大学物理乙秋冬学期教学主要内容：

第13章(13-6)至第25章

大学物理学习辅导中心：

http://10.14.122.222/gp/

帐号： zh ； 密码：zhanghong

电子课件文件类型：PDF 文件

Acrobat（图书馆首页，常用阅读软件）

第 一 周

第13章 静电场

§13.6， §13.7

第14章 静电场中的导体和电解质

§14.1， §14.2

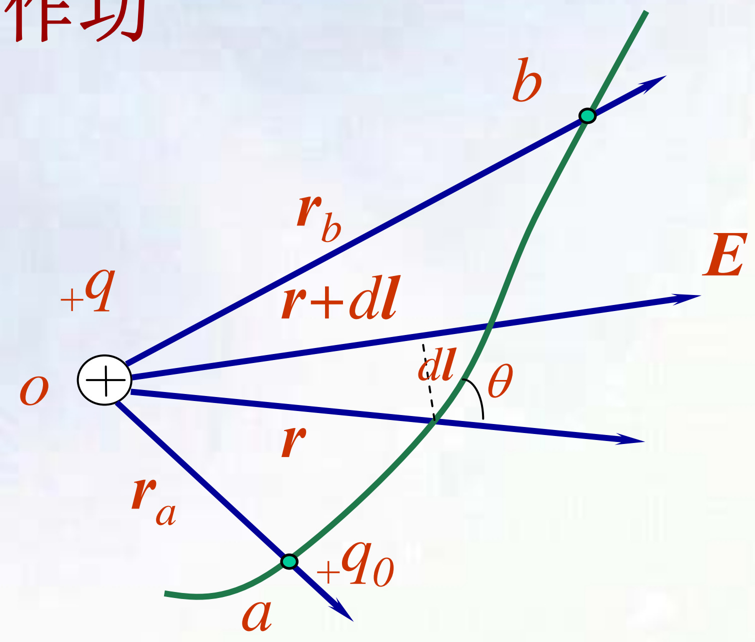
作业： P236 13-18，13-20，13-25，
* 13-29
* P258 14-2

§ 9.6 静电场的环路定理

一、静电场力的功

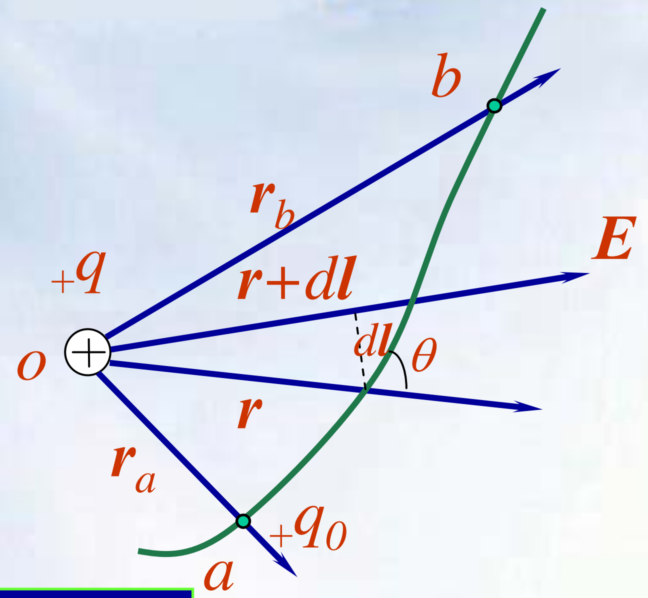
1. 点电荷电场中电场力作功

在位于o点的点电荷$+q$的电场中，试验电荷$+q_0$从a移至b，在位矢$\boldsymbol{r}$到$\boldsymbol{r}+\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 位移元$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$上，电场力作的元功为



$$\mathrm{d}A = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$= q_0 E\cos\theta\,\mathrm{d}l = q_0 E\,\mathrm{d}r$$



从a到b作功为:

$$A_{ab} = \int_a^b \mathrm{d}A = \int_{r_a}^{r_b} q_0\cdot\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\mathrm{d}r$$

$$= \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$$

以上结果表明：电场力所作的功仅与试验电荷的起点、终点位置有关，与电荷移动的路径无关。

2. 任意带电体电场中电场力作功

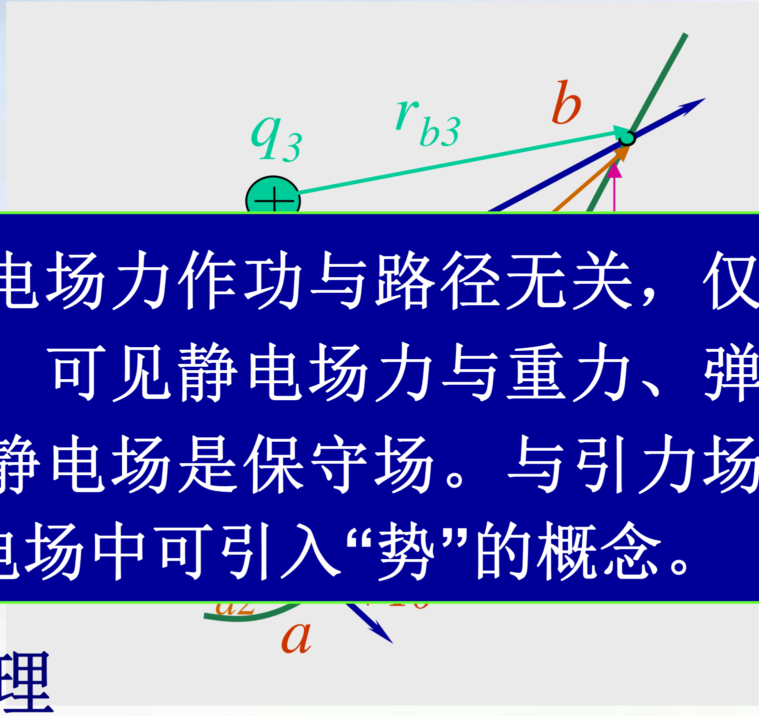
任意形状的带电体可看作是点电荷的组合，由场强的叠加性可得：

$$A_{ab}=\int_a^b \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=q_0\int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=q_0\int_a^b (\vec{E_1}+\vec{E_2}+\cdots+\vec{E_n})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= q_0 \int_a^b \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + q_0 \int_a^b \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \cdots + q_0 \int_a^b \vec{E}_n \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{q_0 q_i}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_{ai}} - \frac{1}{r_{bi}} \right)$$



保守力、保守场：由于电场力作功与路径无关，仅与起点、终点位置有关，可见静电场力与重力、弹性力一样，是保守力，静电场是保守场。与引力场（重力场）类比，在静电场中可引入“势”的概念。

