第 七 周

第17章 电磁感应

§17.3， §17.4， §17.5，

§17.6(一般了解)， §17.7， §17.8，

§17.9(一般了解)， §17.10

作业： P325 17-10，17-12，17-14

* 17-15，17-26

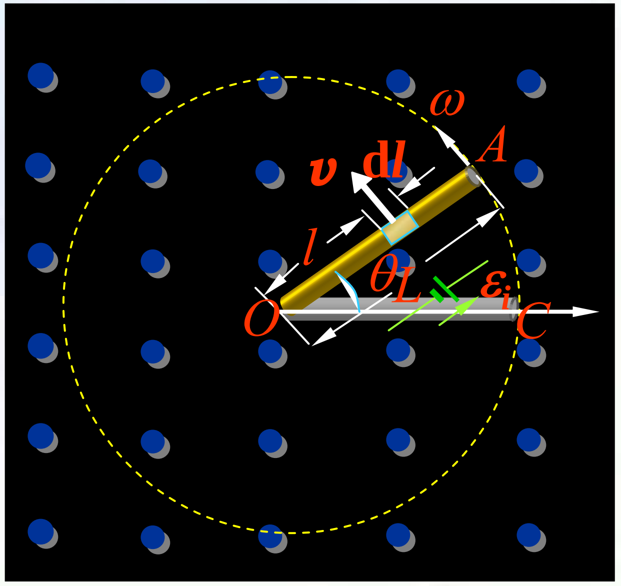
例题3：

在匀强磁场（B=1.0×10^{-2}T）中，有L=0.5m的铜棒逆时针方向绕O轴转动，转速为50转/秒。求铜棒中的感应电动势，以及OA之间的电势差。

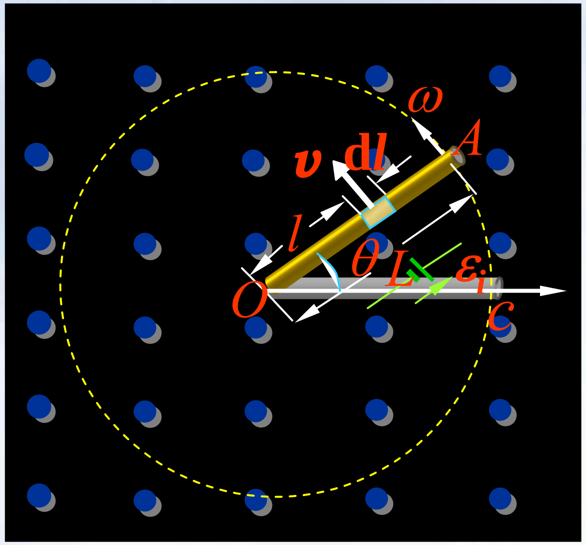
解：①先用电动势定义式计算：

选OA为电动势的指向，取线元d***l***，速度$\upsilon = l\omega$，故d***l***中的动生电动势为：

$$d\varepsilon_i = (\vec{\upsilon} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \upsilon B dl$$



整个铜棒上的电动势为：



$$\varepsilon_i = \int_o^A d\varepsilon_i = \int_0^L B\omega l dl = \frac{1}{2}\omega BL^2$$

$$= \frac{2\pi \times 50 \times 0.01 \times (0.5)^2}{2} = 0.39(V)$$

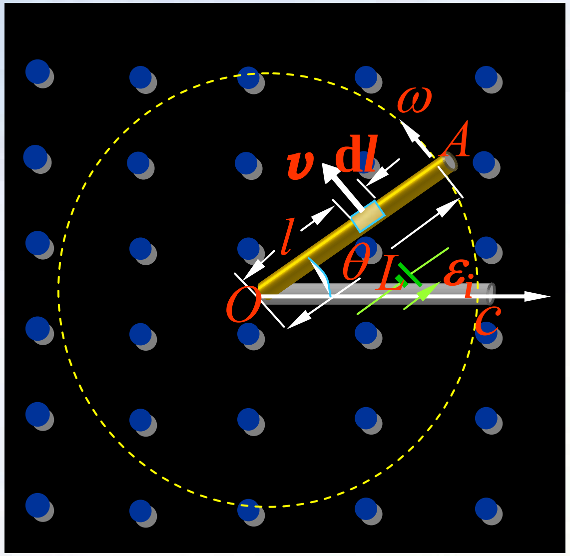
由于$\varepsilon_i > 0$，所以其方向为O → A。断路时电源两端的电势差就是电动势，故：

$$U_{OA} = U_O - U_A = -\varepsilon_i = -0.39(V)$$

②按法拉第电磁感应定律计算：

设棒从OC位置运动至OA位置，扇形闭合回路OCA的面积 $S=\pi L^2\cdot\theta/(2\pi)=L^2/2\cdot\theta$，在$t$时刻穿过回路所围面积的磁通量：

$$\Phi = B\cdot S = B\frac{L^2}{2}\theta$$



则动生电动势：

$$|\varepsilon_i| = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{d}{dt}[B\cdot\frac{L^2}{2}\theta] = \frac{1}{2}\omega BL^2$$

此结果与解①的结果相同。

如果是铜盘转动，可把铜盘想象成无数根铜棒并联组成，由于是并联，铜盘边缘与中心的电势差与每根铜棒的电势差相同。

例题4:

在磁场中转动的线圈的感应电动势：发电机

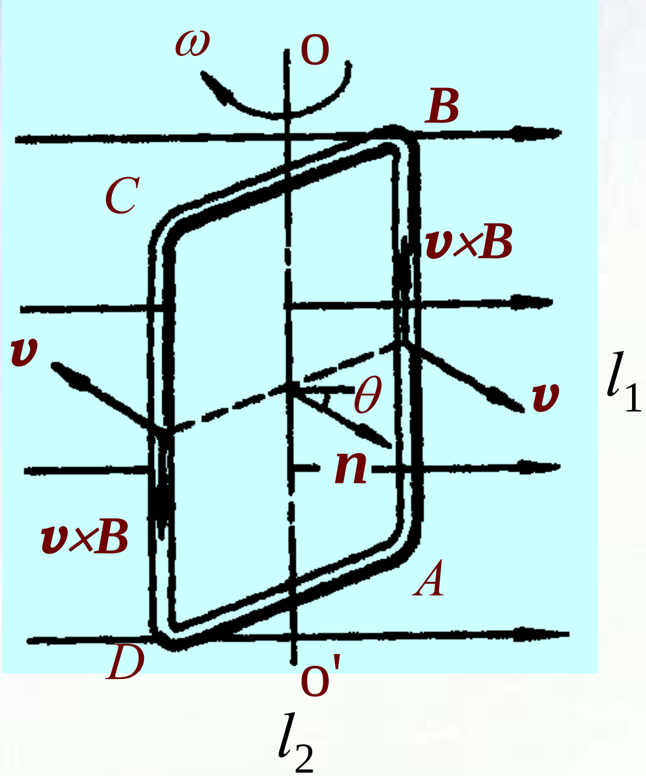
按法拉第电磁感应定律计算：

线圈平面的法线与$\boldsymbol{B}$之间的夹角为 θ 时的磁通量为：

$\Phi = BS\cos\theta$　　则：

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = NBS\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$$

