SMSK-Ü3 WS 2025/26 Lena-Marie Aßmann
Gr. 3

3.1) Beschreiben Sie den Ramaneffekt. Welche molekularen Prozesse können dadurch beeinflusst werden.

- inelastische Streuung von Licht an Molekülen → Austausch Energie zw. Photon & Molekül
  ↳ Schwingungen – Änderung Schwingungszustände durch Energieaustausch mit Photon
  Rotationen – Änderung Rotationszustände
  Polarisierbarkeit – Änderung während Schwingung ⇒ Raman-Aktivität
  Elektr. Struktur – Verstärkung bei Resonanz mit elektronischen Übergängen

3.2) Welche Einheit hat die Oszillatorenstärke und warum?

dimensionslos ⇒ relative Übergangswahrscheinlichkeit eines elektr. Übergangs vgl. zu klass. harm. Osz.

3.3) Welche Effekte können die Breite eines elektronischen Übergangs beeinflussen?

Natürliche Breite – Energie-Zeit-Unschärfe, Stoßverbreiterung – Kollisionen, Umgebungseffekte – Molekülumgebung, Schwingungskopplung – Überlagerte Übergänge, Besetzungs- & Stoßeffekte – thermisch, Auflösung – Spektrometer

3.4) Wie ist der Zusammenhang zwischen Dämpfung und Linienbreite?

Dämpfung führt zu Verbreiterung Spektrallinie

$\Delta\omega = \frac{1}{\tau}$ Kurze Lebensdauer = große Energieunschärfe = breite Spektrallinie

3.5) Wie entstehen Schwebungen?

System wird aus GGW gebracht & rücktreibende Kraft führt es zurück
→ periodischer Energieaustausch

Aufgabe 12

Der optische Tisch in unserem Laserlabor hat eine Eigenfrequenz von 2 Hz. Die Dämpfungskonstante beträgt 2 s^{-1}. Welchen Wert nimmt die Übertragungsfunktion bei einer Frequenz von 50 Hz an?

$\omega_0 = 2\,s^{-1}$ $\quad \rho = 2\,s^{-1}$ $\quad \omega = 50\,s^{-1}$

$$T = \frac{A(\omega)}{x_0} \qquad A(\omega) = \frac{\frac{F_0}{M}}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)-(2\rho\omega)^2}} \qquad \frac{F_0}{M} = \omega_0^2 x_0 \qquad T = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2-(2\rho\omega)^2}} \approx \underline{0{,}0016}$$

Aufgabe 13: Oszillatorstärke

Die Absorptionsbande eines Farbstoffes habe ein Maximum bei 420 nm und eine Breite von 70 nm (FWHM). Die Form kann mit einer Gauß-Funktion angenähert werden. Der Absorptionskoeffizient *ε* betrage am Maximum 21000 $M^{-1}cm^{-1}$. Berechnen Sie die Oszillatorstärke *f*, das Übergangsdipolmoment μ_{if} und die strahlende Ratenkonstante k_r des Übergangs, der diese Bande verursacht. Der Ausdruck für die die strahlende Ratenkonstante k_r lautet:

$$k_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2}{h/2\pi} \cdot \left(\frac{\omega_{max}}{c}\right)^3 \cdot |\mu_{if}|^2$$

$\lambda_{max} = 420\,nm$ $\quad$ FWHM $= 70\,nm$ $\quad \varepsilon_{max} = 21000\,M^{-1}cm^{-1}$

$FWHM = 2\sqrt{2\ln(2)}\,\sigma \rightarrow \sigma = \frac{FWHM}{2\sqrt{2\ln(2)}} \qquad \varepsilon(\nu) = \varepsilon_{max} \cdot \exp\left(-\frac{(\nu-\nu_{max})^2}{2\nu^2\sigma}\right) \qquad \nu_{max} = \frac{c}{\lambda_{max}} \qquad \nu_\sigma = \frac{c}{\sigma}$

$\int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\nu)\,d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{max} \cdot \exp\left(-\frac{(\nu-\nu_{max})^2}{2\nu^2\sigma}\right) d\nu = 5{,}32 \cdot 10^{20}\,M^{-1}cm^{-1}s^{-1}$

$\underline{f} = \frac{4\varepsilon_0 \ln(10)\, m_e c_0}{N_A e^2} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\nu)\,d\nu = 1{,}44 \cdot 10^{-19}\,M \cdot cm \cdot s \cdot 5{,}32 \cdot 10^{20}\,M^{-1}cm^{-1}s^{-1} = \underline{76{,}61}$

$f = \frac{8\pi^2 m_e \nu}{3he^2} |\langle \psi_n^* | \vec{\mu} | \psi_n \rangle|^2 = \frac{8\pi^2 m_e \nu}{3he^2} \cdot \mu_{if}^2 \rightarrow \underline{\mu_{if}} = \sqrt{\frac{f\,3he^2}{8\pi^2 m_e \nu}} = \underline{2{,}76 \cdot 10^{-28}\,mA \cdot s}$

