

Prüfung in Wahrscheinlichkeitsrechnung

Arbeitszeit: 90 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel: Alle

Prüfer: Hörwick

- 1.) 1% der Bevölkerung hat eine bestimmte Krankheit.

Ein Diagnosetest hat folgende Eigenschaften:

Testperson gesund: $P(\text{Test zeigt negativ}) = 0,90$ $P(\text{Test zeigt positiv}) = 0,10$ Testperson krank: $P(\text{Test zeigt negativ}) = 0,01$ $P(\text{Test zeigt positiv}) = 0,99$

- a) Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet und der Test zeigt positiv. (2) Keine

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person krank ist? (4) Rechnung

- b) Eine Person geht zum Arzt, da sie befürchtet, diese Krankheit zu haben. (3)

Der Test zeigt positiv.

Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, dass die Person krank ist?

(Keine Rechnung, aber Begründung)

- 2.) Eine gemeinsame Verteilung von zwei Zufallsgrößen
- X
- und
- Y
- ist durch folgende Tabelle gegeben:

$X \backslash Y$	1	4	7
1	0,2	0,1	0,05
2	0,05	0,2	0,05
3	0,05	0,1	0,2

- a) Man berechne:
- $EX, EY, Var(X), Var(Y), E(X \cdot Y), Cov(X, Y)$

- b) Man berechne:
- $E(7X - 3Y + 5)$
- (2)

- 3.) 6 weiße Kugeln werden eine nach der anderen, rein zufällig, auf 4 nummerierte Fächer verteilt.

Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass in Fach 1 genau zwei Kugeln sind.

- a) Man löse die Aufgabe mit dem Modell „nicht unterscheidbare Kugeln“. (4)

- b) Man löse die Aufgabe mit dem Modell „unterscheidbare Kugeln“. (4)

- c) Welches Modell liefert das richtige Ergebnis? (2)

- 4.) Ein Treffer / Niete Experiment wird beliebig oft wiederholt. Die Trefferwahrscheinlichkeit p sei 0.2. Die Zufallsgröße X_1 zählt die Anzahl der Nieten bis zum ersten Treffer.

Wie viele Versuche braucht man im Schnitt, bis zum 12. Treffer?

Hinweis: $EX_1 = \frac{1-p}{p}$

- 5.) 5 % der Bevölkerung hat eine bestimmte Krankheit. Mit einem Bluttest kann die Krankheit sicher festgestellt werden. Sehr viele Menschen sollen getestet werden. Es wird folgendermaßen vorgegangen:

Man bildet Gruppen von 10 Personen. Ihre Blutproben werden vermischt und der Test durchgeführt. Zeigt der Test „gesund“, ist man fertig. Zeigt der Test „krank“, so wird jede Person einzeln getestet.

Wie viele Tests pro Person braucht man im Durchschnitt?

- 6.) In einer Urne sind 7 weiße und eine schwarze Kugel. Es werden nacheinander 5 Kugeln gezogen. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass man (wenigstens einmal) die schwarze Kugel zieht. Man führe die Rechnung zweimal durch.

- a) Ziehen mit Rücklegen
b) Ziehen ohne Rücklegen

Aufs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
12	7	3	9	2	4	4	2	7	5	3	3	3	49