ОДНОРОДНЫЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Система линейных алгебраических уравнений (*СЛАУ*) — система уравнений, каждое уравнение в которой является линейным— алгебраическим уравнением первой степени.

Однородной системой линейных уравнений называется система, правая часть которой равна нулю:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = 0. \end{cases}$$

Просто решение $x_1+x_2+\ldots x_n=0$ будет нулевым(тривиальным).Следовательно, система будет иметь множество решений (нетривиальное решение). чтобы решить однородную систему необходимо записать матрицу системы и с помощью элементарных преобразований привести её к ступенчатому виду.

Решаются системы методом Гауса и Крамера.

Теорема 1:

Линейная комбинация конечного числа решений системы линейных однородных уравнений тоже является решением этой системы.

Пример:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 \qquad + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -7 \\ 0 & 3 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ \quad 3x_2 - 7x_3 = 0 \\ \qquad\quad 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Применяя метод Гауса, находим ответ $x_1 = x_2 = x_3 = 0$.