2$  параллельны тогда и только тогда, когда в их общих уравнениях *коэффициенты* при соответствующих неизвестных *пропорциональны*, т. е. :

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$$

Если сверх того и свободные члены пропорциональны, т.е. если

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

то прямые не только **параллельны**, но и **совпадают**.

- Прямые  $l_1$  и  $l_2$  параллельны, если их *угловые коэффициенты* равны, т.е. :

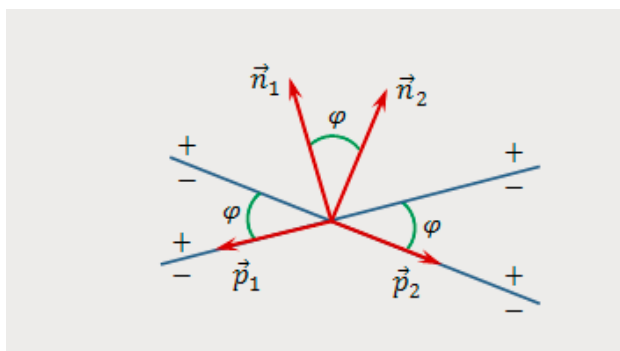
$$k_1 = k_2 \quad (k \text{ берется из уравнений } y = k_1x + b_1; y = k_2x + b_2)$$

## 2) $l_1$ и $l_2$ пересекаются

- Необходимым и достаточным условием пересечения двух прямых является условие непропорциональности коэффициентов при неизвестных, т. е.:

$$\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}.$$

- Угол между  $l_1$  и  $l_2$  :



Величину угла  $\varphi$  между прямыми можно найти по формуле:

$$\cos \varphi = \pm \frac{|\langle \vec{n}_1, \vec{n}_2 \rangle|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \pm \frac{|A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

+ берется, когда нужно найти величину *острого* угла;

- берется, когда нужно найти величину *тупого* угла;

- Критерий перпендикулярности прямых, заданных общим уравнением*

$$(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$$

Также ,если прямые перпендикулярны ,то

$$k_1 * k_2 = -1,$$

где  $k_1$  и  $k_2$  -угловые коэффициенты прямых, взятые из уравнений  $y=k_1x + b_1$ ;  $y=k_2x + b_2$ .