Hochschule München
Fachbereich 07
Prof. Hörwick

WS 2009/10

Prüfung in Differentialrechnung im R^n und Differentialgleichungen

Arbeitszeit: 90 Minuten
Hilfsmittel: Alle eigenen

9 1.) Man leite partiell nach x, y, z ab: (3) + (3) + (3)

$$f(x,y,z) = x \cdot \sin\left(2y \cdot e^{xz}\right)$$

12 2.) Man berechne die Ableitungsmatrix von $g \circ f$ mit Hilfe der <u>Kettenregel</u>.

ivekt: 4

$f: R^2 \to R^2$ $\qquad g: R^2 \to R^3$

Abl. matr. (3) + (3)
M_g $\quad M_f$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2xy \\ y^2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x+y \\ x \cdot y \\ x \cdot x \end{pmatrix}$$

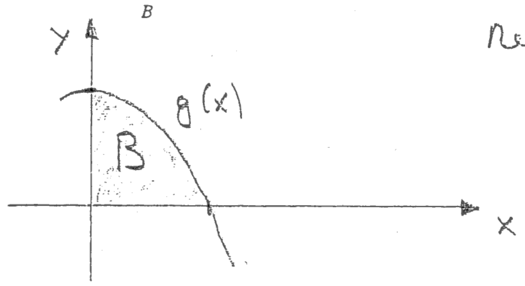
$M_{g,f}\binom{x}{y}$ richtig eingesetzt (4)
Matr. mult. (2)

9 3.) Gegeben sind die Funktionen

$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$, $f(x,y) = x \cdot y + 1$ und der Bereich B (siehe Skizze).

Man berechne $\int_B f(x,y)$

Ansatz: (5)
Rechnung (4)



14 4.) Gegeben ist die DGL $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$

Man berechne die Lösung $\varphi(x)$ mit $\varphi(1) = -1$.
Welchen Definitionsbereich hat φ ?

Lösung (12)
Def. bereich (2)

9 5.) Gegeben ist die DGL $y' = 2x \cdot (y+1)^2$ mit der Anfangsbedingung $\varphi(0) = 1$
Man berechne einen Näherungswert von $\varphi(0.1)$ mit Hilfe des Taylorpolynoms vom Grad 2 von φ.

<u>Hinweis:</u> $P_2(h) = \varphi(0) + \varphi'(0) \cdot h + \frac{\varphi''(0)}{2!} \cdot h^2$

$\varphi'(0) = 0$ (2)
$\varphi''(0) = 8$ (4)
$P(0{,}1) = 1.04$ (3)

Aufg.	1	2	3	4	5	6	Σ
Pkt.	9	12	9	14	9	12	65

17

6.) Gegeben ist ein fester Kreis mit M = Koordinatenursprung und $R = 1$. Ein zweiter Kreis mit $R = 1$ und Kreispunkt P (linkes Bild) rollt auf dem festen Kreis ab (rechtes Bild). Man gebe eine Parameterdarstellung der Bahn von P an. Als Parameter verwende man den Winkel φ.
Zur Berechnung verwende man das Hilfskoordinatensystem u, v.

Hinweis: Eine Drehung um den Winkel φ wird durch die Drehmatrix $\begin{pmatrix} \cos\varphi & , & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & , & \cos\varphi \end{pmatrix}$

beschrieben (φ im Gegenuhrzeigersinn).

u_P, v_P (6)

x_P, y_P (6)