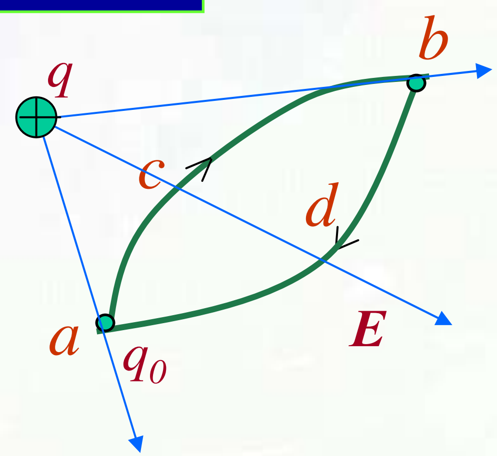
二、静电场的环路定理

将试验电荷q_0从a点移动到b点，再从b点移回到a点。从a到b可以走acb或adb，有

$$q_0\int_{a(c)}^{b}\vec{E}\cdot d\vec{l}=q_0\int_{a(d)}^{b}\vec{E}\cdot d\vec{l}=-q_0\int_{b(d)}^{a}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

所以 $$\boxed{\int_{a(c)}^{b}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\int_{b(d)}^{a}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0}$$

即 $$\boxed{\oint\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0}$$



$\oint\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 称为静电场的环流。

有源场、有势场：高斯定理表明电场的闭合面积分不为零，是有源场；环路定理表明电场的闭合线积分为零，是有势场。

§9.7 电势

电势是从能量的角度来描述电场。

一、电势能

对于保守场，类似于重力势能，点电荷q_0在a点有势能W_a，在b点有势能W_b。q_0从a点移至b点时，电场力作的功等于电势能增量的负值：

$$A_{ab}=\int_a^b q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-(W_b-W_a)$$

$$=-\Delta W=W_a-W_b$$

势能是相对的，对于有限分布的场源电荷可取无限远处电荷q_0的电势能为零，$W_\infty=0$，则电荷q_0在p点的电势能为将q_0从p点移至无限远时电场力所作的功：

$$\boxed{W_p=A_{p\infty}=q_0\int_p^\infty\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}}$$

电势能的单位：焦耳（J）。

点电荷电场中电荷的电势能：

$$W_p = q_0 \int_p^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= q_0 \cdot \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_p}^{\infty} \frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_p}$$

W_p的大小、正负与q_0、q有关。

二、电势

定义：

$$U_p = \frac{W_p}{q_0} = \int_p^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

或 $$U_p = \int_p^{p_0} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad , \quad U_{p_0} = 0$$

静电场中某点的电势，在数值上等于单位正电荷在该处所具有的电势能；也等于单位正电荷从该点经过任意路径移到无限远处（或电势能为零的参考点处）电场力对它所做的功。

在电势能中除去 q_0 后的 U_p 只反映了电场的性质。电势是标量，单位：伏特（V）。

电势差： 任意两点之间的电势之差。也称电压、电平、电位。

$$U_{ab} = U_a - U_b =$$

$$\int_a^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} - \int_b^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

总结：电场力作功、电势能（用电势表示）

$$A_{ab}=\int_a^b q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=q_0(U_a-U_b)=q_0U_{ab}$$

$$W_a=q_0U_a \quad , \quad W_b=q_0U_b$$

三、电势叠加原理

1．点电荷电场中的电势

$$U_p = \int_p^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} =$$

$$\int_r^{\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

若q为正，空间各点电势为正；r越大，离q越远，电势越低。若q为负，空间各点电势为负；r越大，离q越远，电势越高。

2. 点电荷系电场中的电势

场源有点电荷q_1、q_2、…、q_n，由电势定义和场强叠加原理：

$$U_p = \int_p^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_p^{\infty} (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= U_{p1} + U_{p2} + \cdots + U_{pn}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} U_{pi} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

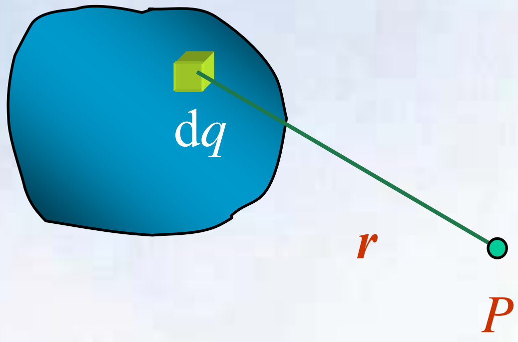
即电势叠加原理。

3．电荷连续分布带电体电场中的电势

（1）在带电体上取一小电荷元dq作为点电荷，则

$$\mathrm{d}U=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$U=\int \mathrm{d}U=\int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



（2）按定义式计算

$$U=\int_p^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

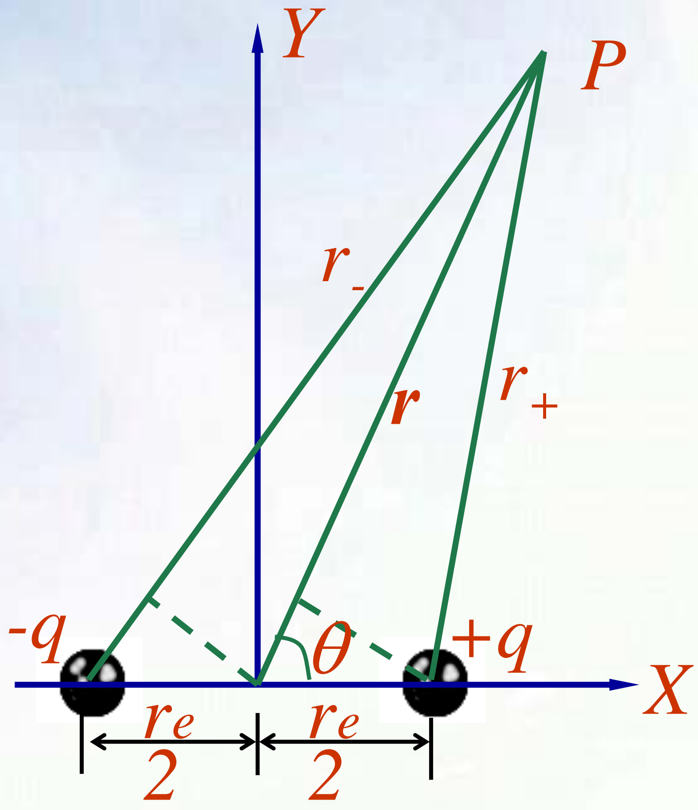
例题1：计算电偶极子电场中任意一点的电势。（$r >> r_e$）

解： 如图所示，在电偶极子电场中P点的电势为：

$$U_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_+} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_-}$$

