

第十二周

第23章 量子光学基础 § 23. 2,
§ 23. 3, § 23. 4, § 23. 5 (一般了解)

第25章 量子力学基础 § 25. 1

作业: P423 23-2, 23-3, 23-4,
* 23-5, 23-8, 23-10

例题3:

一个质量为0.2kg的物体挂在倔强系数 $k=2.0\text{N/m}$ 的弹簧上，作振幅 $A=1\times 10^{-2}\text{m}$ 的谐振动。试问：(1)如果振子能量是量子化的，则 n 有多大？(2)如果振子的能量改变一个能量最小单位，则能量变化的百分比是多少？

解：(1)此振子的振动频率为：

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2.0}{0.2}} = 0.5(1/s)$$

振子的能量为：

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = 0.5(2.0)(0.10)^2 = 0.010(J)$$

由普朗克假设，量子数为：

$$n = \frac{E}{h\nu} = \frac{0.010}{3.3 \times 10^{-34}} = 3.0 \times 10^{31}$$

(2)如果振子的能量改变一个单位，则能量变化的百分比为：

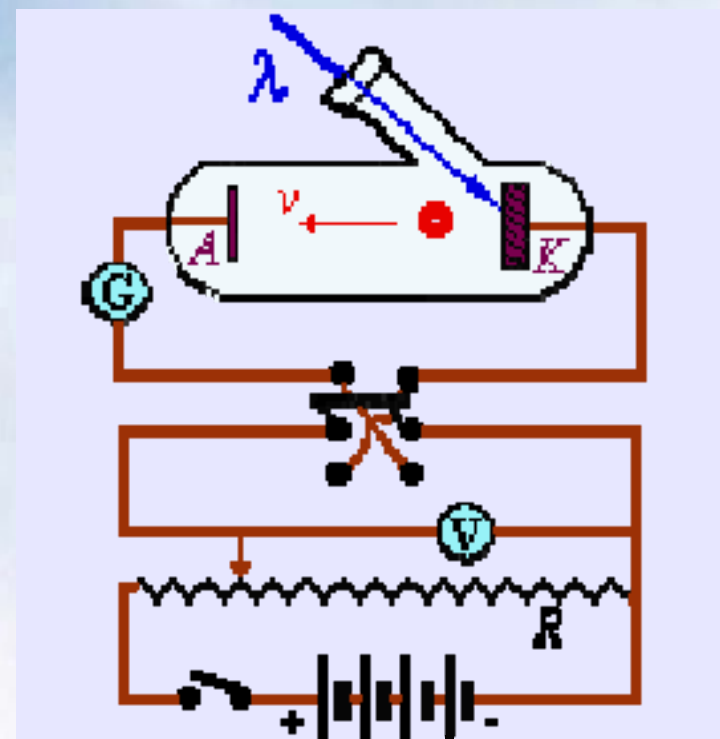
$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{h\nu}{nh\nu} = \frac{1}{n} = 3.3 \times 10^{-32}$$

此变化十分微小，以至任何现代仪器都无法观测到。因此宏观振子可忽略量子效应，认为其能量变化是连续的。

§ 19-3 光电效应

一、光电效应实验规律

光电效应首先由赫兹发现，由其同事勒纳德确认。光电效应的实验装置如图：在高真空管内封装入阴极 K 和阳极 A ， K 为金属。单色光照射到 K 上， K 释放出电子来，称光电子。



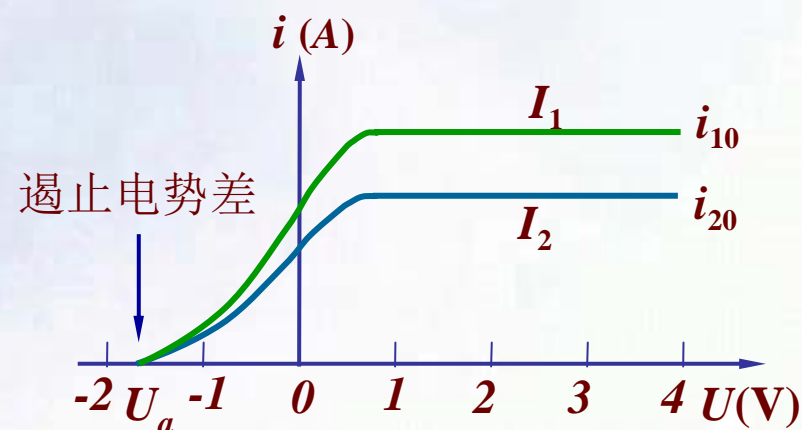
光电效应实验装置图

1. 光电流与入射光强之间的关系

光电流 i 随加速电压 U 的增大而增大，当 U 达一定数值后饱和，饱和电流 i_0 或从 K 发出的光电子数与入射光强成正比。即：单位时间内，受光照的金属板中释放出来的光电子数与入射光的强度成正比。

2. 入射光频率问题

当 $U=0$ 时， $i \neq 0$ ，当反向电势差达 U_a 时，光电流为零， U_a 称遏止电势差。



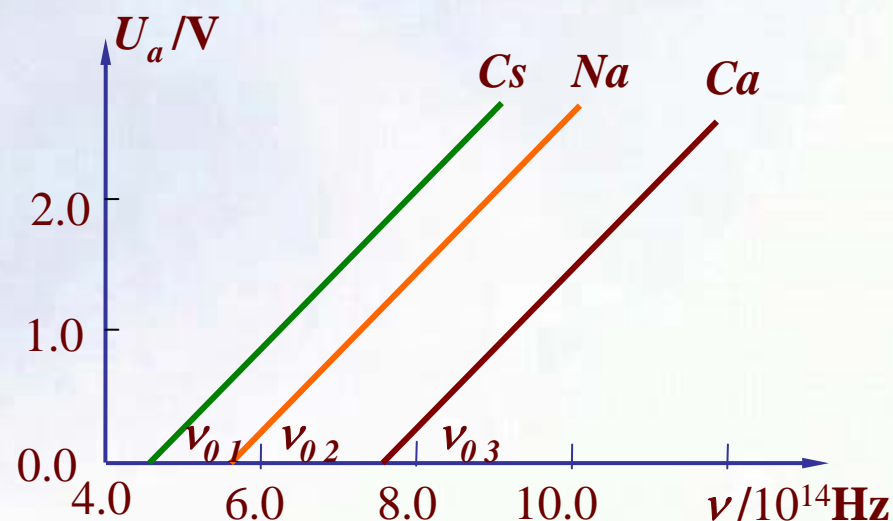
光电效应伏安特性

光电子从阴极逸出时的最大初动能应等于光电子反抗遏止电场力所做的功：

$$E_{km} = \frac{1}{2}mv^2 = e|U_a|$$

从光电效应伏安特性曲线可看出，光电子的最大初动能与入射光的强度无关。

光强不变， U_a 与频率呈线性关系：



遏止电势差与频率的关系

$$|U_a| = k\nu - U_0$$

上式中 U_0 与 k 都是正数，不同金属有不同的 U_0 。
而 k 为普适常数。由于

$$E_{km} = \frac{1}{2}mv^2 = e|U_a| = ek\nu - eU_0$$

光电子的最大初动能随入射光频率 ν 线性增加，与光强无关。并且入射光频率存在红限：

由于： $ek\nu - eU_0 \geq 0$

上式为零时，可得： $\nu_0 = U_0 / k$ 红限频率。

入射光频率小于红限，不管光强多大，都不会产生光电效应。

几种金属的红限和逸出功(eU_0)

