

Поверхности второго порядка. Канонические уравнения поверхностей второго порядка(эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид).

1. Общее уравнение поверхности второго порядка

$$Ax^2+By^2+Cz^2+2Fyz+2Gzx+2Hxy+2Px+2Qy+2Rz+D=0,$$

где  $x, y, z$  – координаты точек поверхности,  $A, B, C, \dots$  – действительные числа.

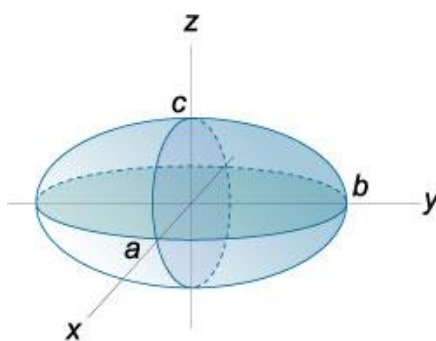
2. Классификация поверхностей второго порядка

Данная классификация основана на рассмотрении *инвариантов* поверхностей второго порядка. Инварианты представляют собой специальные выражения, составленные из коэффициентов общего уравнения, которые не меняются при параллельном переносе или повороте системы координат. Всего можно выделить 17 различных канонических видов поверхностей.

#	Ранг (e)	Ранг (E)	$\Delta$	Знаки k	Вид поверхности
1	3	4	<0	Одинаковые	Эллипсоид
2	3	4	>0	Одинаковые	Мнимый эллипсоид
3	3	4	>0	Разные	Однополостный гиперболоид
4	3	4	<0	Разные	Двуполостный гиперболоид
5	3	3		Разные	Коническая поверхность
6	3	3		Одинаковые	Мнимая коническая поверхность
7	2	4	<0	Одинаковые	Эллиптический параболоид
8	2	4	>0	Разные	Гиперболический параболоид
9	2	3		Одинаковые	Эллиптический цилиндр
10	2	3		Одинаковые	Мнимый эллиптический цилиндр
11	2	3		Разные	Гиперболический цилиндр
12	2	2		Разные	Пересекающиеся плоскости
13	2	2		Одинаковые	Мнимые пересекающиеся плоскости
14	1	3			Параболический цилиндр
15	1	2			Параллельные плоскости
16	1	2			Мнимые параллельные плоскости
17	1	1			Совпадающие плоскости

Эллипсоид (#1)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

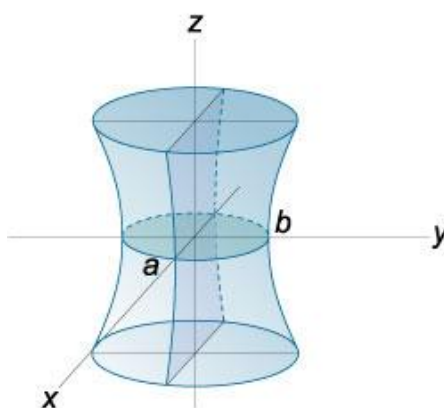


Мнимый эллипсоид (#2)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1 \quad -$$

Однополостный гиперболоид (#3)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$



Двуполостный гиперболоид (#4)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

