

# 用R语言进行投资组合管理

## 资本资产定价模型

张丹，*《R的极客理想》*作者

中国·光谷国际人工智能产业论坛

CHINA·OPTICS VALLEY INTERNATIONAL A.I. INDUSTRY SUMMIT

# 背景

- 投资是艺术也是科学。
- 伴随中国金融交易市场的跌宕起伏，风险越来越不确定，利率持续走低，理财等无风险资产收益持续下降的情况，唯有**投资组合**才能让我们的资产保值、增值。
- 根据资本资产定价模型(CAPM)，通过对金融数据的分析和建模，我们是可以在有效的市场中控制风险、稳定收益。

# 目录

- 故事开始
- 资本市场线
- 资本资产定价模型
- Beta VS Alpha
- 用R构建投资组合模型
- 案例应用

# 故事开始

- 1952年，Markowitz提出了资产组合理论，他认为最佳投资组合应当是，风险厌恶特征的投资者的无差异曲线和资产的有效边界线的交点。
- 1964年，William Sharp等人则在其基础上提出的单指数模型，将市场组合引入**均值-方差模型**，极大地简化了计算，**获得了市场任意投资组合的收益与某个共同因素之间的线性关系**，最终将其发展为资本资产定价模型(Capital Asset Pricing Model, CAPM)。
- 核心思想：资产价格取决于其获得的风险价格补偿。
- 当风险一样时，会选择预期收益最高的资产；而预期收益一样时，会选择风险最低的资产。



# 假设条件

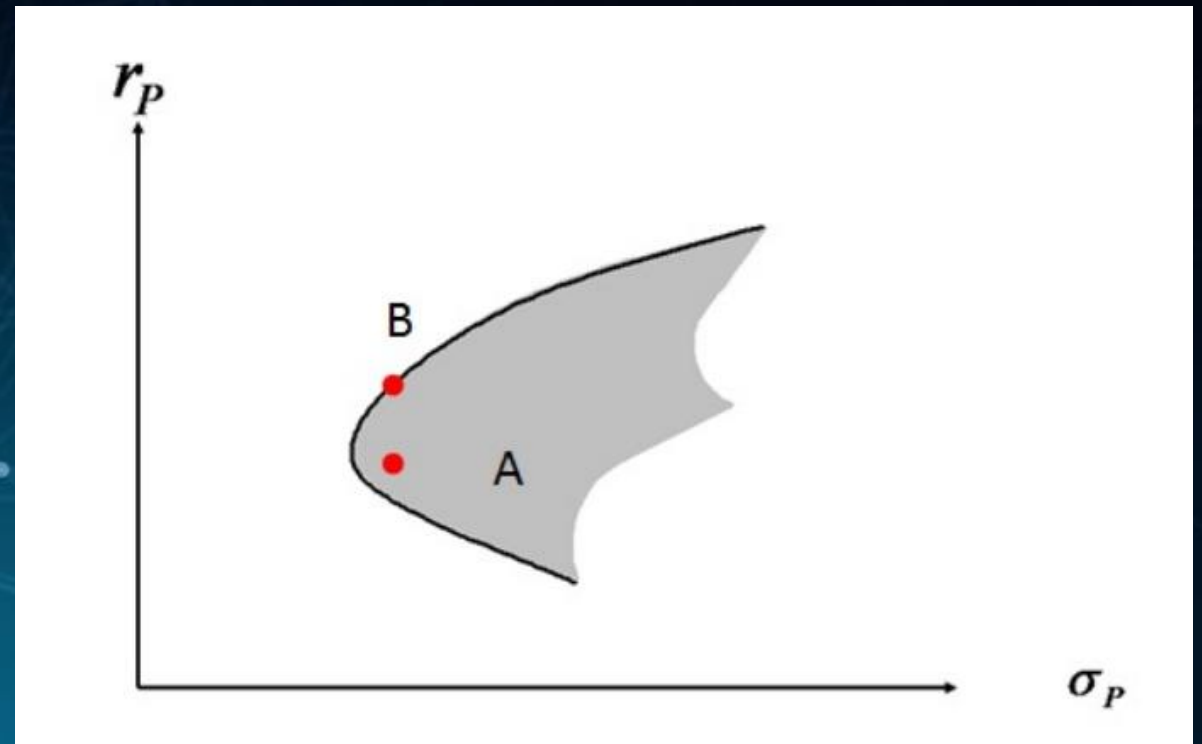
1. 资产可以无限分割。
2. 不存在交易成本和个人所得税。
3. 可以无限卖空。
4. 存在一种无风险利率，投资者在此利率水平下可以无限制地贷出和借入任意数额的资金。
5. 投资者是价格接受者，市场是完全竞争的。
6. 投资者通过比较资产的期望收益和方差来作出投资决策，他们都是理智的，在相同预期收益下会选择风险最小的资产。
7. 投资者在相同的投资期限作出决策，而市场信息是公开免费的，并可以及时获得。
8. 投资者对市场中的经济变量有相同的预期，他们对任意资产的预期收益率、市场风险的看法是一致的。