金 属	红限 $\nu_0(10^{14}\text{Hz})$	$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}(\text{nm})$	逸出功(eV)
Cs	5.17	580.5	2.14
Na	6.64	451.7	2.75
Ca	6.93	432.8	2.87
Ni	12.4	241.2	5.15
Ag	10.3	291.6	4.26
Au	12.3	243.5	5.1
Pt	13.6	219.9	5.65

* 摘自 CRC Handbook of Chemistry and Physics. 1977-1978 58th edition.

3.光电效应与时间的关系

无论光强如何，光照射与光电子的产生几乎同时，无明显时间间隔。（所需时间不超过 10^{-9}s ）

二、经典电磁理论的困难

光以波的形式在空间传播，光的强度正比于振幅平方，光强越大，电子吸收的能量就越多，电子获得的初动能就越大，因此初动能应决定于光的强度，与频率无关，且不应具有红限。这说明经典电磁理论与实验不符。另外，从时间上看，电子吸收能量需要一个“积累时间”，光强愈弱，积累时间就愈长。这也与实验也不符。

三、爱因斯坦光子学说

1905年，爱因斯坦接受了普朗克量子假设，指出光是一种在真空中以速度 c 传播的粒子流，称“光子”，一个光子的能量为：

$$E = h\nu$$

爱因斯坦认为：光电效应过程是光子的能量被金属中的电子全部吸收，根据能量守恒可得出爱因斯坦光电效应方程：

$$h\nu = E_{km} + A = \frac{1}{2}mv^2 + A$$

A 为电子从金属中逸出时克服表面阻力所需的功。

用光子理论解释光电效应的实验规律：

- (1)光电子数与入射光子数（光强）成正比。饱和电流值与光子数（光强）成正比。
- (2)对一定的逸出功 A ， ν 越大，初动能也越大。
- (3)当 $h\nu < A$ 时，不会产生光电效应。 $\nu_0 = A/h$ 为红限。
- (4)电子一次全部吸收光子能量，无需时间积累。

爱因斯坦的光子理论圆满地解释了光电效应的实验规律。由此获得1921年诺贝尔物理学奖。

光子作为粒子，具有质量和动量

爱因斯坦相对论中质能关系为： $E = mc^2$

$$h\nu = mc^2$$

频率为 ν 的光子质量为：

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

光子动量：

$$p = mc = \frac{h\nu}{c^2} c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

由于光子有动量，当光照射到物体上时，对物体将产生压力。前苏联的列别捷夫曾用精密的实验方法测得数量级很小的光压。

例题4:

波长为200 nm的光照射在逸出功为4.2eV的铝表面上，求：（1）光电子的最大初动能；（2）铝的红限波长；（3）若入射光强为 2W/m^2 ，单位时间射到铝板单位面积上的光子数是多少？

解：（1）
$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 9.95 \times 10^{-19} \text{J}$$

$$A = 4.2\text{eV} = 4.2 \times 1.6 \times 10^{-19} = 6.72 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = h\nu - A = 9.95 \times 10^{-19} - 6.72 \times 10^{-19} = 3.23 \times 10^{-19} \text{ J}$$

(2) 铝的红限波长 $A = h\nu_0 = hc / \lambda_0$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6.72 \times 10^{-19}} = 2.96 \times 10^{-7} \text{ m} = 296 \text{ nm}$$

(3) 单位时间射到铝板单位面积上的光子数

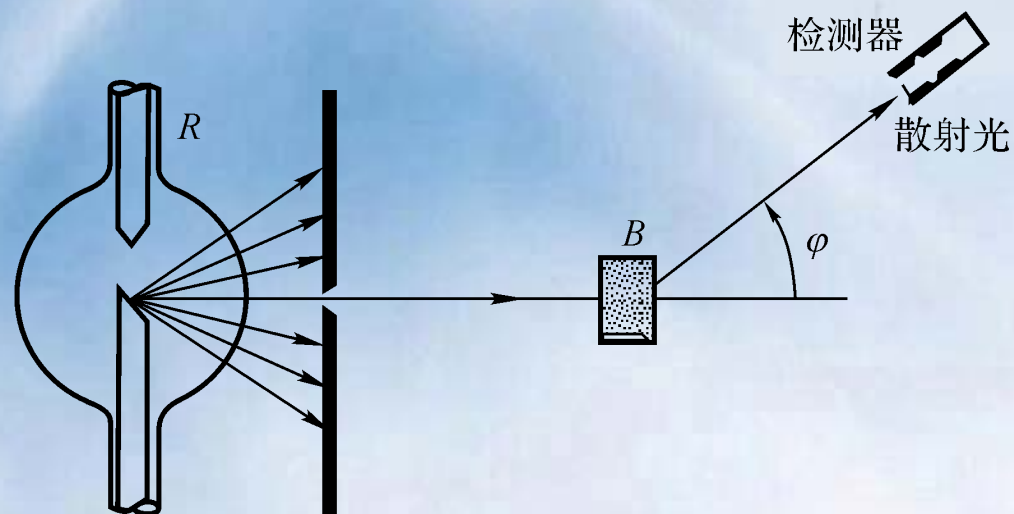
$$N = \frac{I}{h\nu} = \frac{2}{9.95 \times 10^{-19}} = 2.01 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

