Nama : David Mario Yohanes Samosir
NIM : 2115101055
Mata Kuliah : Metode Numerik - UAS

Soal :
$$x_1 + x_2 - x_3 = 2$$
$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$$
$$-x_1 - x_3 = 1$$

Jawab :
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 2 \\ 1 & 2 & 1 & | & 1 \\ -1 & 0 & -1 & | & 1 \end{bmatrix}$$

a). Eliminasi Gauss

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 2 \\ 1 & 2 & 1 & | & 1 \\ -1 & 0 & -1 & | & 1 \end{bmatrix} \quad R_3 + R_1 \qquad \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 2 \\ 1 & 2 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & -2 & | & 3 \end{bmatrix} R_2 - R_1$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 2 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \\ 0 & 1 & -2 & | & 3 \end{bmatrix} R_1 - R_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \\ 0 & 1 & -2 & | & 3 \end{bmatrix} R_3 - R_2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \\ 0 & 0 & -4 & | & 4 \end{bmatrix} R_3$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{bmatrix} \rightarrow SPL : \begin{array}{l} x_1 - 3x_3 = 3 \\ x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_3 = -1 \end{array}$$

maka :
$$x_2 + 2(-1) = -1 \qquad \qquad x_1 - 3x_3 = 3$$
$$x_2 + (-2) = -1 \qquad \qquad x_1 - 3(-1) = 3$$
$$x_2 = -1 + 2 \qquad \qquad x_1 + 3 = 3$$
$$x_2 = 1 \qquad \qquad x_1 = 3 - 3 = 0$$

$$x_1 = 0$$
$$x_2 = 1$$
$$x_3 = -1$$

b) Eliminasi Gauss Jordan

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 2 \\ 1 & 2 & 1 & | & 1 \\ -1 & 0 & -1 & | & 1 \end{bmatrix} \quad R_2 - R_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 2 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \\ -1 & 0 & -1 & | & 1 \end{bmatrix} \quad R_3 + R_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 2 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \\ 0 & 1 & -2 & | & 3 \end{bmatrix}$$

$$R_1 - R_2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & | & 3 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \\ 0 & 1 & -2 & | & 3 \end{bmatrix} \quad R_3 - R_2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & | & 3 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \\ 0 & 0 & -4 & | & 4 \end{bmatrix} \quad R_3 / -4$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & | & 3 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{bmatrix} \quad R_2 - 2R_3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & | & 3 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{bmatrix} \quad R_1 + 3R_3$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{bmatrix} \qquad \text{maka } \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= 1 \\ x_3 &= -1 \end{aligned}$$

c). Eliminasi Matriks Balikan (Invers)

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & | & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2 - R_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_3 + R_1$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_3 - R_2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & | & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad R_1 - R_2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & | & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & | & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad R_3 / -4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & | & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -\tfrac{1}{2} & \tfrac{1}{4} & -\tfrac{1}{4} \end{bmatrix} \quad R_2 - 2R_3$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & | & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & \tfrac{1}{2} & \tfrac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & | & -\tfrac{1}{2} & \tfrac{1}{4} & -\tfrac{1}{4} \end{bmatrix} \quad R_1 + 3R_3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & \tfrac{1}{2} & -\tfrac{1}{4} & -\tfrac{3}{4} \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & \tfrac{1}{2} & \tfrac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & | & -\tfrac{1}{2} & \tfrac{1}{4} & -\tfrac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$\rightarrow$

SPL :

$$\frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{4}x_2 - \frac{3}{4}x_3 \quad \rightarrow \quad 2$$

$$\frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 \quad \rightarrow \quad 1$$

$$-\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{4}x_3 \quad \rightarrow \quad 1$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{2}(2) - \frac{1}{4}(1) - \frac{3}{4}(1) = 1 - 1 = 0 \quad , \quad x_1$$

$$\frac{1}{2}(1) + \frac{1}{2}(1) = 1 \quad , \quad x_2$$

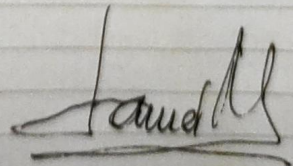$$-\frac{1}{2}(2) + \frac{1}{4}(1) - \frac{1}{4}(1) = -1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = -1 \quad , \quad x_3$$

maka
$x_1 = 0$
$x_2 = 1$
$x_3 = -1$

Singaraja, 27 Desember 2022

(David Mario Yohanes Samosir)
NIM. 2115101055