第 六 周

第16章 物质中的磁场 §16.2，
§16.3(一般了解)，§16.4(一般了解)

第17章 电磁感应
§17.1，§17.2，§17.3

作业： P301 16-2，16-4 *
* P324 17-1，17-2，17-6，17-7

§13-3 存在磁介质时磁场的基本规律

一、磁场强度 有磁介质时的安培环路定理

当传导电流的磁场中存在介质时，介质内磁场应为传导电流和磁化电流所产生磁场的矢量和

$$\vec{B} = \vec{B_0} + \vec{B'}$$

介质中的环路定律：

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (\sum I_0 + \sum I_m)$$

利用磁化电流与磁化强度之间的关系，可得：

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(\sum I_0 + \oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l}\right)$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right)\cdot d\vec{l} = \sum I_0$$

引入物理量—磁场强度 (magnetic density) ***H***：

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

H 的单位为：安培/米（A/m）

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_0$$

上式称为有介质时的安培环路定理。

磁场强度 ***H*** 沿任意闭合路径*L*的环流，等于穿过该路径所包围的传导电流的代数和。

二、存在磁介质时的磁场高斯定理

存在介质时的磁场由传导电流和磁化电流共同激发，所产生的磁场为闭合曲线，故：

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=\oint_S(\vec{B_0}+\vec{B'})\cdot d\vec{s}=0$$

三、**B**、**M**、**H** 之间的关系

由***H***的定义式：
$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$$

对各向同性的磁介质，**M** 与 **H** 成正比：

$$\boxed{\vec{M} = \chi_m \vec{H}}$$

χ_m称为磁化率 (magnetic susceptibility)，为无量纲量。

$\chi_m > 0$ 顺磁质， $\chi_m < 0$ 抗磁质，对铁磁质χ_m很大，且不是恒量。

由于： $\vec{B}=\mu_0\vec{H}+\mu_0\vec{M}=\mu_0(1+\chi_m)\vec{H}$

令： $\mu_r=1+\chi_m$ —相对磁导率

$\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}=\mu\vec{H}$

μ—磁导率

对真空： $\vec{M}=0$ $\chi_m=0$ $\mu_r=1$ $\mu=\mu_0$

$$\vec{B}=\mu_0\vec{H}\longrightarrow\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

