

问题

给定下推自动机

$$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{c, z\}, \delta, q_0, z, \{q_2\}),$$

其中转移函数为

$$\begin{aligned}\delta(q_0, b, z) &= \{(q_1, ccz)\}, & \delta(q_0, a, c) &= \{(q_1, \varepsilon)\}, \\ \delta(q_1, a, c) &= \{(q_1, \varepsilon)\}, & \delta(q_1, a, z) &= \{(q_1, z), (q_2, \varepsilon)\},\end{aligned}$$

试给出下推自动机 M 对应的上下文无关文法。

解答

先将转移函数改造为满足定理7.2要求的形式，可得转移函数集合：

$$\begin{aligned}\delta(q_0, b, z) &= \{(q_4, cz)\}, & \delta(q_4, \varepsilon, c) &= \{(q_0, cc)\}, \\ \delta(q_0, a, c) &= \{(q_1, \varepsilon)\}, & \delta(q_1, a, c) &= \{(q_1, \varepsilon)\}, \\ \delta(q_1, a, z) &= \{(q_3, cz)\}, & \delta(q_3, \varepsilon, c) &= \{(q_1, \varepsilon)\}, \\ \delta(q_1, a, z) &= \{(q_2, \varepsilon)\}.\end{aligned}$$

由第一个转移函数，可得产生式集合：

$$\begin{aligned}q_0zq_0 &\rightarrow b(q_4cq_0)(q_0zq_0)|b(q_4cq_1)(q_1zq_0)|b(q_4cq_2)(q_2zq_0)| \\ &\quad b(q_4cq_3)(q_3zq_0)|b(q_4cq_4)(q_4zq_0), \\ q_0zq_1 &\rightarrow b(q_4cq_0)(q_0zq_1)|b(q_4cq_1)(q_1zq_1)|b(q_4cq_2)(q_2zq_1)| \\ &\quad b(q_4cq_3)(q_3zq_1)|b(q_4cq_4)(q_4zq_1), \\ q_0zq_2 &\rightarrow b(q_4cq_0)(q_0zq_2)|b(q_4cq_1)(q_1zq_2)|b(q_4cq_2)(q_2zq_2)| \\ &\quad b(q_4cq_3)(q_3zq_2)|b(q_4cq_4)(q_4zq_2), \\ q_0zq_3 &\rightarrow b(q_4cq_0)(q_0zq_3)|b(q_4cq_1)(q_1zq_3)|b(q_4cq_2)(q_2zq_3)| \\ &\quad b(q_4cq_3)(q_3zq_3)|b(q_4cq_4)(q_4zq_3), \\ q_0zq_4 &\rightarrow b(q_4cq_0)(q_0zq_4)|b(q_4cq_1)(q_1zq_4)|b(q_4cq_2)(q_2zq_4)| \\ &\quad b(q_4cq_3)(q_3zq_4)|b(q_4cq_4)(q_4zq_4).\end{aligned}$$

由第二个转移函数，可得产生式集合：

$$\begin{aligned}q_4cq_0 &\rightarrow (q_0cq_0)(q_0cq_0)|(q_0cq_1)(q_1cq_0)|(q_0cq_2)(q_2cq_0)| \\ &\quad (q_0cq_3)(q_3cq_0)|(q_0cq_4)(q_4cq_0), \\ q_4cq_1 &\rightarrow (q_0cq_0)(q_0cq_1)|(q_0cq_1)(q_1cq_1)|(q_0cq_2)(q_2cq_1)| \\ &\quad (q_0cq_3)(q_3cq_1)|(q_0cq_4)(q_4cq_1), \\ q_4cq_2 &\rightarrow (q_0cq_0)(q_0cq_2)|(q_0cq_1)(q_1cq_2)|(q_0cq_2)(q_2cq_2)| \\ &\quad (q_0cq_3)(q_3cq_2)|(q_0cq_4)(q_4cq_2), \\ q_4cq_3 &\rightarrow (q_0cq_0)(q_0cq_3)|(q_0cq_1)(q_1cq_3)|(q_0cq_2)(q_2cq_3)| \\ &\quad (q_0cq_3)(q_3cq_3)|(q_0cq_4)(q_4cq_3), \\ q_4cq_4 &\rightarrow (q_0cq_0)(q_0cq_4)|(q_0cq_1)(q_1cq_4)|(q_0cq_2)(q_2cq_4)| \\ &\quad (q_0cq_3)(q_3cq_4)|(q_0cq_4)(q_4cq_4).\end{aligned}$$

由第三个转移函数，可得产生式集合：

$$(q_0cq_1) \rightarrow a。$$

由第四个转移函数，可得产生式集合：

$$(q_1cq_1) \rightarrow a。$$

由第五个转移函数，可得产生式集合：

$$\begin{aligned} q_1zq_0 &\rightarrow a(q_3cq_0)(q_0zq_0)|a(q_3cq_1)(q_1zq_0)|a(q_3cq_2)(q_2zq_0)| \\ &\quad a(q_3cq_3)(q_3zq_0)|a(q_3cq_4)(q_4zq_0), \\ q_1zq_1 &\rightarrow a(q_3cq_0)(q_0zq_1)|a(q_3cq_1)(q_1zq_1)|a(q_3cq_2)(q_2zq_1)| \\ &\quad a(q_3cq_3)(q_3zq_1)|a(q_3cq_4)(q_4zq_1), \\ q_1zq_2 &\rightarrow a(q_3cq_0)(q_0zq_2)|a(q_3cq_1)(q_1zq_2)|a(q_3cq_2)(q_2zq_2)| \\ &\quad a(q_3cq_3)(q_3zq_2)|a(q_3cq_4)(q_4zq_2), \\ q_1zq_3 &\rightarrow a(q_3cq_0)(q_0zq_3)|a(q_3cq_1)(q_1zq_3)|a(q_3cq_2)(q_2zq_3)| \\ &\quad a(q_3cq_3)(q_3zq_3)|a(q_3cq_4)(q_4zq_3), \\ q_1zq_4 &\rightarrow a(q_3cq_0)(q_0zq_4)|a(q_3cq_1)(q_1zq_4)|a(q_3cq_2)(q_2zq_4)| \\ &\quad a(q_3cq_3)(q_3zq_4)|a(q_3cq_4)(q_4zq_4)。 \end{aligned}$$

由第六个转移函数，可得产生式集合：

$$(q_3cq_1) \rightarrow \varepsilon。$$

由第七个转移函数，可得产生式集合：

$$(q_1zq_2) \rightarrow a。$$

文法的初始变量为 (q_0zq_2) 。