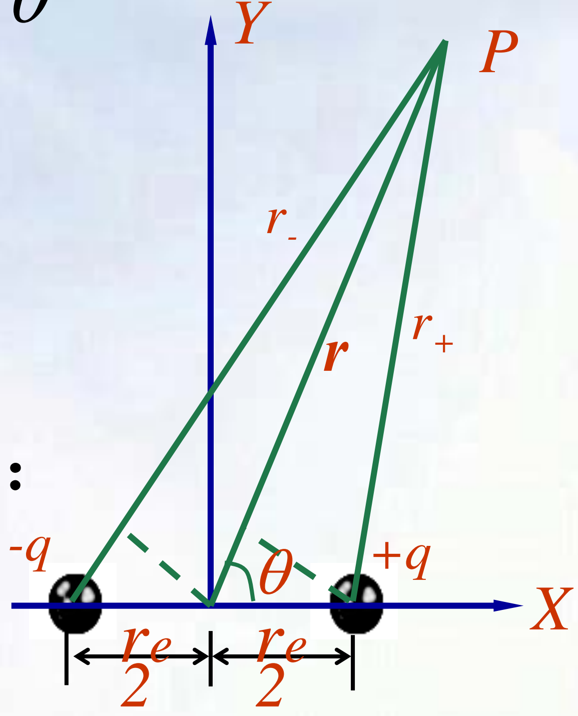
式中 $r_+ \approx r - \frac{r_e}{2}\cos\theta$

$$r_- \approx r + \frac{r_e}{2}\cos\theta$$



$$U_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r - \frac{r_e}{2}\cos\theta} - \frac{1}{r + \frac{r_e}{2}\cos\theta}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_e\cos\theta}{r^2 - (\frac{r_e}{2}\cos\theta)^2}$$



由于 $r >> r_e$ 所以P点电势可写为：

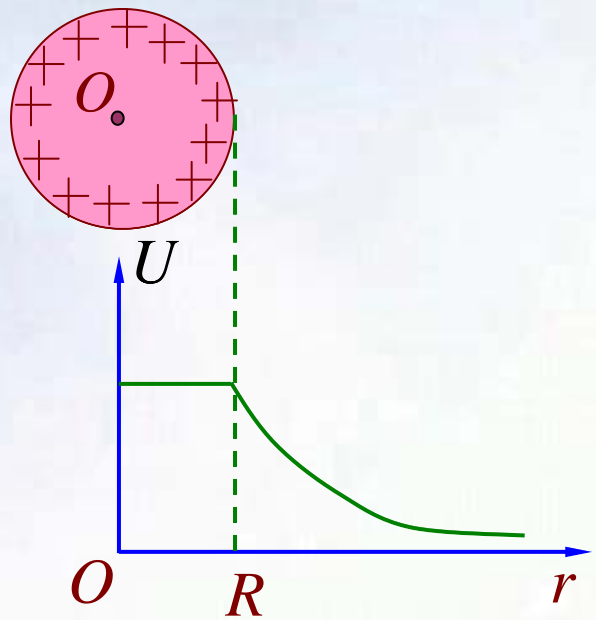
$$\boxed{U_p = \frac{qr_e\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\vec{p}_e\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}}$$

其中，$\boldsymbol{p}_e = q\boldsymbol{r}_e$ 为电偶极矩。

例题2：计算均匀带电球面电场中的电势分布？

解：如图所示，带电球面在空间激发的场强沿半径方向，大小为：

$$E=\begin{cases}\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R\\ 0 & r<R\end{cases}$$



按公式有：$$U_P=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_r^{\infty}E\mathrm{d}r$$

当$r>R$ 时 $$U_P=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_r^{\infty}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

当$r<R$ 时

$$U_P=\int_r^{R}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}+\int_R^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=$$

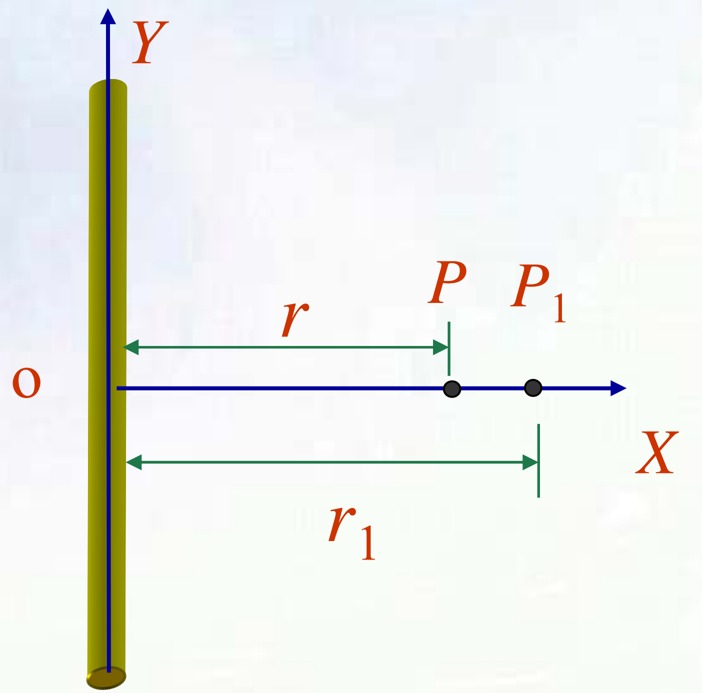
$$\int_r^{R}0\,\mathrm{d}r+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_R^{\infty}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

例题3：计算无限长均匀带电直线电场的电势分布？

解： 如图所示，带电直线电荷线密度为 λ，计算X轴上距带电直线为r的P点处的电势。

由高斯定理，无限长均匀带电直线在X轴上的电场强度为：

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$



计算P与P_1点的电势差为：

$$U_P - U_{P_1} = \int_r^{r_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \int_r^{r_1} \frac{\mathrm{d}r}{r} =$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} (\ln r_1 - \ln r)$$ ，由于ln1=0，本题

