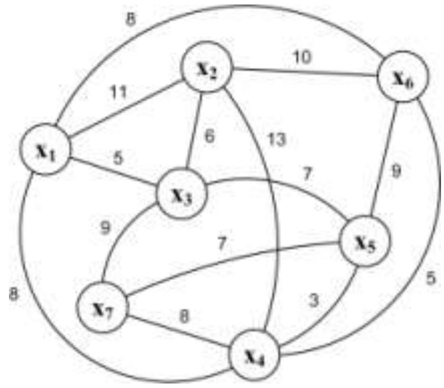
Пример построения остова (остовного дерева) минимального веса
с помощью алгоритма Прима

Постановка задачи. Неограф G задан матрицей весов Ω. Построить остов G′ минимального веса с помощью алгоритма Прима и определить вес полученного остова ω(G′).

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
x_1	-	11	5	8	∞	8	∞
x_2	11	-	6	13	∞	10	∞
x_3	5	6	-	∞	7	∞	9
x_4	8	13	∞	-	3	5	8
x_5	∞	∞	7	3	-	9	7
x_6	8	10	∞	5	9	-	∞
x_7	∞	∞	9	8	7	∞	-



Предварительные замечания. (1) Присутствие символа ∞ в матрице весов означает отсутствие ребра, что соответствует бесконечности веса. (2) В данном алгоритме принципиально важно работать с полной матрицей весов, хотя для задания графа достаточно верхней или нижней треугольной матрицы.

Шаг 1. $S_1 = \{x_1\}$, $S_2 = S \backslash S_1 = \{x_2, x_3, \ldots, x_7\}$, $U' = \varnothing$.

Итерация 1

Шаг 2. $d(S_1, S_2) = \min[\omega(x_1, x_2), \omega(x_1, x_3), \omega(x_1, x_4), \omega(x_1, x_6)] = \min[11, 5, 8, 8] = \omega(x_1, x_3) = 5$.

$S_1 = \{x_1, x_3\}$, $S_2 = S \backslash S_1 = \{x_2, x_4, x_5, x_6, x_7\}$, $\underline{U' = \{(x_1, x_3)\}}$.

Шаг 3. $S_1 \neq S$, переход к итерации 2.

Итерация 2

Шаг 2. $d(S_1, S_2) = \min[\omega(x_1, x_2), \omega(x_1, x_4), \omega(x_1, x_6), \omega(x_3, x_2), \omega(x_3, x_5), \omega(x_3, x_7)] = \omega(x_3, x_2) = 6$.

$S_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$, $S_2 = \{x_4, x_5, x_6, x_7\}$, $\underline{U' = \{(x_1, x_3), (x_3, x_2)\}}$.

Шаг 3. $S_1 \neq S$, переход к итерации 3.

Итерация 3

Шаг 2. $d(S_1, S_2) = \min[\omega(x_1, x_4), \omega(x_1, x_6), \omega(x_2, x_4), \omega(x_2, x_6), \omega(x_3, x_5), \omega(x_3, x_7)] = \omega(x_3, x_5) = 7$.

$S_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_5\}$, $S_2 = \{x_4, x_6, x_7\}$, $\underline{U' = \{(x_1, x_3), (x_3, x_2), (x_3, x_5)\}}$.

Шаг 3. $S_1 \neq S$, переход к итерации 4.

Итерация 4

Шаг 2. $d(S_1, S_2) = \min[\omega(x_1, x_4), \omega(x_1, x_6), \omega(x_2, x_4), \omega(x_2, x_6), \omega(x_3, x_7), \omega(x_5, x_4), \omega(x_5, x_6), \omega(x_5, x_7)] = \omega(x_5, x_4) = 3$.

$S_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, $S_2 = \{x_6, x_7\}$, $\underline{U' = \{(x_1, x_3), (x_3, x_2), (x_3, x_5), (x_5, x_4)\}}$.

Шаг 3. $S_1 \neq S$, переход к итерации 5.

Итерация 5

Шаг 2. $d(S_1, S_2) = \min[\omega(x_1, x_6), \omega(x_2, x_6), \omega(x_3, x_7), \omega(x_4, x_6), \omega(x_4, x_7), \omega(x_5, x_6), \omega(x_5, x_7)] = \omega(x_4, x_6) = 5$.

$S_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, $S_2 = \{x_7\}$, $\underline{U' = \{(x_1, x_3), (x_3, x_2), (x_3, x_5), (x_5, x_4), (x_4, x_6)\}}$.

Шаг 3. $S_1 \neq S$, переход к итерации 6.

Итерация 6

Шаг 2. $d(S_1, S_2) = \min[\omega(x_3, x_7), \omega(x_4, x_7), \omega(x_5, x_7)] = \omega(x_5, x_7) = 7$.

$S_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$, $S_2 = \varnothing$, $\underline{U' = \{(x_1, x_3), (x_3, x_2), (x_3, x_5), (x_5, x_4), (x_4, x_6), (x_5, x_7)\}}$.

Шаг 3. $S_1 = S$, останов.

Искомый остов: $G'(S, U')$. $\omega(G') = \sum_{i=1}^{6} \omega(u_i) \mid u_i \in U'$. $\omega(G') = 5+6+7+3+5+7 = 33$.

Заметим: $n = |S| = 7$, $m = |U| = 14$, $k = 1$; $\nu(G) = m-n+k = 8$. Действительно, $m-\nu(G) = |U'| = 6$; $\nu^*(G) = n-k = |U'| = 6$.

Полученный остов минимального веса: