(5) Problema de EDO:

Mateus Salgado

Resfriamento de um objeto em um ambiente externo
Considere um objeto cuja temperatura é inicialmente mais alta do que a temperatura ambiente. O resfriamento desse objeto é modelado pela Equação Diferencial Ordinária (EDO) de resfriamento de Newton, dada por:

$$dT/dt = -K * (T - Tambiente)$$

onde:
- T: é a temperatura do objeto em graus Celsius,
- t: é o tempo em minutos,
- Tambiente: é a temperatura ambiente em graus Celsius,
- k: é uma constante positiva que depende das propriedades do objeto e do ambiente.

A solução analítica para essa EDO é dada por:

$$T(t) = Tambiente + (T0 - Tambiente) * E^{-}kt$$

onde T0 é a temperatura inicial do objeto.

Objetivo:

Resolver numericamente a EDO de resfriamento de Newton usando um programa em Python.
E determinar o momento e valor da maior taxa de variação de temperatura por tempo.

A

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint

# Função que retorna a derivada da EDO
def modelo(T, t, k, T_ambiente):
    dTdt = -k * (T - T_ambiente)
    return dTdt

# Condições iniciais
T0 = 100.0          # Temperatura inicial do objeto em graus Celsius
T_ambiente = 25.0 # Temperatura ambiente em graus Celsius
k = 0.1             # Constante de resfriamento

# Tempo
tempo = np.linspace(0, 60, 100) # de 0 a 60 minutos, com 100
pontos intermediários

# Resolve a EDO numericamente
solucao = odeint(modelo, T0, tempo, args=(k, T_ambiente))

# Calcula a derivada da temperatura em relação ao tempo
derivada_temperatura = -k * (solucao[:, 0] - T_ambiente)

# Encontra o momento de maior derivada
indice_max_derivada = np.argmax(np.abs(derivada_temperatura))
momento_max_derivada = tempo[indice_max_derivada]
valor_max_derivada = derivada_temperatura[indice_max_derivada]

# Plota o resultado
plt.plot(tempo, solucao[:, 0], label='Temperatura do objeto')
plt.axhline(y=T_ambiente, color='r', linestyle='--',
label='Temperatura ambiente')
plt.scatter(momento_max_derivada, solucao[indice_max_derivada, 0],
color='g', label='Maior derivada')
plt.title('Resfriamento de um objeto')
plt.xlabel('Tempo (minutos)')
plt.ylabel('Temperatura (°C)')
plt.legend()
plt.show()

print(f'O momento de maior derivada ocorre em t =
{momento_max_derivada:.2f} minutos.')
print(f'O valor da maior derivada é {valor_max_derivada:.2f}
°C/minuto.')
```

B

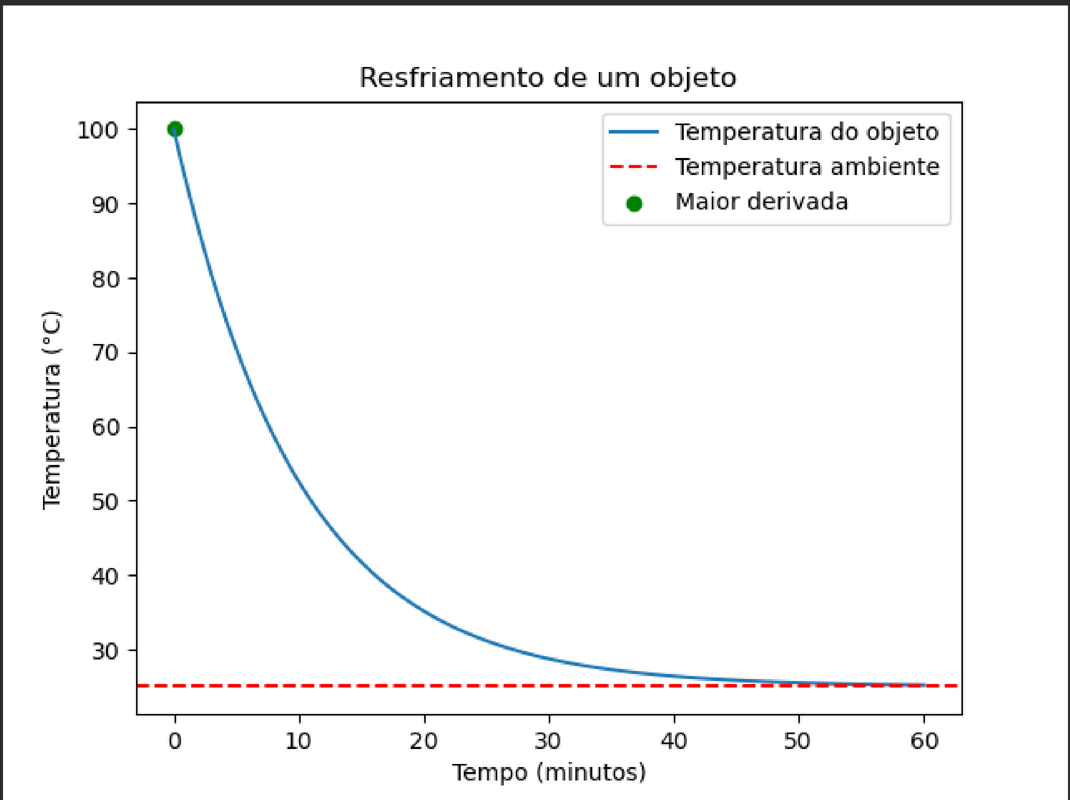
A escolha do esfriamento de Newton, neste caso, é justificada pela falta de uma solução analítica geral para muitas EDOs complexas. O método numérico oferece uma abordagem eficaz para obter soluções aproximadas quando não é possível encontrar uma solução analítica.

- Facilidade de Implementação: O método odeint é fácil de implementar em comparação com outras técnicas numéricas mais complexas. Ele permite resolver EDOs de forma relativamente simples, fornecendo uma solução numérica em um intervalo de tempo especificado.
- Eficiência Computacional: O odeint usa métodos de integração numérica eficientes, como o método de Runge-Kutta, que são robustos e adequados para uma ampla gama de problemas.
- Ampla Aplicabilidade: Métodos numéricos são versáteis e aplicáveis a uma variedade de equações diferenciais, incluindo aquelas que não têm soluções analíticas conhecidas.
- Aproximação Precisa: Ao ajustar o número de pontos de tempo na solução numérica, é possível obter uma aproximação tão precisa quanto desejado.

Justificada pela praticidade, eficiência e aplicabilidade geral desses métodos em problemas de engenharia e física.

C

```
/usr/bin/python3.10
/home/salgado/Desktop/CalculoNumerico/Prova2/5.py
O momento de maior derivada ocorre em t = 0.00 minutos.
O valor da maior derivada é -7.50 °C/minuto.
```



D

A resposta indica que o momento de maior derivada ocorre em (t = 0.00) minutos e que o valor da maior derivada é -7.50 C/minuto.
Primeiramente, (t = 0.00) minutos significa que o maior valor ocorre no início do processo de resfriamento, ou seja, no momento inicial em que começamos a observar a temperatura do objeto.
Quanto ao valor da maior derivada, o sinal negativo (-7.50) indica que a temperatura do objeto está diminuindo. No contexto do problema de resfriamento, isso faz sentido, já que a temperatura do objeto inicialmente é maior que a temperatura ambiente, e o objeto está esfriando.