§ 19-4 康普顿效应

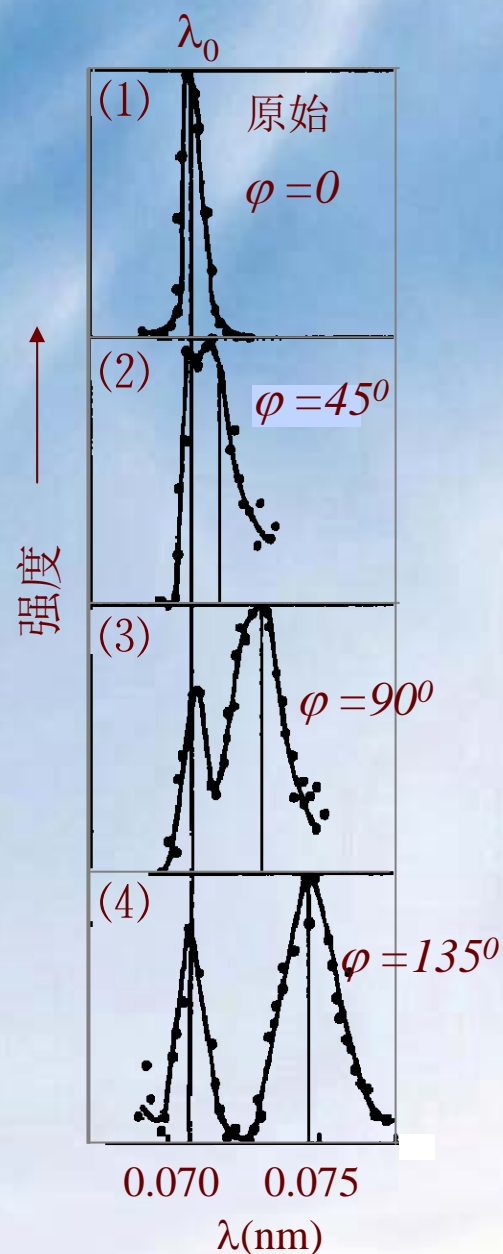
光散射的波动学理论：电磁波通过物体，引起物体内部带电粒子做受迫振动——可看作振动偶极子向四周辐射电磁波。带电粒子做受迫振动的频率等于入射电磁波（入射光）的频率。所以发射电磁波的频率应与入射电磁波的频率相同。上述理论不能解释X射线在石墨上产生的散射现象。

一、康普顿效应的实验规律

X射线散射实验装置如下图所示：



X 射线管发射一束波长为 λ_0 的X 射线，经石墨散射后其波长及相对强度可以由摄谱仪来测定。康普顿发现，在散射光谱中除了有与入射波长 λ_0 相同的射线外，同时还有 $\lambda > \lambda_0$ 的射线，这种改变波长的散射称为康普顿散射。实验指出：



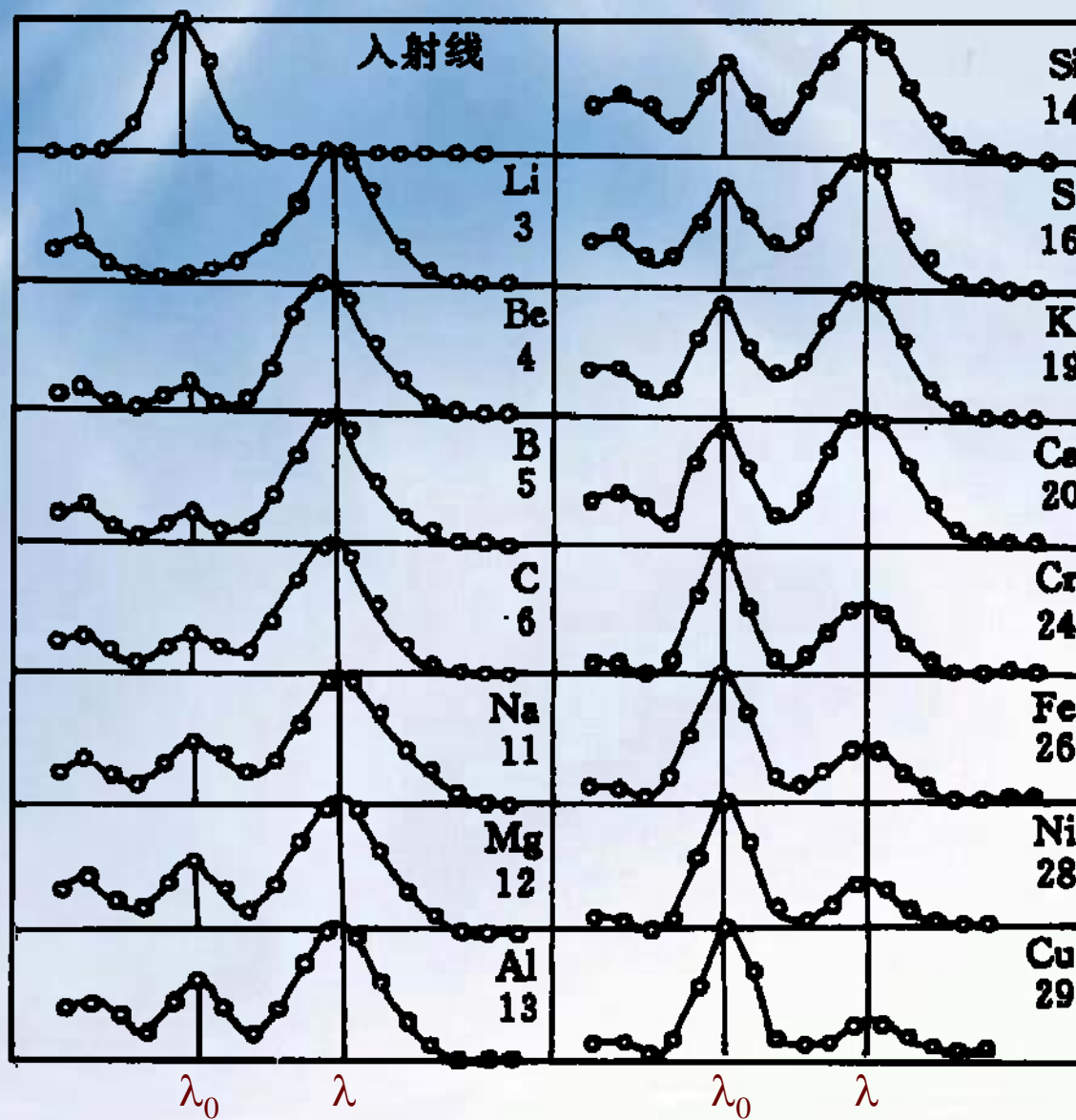
1. 波长的偏移 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 随散射角 φ 的增大而增加。随散射角的增大，原波长的谱线强度减小，新波长的谱线强度增大。