# 目录

- 故事开始
- 资本市场线
- 资本资产定价模型
- Beta VS Alpha
- 用R构建投资组合模型
- 案例应用

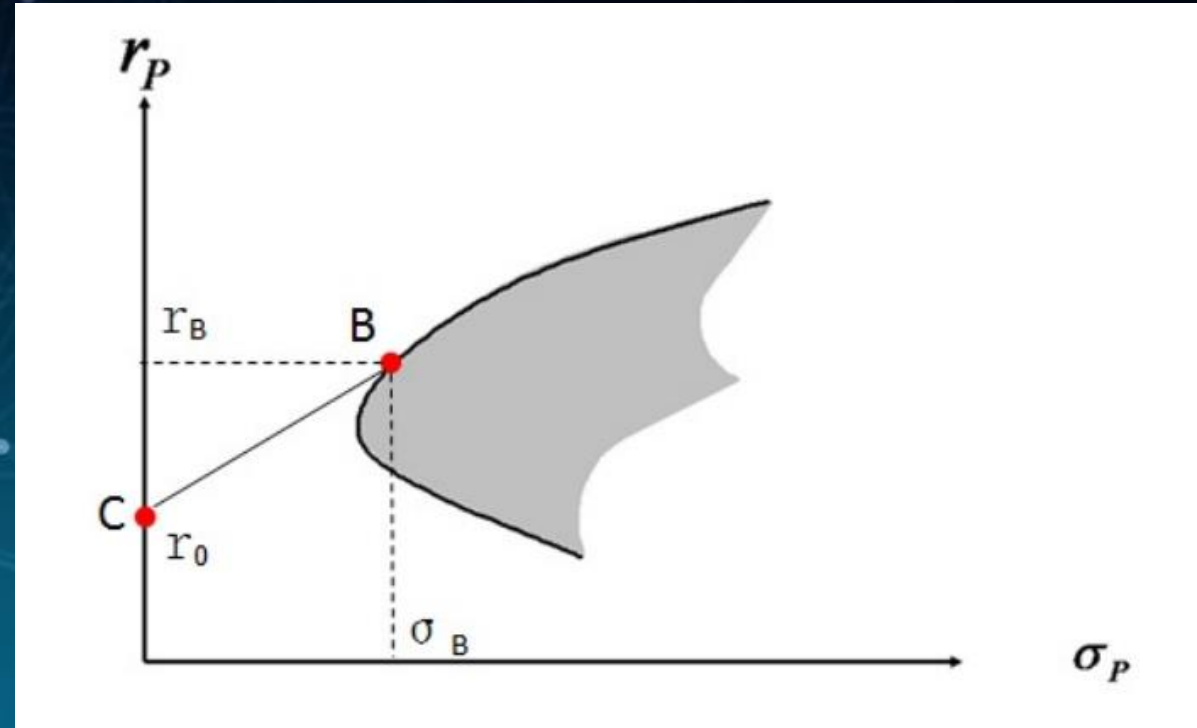
# 风险资产

- X轴为风险
- Y轴为收益率
- 灰色区域为可投资区域
- 黑色线为最优投资组合
- A,B为有风险的2个资产