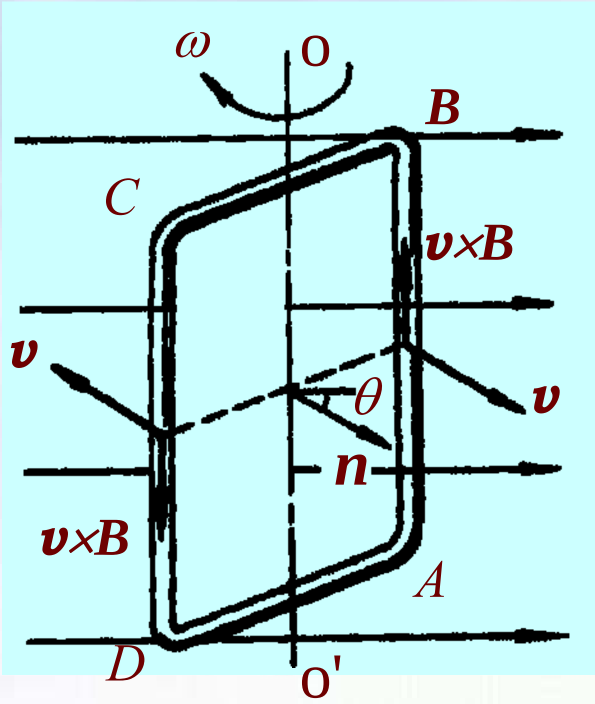
式中：　$\theta = \omega t,$　　$\dfrac{d\theta}{dt} = \omega$



$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t$$

令： $\varepsilon_0 = NBS\omega$ 则：

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 \sin \omega t$$



用电动势定义式计算：

当$\boldsymbol{n}$与$\boldsymbol{B}$的夹角为 θ 时， $\theta = \omega t$

$$\vec{E}_K = \vec{\upsilon} \times \vec{B}$$

对于AB段和CD段有：

$$E_{K_{AB}} = \upsilon B \sin\theta = E_{K_{CD}} = \upsilon B \sin(\pi - \theta)$$

设 AB=CD=l_1，BC=DA=l_2，$\boldsymbol{E}_K$沿ABCD的线积分为：

$$\varepsilon_i = N\oint \vec{E}_K \cdot d\vec{l} = 2Nl_1E_K = 2Nl_1\upsilon B\sin\theta$$

BC及DA段电动势？

又AB、CD段的线速度为υ =1/2·$l_2\,\omega$，代入上式得：

$$\varepsilon_i = Nl_1l_2\omega B\sin\omega t = NSB\omega\sin\omega t = \varepsilon_0\sin\omega t$$

得到同样的结果。

§14-3 感生电动势 涡旋电场

一、感生电动势

Maxwell假设：不论空间有无导体存在，变化的磁场总是在其周围激发一种电场，这种电场具有涡旋性，称为感生电场或涡旋电场。

法拉第电磁感应定律可表示为：

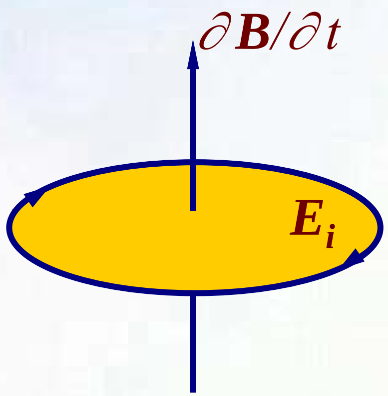
$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

二、涡旋电场的性质

① 从场的观点看，涡旋电场可在任意有变化磁场的空间存在，而不依赖于是否有导体存在。

② 当有导体存在时，显示出感应电流。

③ 感生电场是有旋场，与$\partial \mathbf{B}/\partial t$的方向如图所示。



三、感生电动势的计算

① 按法拉第电磁感应定律计算；

②若磁场分布具有对称性，可先求出$\boldsymbol{E}_i$，再按公式

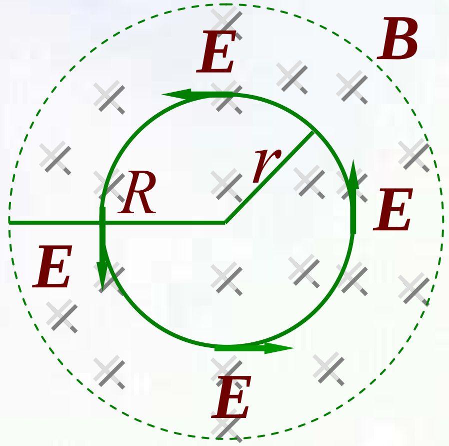
$$\boxed{\varepsilon = \int_a^b \vec{E}_i \cdot d\vec{l}}$$

