江苏师范大学《离散数学》2022-2023学年第一学期期末试卷

一、 填空题（每空 2 分，共 40 分）

1、设 E={1，2，3，4，5，6}，A={1，4}，B={1，2，5}，C={2，4}，（A∩B）∪~C=________，P(A)-P(B) =________。

2、已知命题公式 G=¬(p→(q∧p))，则全部的使 G 取真值为 1 的解释是__________。

3、设 D：{a，b}，将表达式 $\forall x \exists y F(x, y)$ 中的量词消退后，与之等价的命题公式是___ 。

4、①设 G={0，1，2，3}，若⊙为模 4 乘法，则<G，⊙>构成 $\boxed{A}$.

②若⊕为模 4 加法，则<G，⊕>是 B 阶群，且是 C 。G 中的 2 阶元是 D，4 阶元是 E 。

供选择的答案

A：①群；②半群，不是群；

B：③有限；④无限。

C：⑤Klein 四元群；⑥置换群；⑦循环群；

D（　　），E（　　）：⑧0；⑨1 和 3；⑩2。

5、设 f：R→R，$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 3 \\ -2 & x < 3 \end{cases}$ g：R→R，g(x)=x+2，则 f◦ g(x)为_______，

g◦ f(x)为_________。

6、从 S={1，2，…，20}中选出 2 个数使得其和是 3 的倍数，则有__________种方法。

7、设 Z^+={x｜x∈Z∧X>0}，π_1，π_2，π_3是 Z^+的 3 个划分。

π_1={{x}｜x∈Z+}，π_2={S_1，S_2}，S_1为素数集，S_2=Z^+-S_1。π_3={Z^+}，

(1) 3 个划分块中最多的是 A，最少的是 B.

(2) 划分 π_1对应的是 Z^+上的 C，π_2对应的是 Z^+上的 D，π_3对应的是 Z+上的 E.

供选择的答案

A：（　　），B：（　　）　①π_1，②π_2，③π_3.

C：（　　），D：（　　），E：（　　）

④整除关系；⑤全域关系；⑥包含关系；⑦小于等于关系；⑧恒等关系；⑨含有两个等价类的等价关系；⑩以上关系都不是。

8、无向图 G 有 11 条边，4 个 3 度顶点，其余顶点均为 5 度顶点，求 G 的阶数 n=______。

9、无向完全图 K_4 的非同构的连通的生成子图共有__________个。

10、设 A={1，2，3}，R 是 P(A)上的关系，且 R={<a，b>｜a∩b≠Φ}. 在自反、反自反、对称、反对称、传递五种性质中，R 满足_________性质。

二、 计算题（共 40 分）

1、求前束范式。（5 分）

$\forall x(F(x, y) \to \forall y(G(x, y) \to \exists z H(x, y, z)))$

2、推断下面偏序集是否构成格，并说明理由。（5 分）

<P(B)，⊆>，其中 P(B)是集合 B 的幂集。

3、袋中有 1，2，3，4，5 这 5 个号码牌，从中任取 3 个，以 X 表示取出的 3 个号码中的最大号码。试写出 X 的分布律，期望和方差。（10 分）

4、下述一次同余方程是否有解？若有解，试给出它的全部解。（5 分）

9x≡3(mod 6)

5、求（x+2y-4z）^{6} 的开放式中 x^3y^2z 项的系数。（5 分）

6、已知平面图 G 的阶数 n=8，边数 m=8，面数 r=4，连通分支数 k=3，求 G 的对偶图 G* 的阶数 n*、边数 m*、面数 r*。（5 分）

7、验证 24 与 35 互素，并求 x 和 y 使得 24x+35y=1.（5 分）

三、证明题：（20 分）

1、在自然推理系统 P 中证明：

前提 ：{$\neg p\vee q,\neg q\vee r,r\to s$} 结论： $p\to s$（**10 分**）

2、今有 n 个人，已知他们中的任何二人和起来生疏其余的 n-2 个人。证明：当 $n\geqslant 3$ 时，这 n 个人能排成一列，使得中间的任何人都生疏两旁的人，而两旁的人生疏左边（或右边）的人。而当 $n\geqslant 4$ 时，这 n 个人能排成一个圆圈，使得每个人都生疏两旁的人。（**10 分**）