- A,B具有相同的风险，但B的收益率更高。



# 风险资产+无风险资产

1. X轴为风险
2. Y轴为收益率
3. 灰色区域为可投资区域
4. 黑色线为最优投资组合
5. C为无风险资产
6.  $r_0$ 为无风险收益率
7. B为风险资产



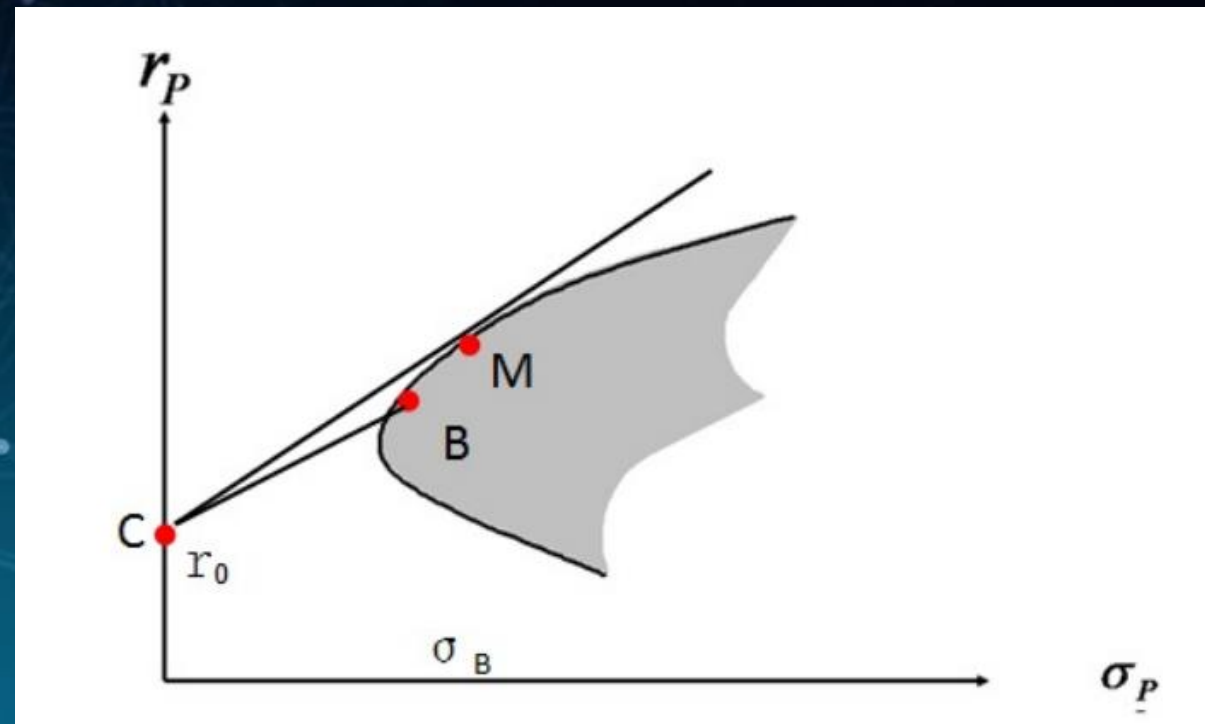


