

江苏师范大学期中测试试卷 (2023—2024-2)

(考试日期: 2024年 11 月 日)

课程名称 : 概率论与数理统计 试卷类型: (闭卷)

学 院 _____ 班 级 _____
姓 名 _____ 学 号 _____

题号	一	二	三	四	总分
分值	18	18	40	24	
得分					

一、填空题 (每题 2 分, 共 18 分)

- A, B, C 为三个事件, 则 A 不发生但 B, C 至少发生一个可表示为_____
- 袋中有 2 个白球与 6 个黑球, 先后不放回取出两个球, 若第一次取出的是白球, 则第 2 次取出的仍是白球的概率为 _____
- 三人独立破译一份密码, 各人能破译的概率分别为 $1/2, 1/3, 1/4$, 则密码能被破译的概率为_____
- 已知 $X \sim N(0, 4)$, 则 $E(X^2) =$ _____
- 已知 $X \sim P(\lambda)$, 且 $P(X=1) = P(X=2)$, 则 $E(2X + 1) =$ _____
- 设随机变量 X 的概率分布为 $P(X=k) = \frac{c}{k!}, k=0, 1, 2, \dots$ 则 $C=$ _____
- 若 X 与 Y 独立同分布于分布列 $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{pmatrix}$, 令随机变量 $Z = X - Y$, 则 $P(Z = -1) =$ _____
- 设随机变量 X 与 Y 的期望和方差分别为 $EX = 0, DX = 1, EY = 1, DY = 4$, 且 $Cov(X, Y) = 0.5$, 则 $D(3X + 2Y) =$ _____
- 随机变量 X 的数学期望 $E(X) = \mu, D(X) = \sigma^2 (\sigma > 0)$, 则由切比雪夫不等式 $P(|X - \mu| \geq 3\sigma) \leq$ _____

二、选择题 (每题 2 分, 共 18 分)

- 若 $P(B|A) = 1$, 那么下列命题中正确的是()
(A) $A \subset B$ (B) $B \subset A$ (C) $A - B = \emptyset$ (D) $P(A - B) = 0$
- 设 A, B 为两个随机事件, 且 $B \subset A$, 则下列选项成立的是()
(A) $P(B - A) = P(B) - P(A)$ (B) $P(B|A) = P(B)$
(C) $P(A \cup B) = P(A)$ (D) $P(AB) = P(A)$
- 已知 $f_1(x), f_2(x)$ 均是连续型随机变量的概率密度函数, 则下列函数是密度函数的是()
(A) $f_1(x) + f_2(x)$ (B) $2f_1(x) - f_2(x)$
(C) $f_1(x)f_2(x)$ (D) $0.4f_1(x) + 0.6f_2(x)$
- X 与 Y 均服从区间 $(0, 1)$ 上的均匀分布, 则 $E(X + Y) =$ ()
(A) $1/4$; (B) $1/2$; (C) 1 ; (D) 2 .
- 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 则 $X - Y \sim$ ()
(A) $N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 - \sigma_2^2)$ (B) $N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ (C) $N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ (D) $N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 - \sigma_2^2)$
- X 与 Y 相互独立, 且均服从 $N(\mu, 4)$, 若 $P(X + Y \leq 1) = 0.5$, 则 $\mu =$ ()
(A) -1 ; (B) $1/2$; (C) 0 ; (D) 1 .
- 已知 $X \sim N(0, 1)$, X 的分布函数记做 $\Phi(x)$, 则 $P(|X| \geq 2) =$ ()
(A) $2(1 - \Phi(2))$ (B) $2\Phi(2) - 1$
(C) $2 - \Phi(2)$ (D) $1 - 2\Phi(2)$
- 下列与 $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$ 不等价的是()
(A) $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$ (B) $COV(X, Y) = 0$
(C) $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ (D) X 与 Y 的相关系数为 0
- 若随机变量 X 与 Y 不相关, 则下列结论正确的是()
(A) X 与 Y 相互独立 (B) $D(X + Y) = DX + DY$

$$(C) D(X-Y) = DX - DY \quad (D) D(XY) = DX \cdot DY$$

三、计算题（共4题，共40分）

1.（10分）已知 $P(A)=0.4$, $P(B)=0.3$, $P(A-B)=0.2$, 求 $P(A|B)$, $P(A \cup B)$

2.（10分）盒子中有5个球，其中3个红球，2个白球，每次任取一球，连续无放回地取两次，求

- (1) 两次都取到红球的概率；
- (2) 第二次取到红球的概率；
- (3) 若第二次取到红球时，第一次取到的也是红球的概率。

3.（10分）设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Ax^3 e^{-x^2}, & 0 \leq x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

试求（1）常数 A ；（2） $Y=x^2$ 的边缘概率密度

4.（10分）设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy, & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- （1）求 X 与 Y 的边缘概率密度，并判断 X 与 Y 是否独立
- （2）计算 $Cov(X, Y)$ ；
- （3）计算 $P(X + Y \leq 1)$

四、论述题（共 24 分）

1.若随机变量 $X \sim 0-1$ 分布，

(1) 写出其概率分布列： _____

(2) $EX =$ _____, $DX =$ _____

2. 若随机变量 $X \sim B(n, p)$,

(1) 写出其概率分布列： _____

(2) $EX =$ _____, $DX =$ _____

3.若随机变量 $X \sim Ge(p)$,

(1) 写出其概率分布列： _____

(2) $EX =$ _____, $DX =$ _____

4.若随机变量 $X \sim P(\lambda)$,

(1) 写出其概率分布列： _____

(2) $EX =$ _____, $DX =$ _____

5. 若随机变量 $X \sim U(a, b)$,

(1) 写出其概率密度函数 $f(x) =$ _____

(2) 写出其分布函数： $F(x) =$ _____

(3) $EX =$ _____, $DX =$ _____

6. 若随机变量 $X \sim E(\lambda)$,

(1) 写出其概率密度函数： _____

(2) 写出其分布函数： _____

(3) $EX =$ _____, $DX =$ _____

7. 若随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,

(1) 写出其概率密度函数： _____

(2) $EX =$ _____, $DX =$ _____

(3) 令 $Y = \frac{X-\mu}{\sigma}$, 写出 Y 的概率密度函数： _____

五、选做题（共 20 分）

1.有同类设备 100 台，各台工作状态相互独立。已知每台设备发生故障的概率为 0.1，若一台设备发生故障需要 1 人去处理，问至少需要配备多少人，才能保证设备发生故障而不能及时维修的概率小于 0.025？

($\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.645) = 0.95$)