

Prüfung in Wahrscheinlichkeitstheorie (Bachelor)

Arbeitszeit: 90 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel: Alle eigenen

- 1.) Man würfelt gleichzeitig mit 3 weißen, nicht unterscheidbaren Würfeln. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten  $P_A$ : zwei Vierer und ein Fünfer,  $P_B$ : ein Zweier, ein Dreier und ein Vierer?
- 2.) A und B spielen wiederholt ein faires Spiel. Wer zuerst 10 mal gewonnen hat, bekommt 100 €. Beim Spielstand von 8 : 7 für A wird abgebrochen. Wie werden die 100 € gerecht verteilt?
- 3.) 1 % der Bevölkerung hat eine bestimmte Krankheit. Ein Diagnosetest hat folgende Eigenschaften:

Testperson gesund:     P (Test zeigt negativ): 0,95  
                                 P (Test zeigt positiv): 0,05

Testperson krank:     P (Test zeigt negativ): 0,02  
                                 P (Test zeigt positiv): 0,98

Eine Person wird untersucht und der Test zeigt positiv. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person wirklich krank ist?

- 4.) Die gemeinsame Verteilung der Zufallsgrößen  $X$  und  $Y$  ist durch folgende Tabelle gegeben:

Y \ X	X		
	0	2	5
1	0	0,1	0,3
2	0,1	0,2	0,1
3	0,1	0	0,1

- a) Sind  $X$  und  $Y$  unabhängig?
  - b) Man berechne  $EX$ ,  $EY$ ,  $\text{Var}(X)$ ,  $\text{Var}(Y)$
  - c) Man berechne  $E(X \cdot Y)$
- 5.) In einem Kuchen sind 200 Rosinen. Der Kuchen wird genau in der Mitte auseinander geschnitten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Kuchenhälfte weniger als 90 Rosinen sind? (Man nähere die Binomialverteilung durch die Normalverteilung an.)
  - 6.) Ein Treffer/Niete Experiment (Trefferwahrscheinlichkeit  $p = \frac{1}{2}$ ) wird unendlich oft wiederholt. Die Zufallsgröße  $X_i$  zählt die Anzahl der Versuche bis zum  $i$ -ten Treffer. Man berechne:
    - a)  $P(X_1 = k)$
    - b)  $P(X_2 = 5)$
    - c)  $E(X_{10})$

(Man darf verwenden:  $EX_i = \frac{1-p}{p} + 1$ )