μ，μ_r，χ_m 三者得一可知其余两个。

§13-4 铁磁质 *

用途：电机、磁记录等。

特性：

① $B' >> B_0$，$\mu_r = B/B_0$ 可达$10^2 \sim 10^3$。

② μ_r（χ_m）不是常量

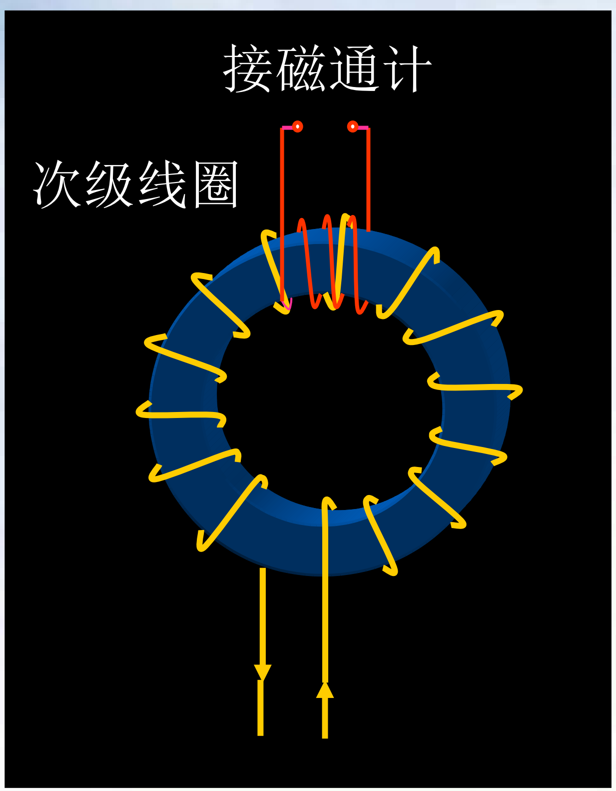
③ 外场停止作用后，仍能保留部分磁性。

④ 存在居里点T_c。$T > T_c$时铁磁质转化为顺磁质（铁 1040K、镍631K、钴1388K）。

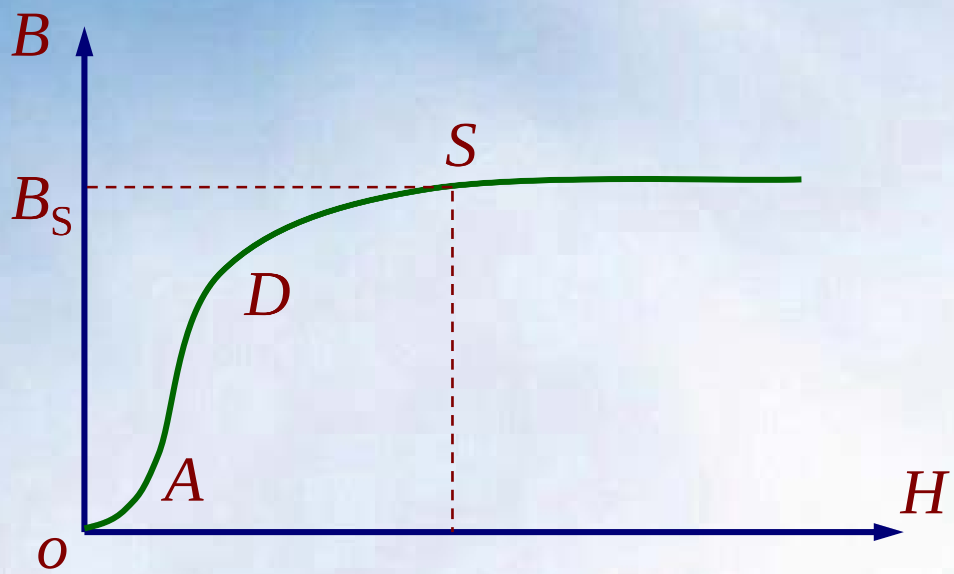
一、铁磁质的磁化规律

实验装置如图所示：

铁芯中磁场强度为：$H=nI$，在磁通计中可测磁感应强度B，由此可得磁场强度与磁感应强度的关系曲线：



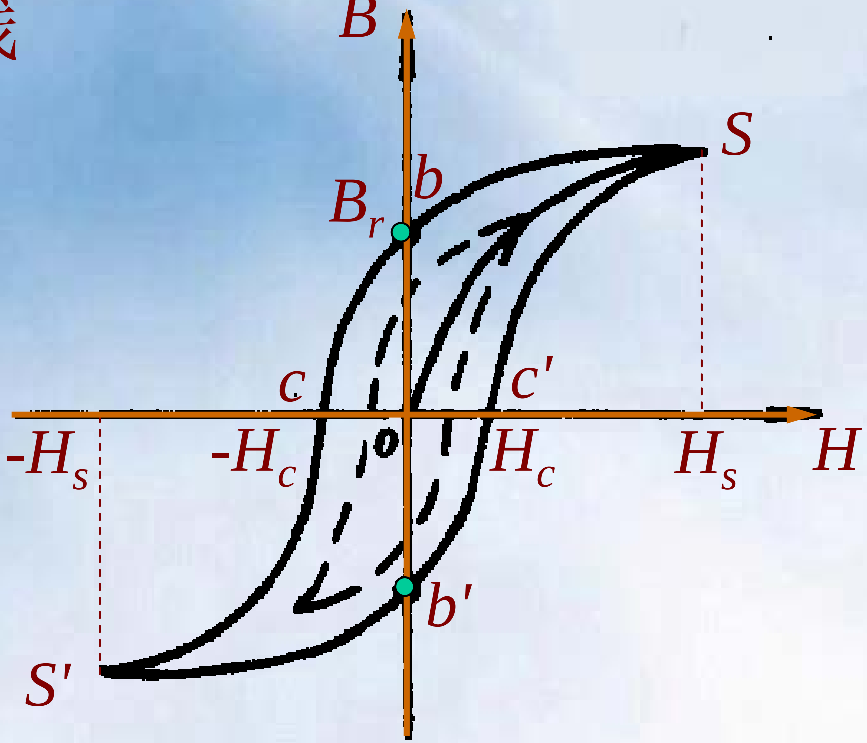
1. 起始磁化曲线



起始磁化曲线

B_S 称为饱和磁感应强度。

2. 磁滞回线

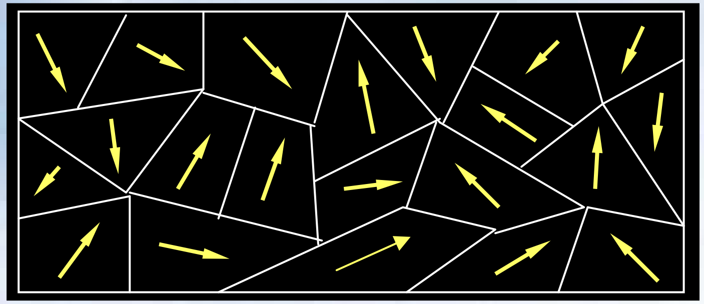


铁磁质的磁滞回线

B_r—剩磁、 H_c—矫顽力。磁滞损耗—磁化过程中，会发热消耗能量，与磁滞回线所包围的面积成正比。

二、铁磁质的微观结构

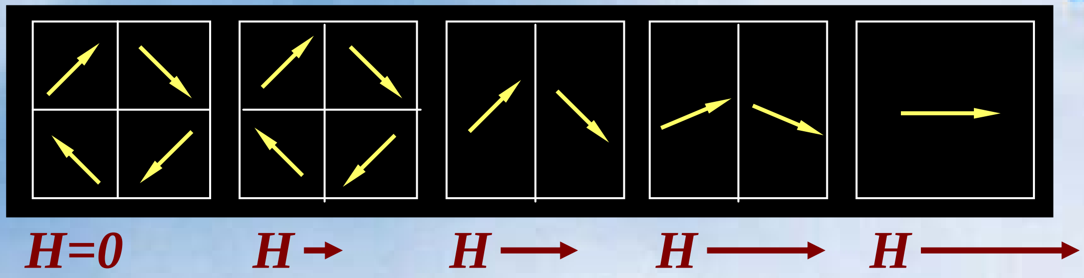
近代物理理论认为铁磁质的磁性主要来源于电子自旋磁矩。相邻原子中的电子自旋磁矩通过交换偶合作用而平行排列，形成一个自发磁化达饱和状态的微小区域—磁畴。



磁 畴

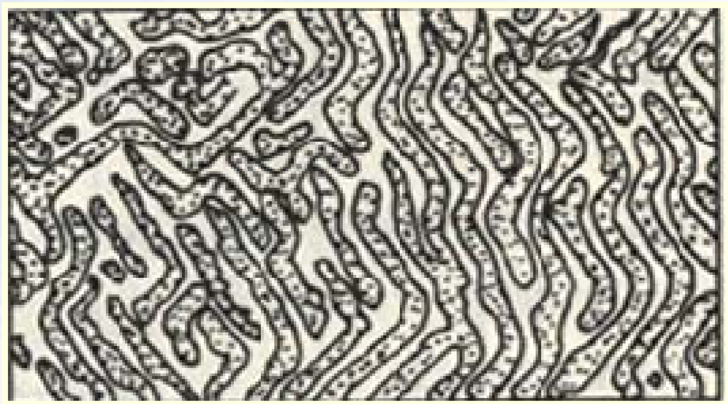
在无外场时，每个磁畴内的磁矩取同向，但各磁畴排列杂乱，宏观不显磁性。

在外场作用下，磁畴转向，表现为磁化过程。



磁化过程中磁畴结构变化示意图

在外场停止作用，由于摩擦阻力，出现剩磁。温度升高，磁畴被破坏，表现为居里点。磁畴的体积为：10^{-8}～$10^{-12}m^3$，约 10^{17}～10^{21} 个原子。