计算一段导体ab上的感生电动势。

例题5：

在半径为R的圆柱形空间存在着均匀磁场，如图所示。当此磁场正以dB/dt的速率增大时，求圆柱体内外涡旋电场的分布？

解： 由磁场变化的对称性，涡旋电场也具对称性。取同轴圆周为积分回路L，顺时针为绕行正向，$\boldsymbol{n}$与$\boldsymbol{B}$同向。

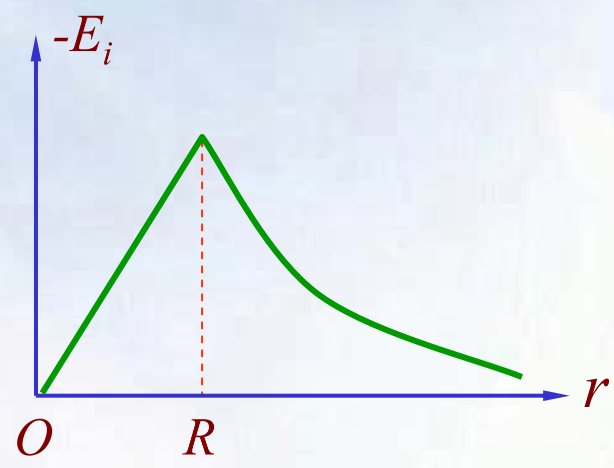


由式：

$$\oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

(1) $r<R$的区域 $E_i\cdot 2\pi r=-\dfrac{dB}{dt}\cdot\pi r^2$

$$\boxed{E_i=-\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}}$$



负号“−”表示$\boldsymbol{E}_i$的方向与回路绕行方向相反。

(2) $r>R$的区域，因磁场集中在圆柱体内，故有：

$$E_i\cdot 2\pi r=-\frac{dB}{dt}\cdot\pi R^2$$

$$\boxed{E_i=-\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}}$$

例题6：

若在上题的变化磁场中放置一长为L的细棒ab，与圆心o的垂直距离为h，求棒ab上的感生电动势。

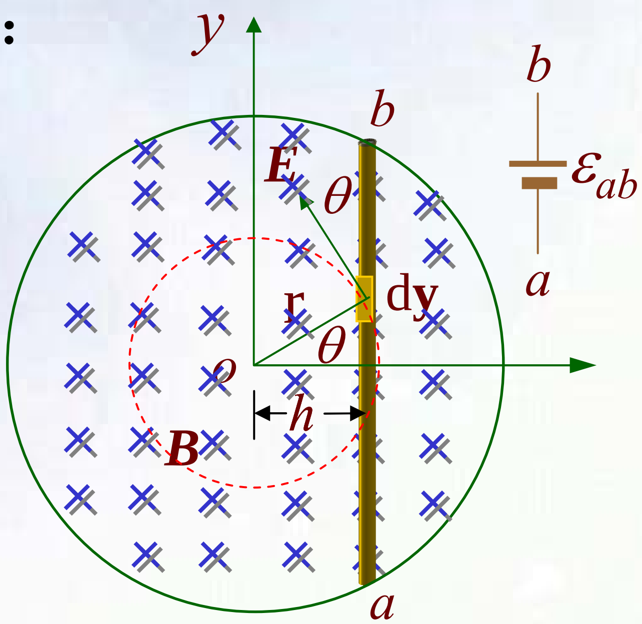
解：(1)利用感生电动势定义求解：

$r<R$的区域

$$E_i = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

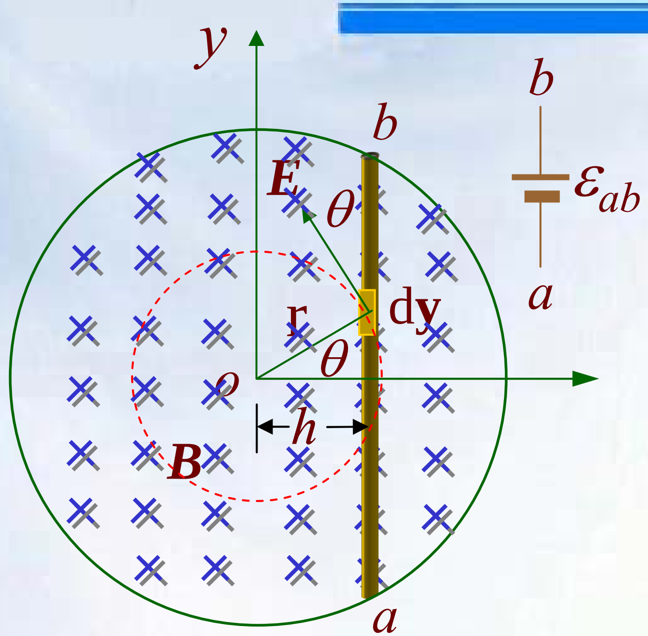
方向如图；

在棒上任取一线元dy，与$\boldsymbol{E}_\mathrm{i}$的夹角为 θ， dy的感生电动势为：



$$d\varepsilon_i = \vec{E}_i \cdot d\vec{y} = E_i \cos\theta \cdot dy$$

$$= \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\frac{h}{r}dy = \frac{h}{2}\frac{dB}{dt}dy$$



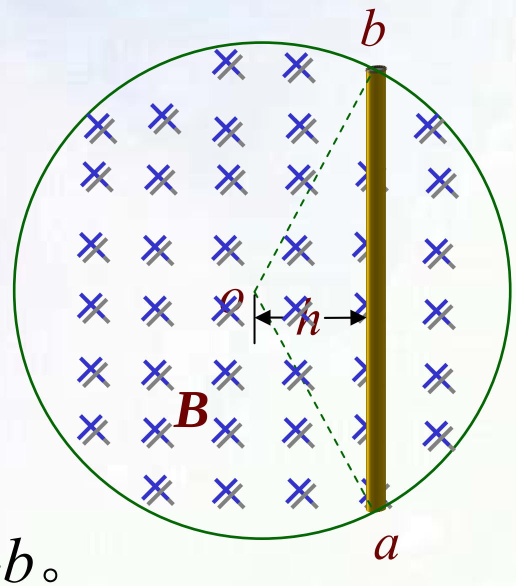
于是棒ab上的感生电动势为：

$$\boxed{\varepsilon_i = \int_a^b d\varepsilon_i = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{h}{2}\frac{dB}{dt} \cdot dy = \frac{hL}{2}\frac{dB}{dt}}$$

(2)用法拉第电磁感应定律求解：

作辅助线*oa*、*ob*构成假想回路 *obao*。由于$\boldsymbol{E}_i$为同心圆，*ao*、*bo*段上$\boldsymbol{E}_i$垂直于d$\boldsymbol{l}$，故在辅助线上的感生电动势为零。回路*obao*上的感生电动势即为*ba*段 ε_i，穿过回路所包围面积的磁通量为：

$$\Phi = BS = B\cdot\frac{1}{2}hL = \frac{1}{2}BhL$$



则：

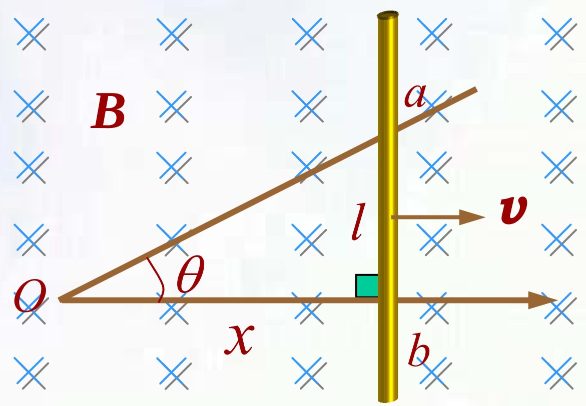
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{hL}{2}\frac{dB}{dt}$$

与回路方向相反，即 ε_i 的方向为$a\rightarrow b$。

例题7：

如图所示，在均匀磁场中有一金属框架*oabo*，*ab*边以速率v作平行于X轴的匀速滑动，已知$\angle aob=\theta$，$ab\perp Ox$，磁场随时间变化规律为$B_t = t^2/2$。试求任意时刻t金属框中感应电动势的大小和方向。

解：由于$\boldsymbol{B}$随时间变化，同时*ab*导线切割磁力线，故回路中既存在感生电动势，又存在动生电动势。



由法拉第电磁感应定律可知，t时刻金属框中感应电动势的大小为（取绕行方向为*oabo*）：

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}(BS)}{\mathrm{d}t}=-B\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}-S\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$=-B\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\frac{1}{2}lx)-\frac{1}{2}lx\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\frac{1}{2}t^2)=\varepsilon_{动}+\varepsilon_{感}$$

