

## Вопрос 12

### Бесконечное множество решений системы линейных уравнений.

#### Следствие из теоремы Кронекера-Капелли о числе решений.

Пусть для системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными выполнено условие совместности, то есть ранг матрицы из коэффициентов системы равен рангу её расширенной матрицы. Тогда верно следующее.

- Если ранг матрицы равен числу неизвестных ( $n$ ), то система имеет единственное решение.
- Если ранг матрицы системы меньше числа неизвестных ( $n$ ), то система имеет бесконечно много решений, а именно: некоторым  $n - r$  неизвестным можно придавать произвольные значения, тогда оставшиеся  $r$  неизвестных определятся уже единственным образом. Т.е

Если  $\text{rang}(A^*) = \text{rang}(A) = r < n$ , то система имеет бесконечно множество решений.

Вводим 2 вида переменных:

- Базисные (БП)
- Свободные (СП)

( $r$  - количество базисные переменных,  $(n-r)$  – количество свободных переменных)

- ✓ За БП мф можем взять те переменные, коэффициенты при которых составляют определитель отличный от 0.
- ✓ Количество пар базисных переменных равно числу сочетаний :

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (m - \text{количество базисных переменных (БП)})$$

Из матрицы ступенчатого вида составим систему, в которой в левой части находятся только базисные переменные, а правой – свободные.

Данную систему решаем любым методом и получаем общее решение.

- Если полагать, что все СП=0, то получится базисное решение.
- Если СП равны любым числам, то получится частное решение.