

### 【实验目的】

1. 熟悉动态法测量杨氏模量的基本原理, 掌握动态测量杨氏模量的方法。
2. 学习悬挂法测定金属材料的杨氏模量。
3. 设计性扩展实验, 了解测量材料杨氏模量的不同方法。

### 【实验原理】 (电学、光学画出原理图)

根据棒的横振动方程:  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\rho S}{EJ} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$ . 其中  $E$  为杨氏模量, 单位为 Pa 或牛顿/米<sup>2</sup>,  $\rho$  为材料密度,  $S$  为截面积,  $J$  为转动常量。

由  $L \gg d$ :  $J = S \cdot (\frac{d}{4})^2$ , 假设棒中每点都作简谐运动, 则上述两方程的通解分别为:  $X(x) = a_1 \cosh Kx + a_2 \sinh Kx + a_3 \cos Kx + a_4 \sin Kx$ ;

$$T(x) = b \cos(\omega t + \varphi)$$

于是可以得出  $y(x, t) = (a_1 \cosh Kx + a_2 \sinh Kx + a_3 \cos Kx + a_4 \sin Kx) \cdot b \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

其中  $\omega = [\frac{K^4 EJ}{\rho S}]^{\frac{1}{2}}$ , 将实验的基频对应的  $K$  值代入频率公式, 可得杨氏模量  $E = 7.8870 \times 10^{-2} \cdot \frac{L^3 m}{J} \cdot f^2 = 1.6067 \cdot \frac{L^3 m}{d^4} \cdot f^2 = 6.9464 \cdot \frac{L^3 m}{bh^3} \cdot f^2$ , 其中  $E$  为动态杨氏模量, 单位为 Pa 或牛顿/米<sup>2</sup>,  $L$  为被测长度,  $m$  为测件质量,  $f$  为共振频率,  $d$  为圆柱直径,  $b$  为矩形宽度,  $h$  为矩形厚度。由上式知道, 只要得到试棒的基棒共振频率就可以计算试棒的动态杨氏模量。所以整个实验的主要任务就是测量试棒的基频共振频率。由信号源输出的等幅正弦波信号加在激振器上, 是电信号变成机械振动, 再由试棒一端的悬丝或支撑点将机械振动传给试棒, 使试棒受迫作横振动, 机械振动沿试棒以及另一端的悬丝或支撑点传送给另一拾振器, 这时机械振动又变成电信号, 该信号经过放大处理后送示波器显示。

本实验中, 就是以支点位置为横坐标, 以所对应的共振频率为纵坐标作出关系曲线, 求得曲线最低点 (即节点) 所对应的共振频率即为试棒的基频共振频率  $f$ 。



### 【实验内容】（重点说明）

1. 按书上图示连接实验装置, 并将悬丝分别接在测试棒的 $0.1L$ 和 $0.9L$ 处。
2. 在室温下, 不锈钢和铜的杨氏模量分别为 $2 \times 10^{11} (N \cdot m^{-2})$ 和 $1.0 \times 10^{11} (N \cdot m^{-2})$ , 先由(8)式估算出共振频率 $f$ , 以便寻找共振点。由小到逐渐调节讯号发生器的频率, 并观察示波器的变化, 当示波器的拾振信号(交流信号)在某一步频率处达到极大, 则认为信号发生器的激振频率与测试棒频率共振。并记下该频率 $f_1$ 。
3. 将两悬丝以等间隔向里靠拢(间隔自行设计), 分别记下频率 $f_2, f_3, \dots$
4. 测量测试棒的各力学量 $l, m, d$ 各8次
5. 用外延方法, 作图计算测试棒的固有频率 $f$ 。
6. 代入公式(8), 计算该棒的杨氏模量。

### 【实验器材及注意事项】

实验器材: 功率函数发生器、激振器、拾振器、示波器、游标卡尺、螺旋测微器以及测试用的物体以及测试架。

- 注意事项:
1. 注意使用示波器的一切注意事项
  2. 注意换能器放置的位置符合基本要求, 且在一条直线上。
  3. 注意绑线时绑到相应的刻度凹槽上, 且保持基线垂直
  4. 做完实验后记得收拾桌面和器材并确保电源关闭
  5. 注意激振器此频率不能过高或过低。