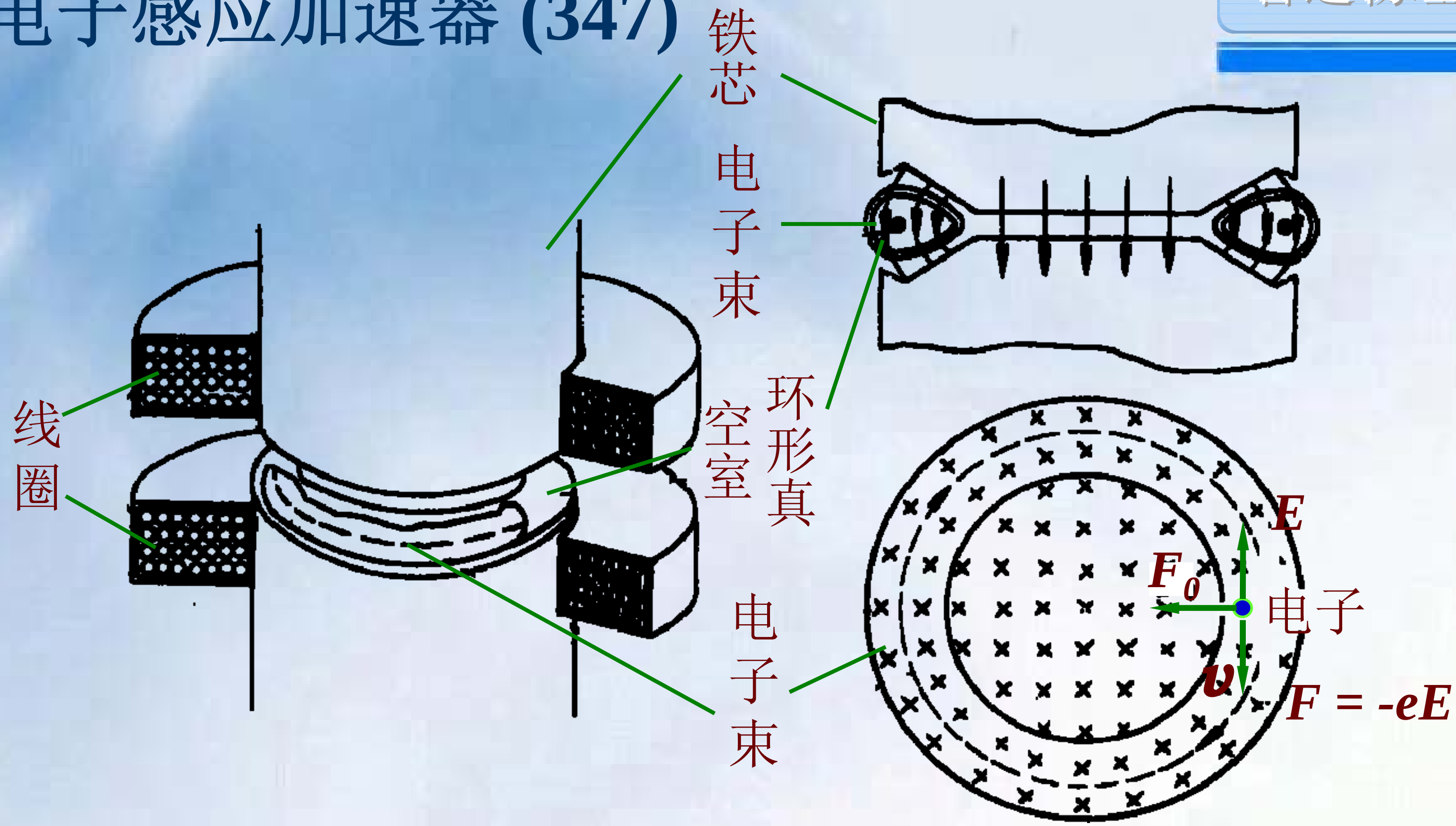
将$x=\upsilon t$，$l=x\tan\theta=\upsilon t\tan\theta$ 代人上式，则

$$\varepsilon=-\frac{1}{2}t^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\frac{1}{2}\upsilon^2t^2\tan\theta)-\frac{1}{2}\upsilon^2t^2\tan\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\frac{1}{2}t^2)=-\upsilon^2t^3\tan\theta$$

方向与绕行方向$oabo$相反。

注释：对于这类问题，既可直接用法拉第电磁感应定律求解总的感应电动势，也可分别计算动生电动势和感生电动势：即假设磁场不变化，金属棒切割磁场线，求$\varepsilon_{动}$；再假设金属棒不动，由磁场变化，求$\varepsilon_{感}$。最后求出总的感应电动势。

电子感应加速器 (347)



