Лекция 4 4 28.02.2018

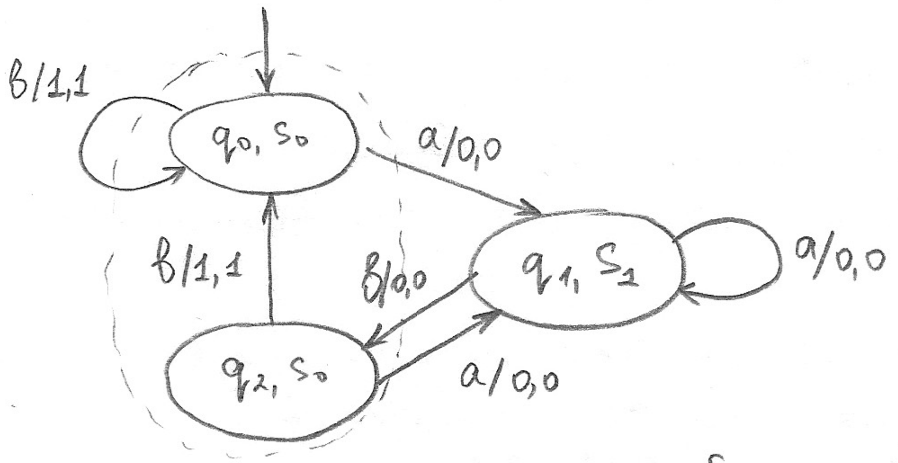
Минимизация автоматов.

Из пред. примера видно, что разные автоматы могут функционировать одинаково, даже если у них разное число состояний. $\Rightarrow$ важно найти мин. автомат, кот. реализует заданное автоматное отображение.

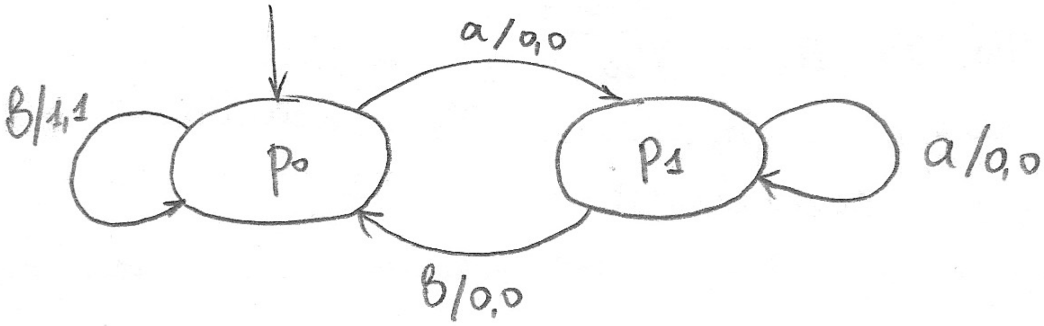
Эквивалентное состояние:
такие состояния $p \approx q$, которые нельзя различить вх. сигналами (цепочками символов)

$A = \langle X, Y, S, s_0, \delta, \lambda \rangle$; $p \approx q$, если $\forall$

$(\forall \alpha \in X^*)\ \lambda^*(p, \alpha) = \lambda^*(q, \alpha)$



$q_0 \approx q_2 \quad \Rightarrow$ преобразуем:



Для первого авт. $q_0 \chi q_2$, так как $\forall$ входная цепочка, подаваемая на автомат, находящийся в q_0 даёт такую-же реакцию

Если на мн-ве состояний авт. определить max. возможное разбиение на классы и эквивалентности, что выбирая его классы эквивалентности, как новые состояния можно получить min. автомат, эквивалентный исходному.

Алгоритм определения max. отношения эквивалентности на мн-ве состояний конечного автомата заключается в последов. построении на мн-ве состоян. автомата A разбиений: $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2 \ldots \Pi_\infty$, таких, что в один класс разбиения Π_k попадают к-эквивалентные состояния, т.е. те состояния, кот. не различимы вх. цепочками длинной К. Такие состояния ~~счетаются~~ считаются находящиеся в отношении $\approx_k$ (эквивалентности k)

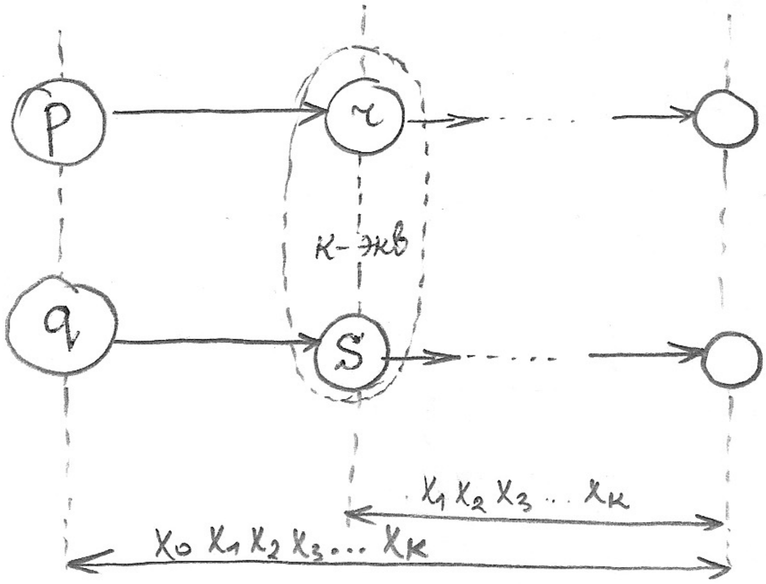
$\neg(p \approx_k q)$, то p и q, k-различимы.

Таким образом p и q k-эквивалентны $\Longleftrightarrow$
$(\forall \alpha \in X^* \; |\alpha| \le k)\; \lambda^*(p, \alpha) = \lambda^*(q, \alpha)$

В любом авт. все состояния 0-экв., т.к. при подаче пустой цепочки на вход автомата (цепочки длиной 0), выходом также явл. пустая цепочка, независимо от сост. в кот. находится автомат.

Разбиение Π_0 и Π_1 – исходные при постр. цепочки разбиения. Если знать, как строить след. разбиение из предыдущего, то начиная с Π_1, можно построить всю цепочку.

<u>Теорема</u>
Пусть $p \approx_k q$, для того, чтобы p и q были $p \approx_{k+1} q$ необходимо и достаточно чтобы $(\forall x \in X)\, \delta(p, x) \approx_k \delta(q, x)$ (Другими словами: для того, чтобы два k-экв. сост. авт. были бы $k+1$-экв. необх. и дост. чтобы под воздействием $\forall$ вх. символа авт. переходил из этих сост. в пару сост., кот. сами бы были k-экв.)



Чтобы вх. цепочка длины $k+1$ не различала пару сост. p и q надо, чтобы авт. из этих сост. переходил под воздействием x_0 в такие сост., кот не различимы цепочкой $x_1 x_2 \dots x_k$, т.е. чтобы

$$\delta(p, x_0) \approx_k \delta(q, x_0)$$

(дельта от p, x_0 и дельта q, x_0 были k-неразличимы)

Ясно, что если p и q $k+1$-экв, то они и k-эквив., т.е. блоки разбиения Π_{k+1} явл. подблоками разбиения Π_k, т.к. число сост. конечно (конечные автоматы) может быть только конечное число последов. уменьш. разбиений Π_k, начиная с разбиения Π_0, содержащие все.

Ясно также, что кол-во таких разбиений не больше, чем число сост. авт.

Послед. постр. уменьш. разбиений Π_i можно завершить, когда два посл. разбиения совп.