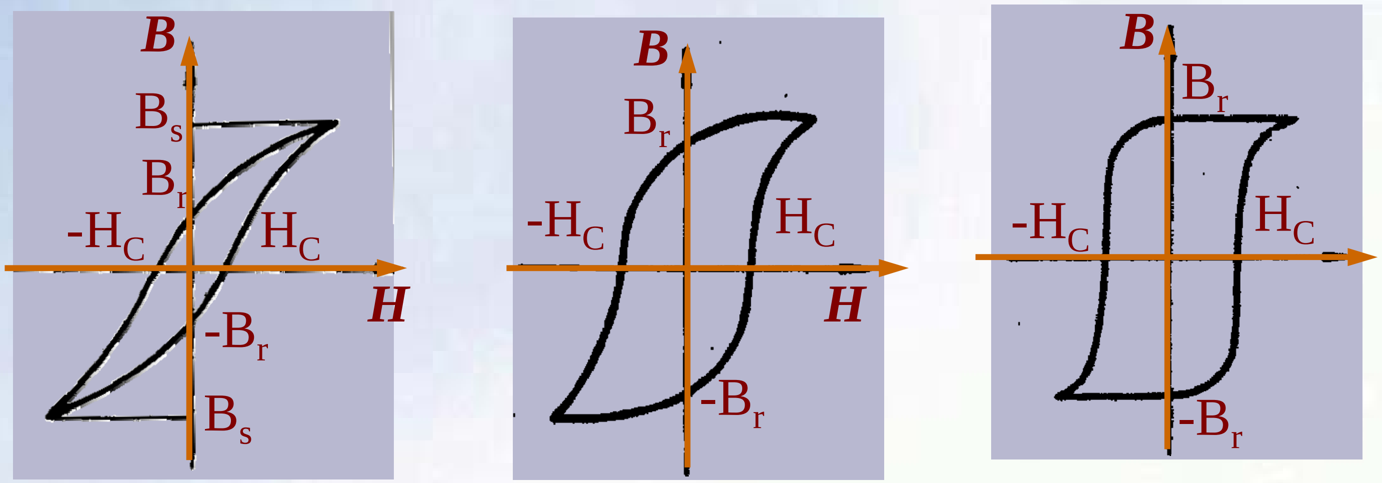
磁畴结构的铁粉图形

三、铁磁质的分类和应用

软磁材料：$H_C<10^2$ A/m 磁滞损耗小，用于产生交变磁场。

硬磁材料： $H_C>10^2$ A/m ，剩磁大，不易消除，用于制成永久磁铁。

矩形材料：B_r接近饱和值B_S，用于信息储存。



软磁材料　　硬磁材料　　矩形材料

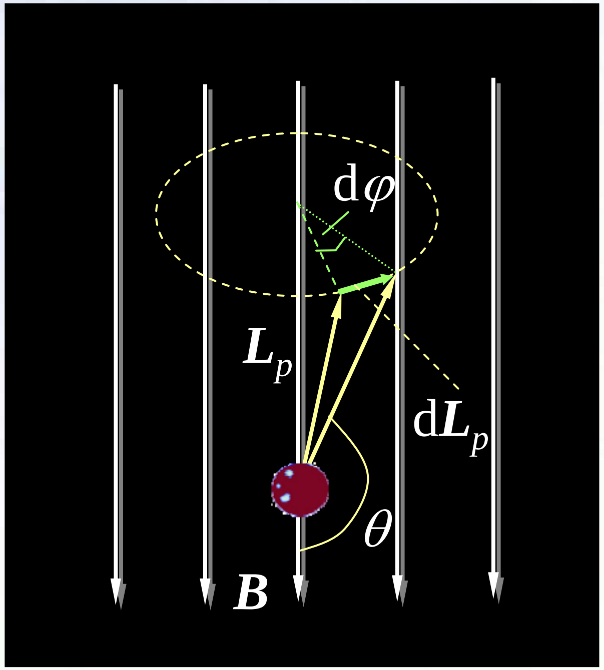
例题ö： *

试求磁矩为 p_m=1.4×10^{-26}A·m^2，自旋角动量为 L_p=0.53 ×10^{-34}kgm^2/s的质子，在磁感应强度B=0.50T的均匀磁场中的进动角速度。

解：质子带正电，它的自旋磁矩$\boldsymbol{p}_m$与自旋角动量$\boldsymbol{L}_p$的方向相同，质子在磁场$\boldsymbol{B}$中所受的磁力矩为：

$$M_p = \left|\vec{p}_m \times \vec{B}\right| = p_m B \sin\theta$$

质子以磁场为轴线做进动，在dt时间内转过角度dφ，角动量的增量为d$\boldsymbol{L}_p$，由图可知：



$$dL_p = L_p \sin(\pi-\theta)d\varphi = L_p \sin\theta\, d\varphi$$

又因角动量的时间变化率等于力矩

$$M_p = \mathrm{d}L_p / \mathrm{d}t \qquad \mathrm{d}L_p = M_p \mathrm{d}t$$

所以 $$L_p \sin\theta \mathrm{d}\varphi = p_m B \sin\theta \mathrm{d}t$$

从而可求得质子在磁场中进动角速度

$$\omega_p = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{p_m B \sin\theta}{L_p \sin\theta} = \frac{p_m B}{L_p} = 1.32\times 10^8 \,\mathrm{rad/s}$$

质子进动的角速度与磁场的夹角无关，说明进动方向和磁场方向总是相反。

例题2：

有一无限长圆柱形载流导体，其相对磁导率为μ_r，半径为R，今有电流I沿轴线方向均匀分布，试求：

（1）导体内任一点的$\boldsymbol{B}$；

（2）导体外任一点的$\boldsymbol{B}$；

（3）通过长为L的圆柱体的纵截面的一半的磁通量。

解：（1）过距轴线 r 的任一点 P 做环路积分，见图。积分圆周与磁场线重合，沿圆周H为常量，故

$$\oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 2\pi r H \, (r < R)$$

根据有介质的安培环路定理：

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{(L内)} I$$

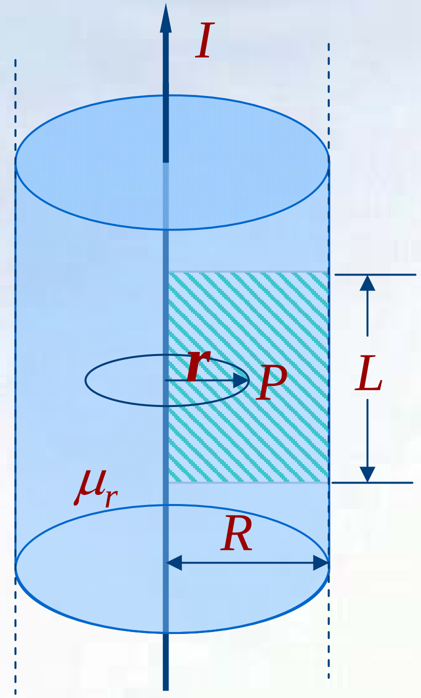
因电流均匀分布，所以电流密度为：

$$j = \frac{I}{\pi R^2}$$

半径为r的截面中

$$\sum_{(L内)} I_i = \pi r^2 j = (\frac{r}{R})^2 I$$

所以 $2\pi r H = (\frac{r}{R})^2 I,\qquad H = \frac{Ir}{2\pi R^2}$



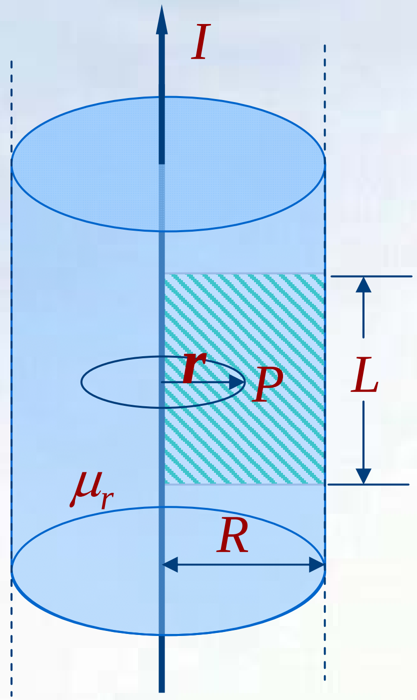
则： $$B=\mu_0\mu_r H=\frac{\mu_0\mu_r I r}{2\pi R^2}(r<R)$$

（2）在导线外P点：

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=2\pi r H=\sum_{(L内)} I_i\ (r>R)$$