选r_1=1m 处作为电势零点，则P点电势为：

$$\boxed{U_P = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln r}$$

$\lambda > 0$时：r>1m，U_P为负；r<1m，U_P为正。

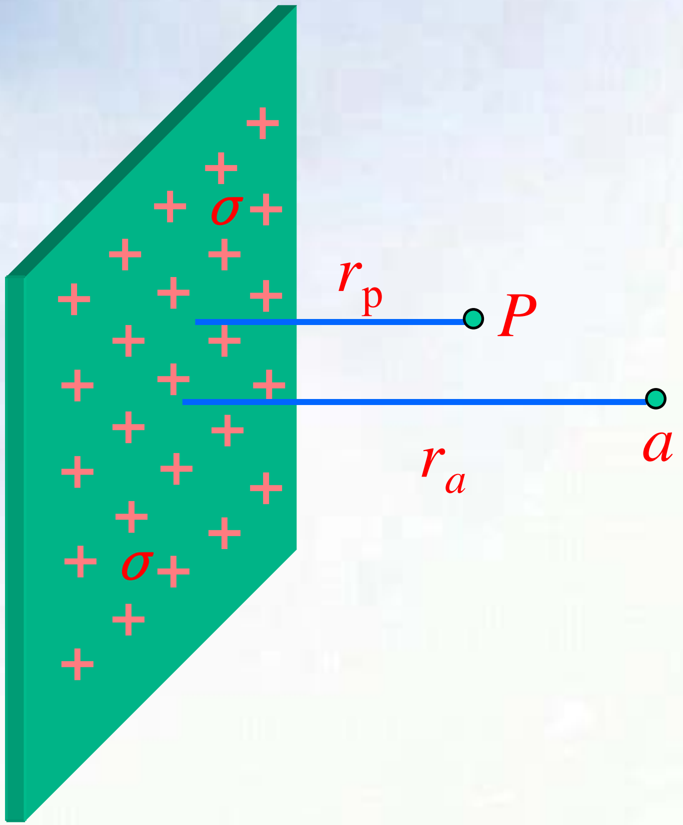
例题4：计算无限大均匀带电平面电场的电势分布？

解： 已知场强与带电平面垂直，数值为：

$E = \sigma/2\varepsilon_0$ 选取a点为电势零点， 则P点的电势为：

$$U_P = \int_P^a \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_{r_P}^{r_a} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}r$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} r_a - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} r_P$$



为使P点电势表达式最为简捷，取r_a=0，即选取带电平面为势能零点，则P点的电势分布为：

$$U = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} r$$

§ 9.8 电场强度与电势的关系

一、等势面

等势面：电势值相等的点连成的曲面。

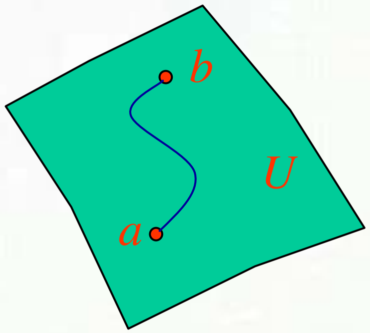
等势面性质：

1. 等势面与电场线处处正交

在等势面上两点a、b之间，电场力作功为

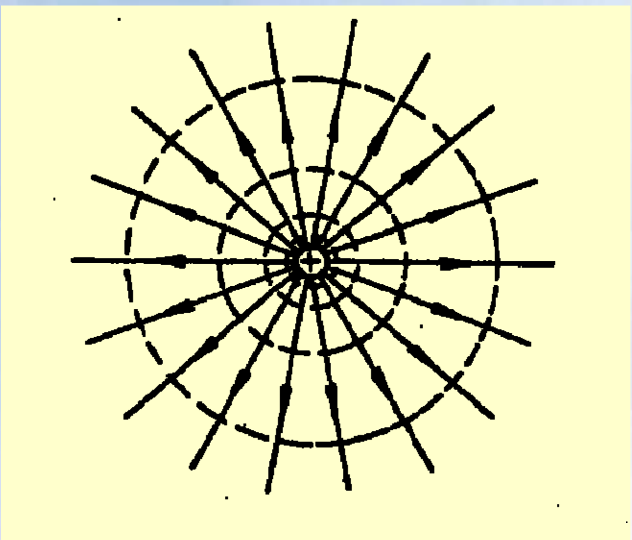
$$A_{ab}=q_0\int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=q_0(U_a-U_b)=q_0U_{ab}=0$$

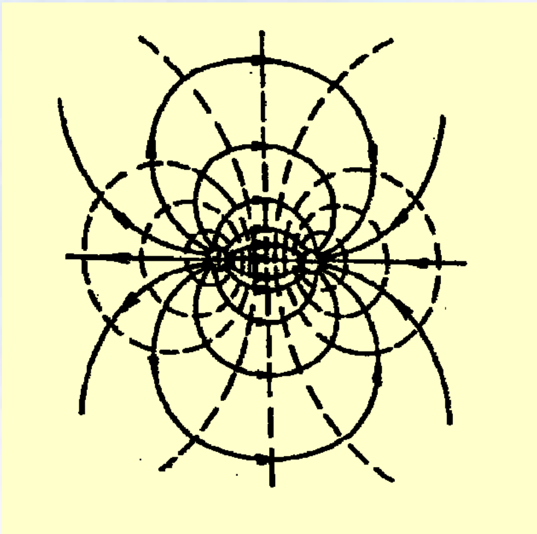


因为q_0、$\boldsymbol{E}$、$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$均不等于零，所以$\boldsymbol{E}\perp\mathrm{d}\boldsymbol{l}$。