2. 在同一散射角下，对所有物质， $\Delta\lambda$ 都相同。但原波长的谱线强度随原子序数的增大而增大，新波长的谱线强度随之减小，见下图：

康普顿散射与原子序数的关系

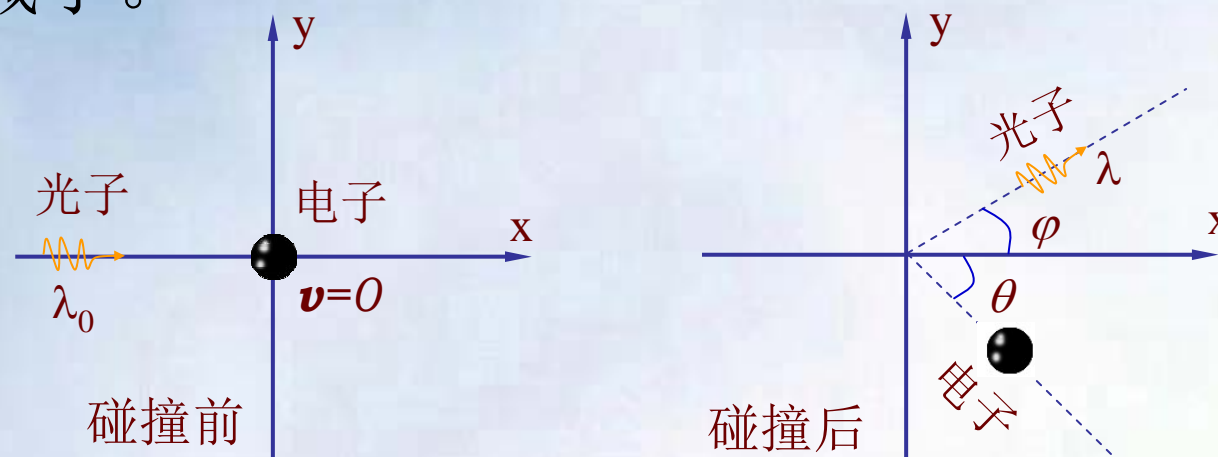


康普顿效



二、光子理论对康普顿效应的解释

入射的X射线光子与散射物质中的电子通过碰撞交换能量。电子获得部分能量，而光子的能量减小。



X射线与静止的电子发生碰撞时，入射光子与散射光子的能量分别为：

$$h\nu_0 \text{ 与 } h\nu$$

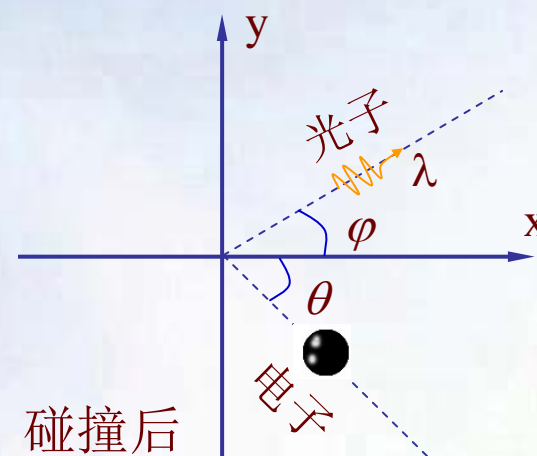
碰撞前后电子的能量分别为: m_0c^2 与 mc^2

设碰撞为完全弹性碰撞
，由能量守恒定律:

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

由动量守恒定律得:

$$x\text{方向分量式: } \frac{h\nu_0}{c} = m\nu \cos \theta + \frac{h\nu}{c} \cos \varphi$$



y 方向分量式:

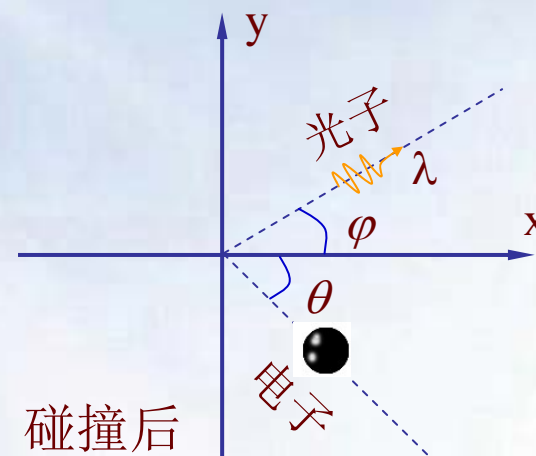
$$0 = \frac{h\nu}{c} \sin \varphi - m\nu \sin \theta$$

相对论的质能关系:

$$m = m_0 / \sqrt{1 - (\nu/c)^2}$$

以上各式联立, 消去 θ 、 ν 可解得:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$



理论计算结果与实验相符，说明光子理论的正确性。

上式中
$$\frac{h}{m_0 c} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} = 2.4 \times 10^{-12} \text{ m}$$

称为电子的康普顿波长。

如果入射光子与原子中被束缚得很紧的内层电子碰撞，光子将相当于与整个原子作弹性碰撞（如乒乓球碰铅球），散射光子的能量基本上不减小，所以观察到的这部分散射光波长就与入射光波长相同。

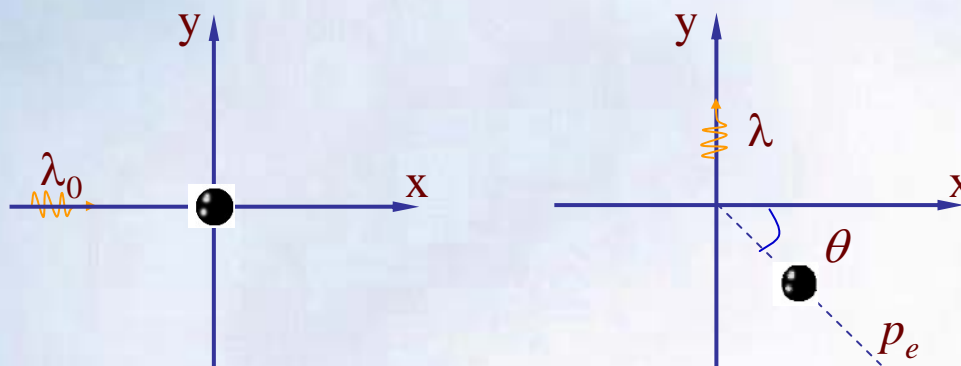
在重原子中，由于内层电子所占比例较大，弹性碰撞后能量不变的光子数较多，康普顿效应也就不明显了。

康普顿效应的物理意义：

1. 证实了光子具有质量、动量和能量。
2. 说明能量、动量守恒定律在微观领域里同样适用。

例题5:

波长 $\lambda_0=0.02\text{nm}$ 的X射线与静止的自由电子碰撞，现在从与入射方向成 90° 的方向去观察散射辐射，求：
(1)散射X射线的波长；(2)反冲电子的能量；(3)反冲电子的动量。



解：(1)散射后X射线的波长改变为：

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{2 \times 6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} \sin^2 \frac{\pi}{4} \\ &= 0.024 \times 10^{-10} m = 0.0024 nm\end{aligned}$$

