

Matrikelnummer	Name

## Aufgabenblatt 8 - NP Vollständigkeit

Theoretische Informatik 1, SS15

Ausgabe: 29.05.2015

Abgabe: 02.07.2015

Sei  $\phi$  eine bool'sche Formel in 3KNF Form in  $L$  Variablen  $x_1 \dots x_L \in \{0, 1\}$ . Eine  $\neq$ -Belegung ist eine Variablenbelegung für  $x_1 \dots x_L$ , für welche jede Klausel zwei Literale mit ungleichem Wahrheitswert enthält. Daher sind in keiner Klausel alle drei Literale erfüllt. Sei  $\neq\text{SAT}$  die Menge aller 3KNF Formeln für die eine  $\neq$ -Belegung existiert.

1. Zeigen Sie:  $\neq\text{SAT}$  ist NP-vollständig. (5 Punkte)

Sie dürfen  $\neq\text{SAT} \in \text{NP}$  annehmen. Zeigen Sie, dass eine effiziente Reduktion von 3SAT auf  $\neq\text{SAT}$  durchgeführt werden kann. Zeigen Sie hierzu, dass jede Klausel  $i$  der Form

$$(a_i \vee b_i \vee c_i)$$

ersetzt werden kann durch zwei Klauseln

$$(a_i \vee b_i \vee z_i) \quad \text{und} \quad (\neg z_i \vee c_i \vee y),$$

wobei  $z_i$  eine neue Variable für jede Klausel und  $y$  eine einzige zusätzliche Variable ist.

Ein *Schnitt* durch einen Graphen  $G = (V, E)$  ist eine Aufteilung der Knotenmenge  $V$  in zwei disjunkte Teilmengen  $S$  und  $T$ . Die *Größe* des Schnittes entspricht der Anzahl an Kanten die Knoten aus  $S$  mit Knoten aus  $T$  verbinden (siehe Abbildung rechts). Das dazugehörige Entscheidungsproblem sei gegeben als

$$\text{MAX-CUT} = \{\langle G, k \rangle \mid G \text{ hat einen Schnitt der Größe } k\}.$$

2. Zeigen Sie: MAX-CUT ist NP-vollständig. (10 Punkte)

*Hinweis:* Sie können das Ergebnis aus dem ersten Beispiel verwenden. Zeigen Sie  $\neq\text{SAT} \leq_P \text{MAX-CUT}$ .