电子感应加速器由圆柱形电磁铁、环形真空室和电子枪组成。低频交变电流激发磁场，交变磁场又激发涡旋电场，使沿切线方向进入真空室的电子加速。

设电子在运动轨道处的磁感应强度为B_R，电子在洛仑兹力作用下作圆周运动，则

$$m\frac{\upsilon^2}{R}=e\upsilon B_R \rightarrow m\upsilon = eRB_R$$

又因变化磁场的轴对称性，可证明涡旋电场为：

$$E_i=\frac{R}{2}\frac{d\overline{B}}{dt}$$

$\overline{B}$为轨道所围面积内的平均磁感应强度，电子在涡旋电场作用下，产生切向加速，按牛顿定律：

$$\frac{d(m\upsilon)}{dt} = eE_i = \frac{eR}{2}\frac{d\overline{B}}{dt}$$

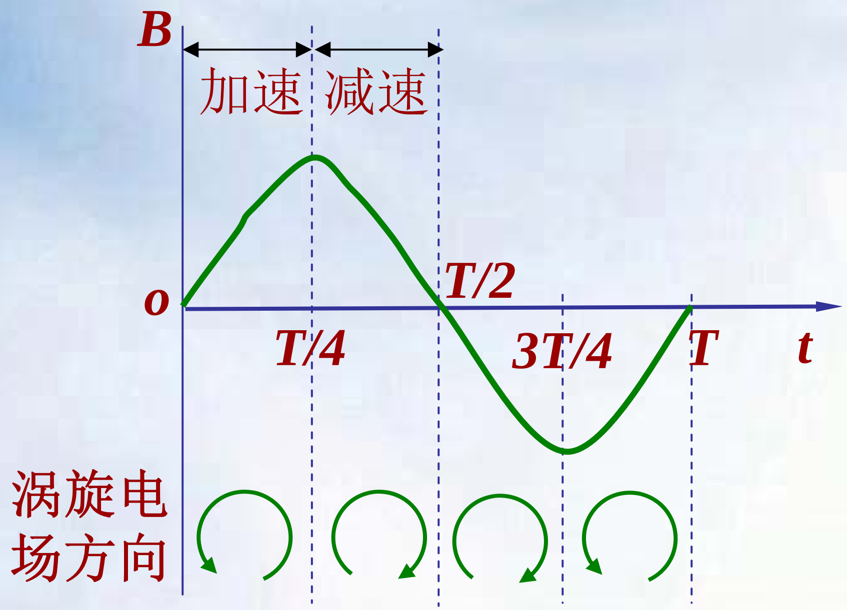
又，对圆周运动方程求导：

$$\frac{d(m\upsilon)}{dt} = eR\frac{dB_R}{dt}$$

比较以上两式得，电子在环形轨道上作加速运动的条件为：

$$\boxed{B_R = \frac{1}{2}\overline{B}}$$

对于正弦交变磁场，只有第一和第四个1/4周期中电子才能被加速，而第四个1/4周期洛仑兹力作为向心力方向相背。因而只有第一个1/4周期电子才被加速。

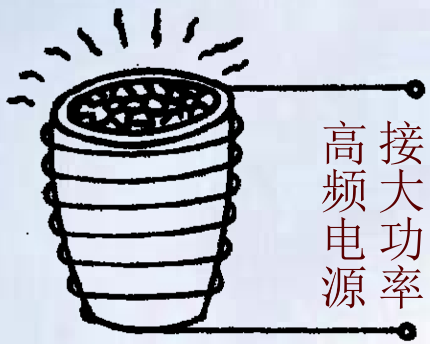


仅管时间很短，但电子还是能被加速几十万圈，从而使运动速度被加速到接近光速。

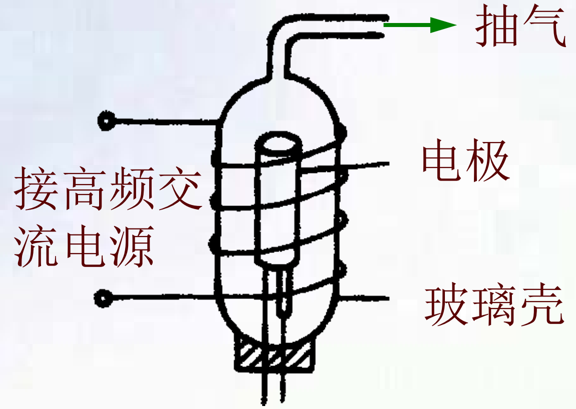
四、涡电流 *

大块金属导体处在变化磁场中，金属内部将产生涡旋状的电流，称为涡电流。

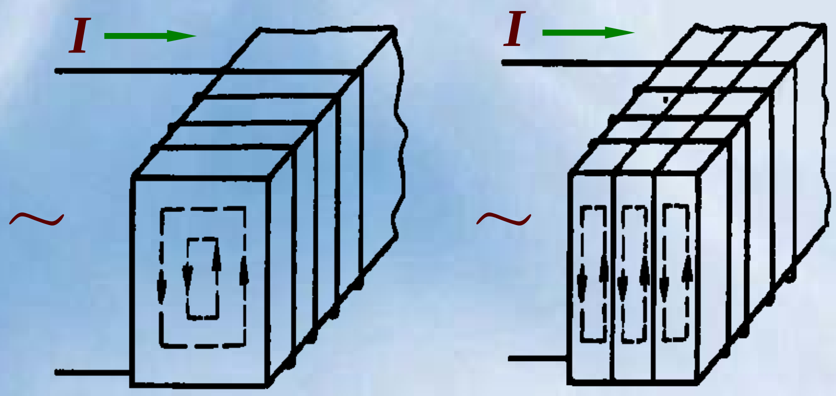
1. 热效应　由于大块导体电阻小，电流大，容易产生大量的焦耳热。感应加热有许多应用:



高频炉



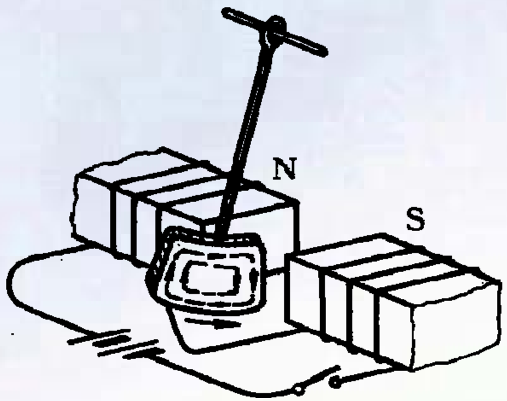
高频抽气

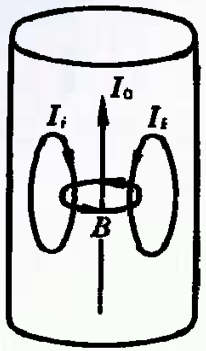


变压器铁芯中的涡流

2. 机械效应　感应电流在反抗引起感应电流的原因时，会产生机械效应，可用作电磁阻尼。

机械效应

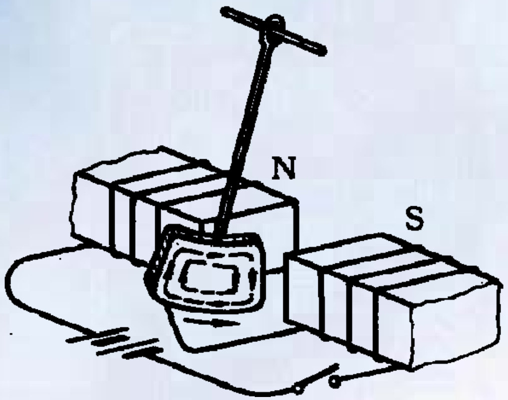


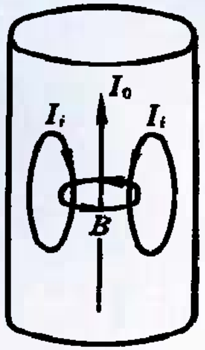


趋肤效应

3. 趋肤效应　在高频电路中，由于涡流，使导体横截面上的电流分布趋于导体表面附近的现象。

机械效应





趋肤效应

§14-4 自感与互感

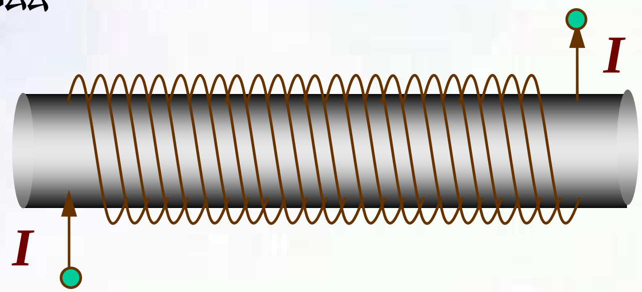
一、自感现象 自感系数

由于回路中电流产生的磁通量发生变化而在自身回路中激起感应电动势的现象——**自感现象**

现在讨论螺线管中的自感问题：

细长，密绕（无漏磁）线圈磁感应强度：

$$B=\frac{\mu_0 NI}{l}$$



线圈中的磁通量：

$$\Phi = BS = \frac{\mu_0 NI}{l}\pi R^2$$

穿过N匝线圈的磁通匝链数或全磁通：

$$\Psi = N\Phi = \frac{\mu_0 N^2 I}{l}\pi R^2$$

若 I 变化，线圈中出现的电动势：

$$\varepsilon_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{l}\frac{dI}{dt}$$