因$r>R$， $$\sum_{(L内)} I_i = I$$

$$H=\frac{I}{2\pi r},\qquad B=\mu_0 H=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



（3）如图所示，通过长为L的圆柱体纵截面的一半的磁通量为：

$$\Phi=\int_s \vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_0^R BL\,dr=\frac{\mu_0\mu_r IL}{2\pi R^2}\int_0^R r\,dr$$

$$=\frac{\mu_0\mu_r IL}{4\pi}$$

例题3：*

一铁环外均匀绕有绝缘导线，导线中通有恒定电流I。若在环上开一条狭缝，试求：(1)开狭缝前后，铁环中的B，H和M如何变化；(2)铁环与缝隙中的B，H和M。

解：由磁高斯定理可知，磁场中磁感应强度$\boldsymbol{B}$总是连续的，而磁场强度$\boldsymbol{H}$线却不一定连续；$\boldsymbol{H}$的环流是由回路中的传导电流决定的，而$\boldsymbol{B}$的环流是由回路中的传导电流和磁化电流（也称束缚电流）共同决定的。

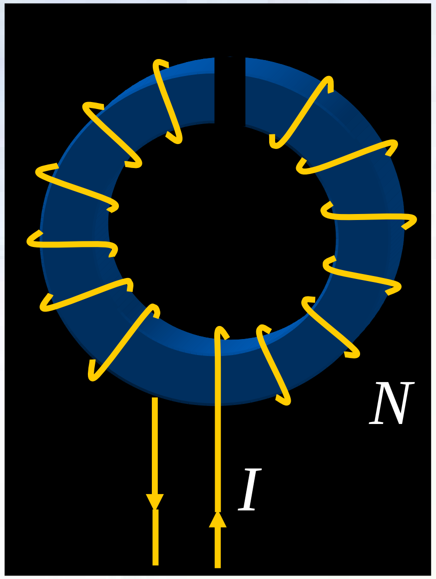
（1）由上述分析可知，开狭缝前环内各点的H值相同，$B=\mu H$值也相同。因此由含介质的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = NI$$

得：$Hl=NI$（l为铁环平均周长），即

$$H=\frac{NI}{l},\qquad B=\mu_0\mu_r H=\frac{\mu_0\mu_r NI}{l}$$

$$M=\chi_m H=\chi_m\frac{NI}{l}$$



开狭缝后，磁场线仍然连续，由于狭缝极窄，所以可认为铁环中与缝隙中的B值相等，而H值不再相等。由

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = NI$$

得： $H_{环}(l-\Delta l)+H_{缝}\Delta l = NI$ （Δl为狭缝宽度）

考虑到Δl<<l，近似得 $H_{环}l + H_{缝}\Delta l = NI$

则上式可写为 $$\frac{B}{\mu_0\mu_r}l+\frac{B}{\mu_0}\Delta l = NI$$

即得: $$B=\frac{\mu_0\mu_r NI}{l+\mu_r\Delta l}$$

虽然Δl很小，但对于铁环来说，一般 μ_r 较大，所以开狭缝后，铁环中的B值比开狭缝前有所减小。同时可知

$$H_{环}=\frac{B}{\mu_0\mu_r}=\frac{NI}{l+\mu_r\Delta l}$$

$$M_{环}=\chi_m H_{环}=\chi_m\frac{NI}{l+\mu_r\Delta l}$$

不难看出，H、M值都比开狭缝前减小。

（2）由上述分析可知，开缝后，铁环中与缝隙中的B值相等，磁场线是连续的，而由$H=B/\mu_0\mu_r$和$M=\chi_m H$ 得：

$$B_{环} = B_{缝} = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{l + \mu_r \Delta l}$$

$$H_{环} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{NI}{l + \mu_r \Delta l} \qquad H_{缝} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{\mu_r NI}{l + \mu_r \Delta l}$$

$$M_{环} = \chi_m H_{环} = \chi_m \frac{NI}{l + \mu_r \Delta l} \qquad M_{缝} = 0$$

注释：结果表明，开狭缝前后，*B*，*H*，*M*均发生变化。由于*B*线总是连续的，且狭缝很窄，则认为*B*线仍然被束缚在环中和缝隙中，但*B*值在开狭缝后有所减小。而*H*不连续，狭缝中的*H*值大于铁环中的*H*值。

磁介质与电介质的对比

项目	电介质	磁介质
描述极化或磁化状态量	极化强度 $\boldsymbol{P}=\dfrac{\sum \boldsymbol{p}_{分子}}{\Delta V}$	磁化强度 $\boldsymbol{M}=\dfrac{\sum \boldsymbol{p}_{m分子}}{\Delta V}$
极化或磁化的宏观效果	介质表面出现束缚电荷σ'	介质表面出现束缚电流$\boldsymbol{i}_s$
基本矢量	$\boldsymbol{E}$	$\boldsymbol{B}$
介质对场的影响	束缚电荷产生附加场$\boldsymbol{E}'$	束缚电流产生附加场$\boldsymbol{B}'$
	$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0+\boldsymbol{E}'$	$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_0+\boldsymbol{B}'$

辅助矢量	$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{B}/\mu_0-\boldsymbol{M}$
高斯定理	$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{(S)} q_0$ （自由电荷）	$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$
环流定理	$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$	$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\sum I_0$ 传导电流
各向同性介质	$\vec{P}=\varepsilon_0\chi_e\vec{E}$ $\sigma'=\vec{P}\cdot\vec{n}$ $\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$	$\vec{M}=\chi_m\vec{H}$ $\vec{j}_m=\vec{M}\times\vec{n}$ $\vec{H}=\vec{B}/\mu_0\mu_r$

常量	ε_0=8.85×10^{-12} 相对介电常量ε_r 极化率χ_e 介电常量$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$ $\varepsilon_r=1+\chi_e$	μ_0=1.26×10^{-6} 相对磁导率μ_r 磁化率χ_m 磁导率$\mu=\mu_0\mu_r$ $\mu_r=1+\chi_m$