所以散射X射线的波长为：

$$\lambda = \Delta\lambda + \lambda_0 = 0.0024 + 0.02 = 0.0224 nm$$

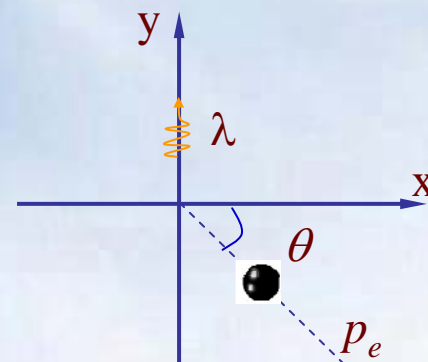
(2)根据能量守恒，反冲电子获得的能量就是入射光子与散射光子能量的差值，所以：

$$\Delta\varepsilon = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0\lambda} = 10.7 \times 10^{-16} J = 6.66 \times 10^3 eV$$

(3)根据动量守恒, 有

$$\frac{h}{\lambda_0} = p_e \cos \theta$$

$$0 = \frac{h}{\lambda} - p_e \sin \theta$$



所以:

$$p_e = h \left(\frac{\lambda^2 + \lambda_0^2}{\lambda^2 \lambda_0^2} \right)^{1/2} = 4.44 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

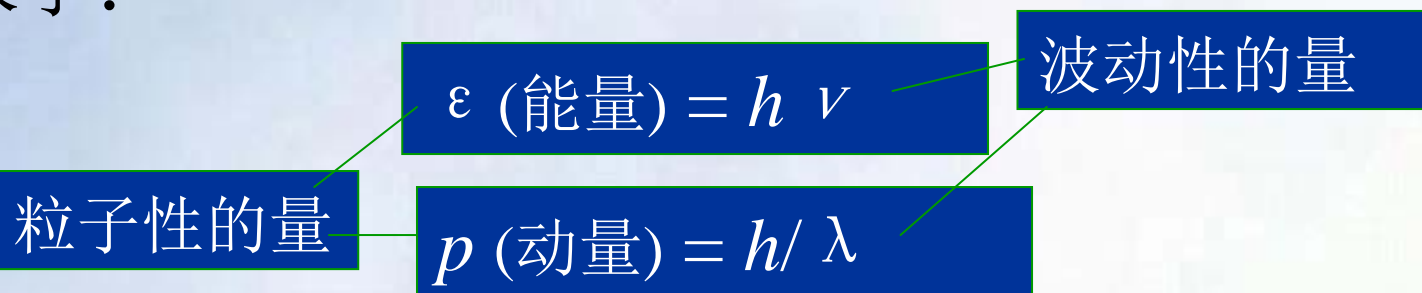
$$\text{又: } \cos \theta = \frac{h}{\lambda_0 p_e} = 0.753 \quad \theta \approx 41^\circ 9'$$

§ 19-5 光的波粒二象性

光的干涉、衍射、偏振等现象——波动性

光电效应、康普顿效应等现象——粒子性

光的粒子性与波动性是通过普朗克常量联系起来了：



光究竟会表现那方面的特性，取决于所进行的实验的性质。

第二十二章 激光的基本知识 *

§ 22-1 激光产生的原理

激光： Laser (Light Amplification of Stimulated Emission of Radiation)

意为：受激辐射引起的光放大。

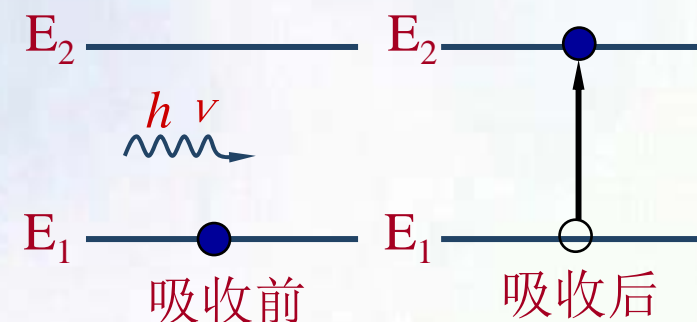
一、光和物质的相互作用

量子理论告诉我们，原子的能量只能取一系列分立的值。光和原子的相互作用可能引起受激吸收、自发辐射和受激辐射三种跃迁过程。

1. 受激吸收过程

原来处于低能态 E_1 的原子，受到频率为 ν 的光照射时，若满足 $h\nu = E_2 - E_1$ ，原子就有可能吸收光子向高能态 E_2 跃迁，这种过程称为受激吸收。

设某时刻 t ，粒子处于 E_2 和 E_1 的粒子数密度分别为 N_2 、 N_1 ，照射光的能量密度为 $\rho(\nu)$ ，则单位时间内从 E_1 跃迁到 E_2 的粒子数密度为：



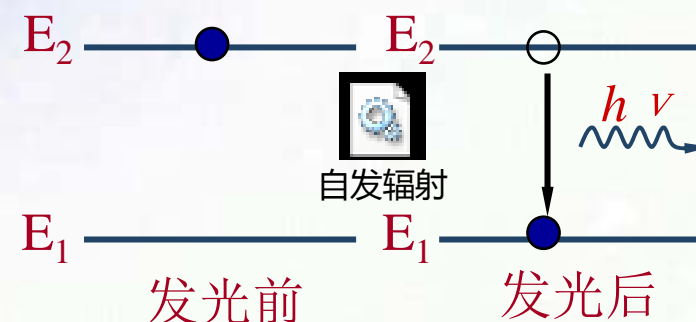
$$\left(\frac{dN_{12}}{dt}\right)_{\text{受激吸收}} = B_{12}\rho(\nu)N_1$$

式中 B_{12} 称为受激吸收系数。

2. 自发辐射过程

处于高能态的原子是不稳定的。在没有外界的作用下，激发态原子会自发地向低能态跃迁，并发射出一个光子，光子的能量为 $h\nu = E_2 - E_1$ ，这一过程称为自发辐射。

设粒子处于 E_2 和 E_1 的粒子数密度分别为 N_2 、 N_1 ，单位时间内自发辐射的粒子数密度为：



$$\left(\frac{dN_{21}}{dt}\right)_{\text{自发辐射}} = A_{21}N_2$$

式中 A_{21} 称为自发辐射系数。

普通光源的发光就属于自发辐射。由于发光物质中各个原子自发地、独立地进行辐射，因而各个光子的相位、偏振态和传播方向之间没有确定的关系。

3.受激辐射过程

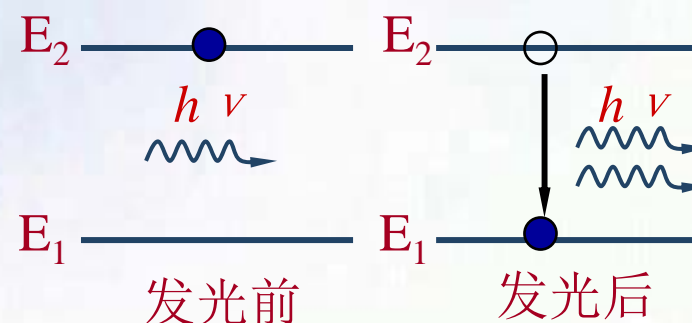
处于高能态的原子，如果在自发辐射之前，受到能量为 $h\nu = E_2 - E_1$ 的外来光子的诱发作用，