可将上式改写成下列形式：

$$\varepsilon_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

说明： 1. $dI/dt > 0$ $\varepsilon_L < 0$ 感生电动势与I方向相反，

$dI/dt < 0$ $\varepsilon_L > 0$ 感生电动势与I方向相同。

2. $L = \dfrac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{l}$ 称为自感系数——自感

在一般情况下，全磁通的变化是由回路电流变化引起的，从而出现感应电动势为：

$$\varepsilon_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dI}\frac{dI}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

因此，在一般情况下，L定义为：

$$\boxed{L = \frac{d\Psi}{dI}}$$

在回路形状不变，周围没有铁磁质，空间任一点B与回路电流I成正比，因而 Ψ 也与I成正比，此时上式可写为：

$$L = \frac{\Psi}{I}$$ 或： $$\Psi = LI$$

自感系数（自感）定义为：回路中电流变化为单位值时，在回路本身所围面积内引起的全磁通的改变值。

自感L的单位为 亨利 (H)，1H=1Wb/A。

例题8：

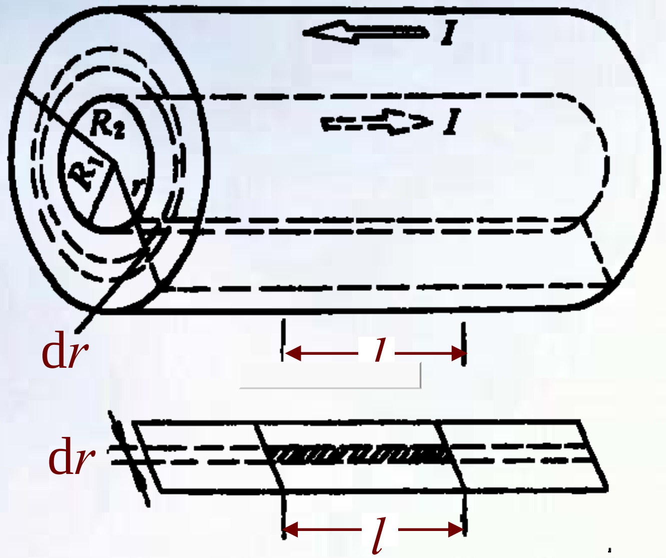
如图所示，由两个“无限长”的同轴圆筒状导体所组成的电缆，其间充满磁导率为 μ 的磁介质，电缆中沿内圆筒和外圆筒流过的电流 I 大小相等而方向相反。设内、外圆筒的半径分别为R_1和R_2，求电缆单位长度的自感?

解: 应用安培环路定理，可知在内圆筒之内以及外圆筒之外的空间中磁感应强度都为零。

在内外两圆筒之间，离开轴线距离为 r 处的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu I}{2\pi r}$$

在内外圆筒之间，取如图中所示的截面，通过长为 l 的面积元 $l\mathrm{d}r$ 的磁通量为：



$$d\Phi=Bldr=\frac{\mu Il}{2\pi}\frac{dr}{r}$$

通过两圆筒之间长 l 的截面的总磁通量：

$$\Phi = \int d\Phi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu I l}{2\pi} \frac{dr}{r} = \frac{\mu I l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

由于Φ=LI，可知单位长度电缆的自感为：

$$L = \frac{\Phi}{Il} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

例题9：

两根半径为a的平行长直传输线，相距为d (见图)，且$a << d$。试求长为l的这对传输线的自感。

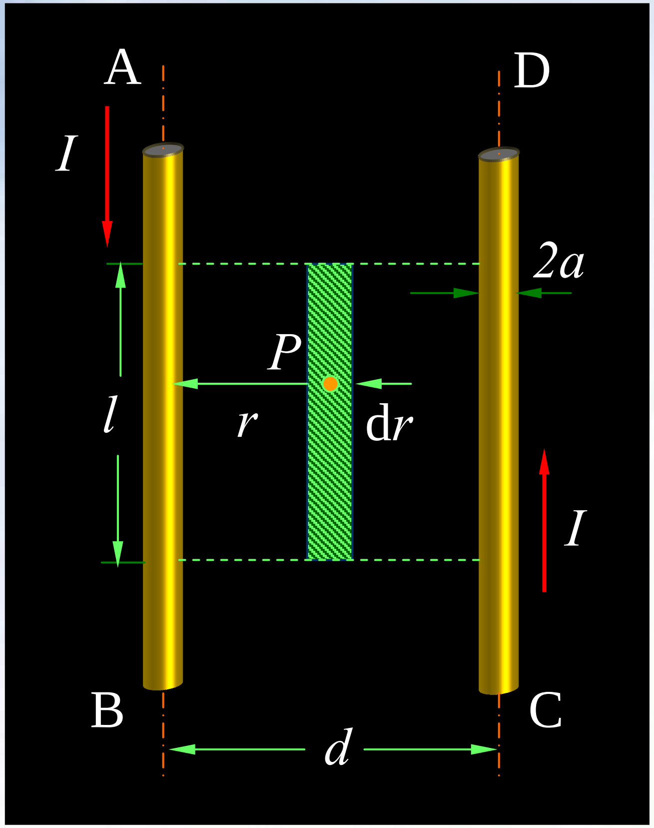
解： 设传输线中通有电流I，电源和用电器在无限远处，电流从AB输出，CD返回。两传输线在离AB为r处产生的总磁感应强度的大小为：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-r)}$$

由于$a<<r$，可以忽略两导线内部的磁通量。因此通过两传输线间长为l，宽为dr的面积元ds的磁通量为:

$$d\Phi = \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

$$= [\frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-r)}]ldr$$



通过长为l的两导线间的磁通量为：

$$\Phi = \int d\Phi = \int_a^{d-a} \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-r)}\right] l dr = \frac{\mu_0 I l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}$$

于是，长为l的这对传输线的自感为：

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}$$

这种传输线单位长度的电感为：

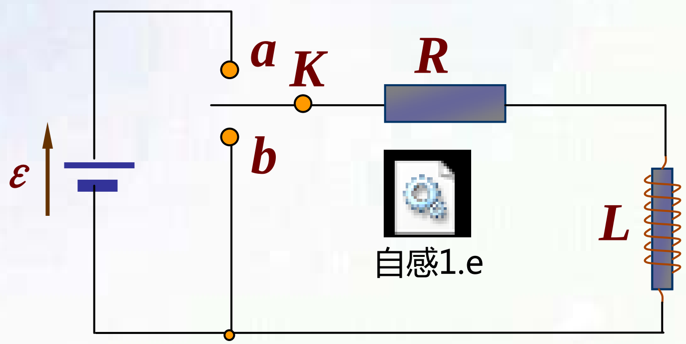
$$\boxed{L_0 = \frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}}$$

