浙江大学 20 16 -20 17 学年 春夏 学期

《线性代数》课程期中考试试卷

课程号: 821T0050, 开课学院: 数学科学学院

考试试卷: A卷、B卷(请在选定项上打 ✓)

考试形式: 闭、开卷(请在选定项上打 ✓), 允许带 笔 入场

考试日期: 2017 年 4 月 26 日, 考试时间: 120 分钟

诚信考试, 沉着应考, 杜绝违纪。

请注意: 所有题目必须做在答题本上!

做在试卷纸上的一律无效!

请勿将答题本拆开或撕页! 如发生此情况责任自负!

考生姓名: ______________ 学号: ________________ 所属院系: ______________

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
评卷人									

一. (本题 10 分)计算下列行列式的值.

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$$,其中x, y为任意实常数.

二. (本题 15 分)设有 n 阶行列式如下($n \geq 2$ 为正整数):

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \\ 1 & 2 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & n \end{vmatrix}$$,其中$x_1, x_2, \cdots, x_n$为任意实常数,

试求 $A_1+2A_2+\cdots+nA_n$ 的值,其中 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 分别是 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 在行列式 D 中的代数余子式.

三. (本题 15 分)当 λ 取何值时,线性方程组 $\begin{cases} x_1+\lambda x_2+\lambda x_3=1 \\ \lambda x_1+x_2+x_3=1 \\ x_1+x_2+x_3=\lambda \end{cases}$ 无解?有解?有解时求该线性方程组的所有解.

四. (本题 15 分)试叙述矩阵秩的定义;设有 n ($n\geq 2$ 为正整数)阶矩阵如下:

$$A=\begin{pmatrix} 0 & x_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x_{n-1} \\ x_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

,其中$x_1,x_2,\cdots,x_n$为任意实常数,

试求 A 的伴随矩阵 A^* 的秩.

五. (本题 15 分)求解下述矩阵方程:

$$X\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}.$$

六. (本题 10 分)

设 $a\neq 0$ 为实常数, 试把矩阵 $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$ 表示成 $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{pmatrix}$ 型矩阵的乘积.

七. (本题 10 分) n (n 为正整数)阶方阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 的主对角线上元素之和 $\sum\limits_{i=1}^{n}a_{ii}$ 称为方阵 A 的迹,记作 $\mathrm{tr}A$. 现设方阵 A 的秩为 r 且满足 $A^2=A$,试证明: $\mathrm{tr}A=r$.

八. (本题 10 分) 设 A,B 为 n (n 为正整数)阶方阵且满足 $A+2B=AB$, 试证明: $A-2E$ 可逆.