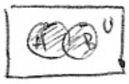
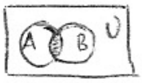
★ Гуренко Владимир Витальевич ★

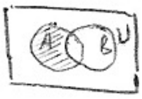
Дискретная математика

~~Лекция 1~~ Семинар 1

Множества, операции над множествами,

1. $A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$ 

2. $A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$ 

3. $A \setminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$ 

$A \setminus B \neq B \setminus A$

4. $\bar{A} = \{x : x \notin A\}$ 

5. $A \oplus B \; \{x : (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \notin B))$ 

$A \oplus B = A \setminus B \cup B \setminus A = A \cap \bar{B} \cup B \cap \bar{A}$

$A \oplus B = (A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \cup B) \cap \overline{A \cap B}$

Закон крайных дополнений:

$\bar{\bar{A}} = A$

Операции Де-Моргана:

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

---

1) Коммутативность $(\cup, \cap, \bar{\ })$

1. $A \cap B = B \cap A$.
2. $A \cup B = B \cup A$.

2) Ассоциативность

1. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$
2. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$

3) Дистрибутивности

1. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
2. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

4) Идемпотентность. (повторяемость)

$$A \cap A \cap A \cap \ldots \cap A = A$$

$$A \cup A \cup A \cup \ldots \cup A = A.$$

5) Поглощение

$$(A \cap B) \cup A = A$$

Задачи

Метод двух включений
Метод эквивалентных преобразований
Метод характеристич. функций.

$$P = Q$$

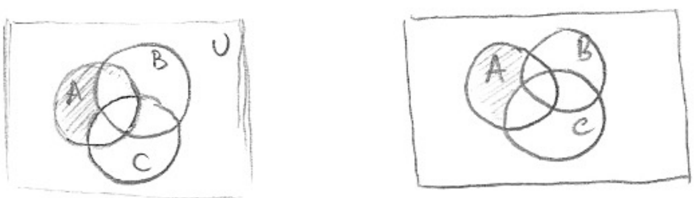
1. слева направо

Пусть $x \in P \Rightarrow \ldots x \in Q$ ■

2. справа налево

Пусть $x \in Q \Rightarrow \ldots x \in P$ ■

$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$



1) слева направо

Пусть $x \in A \setminus (B \cup C)$, тогда

$$\underbrace{\begin{cases} x \in A \\ x \notin (B \cup C) \end{cases}}_{\text{опр. разности мн-в}} \Rightarrow \underbrace{\begin{cases} x \in A \\ x \notin B \\ x \notin C \end{cases}}_{\text{опр. объед. мн-в + опр. дополнения}} \Rightarrow \underbrace{\begin{cases} x \in A \\ x \notin B \\ x \notin C \end{cases}}_{\text{св-во ассоциативн.}} (*)$$

③

$$⊛ \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in A \\ x \notin B \\ x \notin C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \\ \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \setminus B \\ x \in A \setminus C \end{cases} \Rightarrow$$

св-во идемпотентность — св-во ассоциативность. — опр. разности мн-в

$$\Rightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C) \quad ▨$$

опр. пересечения мн-в

2) справа налево.

$$x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

$$\begin{cases} x \in (A \setminus B) \\ x \in (A \setminus C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \\ \begin{cases} x \in A \\ x \notin C \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in A \\ x \notin B \\ x \notin C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \\ x \notin C \end{cases} \Rightarrow$$

опр. пересеч. мн-в — опр. разности — св-во. ассоц. — идем потен.

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ \begin{cases} x \notin B \\ x \notin C \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin (B \cup C) \end{cases} \Rightarrow x \in A \setminus (B \cup C) \quad ▨$$

св-во. ассоц. — опр. ~~разности~~ объедин. опр. дополн. — опр. разности.

если эл-т отсутствует одновременно отсутствует в их объединен.

$A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$

① Пусть $x \in A \setminus (A \setminus B) \Rightarrow$

$$\begin{cases} x \in A \\ x \notin (A \setminus B) \end{cases} \xrightarrow{\Rightarrow} \text{рассмотрим непринадлежность.}$$

опр. разности $\qquad x \notin A \setminus B = A \cap \bar{B}$

будет истинно тогда и только тогда когда $x \notin \bar{B}$, поскольку нам сказано, что одновременно $x \in A$ (см. 1 стр. системы) по опр. пересеч. $\boxed{A \in \bar{B}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin \bar{B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases} \Rightarrow x \in (A \cap B) \quad \blacksquare$$

по опр. пересечения мн-в.

опр. дополн. + закон. двойного дополн.

опр. пересечения.

2 $\Leftarrow$

Пусть $x \in (A \cap B) \Rightarrow$

$$\begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin \bar{B} \end{cases}$$

опр. пересеч.

т.к. $x \notin \bar{B} \Rightarrow x \notin A \cap \bar{B} =$

$= x \notin A \setminus B.$

по опр. пересечен.

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin A \setminus B \end{cases} \Rightarrow x \in A \setminus (A \setminus B)$$

по опр. разности.