二、*R-L*电路中电流的增长和衰减过程

由于自感的存在，使电路中具有保持原有电流不变的特性。它使电路在接通或断开后，电路中的电流要经历一个过程才能达到稳定值，这个过程称为*RL*电路的暂态过程。

1.电流的增长过程

设电路有纯电感线圈*L*和纯电阻*R*构成。当电键***K***与*a*接通后，电路中某瞬时的电流为$i=i(t)$。



由于自感应作用，线圈中出现自感电动势为：

$$\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}$$

回路中的总电动势为 $\varepsilon + \varepsilon_L$，由欧姆定律得电路方程为：

$$\varepsilon + \varepsilon_L = \varepsilon - L\frac{di}{dt} = iR$$

对上式分离变量后积分，取t=0时，I=0，于是：

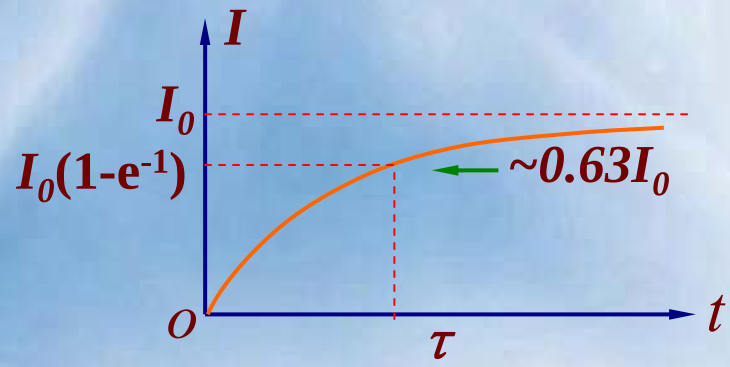
$$\int_0^I \frac{di}{i - \varepsilon / R} = \int_0^t -\frac{R}{L}dt$$

积分整理后，并令$I_0 = \varepsilon / R$，得：

$$I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = I_0(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

可见，电流 I 按指数规律增长，逐渐达到稳定值 I_0。在 RL 电路中，L/R 是表征暂态过程持续长短的特征量，它具有时间的量纲，称为RL电路的时间常数 τ (弛像时间)，当 $t = \tau$ 时，

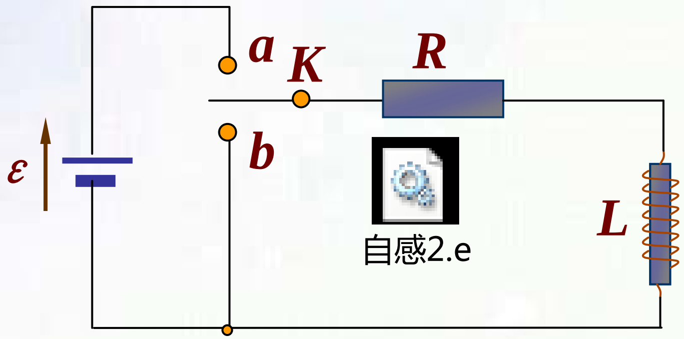
$$I = I_0(1 - e^{-1}) = 0.63 I_0$$



$t=\tau$ 时，$I=0.63I_0$。实际上，当$t=5\tau$ 时，$I=0.993I_0$，可以认为电流已达稳定值。

2.电流的衰减过程

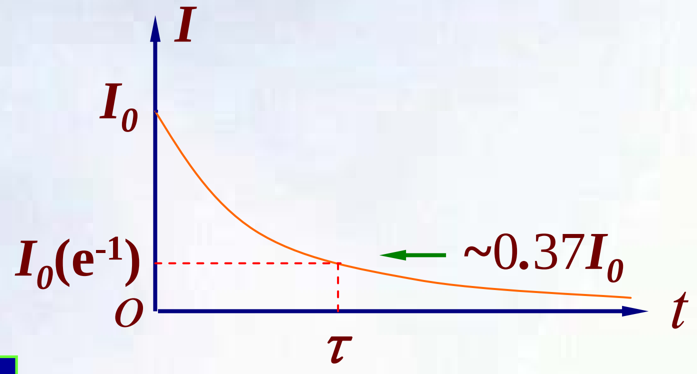
当电路中的电流达到稳定值I_0后，将电键K从触点 a 倒向b，这时回路中无外电源，但由于自感的作用，电流不马上回到零：



$$\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt} = iR$$

将上式分离变量后积分，考虑到t=0时，i=I_0，则有：

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-t/\tau}$$



当 t＝ $\tau = L/R$ 时：

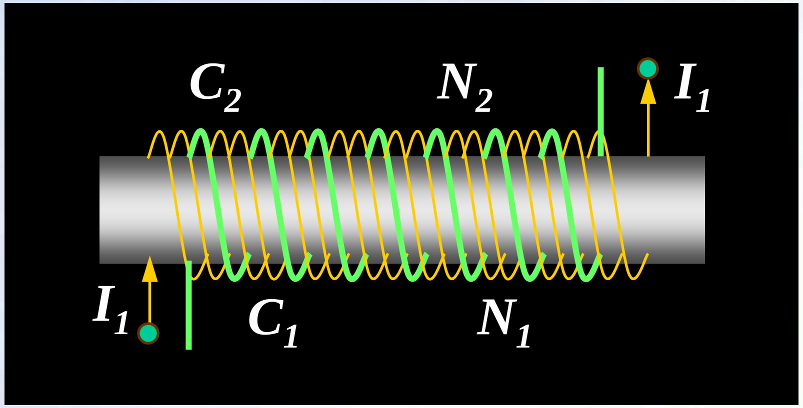
$$I = I_0 e^{-1} = 0.37 I_0$$

在撤去电源的情况下，时间常数 τ 表示电流由稳定值I_0减小至I_0的37%所需的时间。

三、互感现象 互感系数 *

由于一个回路中的电流变化而在邻近另一个回路中产生感应电动势的现象，称为互感现象。

图中所示是绕有C_1和C_2两层线圈的长直螺线管，长度均为l，截面的半径都是r。C_1线圈共有N_1匝，当其中通有电流I_1时，其磁场在



C_2线圈每匝中的磁通为：$\mu_0 \dfrac{N_1}{l} I_1 \pi r^2$

所以，通过C_2线圈N_2匝的全磁通：

$$\Psi_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} I_1 \pi r^2$$

当I_1变化时，在C_2线圈回路中将产生感生电动势：

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} \pi r^2 \frac{dI_1}{dt}$$

将上式改写为：

$$\varepsilon_{21} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

式中：
$$M_{21}=\mu_0\frac{N_1N_2}{l}\pi r^2$$

同样，当C_2线圈中I_2变化时，在C_1回路中也将产生感生电动势：

$$\varepsilon_{12}=-\mu_0\frac{N_1N_2}{l}\pi r^2\frac{dI_2}{dt}=-M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

