Билет 35

Прямая в пространстве

1. *Канонические уравнения прямой , проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ параллельно вектору $\vec{s}$=(m;n;p):*

$$\frac{x-x0}{m}=\frac{y-y0}{n}=\frac{z-z0}{p}.$$

Всякий ненулевой вектор, параллельный данной прямой, называется *направляющим вектором* этой прямой.

Вектор $\vec{s}$= *(m;n;p)- направляющий* для прямой.

2. Прямую в пространстве можно задать как линию пересечения двух непараллельных плоскостей.

Общие уравнения прямой:

$$\begin{cases} A1x + B1y + C1z + D1 = 0, \\ A2x + B2y + C2z + D2 = 0 \end{cases}$$

(коэффициенты при переменных не пропорциональны)

Направляющий вектор данной *прямой* находится по формуле:

$$\bar{s} = \left(\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix}; -\begin{vmatrix} A_1 & C_1 \\ A_2 & C_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \right).$$

3. *Необходимое и достаточное условие расположения двух прямых в одной плоскости(условие компланарности двух прямых):*

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ m_1 & n_1 & p_1 \\ m_2 & n_2 & p_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Замечания.

1) Если в определителе все строки пропорциональны, то *прямые совпадают;*
2) Если пропорциональны только вторая и третья строки, то *прямые параллельны;*
3) Если определитель равен нулю, но вторая и третья строки непропорциональны, то *прямые пересекаются;*
4) Если определитель не равен нулю, то *прямые скрещиваются.*

4. *Расстояние от точки $M_0(x_0; y_0; z_0)$ до прямой $\frac{x-x1}{m}=\frac{y-y1}{n}=\frac{z-z1}{p}$ вычисляется по формуле:*

$$d = \frac{\sqrt{\begin{vmatrix} y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ n_1 & p_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 - x_0 & z_1 - z_0 \\ m_1 & p_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 \\ m_1 & n_1 \end{vmatrix}^2}}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2}}.$$

Угол между прямыми

Угол между двумя прямыми - это угол между направляющими векторами этих прямых. Если $\overrightarrow{s1}$*(m_1, n_1, p_1)* - направляющий вектор прямой e_2, то, используя скалярное произведение этих векторов, получаем косинус угла между двумя прямыми в пространстве:

$$\cos\varphi = \frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2}{\left|\vec{s}_1\right| \cdot \left|\vec{s}_2\right|} = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}.$$