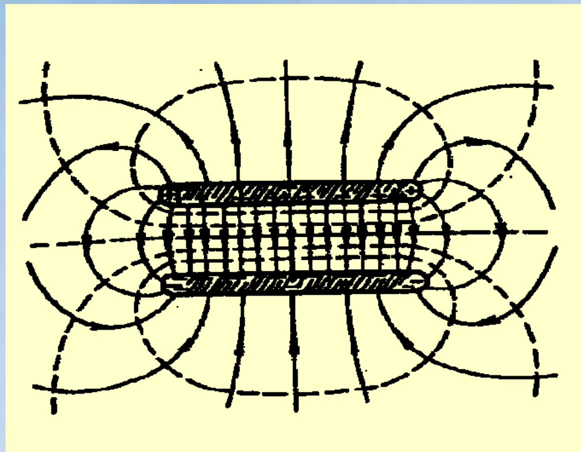
2．等势面密集的地方场强大，稀疏处场强小。



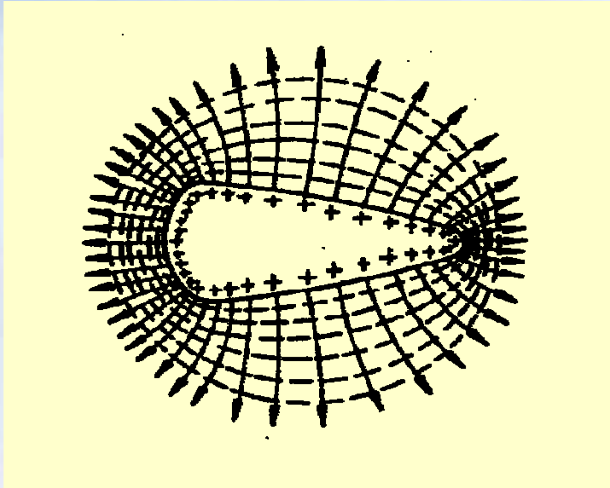
点电荷



电偶极子



正负带电板



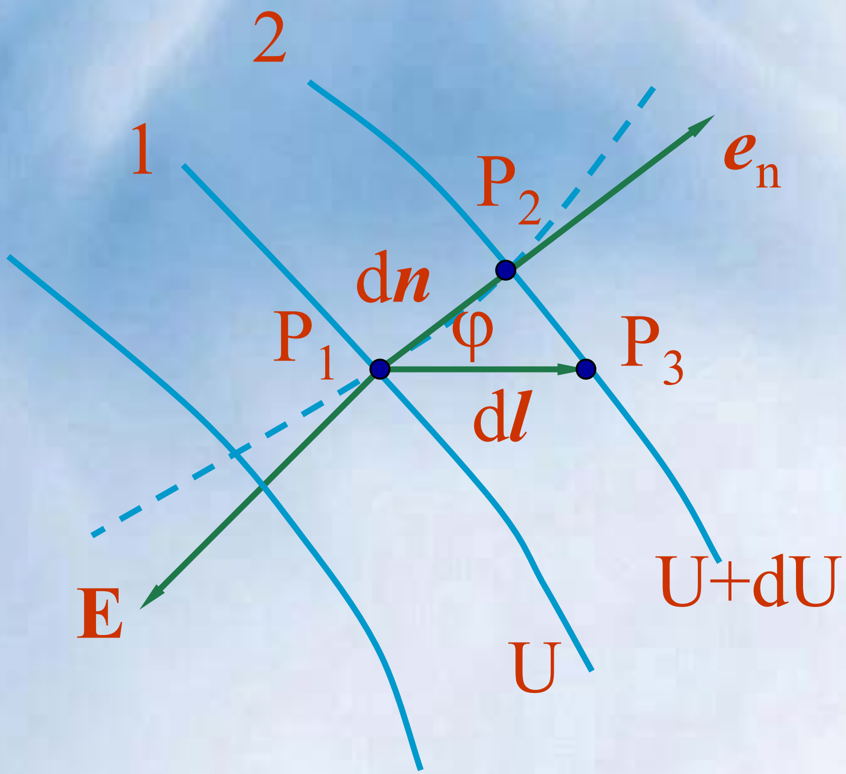
不规则形状的带电导体

二、电场强度与电势梯度的关系

电势为场强的积分形式。

微分形式?

如下图，取相邻两等势面1、2，其电势分别为：U、U+dU，并设dU >0。过P_1点作法线交2于P_2，法线方向矢量为$\boldsymbol{e}_n$，P_1P_2=d$\boldsymbol{n}$，取2中任一点P_3，P_1P_3=d$\boldsymbol{l}$，则电势的空间变化率dU/dl将恒小于$\boldsymbol{e}_n$方向的电势的空间变化率dU/dn，即dU/d$l \leq$ dU/dn。设d$\boldsymbol{l}$与$\boldsymbol{e}_n$之间的夹角为φ，可知，dn= d$l$cosφ。



$\mathrm{d}U/\mathrm{d}l \le \mathrm{d}U/\mathrm{d}n$ 。设$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$与$\boldsymbol{e}_n$之间的夹角为φ，可知，

$\mathrm{d}n = \mathrm{d}l\cos\varphi$

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}l} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\cos\varphi = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\vec{e}_n \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{l}}{\mathrm{d}l}$$

电势变化率 $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}l}$ 是矢量 $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\vec{e}_n$ 在 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 方向上的分量，此矢量记做 ∇U。

电场中某点的电势梯度矢量，方向取电势在该点空间变化率为最大时的方向，大小等于沿该方向上电势的空间变化率。

电场中某点电势梯度矢量与电场强度之间的关系：

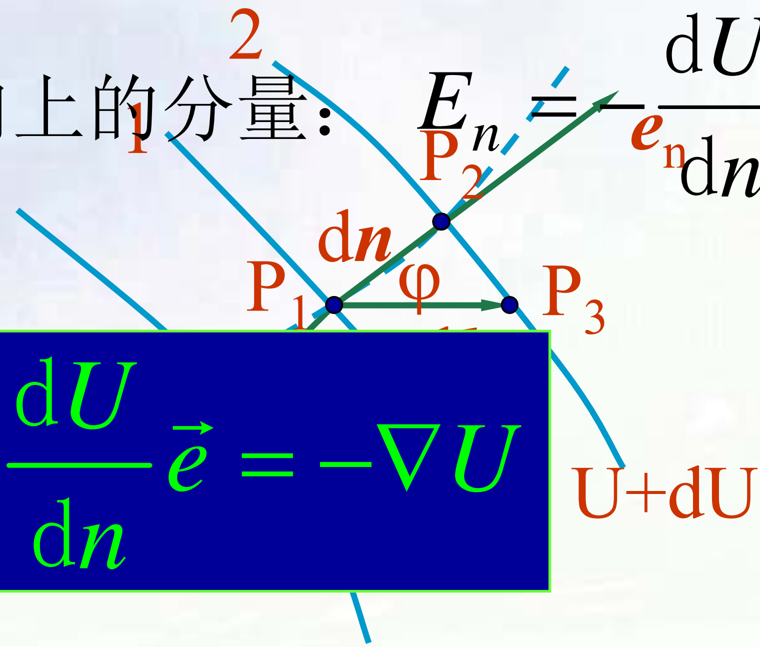
电场线的方向亦即电场强度的方向恒垂直于等势面，并指向电势降落的方向。P_1点电场强度的方向与$\boldsymbol{e}_n$的方向相反。单位正电荷从P_1移动到P_2点时，电场力做功：

$$E_n \mathrm{d}n = U - (U + dU) = -\mathrm{d}U$$

式中E_n为场强在$\boldsymbol{e}_n$方向上的分量：

$$E_n = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}$$

将上式写成矢量式：



$$\vec{E} = E_n \vec{e}_n = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\vec{e} = -\nabla U$$

上述矢量式在任意d$\boldsymbol{l}$方向上的分量为：

$$E_l = -(\nabla U)_l = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}l}$$

将上式推广到直角坐标系的三个方向：

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k} =$$

$$-\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right) = -\nabla U$$

用场强和电势梯度的关系求电场强度可避免复杂的矢量运算。
电势梯度的单位是V/m，常作为场强的单位。

例题5：由电偶极子的电势分布求其的场强？

解：电偶极子电场中任意一点P处的电势为：

$$U_P=\frac{p_e\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{p_e x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)^{3/2}}$$