上式中可以看出：

$$M_{21}=M_{12}=\mu_0\frac{N_1N_2}{l}\pi r^2=M$$

M反映了两回路间互相产生感生电动势的能力，称为互感系数或互感。

若两个回路的相对位置固定，且周围没有铁磁性物质，$\Psi_{21} \propto I_1$、$\Psi_{12} \propto I_2$，则：

$$M = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{\Psi_{12}}{I_2}$$

一般情况下，互感和自感一样只和两回路的形状、相对位置及周围磁介质有关，而与电流无关。

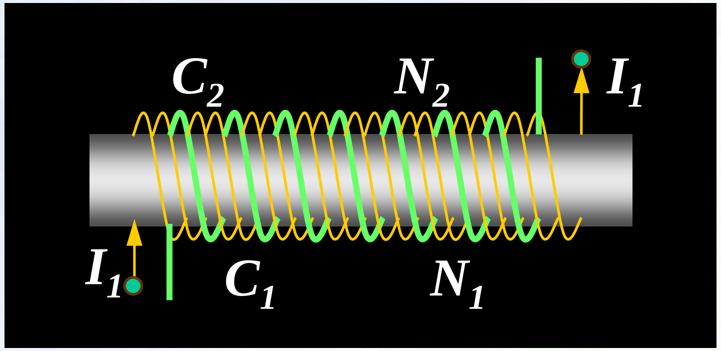
若周围有铁磁物质，Ψ_{21}和I_1、Ψ_{12}和I_2就不一定是线性关系，这时：

$$\varepsilon_{12} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -\frac{d\Psi_{12}}{dI_2}\frac{dI_2}{dt} = -M\frac{dI_2}{dt}$$

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -\frac{d\Psi_{21}}{dI_1}\frac{dI_1}{dt} = -M\frac{dI_1}{dt}$$

互感的单位也是亨利（**H**）。

现仍以两层螺线管为例，讨论自感与互感的关系，已知原线圈的自感：



$$L_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{l}\pi r^2$$

同理，副线圈的自感系数：

$$L_2 = \mu_0 \frac{N_2^2}{l}\pi r^2$$

互感：

$$M=\mu_0\frac{N_1N_2}{l}\pi r^2$$

由此可见：

$$M^2=L_1L_2,\quad M=\sqrt{L_1L_2}$$

只有一个回路所产生的磁感应线全部穿过另一回路，才有上述关系。对于一般的情形：

$$M=K\sqrt{L_1L_2}$$

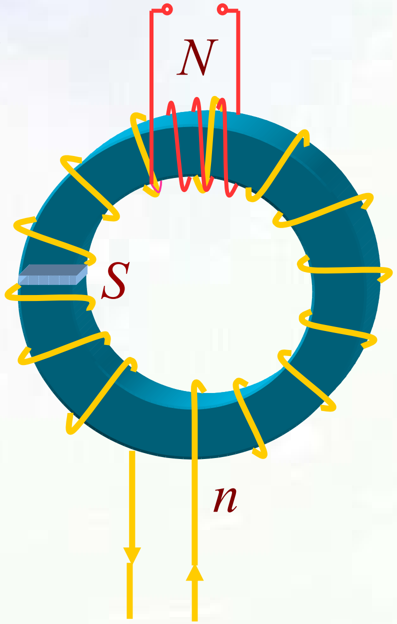
$0\le K\le 1$，称为偶合系数。

例题10： *

一密绕螺绕环，单位长度匝数为n=2000m^{-1}，环的横截面积为S=10cm^2，另一个N=10匝的小线圈绕在环上，如图所示：

（1）求两个线圈间的互感；

（2）当螺绕环中的电流变化率为dI/dt=10A/s时，求在小线圈中产生的互感电动势的大小。



解： （1）设螺绕环中通有电流I，螺绕环中磁感应强度的大小为$B=\mu_0 nI$，通过螺绕环上各匝线圈的磁通量等于通过小线圈各匝的磁通量，所以通过N匝小线圈的磁通链数为：

$$\Psi_N = N\Phi = N\mu_0 nIS$$

根据互感的定义可得螺绕环与小线圈间的互感为：

$$M = \frac{\Psi_N}{I} = N\mu_0 nS = 25\mu H$$

(2)由公式知，小线圈中产生的感生电动势的大小为：

$$\varepsilon_{21} = \left| -M\frac{dI_1}{dt} \right| = 2.5\times10^{-5}\times10 = 250\ \mu V$$

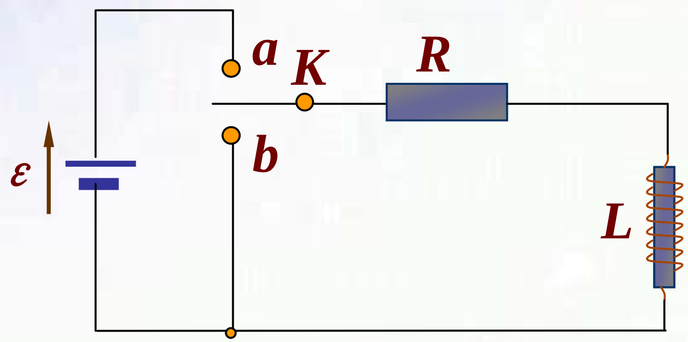
§ 14-5 磁场的能量

一、自感磁能

在带电系统形成过程中，外力克服静电场力做功，转化为电荷系统或电场的能量，电场的能量密度为：

$$\omega_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}DE$$

在RL暂态过程中，电流克服自感，在回路电流消长中存在能量转化问题。在上一节的RL电路中，由欧姆定律：



$$\varepsilon - L\frac{dI}{dt} = RI$$

设t=0时，I=0；t=t时，I=I_0。电流从0增长到I_0的过程中，电源电动势做功：(dw= ε dq)

$$\int_0^t \varepsilon I dt = \int_0^{I_0} LIdI + \int_0^t RI^2 dt$$

在L与I无关的条件下：

$$\boxed{\int_0^t \varepsilon I dt = \frac{1}{2}LI_0^2 + \int_0^t RI^2 dt}$$

上式方程右边第二项为电源消耗在电阻上的热能，第一项为克服感生电动势所做的功。

按功能原理，此功以能量形式储存在线圈内。当电键K倒向b，$I=I_0e^{-(R/L)t}$，衰减过程中R中的焦耳热来自于线圈储存能：

$$Q=\int_0^{\infty}RI^2dt=RI_0^2\int_0^{\infty}e^{-2\frac{R}{L}t}dt=\frac{1}{2}LI_0^2$$

线圈中储存的能量将通过自感电动势做正功全部释放出来。因此，自感为L的回路中，线圈中储存的磁能为：

$$W_m=\frac{1}{2}LI_0^2$$

二、磁场的能量

线圈中储存的能量可视作存储于磁场之中，对一个长直螺线管，磁导率为 μ，电流I_0，则$B=\mu n I_0$， $I_0=B/\mu n$，$L=\mu N^2 S/l$， 将L、 I_0代入W_m：

$$W_m = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}\mu\frac{N^2}{l}S\cdot\frac{B^2}{(\mu N/l)^2} = \frac{1}{2}BHV$$

定义单位体积内的磁能为磁能密度：

$$\boxed{\omega_m = \frac{W_m}{V} = \frac{1}{2}BH}$$ 或：$$\boxed{\omega_m = \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}}$$