【数据处理与结果】

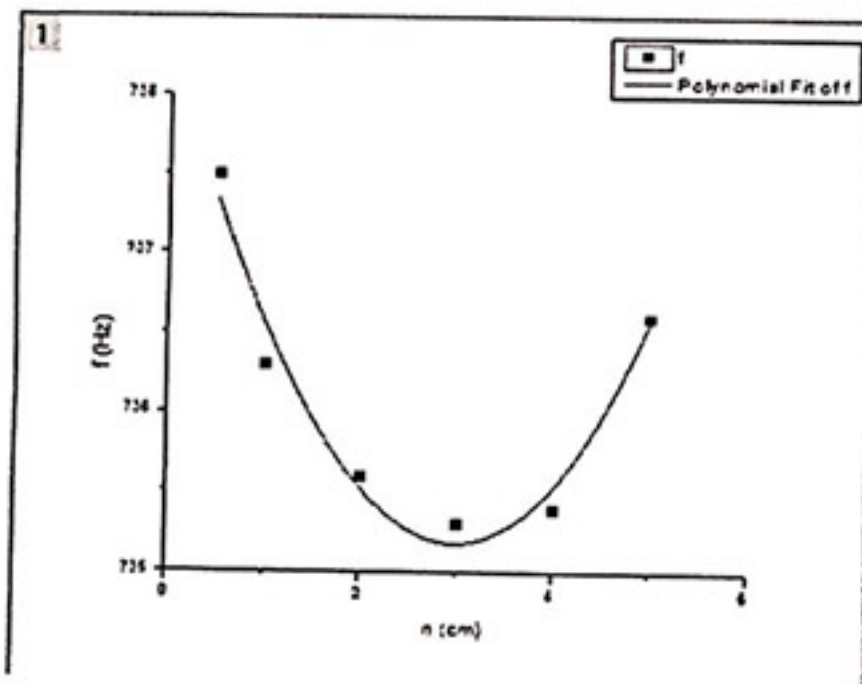
实际只测量  
31次

实验次数	1	2	3	4	5	6
直径 $d/\text{mm}$	5.9689	5.690	5.690	5.691	5.690	5.690
长度 $L/\text{mm}$	159.8	159.9	160.0	159.9	159.9	160.0
质量 $m/\text{g}$	37.630	37.630	37.630	37.630	37.630	37.630

螺旋测微器的零误差为:  $-0.281\text{mm}$

悬丝距端 点位置 $x/\text{mm}$	5	10	20	30	40	50
共振频率 $f(\text{Hz})$	737.5	736.3	735.6	735.3	735.4	735.6

在电脑端作出拟合的二次曲线如下图所示:



拟合曲线的方程式:

$$f(x) = 0.34726x^2 - 2.0825x + 738.27379$$

$$= 0.34726(x - 2.9984)^2 + 735.17659$$

由上表可知:

$$\bar{d} = \cancel{5.690\text{mm}} 5.690 + 0.281 = 5.971\text{mm}$$

$$\bar{L} = 159.917\text{mm}$$

$$m = 37.630\text{g}$$

$$f_{\min} = 735.177\text{Hz}$$

代入计算:

$$E_{\text{测}} = \frac{L^3 m}{d^4} f_{\min}^2 = 1.24 \times 1.0512 \times 10^{11} \text{Pa}$$

故  $\downarrow$

$$\Rightarrow \text{故 } E = E_{\text{测}} \pm \Delta E$$

$$= (1.051 \pm 0.016) \times 10^{11} \text{Pa}$$

$$\therefore U_A = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2} \cdot a$$

$$U_B = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} \text{ 以及 } U = \sqrt{U_A^2 + U_B^2}$$

$$\therefore \Delta m = 1\text{g}/\sqrt{3} = 0.577\text{g}$$

$$\Delta f = 0.1\text{Hz}/\sqrt{3} = 0.058\text{Hz}$$

$$\Delta L = 0.290\text{mm}$$

$$\Delta d = 2.338 \times 10^{-3} \text{mm}$$

$$\text{故 } \Delta E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial L} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial m} \Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial f} \Delta f\right)^2} = 0.0157 \times 10^{11} \text{Pa} \approx 0.016 \times 10^{11} \text{Pa}$$



## 【误差分析】

主要误差来源:

6. 也有可能性是金属棒每处的直径大小都不大均匀, 此外悬丝的质量和接触的牢固性和准确度也必须考虑。

1. 换能器并未保证在一条直线上悬线是竖直向下的。
2. 悬线所挂的刻度并未完全保证是在所挂刻度之下的。
3. 示波器读数有误差, 示波器精度以及波动会对读数产生一定的影响。
4. 螺旋测微器说实活都有锈了而且零误差这么大都有点怀疑转轴的精度了。
5. 在实验测量时, 金属棒并非完全静止且金属棒截面并非绝对圆形

## 【实验心得及思考题】

实验心得:

其实做这个实验的时候整体感觉不是十分难, 数据处理也还比较简单。相对于之前做的荷质比测定以及普朗克常数测定的实验来说由误差也算比较小的了。不过在做的过程中也发现自己其实很多都还没完全熟练掌握, 如示波器频率调节以及范围调节等。

思考题: 1. 做实验前应先用理论公式估算出共振频率的大致范围, 然后进行细致的测量, 真正的共振峰的峰宽十分尖锐, 特别是在室温时, 只要改变激励信号频率约  $0.1 \text{ Hz}$ , 即可判断信号是否处于最佳共振状态。

2. 如果被测物不满足  $d \ll L$  用公式  $E = 1.6067 \cdot f_{\min}^2 \cdot \frac{mL^3}{d^4}$  计算即可。其中  $1.6067$  是修正系数。这个修正系数可根据泊松系数查表获得相应具体的值。如下表(来源于网上资料):

直径长度比	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	...
修正系数	1.001	1.002	1.005	1.008	1.014	1.019	...

【数据记录及草表】

铜棒直径 (mm):

测量值: ~~734.7 Hz~~ 1 2 3 4 5 6  
 5.000 6.001 6.005 6.002 6.001 6.003

螺旋测微器 0.030 mm 零误差

铜棒质量 (g): 37.631 g

悬丝距离点位置 (mm) 5 10 20 30 40 50

X/L  
共振频率 (Hz)

737.7 736.3 735.3 737.5 737.6 737.6

铜棒长度 (mm):

长度: ~~159.8 159.9 159.8 160.0 159.9 159.9~~  
 直径: ~~1 2 3 4 5 6~~

次	1	2	3	4	5	6
长度 (mm)	159.8	159.9	160.0	159.9	159.9	160.0

直径:

次	1	2	3	4	5	6
长度 (mm)	5.689	5.690	5.690	5.694	5.691	5.692

零误差: -0.281 mm

共振:

X (mm)	5	10	20	30	40	50
f (Hz)	737.7	736.3	735.3	735.3	737.4	737.6

铜棒质量: 37.630 g

教师签字: 