# 问题

- 有没有 **收益最大、风险最小** 的投资组合？

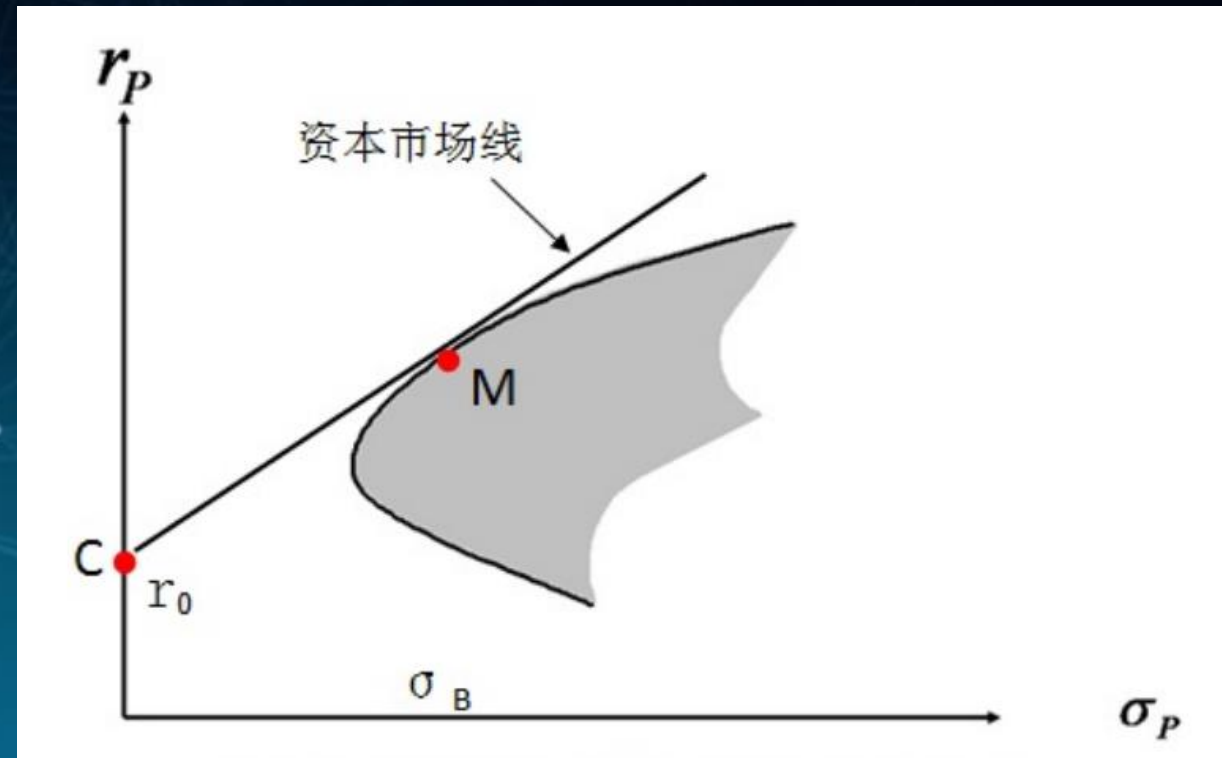
# 最优组合

- X轴为风险
- Y轴为收益率
- 灰色区域为可投资区域
- 黑色线为最优投资组合
- C为无风险资产
- $r_0$ 为无风险收益率
- B,M为风险资产
- CM的切线与黑色线相切