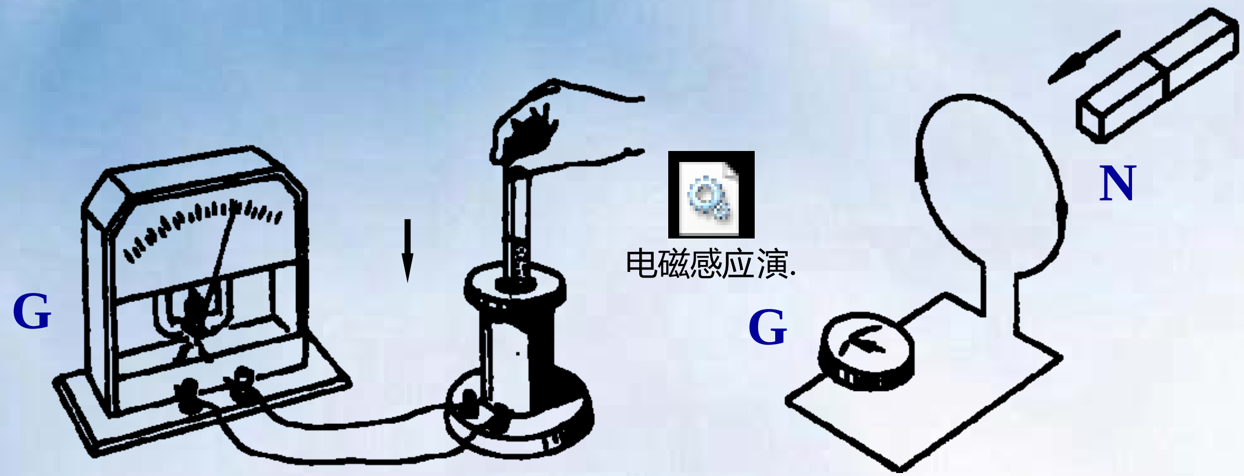
第十四章　电磁感应

§14-1 电磁感应的基本定律

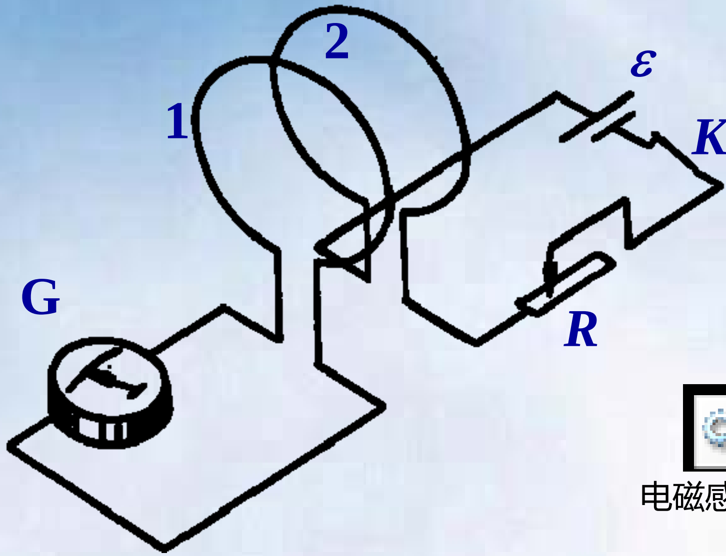
自奥斯特发现电流的磁效应后，许多物理学家致力于其逆效应的研究。**1831**年，英国物理学家法拉第经过十年研究，终于发现了电磁感应现象。

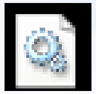
Faraday, Michael
1791-1867

一、法拉第实验

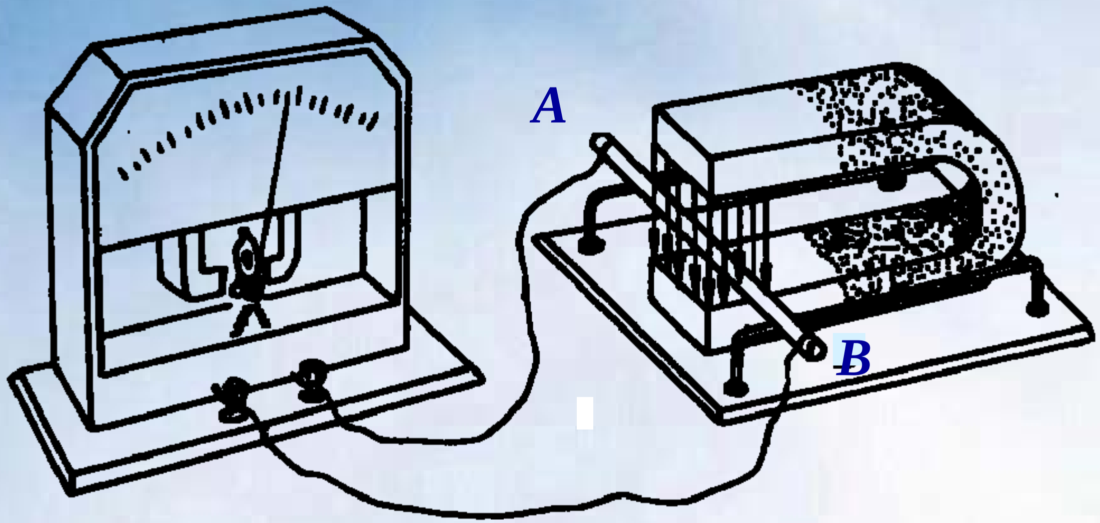


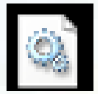
磁铁棒与线圈有相对运动时的
电磁感应现象





线圈中电流改变时的电磁感应现象



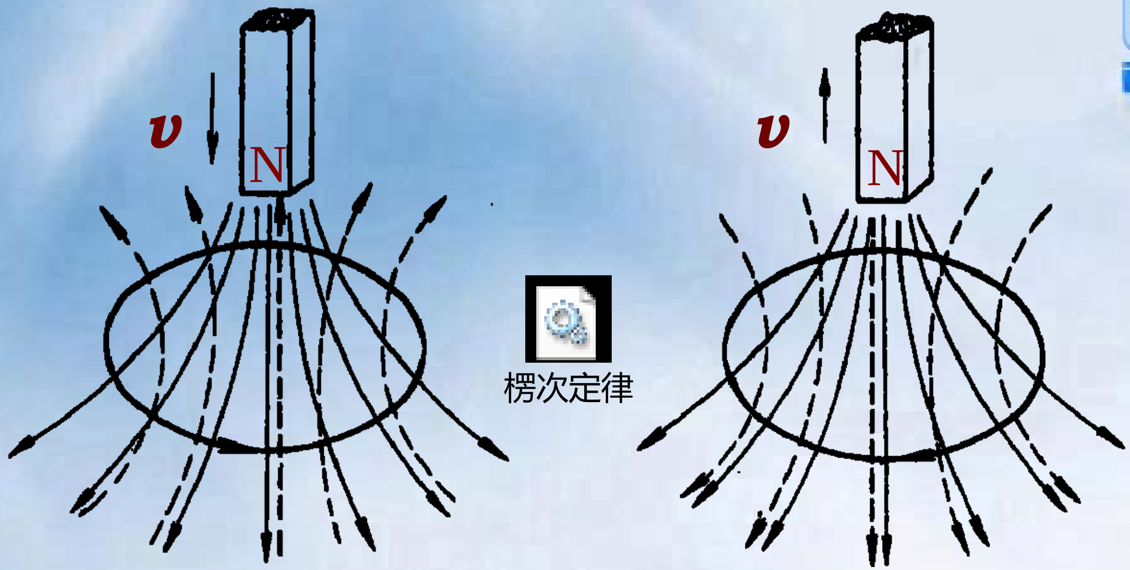


金属棒在磁场中运动时的电磁感应现象

电磁感应实验现象：当穿过一个闭合导体回路内的磁通量发生变化时，不管这种变化是有什么原因引起的，闭合回路中都将产生感应电流。

二、楞次定律

1833年，楞次**(Lenz)**得出确定感应电流方向的法则，称为楞次定律：闭合回路中产生感应电流的方向，总是使它所激发的磁场去阻止原磁通量的变化。



(a) (b)