其中，$p_e=qr_e$

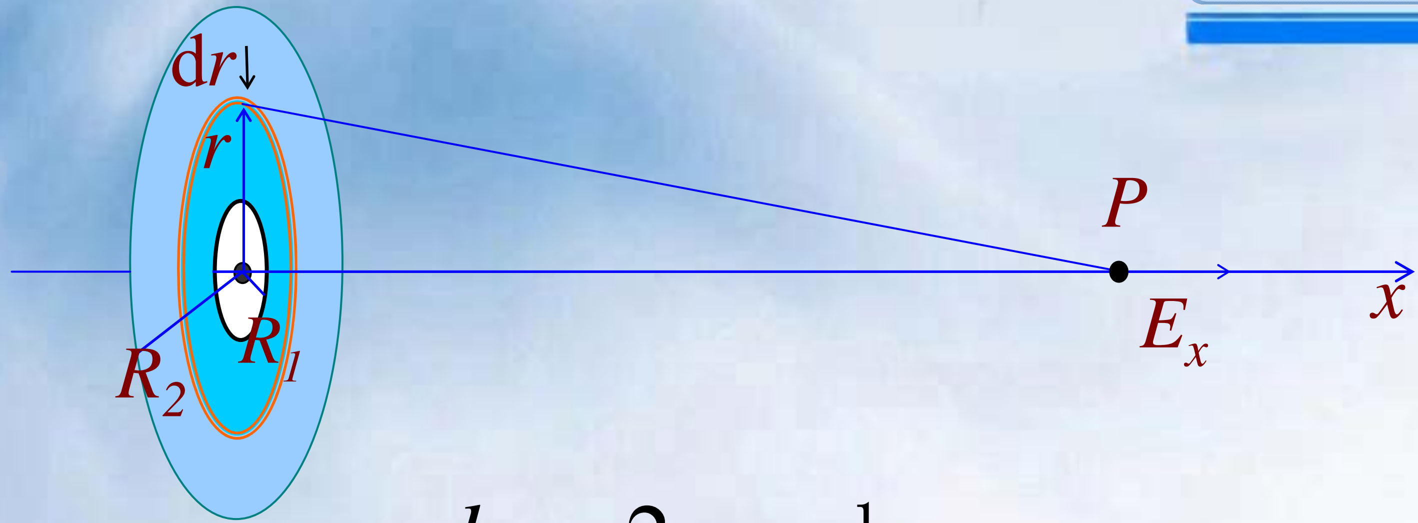
P点的场强沿坐标轴x、y的分量为:

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{p_e(2x^2 - y^2)}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + y^2)^{5/2}}$$

$$E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{3p_e xy}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + y^2)^{5/2}}$$

例题6：将半径为R_2的圆盘，在盘心处挖去半径R_1的小孔，并使盘均匀带电，试用电势梯度求场强的方法，计算这个中空带电圆盘轴线上任一点P处的场强？

解：设面电荷密度 σ，离圆心距离x，在盘面上取半径r，宽为$\mathrm{d}r$的圆环，环上带电：



$$dq = 2\pi\sigma r \mathrm{d}r$$

dq在P点的电势为

$$\mathrm{d}U = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 (r^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sigma r \mathrm{d}r}{2\varepsilon_0 (r^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}}$$

整个圆盘在P点的电势为：

$$U=\int_{R_1}^{R_2}\mathrm{d}U=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\sigma r\mathrm{d}r}{2\varepsilon_0(r^2+x^2)^{1/2}}$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R_2^2+x^2}-\sqrt{R_1^2+x^2}\right)$$

由对称性分析可知，场强方向沿x轴，其值为：

$$E=E_x=-\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{x}{\sqrt{R_1^2+x^2}}-\frac{x}{\sqrt{R_2^2+x^2}}\right)$$

第十章　静电场中的导体和电介质

§10-1　静电场中的金属导体

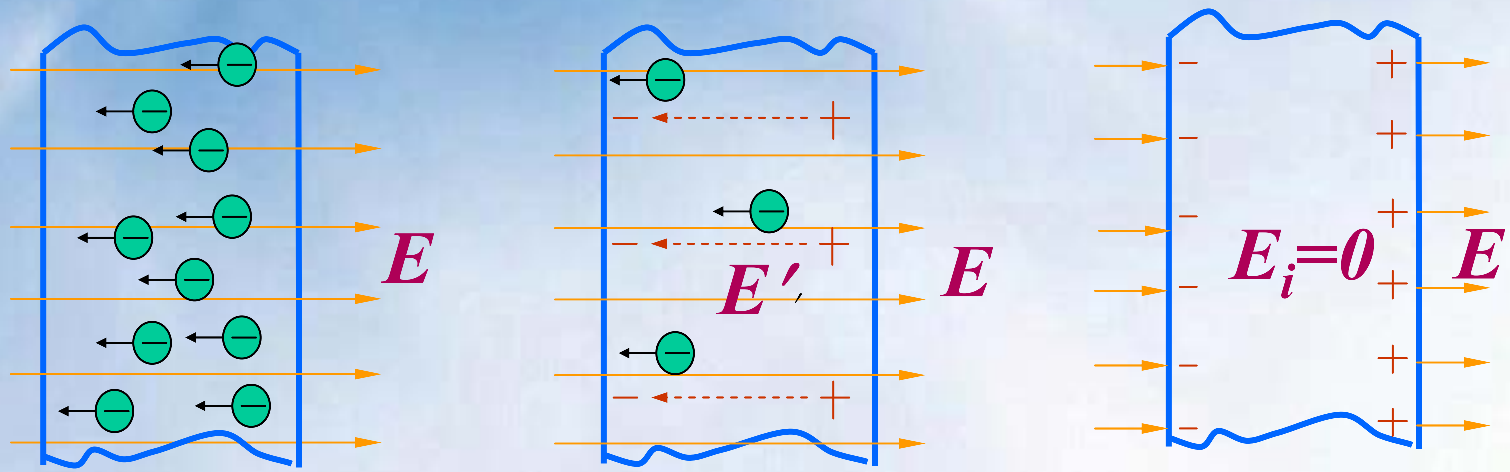
一. 导体的静电平衡

导体的静电平衡状态：导体内没有任何电荷做任何宏观的定向运动。

静电平衡的必要条件：导体内任一点的电场强度都等于零。

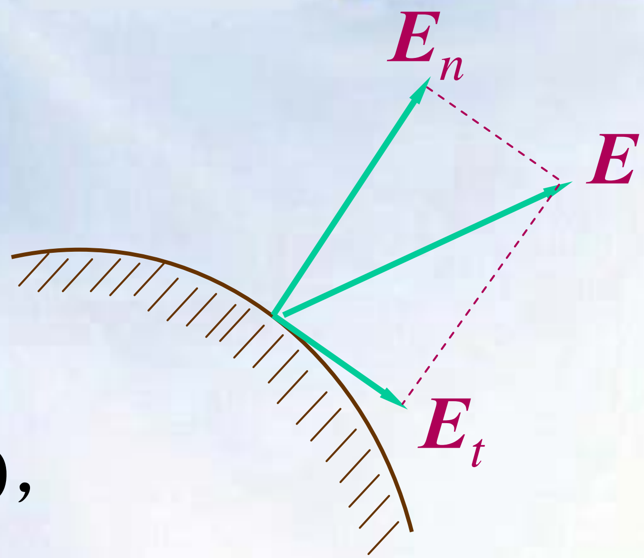
静电感应现象：当导体置于外电场的瞬间(10^{-6}s)，导体的两端出现等量异种电荷的现象。