就有可能从高能态 E_2 跃迁到 E_1 ，同时发射一个与外来光子频率、相位、偏振态和传播方向都相同的光子，这一过程称为**受激辐射**。

设外来光的能量密度为 $\rho(\nu)$ ， E_2 能级的数密度为 N_2 ，则单位时间内受激辐射的粒子数密度：

$$\left(\frac{dN_{21}}{dt}\right)_{\text{受激辐射}} = B_{21}\rho(\nu)N_2$$

式中 B_{21} 称为受激辐射系数。



二、粒子数反转和光放大

受激吸收、自发辐射和受激辐射三种跃迁过程，那一个占优，取决于处于高低能级的原子数。在通常的热平衡条件下，工作物质中原子在各能级上的分布满足玻尔兹曼分布：

$$N_i = Ce^{-E_i/kT}$$

处于 E_2 和 E_1 的粒子数之比为：

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-(E_2-E_1)/kT}$$

对于室温 $T=300\text{K}$ ，设 $E_2-E_1=1\text{eV}$

得： $N_2/N_1 \approx 10^{-40}$ ，说明在正常状态下，处于高能级的原子数远小于处于低能级的原子数。

单位时间内在单位体积中受激辐射和受激吸收过程净辐射的光子数为：

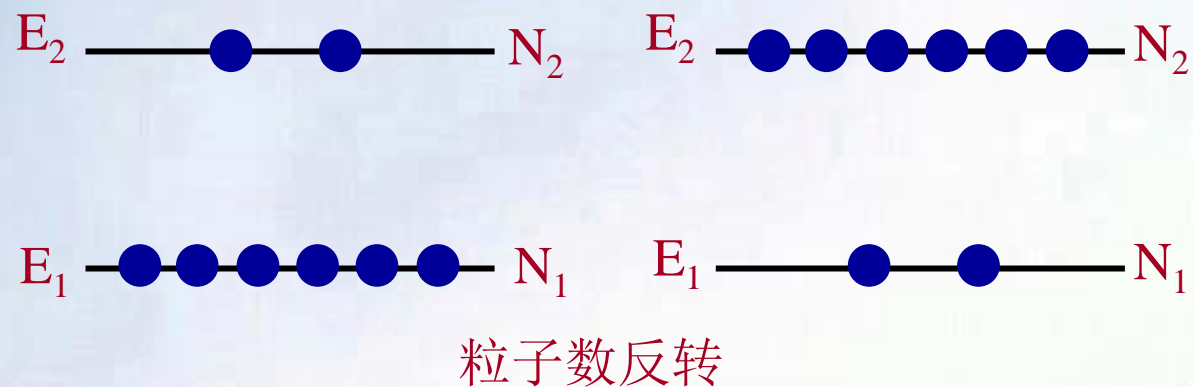
$$\left(\frac{dN_{21}}{dt}\right)_{\text{受激辐射}} - \left(\frac{dN_{12}}{dt}\right)_{\text{受激吸收}} = B_{21}\rho(\nu)N_2 - B_{12}\rho(\nu)N_1$$

可以证明 $B_{12}=B_{21}$ ，故有

$$\left(\frac{dN_{21}}{dt}\right)_{\text{受激辐射}} - \left(\frac{dN_{12}}{dt}\right)_{\text{受激吸收}} = B_{21}\rho(\nu)(N_2 - N_1)$$

从上式可见，光通过处于热平衡状态的介质时，吸收总是大于辐射。只有当 $N_2 > N_1$ 时，受激辐射的光子数才能多于受激吸收。这种粒子分布称为**粒子数反转**。