楞次定律

感应电流的方向判断

楞次定律是能量守恒定律的体现。当磁铁棒接近线圈时，线圈中所激发的感应电流产生斥力将阻止铁棒运动，此时外力必须克服此斥力做功。外力所做的功，部分转化为电能。

三、法拉第电磁感应定律

法拉第从实验总结出：通过回路所包围面积的磁通量发生变化时，回路中将产生感应电动势 ε_i，它正比于磁通量与时间的变化率。

$$\boxed{\varepsilon_i = -k\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

k 为比例系数，在国际单位制中 $k = 1$

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$

式中负号反映了感应电动势的方向，
是楞次定律的数学形式。

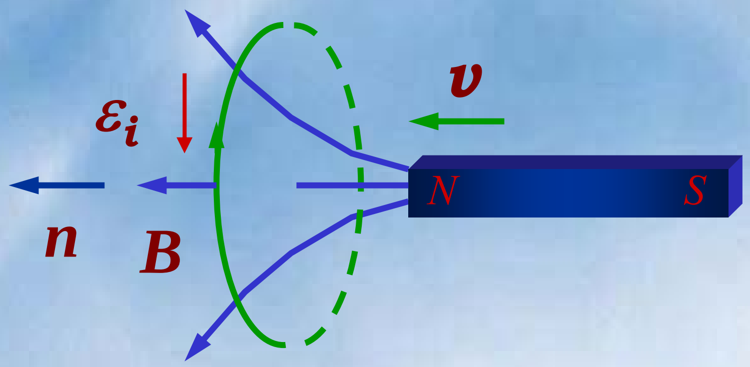
确定 ε_i 的符号规则：

1. 选定一绕行方向为正，用右手法则确定$\boldsymbol{n}$方向；

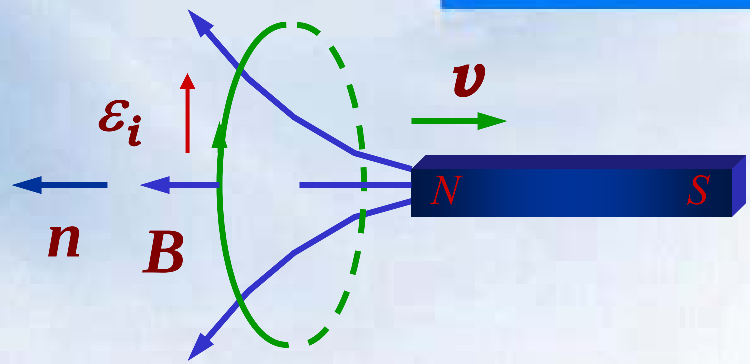
2. 依照$\boldsymbol{n}$方向来确定Φ的正负；

3. Φ的正负确定后，再确定$\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$正负；

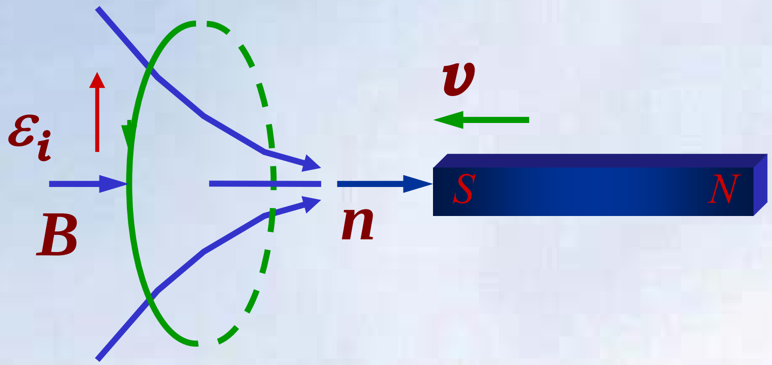
4. ε_i的正负和大小由 $-\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$ 决定。



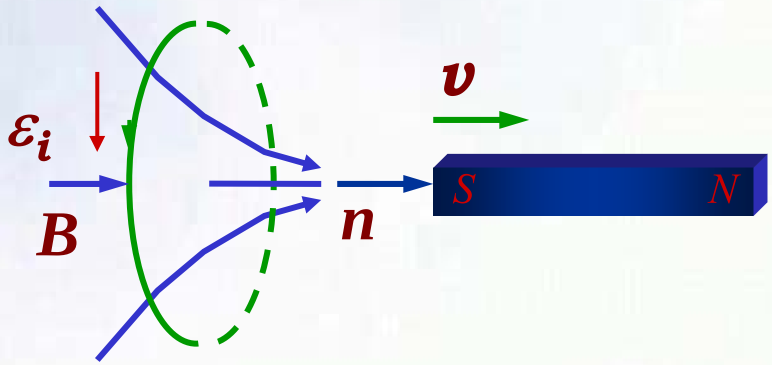
(a) $\Phi(t)$为正, $\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t>0$, $\varepsilon_i<0$



(*b*) $\Phi(t)$为正, $\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t<0$, $\varepsilon_i>0$



(c) $\Phi(t)$为正, $\mathrm{d}\Phi/dt>0$, $\varepsilon_i<0$



(d) $\Phi(t)$为正, $\mathrm{d}\Phi/dt<0$, $\varepsilon_i>0$

对于N匝线圈，总感应电动势：

通过各匝线圈的磁通量不等：

$$\varepsilon_i = -(\frac{\mathrm{d}\Phi_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\Phi_2}{\mathrm{d}t} + \cdots + \frac{\mathrm{d}\Phi_N}{\mathrm{d}t}) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sum_{i=1}^{N}\Phi_i) = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$$

通过各匝线圈的磁通量相等：

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(N\Phi)}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$$

$\Psi = \sum_{i=1}^{N}\Phi_i$ 称为线圈的**全磁通**，磁通量相等时，Ψ=N Φ称为线圈的**磁通匝链数**。

回路中的感应电流：

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{N}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

