

武汉大学 2022-2023 学年第二学期期末考试试卷
《数学实验》

学院: _____ 专业: _____ 学号: _____ 姓名: _____

题号	1	2	3	4	5	总分
分值	20	20	20	20	20	100
得分						

1. (20 分) 从以下两题中任选一题作答:

(a) 利用 `sympy` 库, 求非齐次线性方程组 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ 的通解, 其中

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

(b) 利用 `scipy.integrate` 库, 求如下积分的数值解

$$\iint_D (x^2 + 2y^2) dx dy, \quad \text{其中 } D \text{ 是由曲线 } x = y^2, y = x - 2 \text{ 所围成的平面区域}$$

2. (20 分) 利用 `scipy.optimize.linprog` 或 `cvxopt`, 求下列线性规划问题的解

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 8x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 - 2x_5, \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 400, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \leq 800, \\ 2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 200, \\ x_3 + x_4 + 5x_5 \leq 200, \\ 0 \leq x_i \leq 99, \quad i = 1, 2, 3, 4, \\ x_5 \geq -10. \end{cases} \end{aligned}$$

3. (20 分) 从以下两题中任选一题作答:

(a) 一架货机的有效载重为 24 吨, 可运输物品的重量及运费收入如下表所示, 其中各物品只有一件可供选择, 问如何选运物品使得运费总收入最多?

物品	1	2	3	4	5	6
重量/吨	8	13	6	9	5	7
收入/万元	3	5	2	4	2	3

(b) 求二次型 $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{Ax}$ 在单位球面 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$ 上的最小值, 其中

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

4. (20 分) 从以下两题中任选一题作答:

(a) 利用`sympy`库, 求下列微分方程组的符号解, 并绘制 $x(t)$ 和 $y(t)(t \in [0, 1])$ 的解曲线:

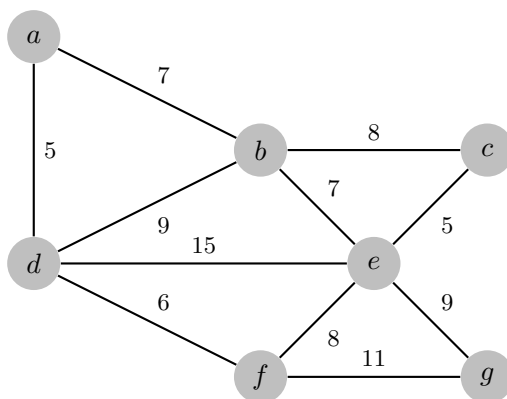
$$\begin{cases} x'(t) = x - 2y, & x(0) = 1, \\ y'(t) = x + 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

(b) 利用`scipy.integrate.odeint`, 求下列捕食者-被捕食者方程组的数值解:

$$\begin{cases} x'(t) = 0.2x - 0.005xy, & x(0) = 70, \\ y'(t) = -0.5y + 0.01xy, & y(0) = 40, \end{cases}$$

其中 $x(t)$ 表示第 t 个月时兔子的总体数量, $y(t)$ 表示狐狸的总体数量, 并绘制 $x(t)$ 和 $y(t)(t \in [0, 36])$ 的解曲线。

5. (20 分) 对于下图, 从以下两问中任选一问作答 (使用`networkx`库):



(a) 试求从 a 到 f 的最短距离和最短路径

(b) 试求该图的最小生成树