导体的静电平衡



静电平衡条件的推论：①导体内部场强处处为零。②导体表面的场强垂直于导体表面。③导体是一个等势体，导体表面是一个等势面。

1. 导体表面电场可不为零，但必须与导体表面垂直，若不垂直，存在一$\boldsymbol{E}_t$分量，电荷必有定向移动，如图。



2. 对于导体内两点PQ，$\boldsymbol{E}$=0，电势差：

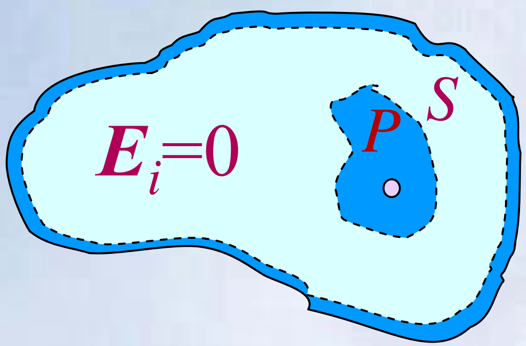
$$U_{PQ} = \int_P^Q \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

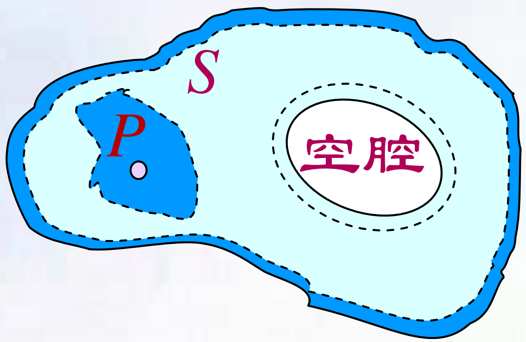
3. 对于导体表面上的两点PQ，$\boldsymbol{E}$与$\boldsymbol{dl}$处处垂直，电势差

$$\int_P^Q \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

二. 静电平衡时导体上的电荷分布

当带电导体处于静电平衡状态时，导体内部处处没有净电荷存在，电荷只能分布在导体表面上。可用高斯定理证明，见图示：

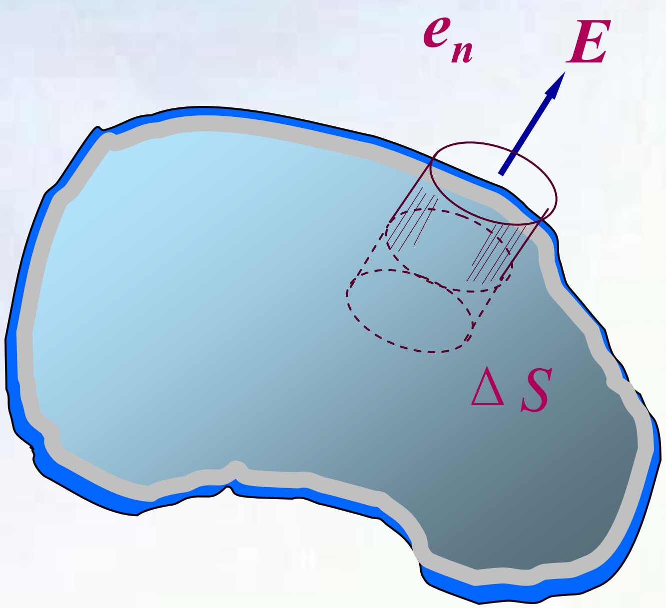




论证导体静电平衡时电荷只能分布在导体表面

用高斯定理求导体表面附近的场强与电荷面密度的关系：如图做高斯面，由高斯定理得：

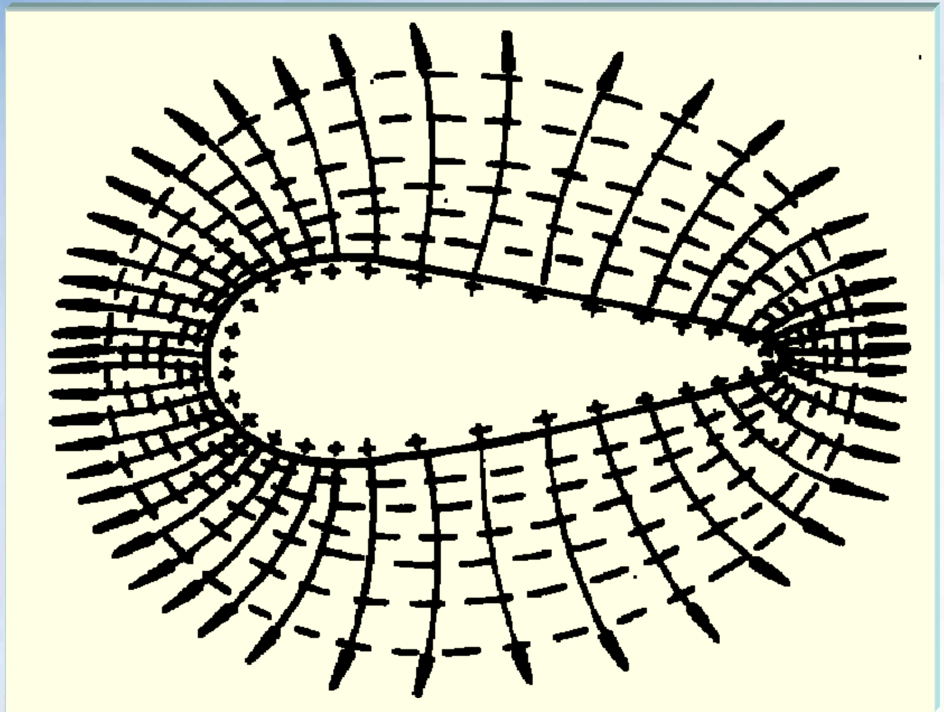
$$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0}$$