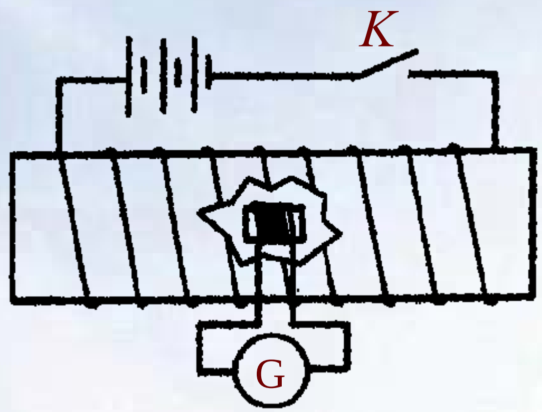
由于$I=\mathrm{d}q/\mathrm{d}t$，则：

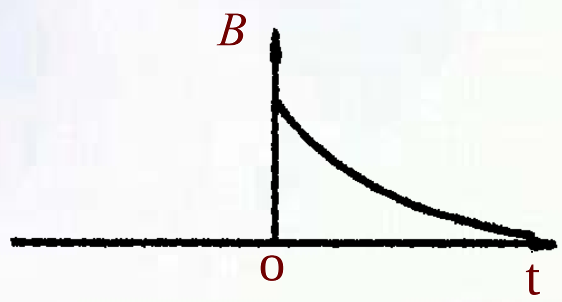
$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_i \mathrm{d}t = -\frac{N}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \mathrm{d}\Phi = \frac{N}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

流过闭合回路的感生电荷与磁通量变化的快慢无关。

例题□：

有一长直螺线管，在管的中部放置一个与它同轴、面积 $S=6\text{cm}^2$、共绕有 $N=10$ 匝、总电阻 $R=2\,\Omega$ 的小线圈。开始时螺线管内的恒定磁场为 $B_0=0.05\text{T}$，切断电源后磁场按指数规律 $B=B_0e^{-t/\tau}$ 下降到零，式中 $\tau=0.01\text{s}$。求在小线圈内产生的最大感应电动势 ε_{max} 及通过小线圈截面的感生电荷量 q 。





解：通过单匝小线圈的磁通量为：

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B_0 S e^{-t/\tau}$$

因此，在小线圈中产生的总磁感应电动势为：

$$\varepsilon_i = \left| N \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \right| = \frac{N B_0 S}{\tau} e^{-t/\tau}$$

小线圈内的磁通按指数变化，因而感应电动势也按指数变化，在 t=0 时，电动势最大：

$$\varepsilon_{\max} = \frac{N B_0 S}{\tau} = 0.03V$$

在 $t=0\sim\infty$，通过小线圈的感生电荷量为

$$q=\int_0^\infty \frac{\varepsilon_i}{R}\mathrm{d}t=\frac{N}{R}\int\left|\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right|\mathrm{d}t=\frac{N}{R}\int_{\Phi_0}^{0}|\mathrm{d}\Phi|=\frac{N}{R}\Phi_0=$$

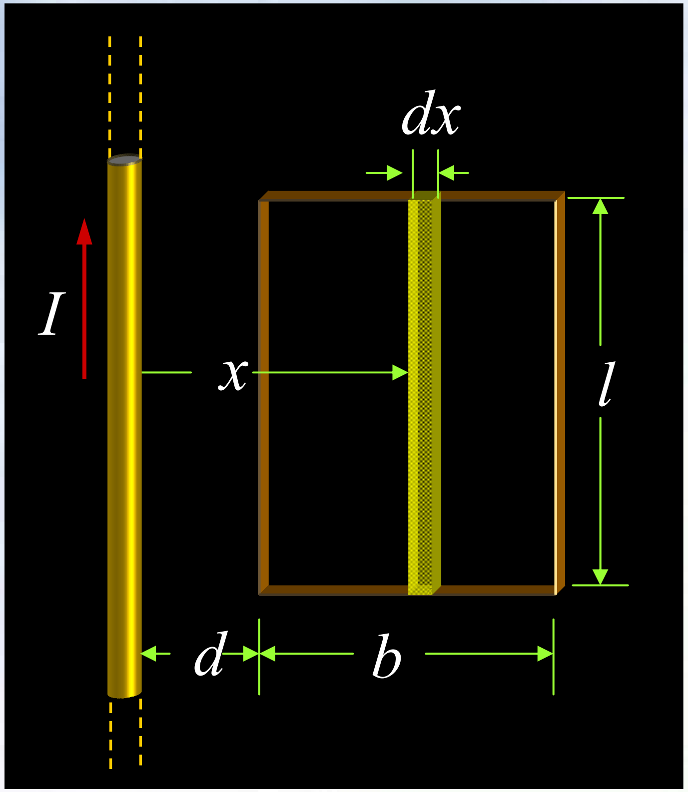
$$=\frac{N}{R}B_0S=1.5\times10^{-4}\mathrm{C}$$

例题2：

一长直导线中通有交变电流 $I=I_0\sin\omega t$，式中I表示瞬时电流，I_0是电流振幅，ω是角频率，I_0和 ω 都是常量。在长直导线旁平行放置一矩形线圈，线圈平面与直导线在同一平面内，线圈形状参数如图，求任一瞬时线圈中的感应电动势。

解：在某一瞬时，距直导线为x处的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}$$



选顺时针方向作为矩形线圈绕行的正向，则通过图中阴影面积$\mathrm{d}S=l\mathrm{d}x$的磁通量为：

$$\mathrm{d}\Phi=B\cos 0^0\mathrm{d}S=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}l\mathrm{d}x$$

在该瞬时t，通过整个线圈的磁通量为：

$$\Phi=\int \mathrm{d}\Phi=\int_{d}^{d+b}\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}l\mathrm{d}x=\frac{\mu_0 l I_0 \sin\omega t}{2\pi}\ln(\frac{d+b}{d})$$

由于电流随时间变化，磁通量也随时间变化，故线圈内的磁感应电动势为：

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 l I_0}{2\pi}\ln(\frac{d+b}{d})\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sin\omega t)$$

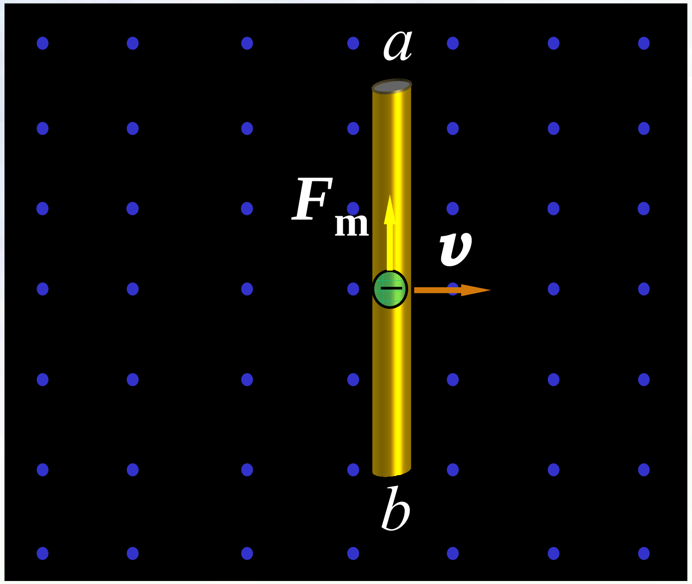
$$=-\frac{\mu_0 l I_0 \omega}{2\pi}\ln(\frac{d+b}{d})\cos\omega t$$

