Hochschule München
Fachbereich 07

SS 2010

Prüfung in „Differentialrechnung im R^n und Differentialgleichungen"

Arbeitszeit: 90 Minuten
Zugelassene Hilfsmittel: alle eigenen

1.) Gegeben sind die beiden Funktionen

$$f: R \to R^3 \qquad\qquad g: R^3 \to R$$

$$t \to \begin{pmatrix} t^2 \\ t^3 \\ 2t+1 \end{pmatrix} \qquad\qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to x \cdot y - z$$

a) Man berechne $g \circ f$ und damit die Ableitung von $g \circ f$.

b) Man berechne die Ableitung von $g \circ f$ indirekt mit Hilfe der Kettenregel.

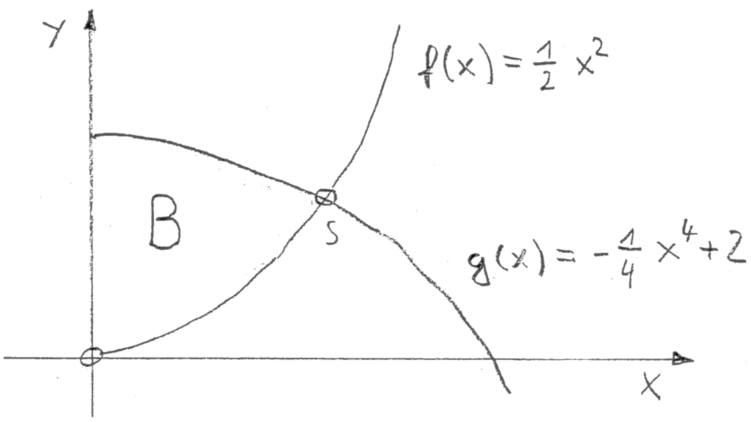
2.) Man leite partiell nach x, y, z ab: $f(x,y,z) = x \cdot \sin\left(z \cdot \ln y^2\right)$

3.) Von einer Funktion $f: R^2 \to R$ sind die beiden partiellen Ableitungen bekannt:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 y \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial y} = x^3 + \cos y$$

Man bestimme f.

4.) Gegeben sind die beiden Funktionen f und g (siehe Skizze)



a) Berechnen Sie den Schnittpunkt S.

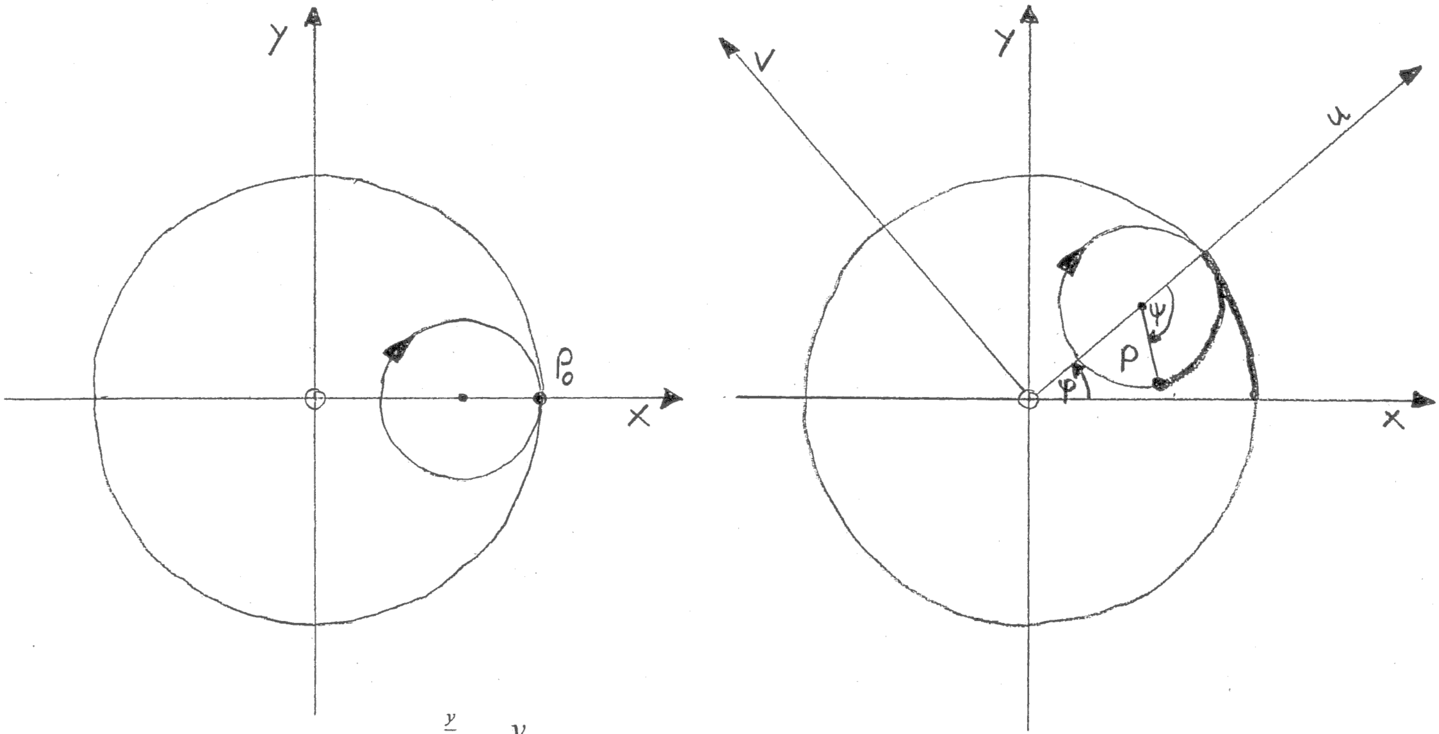
b) Gegeben ist die Funktion $h(x,y) = x \cdot y$

Berechnen Sie $\int_B h(x,y)$; Bereich B siehe Skizze.

5.) Gegeben ist die DGL $y' = \ln(x+1) + (x-1) \cdot y$ mit der Anfangsbedingung $\varphi(0) = 1$.
Man berechne einen Näherungswert von $\varphi(0.1)$ mit Hilfe des Taylorpolynoms vom Grad 2 von φ.

Siehe Seite – 2 -

6.) Gegeben ist ein großer, feststehender Kreis mit Mittelpunkt $(0,0)$ und $R = 3$. Ein kleiner Kreis mit $r = 1$ rollt im Innern des großen Kreises. Siehe Skizze. Der Punkt P ist ein Punkt des kleinen Kreises (Ausgangslage P_0). P beschreibt beim Abrollen eine Kurve. Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Kurve von P (Winkel φ als Parameter verwenden).



7.) Gegeben ist die DGL $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$

Man berechne die Lösung $\varphi(x)$ mit der Anfangsbedingung $\varphi(1) = 2$.