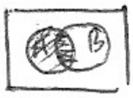
Семинар 2 20.02.2018. (5)

#1) $(A\wedge B)\cup(A\wedge\bar B)\cup(\bar A\wedge B) = A\cup B$.

решим методом двух включений:

(а) слева направо:

$$\left[\begin{array}{l} x\in(A\wedge B)\\ x\in(A\wedge\bar B)\\ x\in(\bar A\wedge B)\end{array}\right. \to \left[\begin{array}{l}x\in A\wedge B\\ x\in A\wedge\bar B\end{array}\right. \to \left[\, x\in A\right. \quad (*)$$

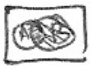


определение объединения

пользуемся св-вом ассоциат. объединения.

по определению пересечения и объединения

$$\left[\begin{array}{l}x\in A\wedge B\\ x\in\bar A\wedge B\end{array}\right. \longrightarrow \left[\, x\in B\right. \quad (**)$$



используя св-во идемпотенти (добавим $A\wedge B$)

пользуемся св-вом ассоц. объедин

по опред. пересечения и объединения

$$(*),(**) \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x\in A\\ x\in B\end{array}\right. \Rightarrow x\in A\cup B \quad \blacksquare$$

опр. объединения.

#2) $A\setminus(\bar B\oplus A) = A\setminus B$ (а) слева направо.

$$(*)\ \left\{\begin{array}{l}x\in A\\ x\notin \bar B\oplus A\end{array}\right. \to$$

опред. разности

рассмотрим непринадлежность $x\notin\bar B\oplus A$, предположим противное:

Пусть $x\in\bar B\oplus A$, тогда:

$$\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x\in A\\ x\notin\bar B\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}x\notin A\\ x\in\bar B\end{array}\right.\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x\in A\\ x\in B\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}x\in\bar A\\ x\in B\end{array}\right.\end{array}\right. \to x\in(\bar B\wedge\bar A)\cup(B\wedge A).$$

опред. 2-ого дополнен.

Но в действительности $x \notin (\bar{B} \cap \bar{A}) \cup (B \cap A)$, тогда по определению объединения: x одновременно отсутствует:

$$\begin{cases} x \notin \bar{B} \cap \bar{A} \\ x \notin B \cap A \end{cases}$$

$\Rightarrow x \notin \bar{A}$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ \begin{cases} x \notin \bar{B} \cap \bar{A} \\ x \notin B \cap A \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin \bar{B} \cap \bar{A} \\ x \notin B \cap A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in A \\ x \notin \bar{B} \cap \bar{A} \end{cases} \\ \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \cap A \end{cases} \end{cases} \Rightarrow$$

по св-ву ассоциативность

по свойству
1. идемпотентность
2. ассоциативность

опр. пересечение

$$\Rightarrow \begin{cases} \{ x \notin \bar{A} \\ \{ x \in A \setminus B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in A \setminus B \end{cases} \Rightarrow x \in A \setminus B$$

опр. пересечение + опр. разности.

опр. двойного дополнение

опр. разности + опр. пересечения

3 $(A \oplus \bar{B}) \setminus B = \bar{A} \cap \bar{B}$ (a) слева направо

$$x \in A \oplus B \setminus B \Rightarrow \begin{cases} x \in A \oplus \bar{B} \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow$$

опр. разности

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in \bar{A} \\ x \in B \end{cases} \\ \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases} \\ x \in \bar{B} \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in \bar{A} \\ x \in B \\ x \in \bar{B} \end{cases} \\ \left.\begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in \bar{B} \end{cases}\right\} x \in \varnothing \text{ опр. пересечение} \end{array} \right.$$

Опр. $\oplus$, опр. дополнения, закон двойного дополн.

опр. дистрибут.

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in \bar{A} \\ x \in \bar{B} \\ x \in \bar{B} \end{cases} \\ x \in \varnothing \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} x \in \bar{A} \\ x \in \bar{B} \\ x \in \bar{B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in \bar{A} \\ x \in \bar{B} \end{cases} \Rightarrow x \in (\bar{A} \wedge \bar{B})$$

[illegible] объедонение с ∅ множ. идемпот. опр. пересеч.

#4.

$(\bar{A} \oplus \bar{B}) \setminus (A \cup B)$ ⊛

$$\begin{cases} x \in (\bar{A} \oplus \bar{B}) \\ x \notin (A \cup B) \end{cases} \Rightarrow \cancel{x \in \bar{A}} \quad \cancel{x \notin \bar{B}} \quad \cancel{x \notin}$$

Опр. $\oplus$

$$\bar{A} \oplus \bar{B} \Rightarrow (\bar{A} \cup \bar{B}) \setminus \bar{A}\,\bar{B} \Rightarrow (\bar{A} \cup \bar{B})\,\overline{\bar{A}\bar{B}} = (\bar{A} \cup \bar{B})(A \cup B)$$

$$⊛ = (\bar{A} \cup \bar{B})(A \cup B)(\overline{A \cup B}) = \varnothing.$$

$$\varnothing$$

#5. $(A \cup B) \setminus (A \oplus B) = A \wedge B$

#6. $\left[\overline{(A \setminus B) \setminus C} \oplus (\bar{A} \cup \bar{B})\right] \setminus \overline{A \wedge C}$

$$\overline{(A \setminus B) \setminus C} = \overline{A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}} = \bar{A} \cup B \cup C$$

7

$$\underbrace{\overline{A\cap(B\oplus C)\setminus C}}_{\circledast} \oplus \overset{\bar A\cup B}{\overset{\parallel}{\overline{A\setminus B}}} = \otimes$$

$$\circledast = \overline{A\cap(B\oplus C)\cap\bar C} = \bar A\cup\overline{(B\oplus C)}\cup C = \bar A\cup\overline{B\bar C\cup\bar B C}\cup C =$$

$$= \bar A\cup C\cup\left(\overline{B\bar C}\cap\overline{\bar B C}\right) = \bar A\cup C\cup\left[(\bar B\cup C)\cap(B\cup\bar C)\right] =$$

$$= \bar A\cup C\cup(\bar B\cup C)(B\cup\bar C) = \cancel{\text{[illegible]}}\,(=$$

$$= \bar A\cup \underbrace{C\cup BC}_{C}\cup\bar B\bar C = \bar A\cup C\cup\bar B\bar C =$$

$$= \bar A\cup(\bar B\cup C)\underbrace{(\bar C\cup C)}_{\overset{\parallel}{U}} = \bar A\cup\bar B\cup C = \cancel{\overline{ABC}}$$

$$\otimes = \bar A\cup\bar B\cup C\oplus\bar A\cup B = \left(\bar A\cup\underbrace{\bar B\cup C\cup\bar A\cup B}_{U}\right)\setminus(\bar A\cup\bar B\cup C)(\bar A\cup B)$$

$$= \overline{\bar A\cup\bar B\cup C}\cup\overline{\bar A\cup B} = AB\bar C\cup A\bar B =$$

$$= A(B\bar C\cup\bar B) = A\left((B\cup\bar B)(\bar C\cup\bar B)\right) = A(\bar C\cup\bar B)$$