$\omega_{max} = 2\pi c \frac{1}{\lambda_{max}} \rightarrow \underline{k_r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2}{\frac{h}{2\pi}} \left(\frac{\omega_{max}}{c}\right)^3 \cdot |\mu_{if}|^2 = \frac{\cancel{2 \cdot 2\pi}}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 h} \cdot \left(\frac{2\pi\cancel{c}}{\lambda_{max} \cdot \cancel{c}}\right)^3 \cdot |\mu_{if}|^2 = \frac{|\mu_{if}|^2}{\varepsilon_0 h} \cdot \frac{8\pi^3}{\lambda_{max}^3} = \underline{4{,}35 \cdot 10^{10}\,s^{-1}}$

Aufgabe 14: Fourier-Spektroskopie
In dieser Aufgabe sollen Sie die Gleichungen herleiten, mit deren Hilfe man das Michelson-Interferometer für einfallendes Licht einer einzigen Frequenz erklären kann.
a) Zeigen Sie, dass der Ausdruck

$$A(t) = \frac{A_0}{\sqrt{2}}\left(1 + e^{i\delta(t)}\right)e^{i(ky_D - \omega t)}$$ die Summe zweier Wellen der Form

$$A(t) = \frac{A_0}{\sqrt{2}}e^{i(kx-\omega t)}$$ ist und eine der beiden Wellen am Ort y_D um $\delta(t)$ phasenverschoben ist.

b) Zeigen Sie mit Hilfe der Definition $I(t) = A(t)A^*(t)$, dass

$$I(t) = \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\delta(t)\right).$$

c) Drücken Sie $\delta(t)$ durch die Wegdifferenz $\Delta d(t)$ aus und erläutern Sie, dass

$$I(t) = \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\frac{2\pi\,\Delta d(t)}{\lambda}\right).$$

d) Schreiben Sie $\Delta d(t)$ als Funktion der Geschwindigkeit v des Spiegels und zeigen Sie, dass

$$I(t) = \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\frac{2\mathrm{v}}{c}\omega t\right).$$

a) $A(t) = \frac{A_0}{2}(1+e^{i\delta(t)})e^{i(ky_D-\omega t)} = \frac{A_0}{2}(e^{i(ky_D-\omega t)} + e^{i(ky_D-\omega t+\delta(t))})$

b) $I(t) = A(t)A^*(t)$

$I(t) = \frac{A_0^2}{2^2}((1+\cos(\delta(t)) + i\sin(\delta(t)))\cdot(\cos(ky_D-\omega t)+i\sin(ky_D-\omega t))\cdot(1+\cos(\delta(t))-i\sin(\delta(t)))\cdot(\cos(ky_D-\omega t)-i\sin(ky_D-\omega t))$

$= \frac{A_0^2}{4}2(1+\cos(\delta(t))) = \frac{A_0^2}{2}(1+\cos(\delta(t)))$

c) $\delta(t) = \frac{2\pi\Delta d(t)}{\lambda}$ $\qquad I(t) = \begin{cases} I_0 & \text{bei } \Delta d(t) = \lambda \\ 0 & \text{bei } \Delta d(t) = \frac{\lambda}{2} \end{cases}$

d) $\frac{2\pi\Delta d(t)}{\lambda} = \frac{2v\omega t}{c}$ $\quad \rightarrow \Delta d(t) = \frac{v\lambda\omega t}{\pi c} = vt$

Aufgabe 15: Einstein-Koeffizienten (I)
Berechnen Sie das Verhältnis A/B der Einsteinkoeffizienten der spontanen und der induzierten Emission relativ zu seinem Wert für Röntgenstrahlen der Wellenlänge 70.8 pm für folgende Frequenzen:
a) sichtbares Licht der Wellenlänge 500 nm,
b) Infrarotstrahlung der Wellenzahl 3000 cm^{-1},
c) Mikrowellenstrahlung der Wellenlänge 3 cm und
d) Radiowellen mit einer Frequenz von 500 MHz.

Hinweis: $\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$

Bitte kommentieren Sie abschließend aus dem berechneten Verhalten die Konsequenzen für die Lebensdauern der angeregten Zustände.

$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h v^3}{c^3} = \frac{8\pi h}{\lambda^3}$ $\qquad \left(\frac{A}{B}\right)_X = 4{,}67\cdot10^{-2}$

a) $\left(\frac{A}{B}\right)_{VIS} = 1{,}332\cdot10^{-13}$ $\qquad \frac{\left(\frac{A}{B}\right)_{VIS}}{\left(\frac{A}{B}\right)_X} = 2{,}839\cdot10^{-12}$

b) $\left(\frac{A}{B}\right)_{IR} = 4{,}496\cdot10^{-16}$ $\qquad \frac{\left(\frac{A}{B}\right)_{IR}}{\left(\frac{A}{B}\right)_X} = 9{,}580\cdot10^{-15}$

c) $\left(\frac{A}{B}\right)_{MW} = 6{,}168\cdot10^{-28}$ $\qquad \frac{\left(\frac{A}{B}\right)_{MW}}{\left(\frac{A}{B}\right)_X} = 1{,}314\cdot10^{-26}$

d) $\left(\frac{A}{B}\right)_{RW} = 7{,}726\cdot10^{-32}$ $\qquad \frac{\left(\frac{A}{B}\right)_{RW}}{\left(\frac{A}{B}\right)_X} = 1{,}646\cdot10^{-30}$