能实现粒子数反转的工作物质称为**激活介质**或**增益介质**。

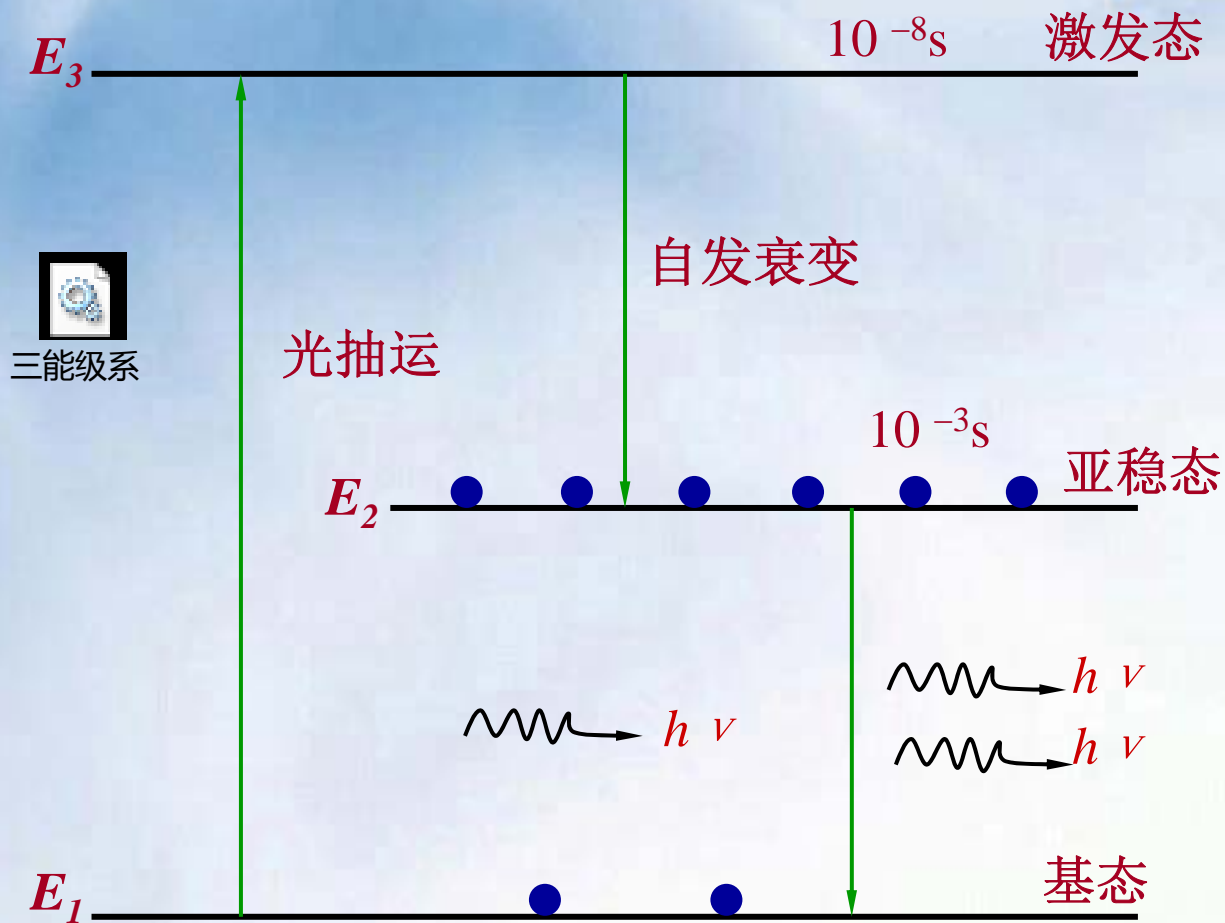


实现粒子数反转的条件：

选取合适的工作物质，提供激励能源完成**激励**或**抽运**（泵浦）工作。

从理论上推得，在二能级系统中，无论抽运速率多么大，高能级上的粒子数永远小于低能级上的粒子数，即不可能实现粒子数反转。然而对于存在寿命较长的**亚稳态能级**的三能级和四能级系统，却均有可能实现粒子数反转分布。

红宝石是在基质 Al_2O_3 中掺入少量铬离子 Cr^{+3} 的晶体。产生激光的是铬离子，它是典型的三能级系统：



铬离子能级示意图

三、光学谐振腔、激光模式

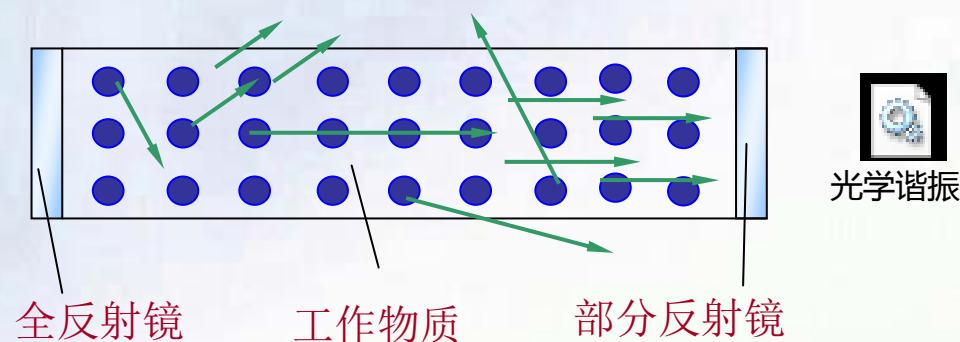
1. 光学谐振腔和谐振条件

介质一旦达到粒子数反转状态就可以对光起放大作用，但尚不能形成可供应用的稳定的激光束。

处于激发态的原子，可以通过自发辐射和受激辐射两种过程回到基态。在实现了粒子数反转分布的工作物质，初始诱发工作物质原子发生受激辐射的光子来源于自发辐射，而原子的自发辐射是随机的，因而在这样的光子激励下发生的受激辐射也是随机的，所辐射的光的相位、偏振态、频率和传播方向都是互不相关的。

如何让某一传播方向和频率的光子享有最优越的条件进行放大，采用光学谐振腔就能实现该目标：

一般的光学谐振腔有两个平行的反射镜组成，其中一个为全反射，另一个为部分反射镜。近光轴方向的光子在两镜间来回反射，沿途不断引起受激辐射，形成连锁反应，产生雪崩式光放大，此过程称为**光振荡**。



当增加的光子数能补偿各种损耗的光子数时，可产生稳定的光振荡，以上介绍的一组平行的反射镜称为光学谐振腔。

在谐振腔内，只有某些频率的光能产生干涉加强，形成以反射镜为波节的驻波，产生激光，条件是：

$$2nL = q\lambda \quad q = 1, 2, 3, \dots$$

L为腔长，n为折射率，q为正整数。相应的：

$$\nu_q = q \frac{c}{2nL}$$

上式称为**谐振条件**， ν_q 称为**谐振频率**。

谐振腔内相邻两频率的间隔为：

$$\Delta\nu_q = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{c}{2nL}$$

谐振腔内可存在一系列频率间隔相等的光。

2.激光的纵模

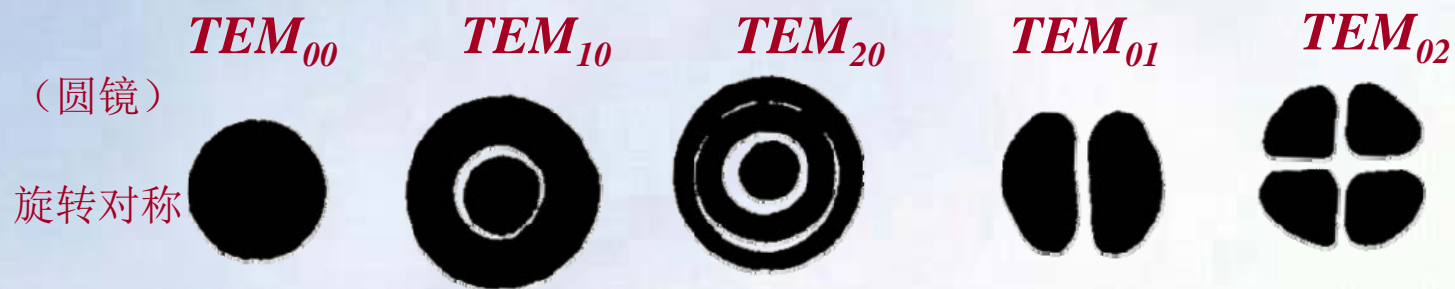
在谐振腔内沿轴向形成的稳定的驻波花样，称为**纵模**。由于工作物质存在谱线宽度 $\Delta\nu$ ，因而只有落在 $\Delta\nu$ 内的几个频率才能形成激光，激光器中包含的纵模数为

$$N = \frac{\Delta \nu}{\Delta \nu_q}$$

以氦氖激光器为例，输出波长632.8nm，谱线宽度 $\Delta \nu = 1.5 \times 10^9 \text{Hz}$ ，若腔长 $L = 0.3 \text{m}$ 、 $n = 1$ ，可得纵模间隔 $\Delta \nu_q = 5 \times 10^8 \text{Hz}$ ，此条件可能出现三种频率的激光；如 $L = 0.1 \text{m}$ ， $\Delta \nu_q = 1.5 \times 10^9 \text{Hz}$ ，只出现一种频率的激光。

