52. Бесконечно малые(БМФ) и бесконечно большие функции(ББФ).

Функция y= f (x) называется б.м. при x $\to$ x_0, при $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$.

Свойства бесконечно малых функций

ТЕОРЕМА 1.

Сумма и произведение любого конечного числа бесконечно малых функций при x $\to$ x_0 есть бесконечно малая функция при x $\to$ x_0 .

ТЕОРЕМА 2. Произведение бесконечно малой функции при x $\to$ x_0 на ограниченную в некоторой проколотой окрестности точки x_0 функцию есть бесконечно малая функция при x $\to$ x_0 .

СЛЕДСТВИЕ. Произведение бесконечно малой функции при x $\to$ x_0 на число есть бесконечно малая функция при x $\to$ x_0 .

ТЕОРЕМА 4 (связь между б.м.ф. и б.б.ф.). Функция y= f (x) является бесконечно малой при x $\to$ x_0 тогда и только тогда, когда функция y= $\frac{1}{f(x)}$ – бесконечно большая при $x\to x_0$.

ТЕОРЕМА 5 (связь функции, ее предела и б.м.ф.). Число A$\in\mathbb{R}$ является пределом функции f(x) при x $\to$ x0 $\Leftrightarrow$ f(x) = A + α(x) , где α(x) – бесконечно малая функция при x $\to$ x_0 .

ББФ

Функция y=f(x) назыв. ББ при x$\to$ x0, если для всякой последоват. {Xn} такой, что $\lim_{x\to x0} Xn = x0$, последоват. {f(Xn)} является ББ

Ф-ция y=f(x) назыв ББФ при x$\to$ x0, если $\lim_{x\to x0} f(x) = +\infty$,

Свойства бесконечно больших функций

ТЕОРЕМА 1 (свойства б.б.ф.).

Если при x $\to$ x0 функция f(x) имеет конечный предел($\lim_{x\to x0} f(x) = A$), а функция g(x) – бесконечно велика($\lim_{x\to x0} g(x) = \infty$), то

1) сумма их – бесконечно велика, т. е. $\lim_{x\to x0}\big(f(x) + g(x)\big) = \infty$,предел отношения f(x) к g(x) равен 0: $\lim_{x\to x0} \frac{f(x)}{g(x)}$=0

2) если$\lim_{x\to x0} f(x) = A$(A>0),а $\lim_{x\to x0} g(x) = 0$,причем g(x) положительна в окрестности точки x0 , то $\lim_{x\to x0} \frac{f(x)}{g(x)}$=+$\infty$

3) при положительном k, если $\lim_{x\to x0} f(x) = +\infty$, то lim $(_{x\to x0} k\, f(x)) = +\infty$,

4) произведение двух бесконечно больших функций есть функция бесконечно большая.

ТЕОРЕМА 2 (связь между б.б.ф. и б.м.ф.).

Если f(x) – бесконечно большая функция при x$\to$x0 , то $\frac{1}{f(x)}$ – бесконечно малая функция при x$\to$x0