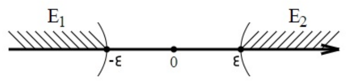
50. Бесконечно малый(БМП) и бесконечно большие последовательности(ББП)

Последоват. {Xn} назыв. **ББП**, если $\lim_{n\to\infty} x_n = \infty$ (если $\forall\varepsilon > 0 \ \exists N_\varepsilon > 0 \ \forall n \geq N_\varepsilon \ \ |x_n| \geq \varepsilon$)
Геом.интерпретация ББП:



В любой , сколь угодно большой, ε-окрестности нуля находится лишь конечное число членов последоват., а вне её – бесконечное мн-во.
Св-ва:
Теорема1(св-во ББП)

1. Пусть $\lim_{n\to\infty} Xn = +\infty,\ \lim_{n\to\infty} Yn = +\infty$ (+∞)+(+∞) = +∞
   Тогда $\lim_{n\to\infty}(Xn + Yn) = +\infty$ (-∞)+(-∞) = -∞

2. Пусть $\lim_{n\to\infty} Xn = +\infty,\ \lim_{n\to\infty} Yn = \text{a}$ (+∞)+a = +∞
   Тогда $\lim_{n\to\infty}(Xn + Yn) = +\infty$
3. ∞*a=∞, a≠0
4. ∞*∞=∞

Теорема2(связь между ББП и БМП):
Если последоват. {Xn}- ББ и все её члены отличны от нуля (xn≠0), то последоват. {αn}={$\frac{1}{Xn}$} будет БМ, и обратно, если {αn}- БМП(αn≠0), то {Xn}={$\frac{1}{\alpha n}$} – ББП
Символическая запись: $\frac{1}{\infty} = 0; \frac{1}{0} = \infty$

Бесконечно малые последовательности

Определение: последовательность называется бесконечно малой, если ее предел равен 0.

Теорема(связь числовой последовательности, ее предела и бесконечно малой последовательности): число a € R является пределом последовательности óxn= a+αn , где последовательность – б.м.

Бесконечно малые последовательности – αn, βn, γn.

Свойства бесконечно малых последовательностей

Теорема 1. Алгебраическая сумма любого конечного числа бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность.

Теорема 2. Произведение любого конечного числа бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность.

Теорема 3. Произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую есть последовательность бесконечно малая.

Следствие: произведение б. м. последовательности на число есть б.м. последовательность.

Геометрическая интерпретация

Теорема 2.(связь между б.б.п. и б. м. п.): Если последовательность$\{xn\}$ б.б. и все ее члены отличны от нуля, то последовательность $\{an\}=\{1/xn\}$ б. м.. И обратно.

Символическая запись :

$1/\infty=0$ и $1/0=\infty$