3. 激光的横模

激光束在横向（横截面）也存在不同的稳定分布，通常称为横模。用 TEM_{mn} 表示，其中 mn 为横模序列号。



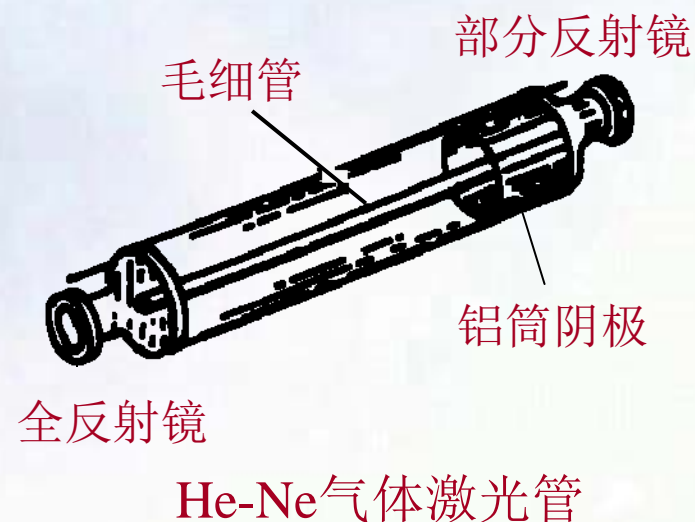
激光束横截面上几种光斑花样

§ 22-2 激光器

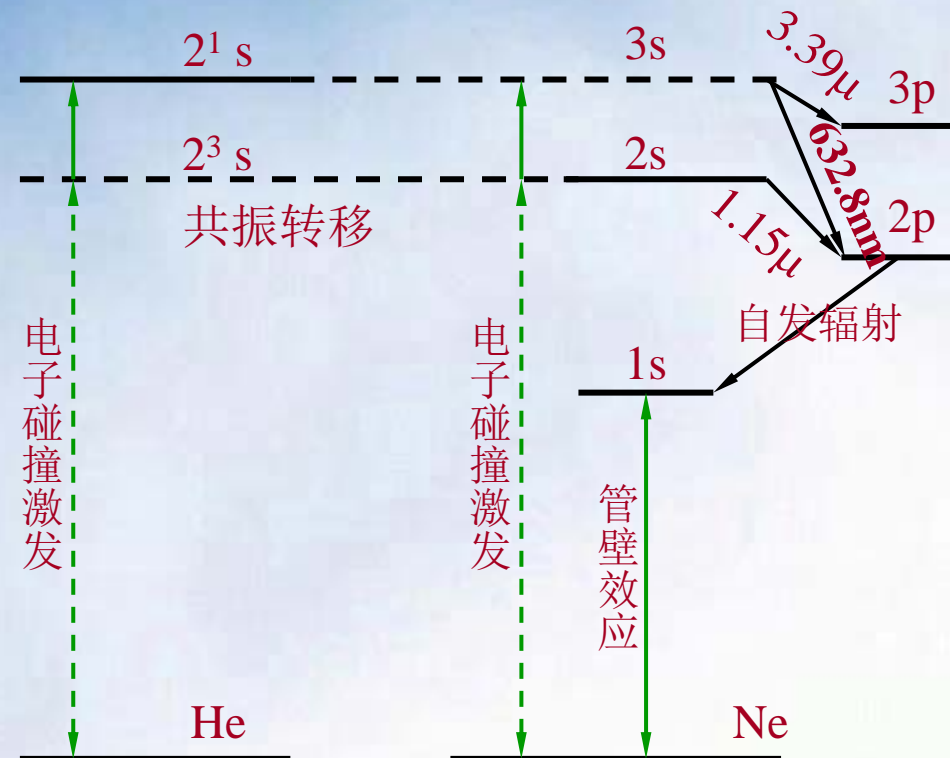
激光器分类：按工作物质不同可分为：气体、固体、半导体、液体激光器。按工作方式可分为：脉冲激光器和连续激光器。

一、氦氖激光器

激光管中的毛细管作为放电管，管内分装5:1~10:1的氦和氖的混合气体。激光管两端装反射镜组成谐振腔，采用气体放电激励。



氦氖激光器的工作气体是氦，氖是辅助气体，原子能级示意图如下：



§ 22-3 激光的特性

1.方向性好 光束的发散性很小

2.亮度高

光源单位发光表面，在单位时间内沿垂直表面方向单位立体角内发射的能量：

$$L_e = \frac{\Delta P}{\Delta S \cdot \Delta \Omega}$$

太阳的亮度值： $L_e \approx 10^3 \text{ W}/(\text{cm}^2 \cdot \text{sr})$

大功率激光器的亮度： $L_e \approx 10^{12} \sim 10^{17} \text{ W}/(\text{cm}^2 \cdot \text{sr})$

3.单色性好

普通光源单色性最好的氪灯的谱线宽度 $\Delta \lambda = 0.047\text{nm}$ ，而一台氦氖激光器的 $\Delta \lambda < 10^{-6}\text{nm}$ 。

4.相干性好

一台氦氖激光器的相干长度可达 $2 \times 10^7\text{km}$ 。而普通光源中单色性最好的氪灯的相干长度只有 38.5cm 。

激光的应用：

激光手术刀、视网膜焊接等。

第二十章 量子力学简介

1913年，玻尔在普朗克和爱因斯坦量子概念的基础上创造性地将量子概念应用到卢瑟福的原子模型，成功的解释了氢原子光谱。以玻尔理论为基础的量子理论称为旧量子理论。1923年，德布罗意提出“物质的波粒二象性”为薛定谔建立波动力学方程打下基础。1926年玻恩提出波函数的统计解释。1927年，海森伯提出了不确定性原理 ...。新量子理论逐渐形成。本章将对量子力学基本概念做简单介绍。

§ 20-1 实物粒子的波动性

一、德布罗意假设

1924年，德布罗意在光的波粒二象性的启示下，提出实物粒子也应具有波动性的假设：

设实物粒子具有能量 E 、动量 p ，则它应具有相应的波长 λ 和频率 ν ：

$$E = mc^2 = h\nu$$

$$p = mv = \frac{h}{\lambda}$$

或：

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu} = \frac{h}{m_0\nu} \sqrt{1 - \nu^2 / c^2}$$

上述与实物粒子相联系的波称为德布罗意波，相应的关系式称德布罗意关系式。若 $\nu \ll c$ ，则：

$$\lambda = \frac{h}{m_0\nu}$$

例题1：

(1)一质量 $m=0.05\text{kg}$ 的子弹，以速度 $\nu=300\text{m/s}$ 运动，其德布罗意波长是多少？(2)速率 $\nu=5000\text{m/s}$ 的 α 粒子的德布罗意波长是多少？

解：(1)

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.05 \times 300} = 4.4 \times 10^{-26} \text{ nm}$$

远小于仪器的测量范围，观测不到波动性。

(2) α 粒子的波长为：($m_0 = 4 \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$)

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} = 1.98 \times 10^{-2} \text{ nm}$$

α 粒子的波动性已可以观测到。