

## **Вопрос 62 . Производные высших порядков функции одной переменной**

Пусть функция  $y=f(x)$  дифференцируема на некотором интервале .

Производная  $y'=f'(x)$  называется также первой производной функции  $f(x)$  (или производной первого порядка функции  $f(x)$ ).

Если  $f'(x)$  дифференцируема на некотором интервале , то  $(f'(x))'$  называют второй производной функции  $y=f(x)$  (или производной второго порядка функции  $y=f(x)$ ) и обозначают :  $y''$  ,  $f''(x)$ .

Значение второй производной функции  $y=f(x)$  в точке  $x_0$  обозначают :  $y''(x_0)$  ,  $f''(x_0)$ .

Если  $f''(x)$  дифференцируема на некотором интервале , то  $(f''(x))'$  называют третьей производной функции  $y=f(x)$  (или производной третьего порядка функции  $f(x)$ ).

Продолжая этот процесс, назовём  $n$ -ой производной функцию  $y=f(x)$  её производную от производной порядка  $n-1$  :

$$\begin{aligned}y^{(n)} &= (y^{(n-1)})', \\ f^{(n)}(x) &= (f^{(n-1)}(x))' \end{aligned}$$

Дифференциалом второго порядка  $d^2y$  функции  $y=f(x)$  называется дифференциалом от дифференциала первого порядка этой функции :

$$d^2y = d(dy)$$

Дифференциалом  $n$ -ого порядка  $d^ny$  функции  $y=f(x)$  называется дифференциалом от дифференциала  $(n-1)$ -ого порядка этой функции :

$$d^ny = d(d^{n-1}y)$$

### **Механический смысл второй производной**

Если точка движется прямолинейно по закону  $S=S(t)$ , то  $S'(t_0)$  – скорость изменения пути в момент времени  $t_0$  .

Следовательно, вторая производная по времени  $S''(t_0)=(S'(t_0))'=V'(t)$ -скорость изменения скорости или ускорения в момент времени  $t_0$  .

### **Производная неявной функции**

$F(x,y)=0$ -неявная функция

Для нахождения производной неявной функции надо продифференцировать обе части уравнения, рассматривая  $y$  как функцию от  $x$ . Затем из полученного уравнения выразить  $y$ .

Производная функций, заданных параметрически :

$$\frac{dy}{dx} = y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

