

浙江大学 2017 - 2018 学年春夏学期

《量子力学 I》课程期末考试试卷

课程号： 06120991，开课学院： 物理学系

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带 计算器 入场

考试日期： 2018 年 6 月 28 日，考试时间： 90 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

考生姓名： 学号： 所属院系：

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

可能会用到的物理常数：

电子电荷 $e=1.602\times 10^{-19}\text{C}$

普朗克常量 $h=6.63\times 10^{-34}\text{Js}$

Rydberg 常数 $R=1.097\times 10^7\text{m}^{-1}$

一. （20 分）一个质量为 m 的粒子在一维宽度为 a 的无限深方势阱： $V(x) =$

$\begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq a, \\ \infty, & \text{otherwise,} \end{cases}$ 中运动，求（1）基态的位置期望值 $\langle x \rangle$ ；（2）基态的位置方差 σ_x ；

（3）第 n 个本征态的波函数在空间 $0 \leq x \leq a$ 中除了 $x=0$ 和 $x=a$ 之外有几个零点？

二. （20 分）一维谐振子势 $V = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ ：利用公式 $a_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}(\mp ip + m\omega x)$ 计

算：（1）谐振子势能在第 n 个激发态的期望值 $\langle V \rangle$ ；（2）动能在第 n 个激发态的期望值 $\langle T \rangle$ 。

三. （20 分）Gauss 波包的位置空间波函数为 $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} e^{-\frac{x^2}{2a^2}}$ ，（1）求方差 σ_x ；

（2）写出其动量空间波函数；（3）求方差 σ_p 。

四. (20 分) 自旋与观测量: (1) 写出自旋算符的 Pauli 矩阵 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$; (2) 已知一个状态在 σ_z 表象中可以用 $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 表示, 问在这个态中观测 σ_x 得到的可能值是什么, 其几率分别是多少? (3) 在 (2) 中的态中观测 σ_z 可能得到什么值, 其几率分别是多少?

五. (10 分) 写出 J_x, J_y, J_z 的对易关系, 已知 $J_{\pm} = J_x \pm iJ_y$, 利用以上对易关系证明 $J_z J_{\pm} = J_{\pm} (J_z \pm \hbar)$ 。

六. (10 分) 全同粒子: 两个全同粒子自旋 $S = 1/2$, 自旋向上的态用 $|\uparrow\rangle$ 表示, 自旋向下的态用 $|\downarrow\rangle$ 表示, 如果它们的空间波函数是交换对称的, (1) 总自旋可能是多少? (2) 写出自旋部分的波函数。