则 $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$，写成矢量式：

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}_n}$$

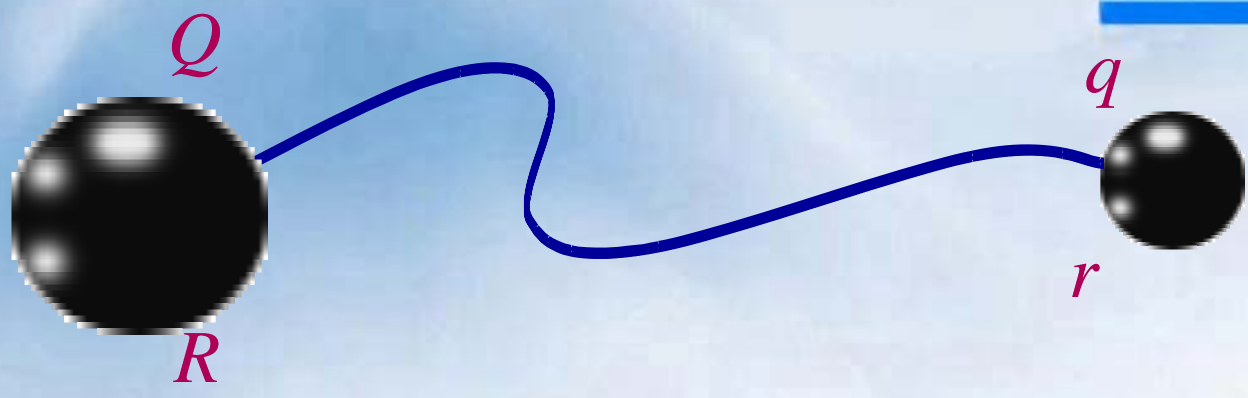
电荷面密度与导体表面曲率的关系



电荷在孤立导体表面上的分布规律：实验表明，电荷在导体表面上的分布规律与导体表面的曲率有关：曲率大，电荷面密度大；曲率小，电荷面密度小；曲率负，电荷面密度更小。

例题1：

两个半径分别为 R 和 r 的球形导体（R ＞ r），用一根很长的细导线连接起来，使这个导体组带电，电势为U，求两球表面电荷与曲率的关系？



解： 由于两球由导线连接，两球电势相等：

$$U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

得：

$$\frac{Q}{q}=\frac{R}{r}$$

可见，大球所带电量Q比小球q多。
两球的面电荷密度分别为：

$$\sigma_R = \frac{Q}{4\pi R^2} \qquad \sigma_r = \frac{q}{4\pi r^2}$$

所以：
$$\frac{\sigma_R}{\sigma_r} = \frac{Qr^2}{qR^2} = \frac{r}{R}$$

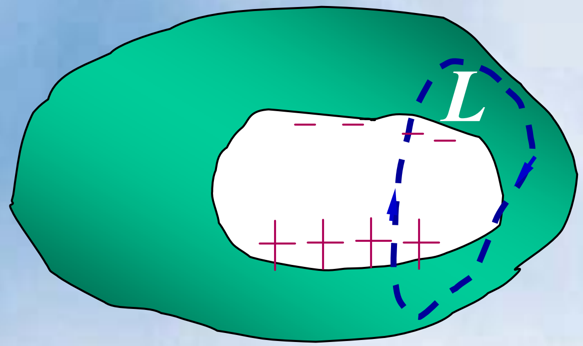
结论：两球电荷面密度与曲率半径成反比，
即与曲率成正比。

上述实验结果在技术上有十分重要的应用：避雷针、高压输电线路的防漏电。

三．空腔导体内外的静电场

在导体内做高斯面可证明，空腔内表面的电荷代数和为零，但不能证明导体空腔内表面有无等量异种电荷，要证明这点，需借助于其他定理。

假设空腔内表面带正负电荷，在空腔内取闭合路径 L 如图，做环路积分：



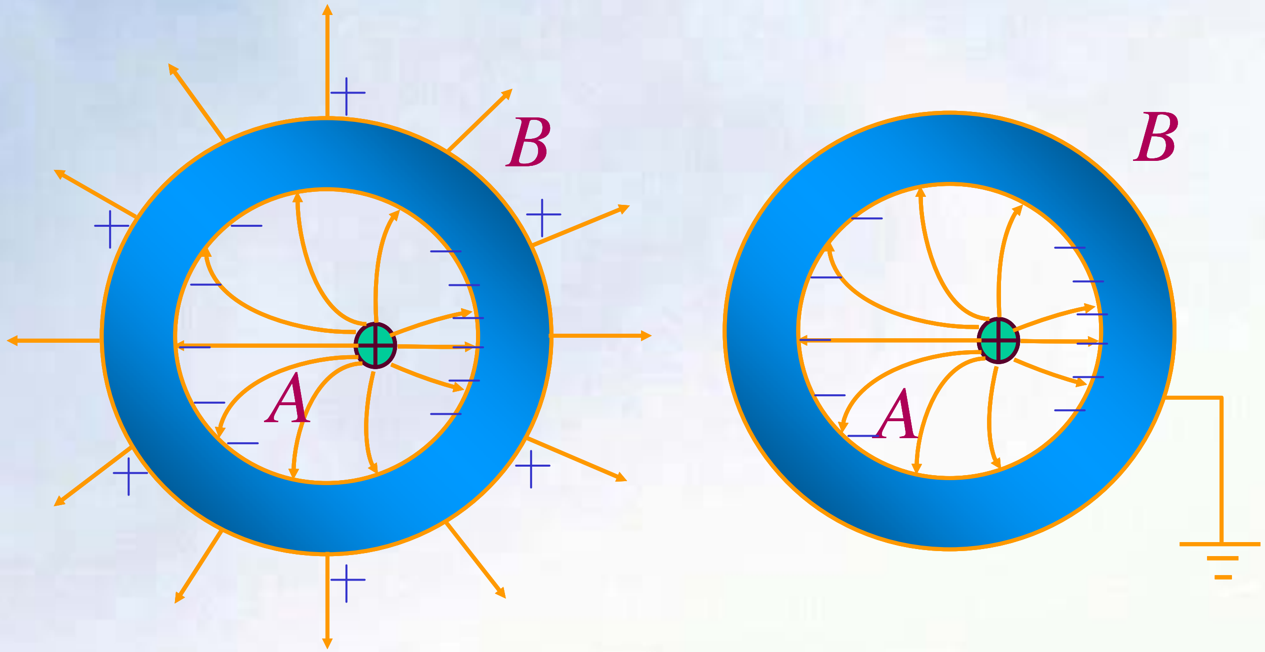
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{\text{沿电场线}} \vec{E}\cdot d\vec{l} + \int_{\text{导体内}} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

由于在沿电场线一段的线积分不为零，则：

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} \neq 0$ 　此式与静电场环路定律矛盾。

结论：空腔导体在外电场中，内表面无电荷存在，导体内部及空腔内的场强等于零。

导体空腔内有电荷时腔内外的电场分布？



腔内电荷A可激发导体内外表面电荷，但腔内电荷A的位置不能改变导体外表面的电荷分布。
导体外表面接地时，腔内电荷A不会对导体外的物体产生影响。

四．静电屏蔽

利用接地的空腔导体将腔内带电体与外界隔绝的现象。

静电屏蔽特点：（1）外电场不影响空腔导体内部。（2）内电场不影响空腔导体外部。

静电平衡时，导体内无电场，当外电场发生变化时，不会影响空腔导体内部。将金属导体外表面接地，则外表面感应电荷与地电荷中和，腔内电荷在腔内壁上感应出等量异号电荷，电场仅在腔内，不影响空腔导体外部。

静电屏蔽的应用：（1）高压带电作业，金属丝网制成的均压服；（2）电气设备金属罩接地；（3）人体电信号的提取，信号数量级在 mV、μV，装置、导线用金属丝网屏蔽。

范德格拉夫起电机

范德格拉夫起电机是由美国科学家范德格拉夫 (1901- 1967)于1931年发明的。原理是空腔导体电荷分布在外表面及尖端放电。图为学校普遍使用的一种模型，内部有一条橡皮带，由胶轮带动运转。当点电极通过摩擦或高电压产生静电，运转的橡皮带便会将电荷不断地传到球形金属罩的外表面，形成大量电荷积聚在球形罩上。