§14-2 动生电动势

由磁通量变化产生的感应电动势，可分为磁感应强度变化引起，和导体在磁场中运动或回路的形状、位置的变动而引起。前者称感生电动势，后者称动生电动势。

导体棒在磁场中运动，棒内电子也随之运动，受洛仑兹力（如图）：

$$\vec{F}_m = -e\vec{\upsilon} \times \vec{B}$$



在此力作用下，电子向 a 端聚集，形成 $b \to a$ 方向的电场。当电子受此电场力作用与洛仑兹力作用达到平衡时，棒内电子不再发生宏观流动。

引入非静电场：

$$\vec{E}_K = \vec{F}_m / (-e) = \vec{v} \times \vec{B}$$

$\boldsymbol{E}_K$的量值为单位正电荷所受的非静电力。导体在磁场中运动时，导体棒相当于电源，此电源中的非静电力为洛仑兹力，其非静电场强用$\boldsymbol{E}_K$表示。

由电动势定义，导体棒上的动生电动势为：

$$\varepsilon_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_K \cdot d\vec{l} = \int_a^b (\vec{\upsilon} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = B\upsilon l$$

在一般情况下，磁场可不均匀、导体各线元速度可不同、磁场与运动速度可以不垂直等，因而动生电动势可表示为：

$$\boxed{\mathrm{d}\varepsilon_i = (\vec{\upsilon} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

整个导体中的电动势：

$$\varepsilon_i = \int \mathrm{d}\varepsilon_i = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

若导体构成回路，且整个回路均有运动，则：

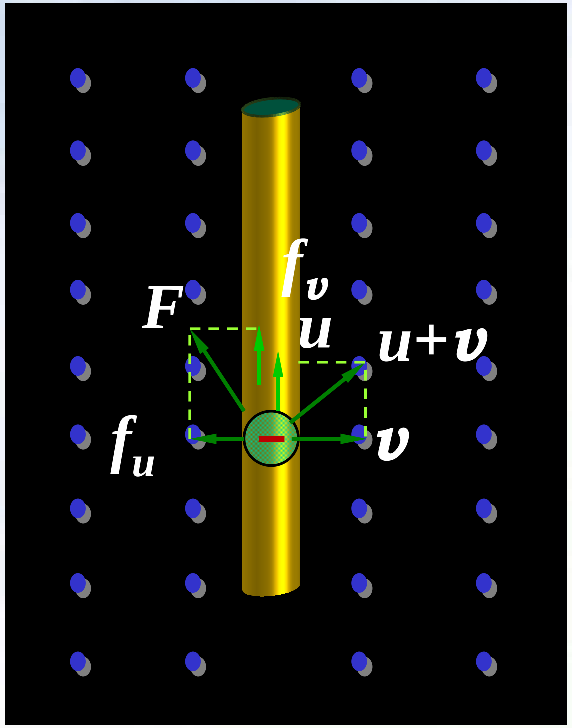
$$\varepsilon_i = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

二、洛仑兹力做功问题的讨论

洛仑兹力恒与电荷运动方向垂直，因而不做功，而动生电动势是由于洛仑兹力移动单位正电荷产生的，似乎又做功，如何解释这矛盾？

如图，洛仑兹力使电子获得速度**u**，因此实际电子的运动速度为 (**v**+**u**)，所受的总洛仑兹力为：

$$\vec{F} = -e(\vec{v} + \vec{u}) \times \vec{B}$$



上式表明洛仑兹力与 (**v**+**u**) 垂直，对电子不做功。

但其中的分力：

$$\vec{f}_v = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

f_v对电子做正功，形成动生电动势。而另一分力：

$$\vec{f}_u = -e(\vec{u} \times \vec{B})$$

此力对电子做负功。由于f_u方向与棒的运动方向相反，阻碍导体运动，而要维持导体运动，必须提供外力，此外力正是另一个分力 f_v 的来源。

洛仑兹力总体上不做功，它只是通过一个分力做负功迫使外界提供能量，而通过另一个分力做正功，将部分外界提供的能量转化为电能。

三、动生电动势的计算

①按定义计算：

$$\varepsilon_i = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

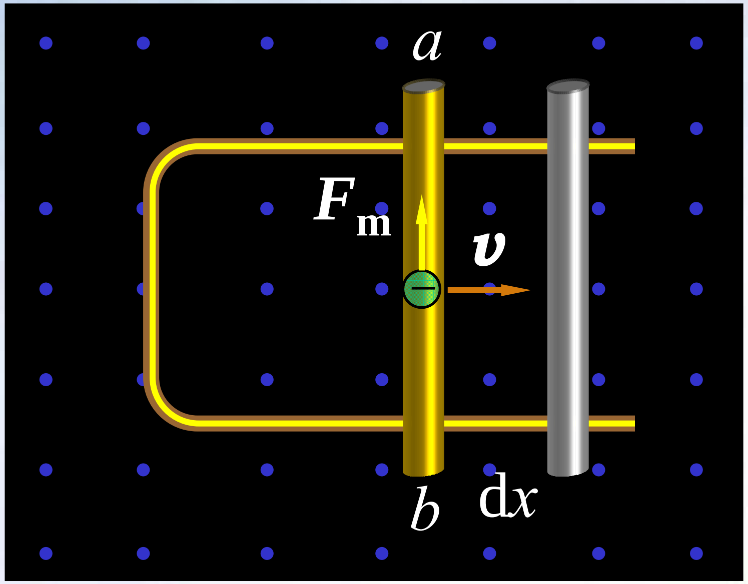
动生电动势的方向：

$\varepsilon_i > 0 \quad a \to b$， $\varepsilon_i < 0 \quad b \to a$。

②按法拉第电磁感应定律计算：

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

此式一般用于闭合回路，若对导体棒运动这样的不闭合回路，需做辅助线构成假想回路。



计算动生电动势的具体步骤

1. 首先，沿运动导线假定一个电动势的指向；

2. 按电动势的指向，在导线上任取一个线元矢量$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$；

3. 根据线元$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$的速度$\boldsymbol{v}$和该处的磁感强度$\boldsymbol{B}$以及两者之间小于180°的夹角θ，按矢积的定义，求$(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$。$(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$仍是一个矢量，其大小为$vB\sin\theta$；方向按右手螺旋法则确定；

4. 设矢量$(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$与$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$之间小于180°的夹角为$\beta$，则按标积的定义，$(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$乃是一个标量，其值即为线元$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$上的动生电动势，即

$$\mathrm{d}\,\varepsilon_i = (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = (vB\sin\theta)\mathrm{d}l\cos\beta \quad (a)$$

5. 最后，按电动势的指向对上式(a)进行积分，得整个运动导线上的动生电动势，即

$$\varepsilon_i = \int_a^b vB\sin\theta\cos\beta dl \qquad (b)$$

6. 根据求出的动生电动势 ε_i 的正、负，判定其指向。若 ε_i >0，其指向与事先假定的指向一致；若 ε_i <0，其指向则与假定的指向相反。