Векторным произведением неколлинеарных векторов , взятых в данном порядке, называется ВЕКТОР , длина которого численно равна площади параллелограмма, построенного на данных векторах; вектор ортогонален векторам , и направлен так, что базис имеет правую ориентацию
Векторное произведение двух векторов в трёхмерном евклидовом пространстве — вектор, перпендикулярный обоим исходным векторам, длина которого равна площади параллелограмма, образованного исходными векторами, а выбор из двух направлений определяется так, чтобы тройка из по порядку стоящих в произведении векторов и получившегося вектора была правой. При этом векторное произведение коллинеарных векторов(Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Нулевой вектор считается коллинеарным любому другому вектору.) (в частности, если хотя бы один из множителей — нулевой вектор) считается равным нулевому вектору.

Векторным произведением ненулевых векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется вектор $\bar{c}$, обозначаемый символом $[\bar{a}, \bar{b}]$ или $\bar{a} \times \bar{b}$, длина которого $|\bar{c}| = |\bar{a}||\bar{b}|\sin(\hat{\bar{a}, \bar{b}})$ (рис. 1).

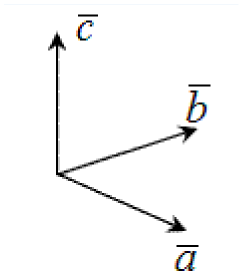

Рис. 1

Свойства векторного произведения:

1° $[\bar{a}, \bar{b}] = \bar{0}$, тогда и только тогда, когда $\bar{a}||\bar{b}$

2° $[\bar{a}, \bar{b}] = -[\bar{b}, \bar{a}]$

3° Модуль векторного произведения $|[\bar{a}, \bar{b}]|$ равен площади параллелограмма, построенного на заданных векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$ (рис. 2), т.е.

$$S = |[\bar{a}, \bar{b}]| = |\bar{a}||\bar{b}|\sin(\hat{\bar{a}, \bar{b}})$$

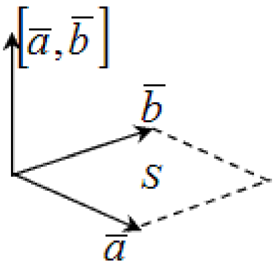

Рис. 2

4° $\left[\lambda \bar{a}, \bar{b}\right] = \left[\bar{a}, \lambda \bar{b}\right] = \lambda \left[\bar{a}, \bar{b}\right]$

5° $\left[\bar{a}_1 + \bar{a}_2, \bar{b}\right] = \left[\bar{a}_1, \bar{b}\right] + \left[\bar{a}_2, \bar{b}\right]$; $\left[\bar{a}, \bar{b}_1 + \bar{b}_2\right] = \left[\bar{a}, \bar{b}_1\right] + \left[\bar{a}, \bar{b}_2\right]$

Если векторы заданы своими координатами $\bar{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\bar{b} = (b_1; b_2; b_3)$, то векторное произведение находится по формуле:

$$\left[\bar{a}, \bar{b}\right] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

Пример

Задание. Найти векторное произведение векторов $\bar{a} = (6; 7; 10)$ и $\bar{b} = (8; 5; 9)$

Решение. Составляем определитель и вычисляем его:

$$\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 6 & 7 & 10 \\ 8 & 5 & 9 \end{vmatrix} = \bar{i} \begin{vmatrix} 7 & 10 \\ 5 & 9 \end{vmatrix} - \bar{j} \begin{vmatrix} 6 & 10 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + \bar{k} \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= \bar{i}(7 \cdot 9 - 5 \cdot 10) - \bar{j}(6 \cdot 9 - 8 \cdot 10) + \bar{k}(6 \cdot 5 - 8 \cdot 7) =$$

$$= 13\bar{i} + 26\bar{j} - 26\bar{k} = (13; 26; -26)$$

Дополнительные примеры