# 资本市场线(CML)

1. X轴为风险
2. Y轴为收益率
3. 灰色区域为可投资区域
4. 黑色线为最优投资组合
5. C为无风险资产
6.  $r_0$ 为无风险收益率
7. M为风险组合
8. CM为资本市场线



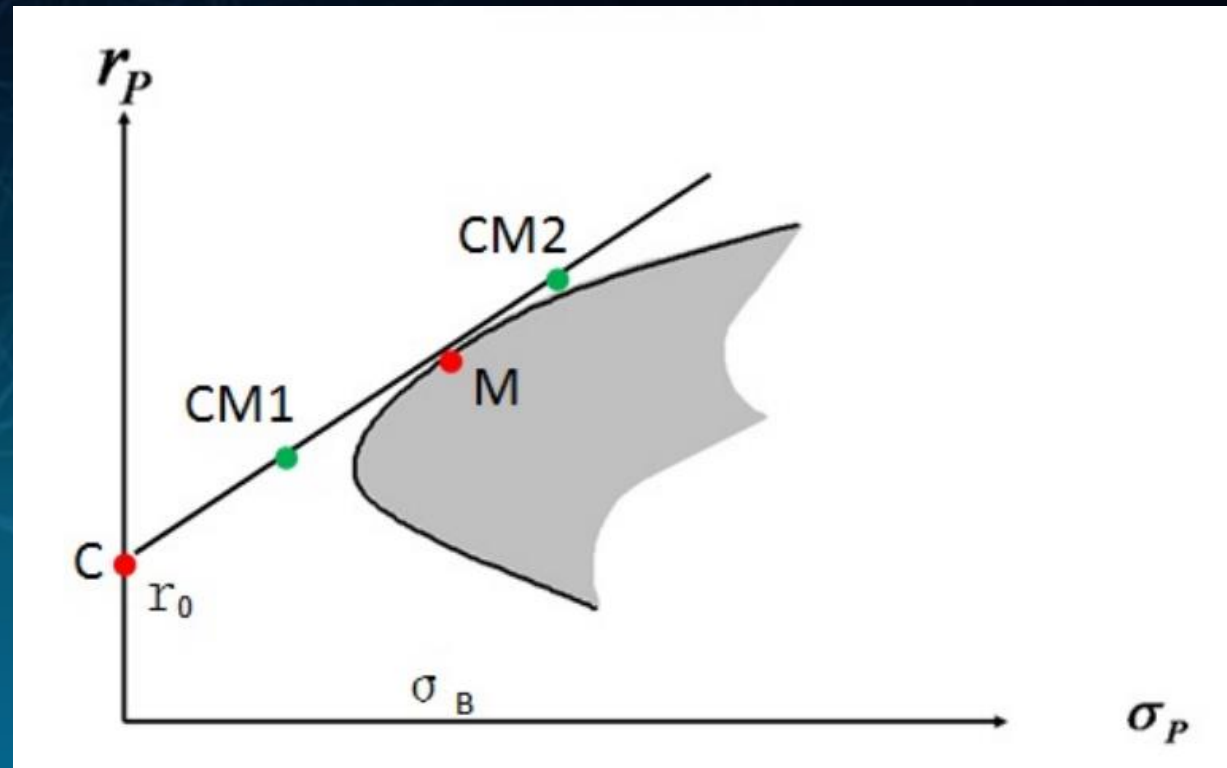
# 投资组合构建

- 风险厌恶者：

$$CM1 = 0.5C + 0.5M$$

- 风险激进者：

$$CM2 = -0.5C + 1.5M$$





# 单个资产风险溢价

- $\beta$ 是用来衡量单个股票收益与市场收益的共同变化程度，通过协方差表示。
- $\beta_i = \text{Cov}(r_i, r_m) / \text{Var}(r_m) = \text{Cov}(r_i, r_m) / \sigma_m^2$
- 单个证券的风险溢价：
  - $E(r_i) - r_f = (\text{Cov}(r_i, r_m) / \sigma_m^2) * [E(r_m) - r_f]$
  - $= \beta_i * [E(r_m) - r_f]$
- 单个资产的风险溢价与市场投资组合M的风险溢价成正比。
- 市场投资组合与证券 $\beta$ 系数也成正比。

# 目录

- 故事开始
- 资本市场线
- 资本资产定价模型
- Beta VS Alpha
- 用R构建投资组合模型
- 案例应用

# 资本资产定价模型

在上述假设条件下，可以推导出**CAPM**模型的具体形式：

$$E(r_i) - r_f = \beta_i (E(r_m) - r_f)$$

$$\beta_i = \text{Cov}(r_i, r_m) / \text{Var}(r_m) = \sigma_{im} / \sigma_m^2$$

- ❖  $E(r_i)$  : 证券  $i$  的期望收益
- ❖  $E(r_m)$  : 市场组合的期望收益
- ❖  $r_f$  : 无风险资产的收益
- ❖  $\sigma_{im} = \text{Cov}(r_i, r_m)$  : 证券  $i$  收益率和市场组合收益率的协方差
- ❖  $\sigma_m^2 = \text{Var}(r_m)$  : 市场组合收益率的方差

# 2种风险

## 系统性风险

系统风险就是外部因素引起的风险，比如：通货膨胀，GDP，重大政治事件，等等。这一类事件对于资产收益率的影响不能通过组合本身来消除的，所以，这一类风险对于投资者来说是**无法回避**的。

## 非系统性风险

非系统的风险就是组合内部结构引起的风险，比如：A股与B股**高度相关**，但是，A股的收益率出现大幅波动的时候，B股也会出现相似幅度的波动，这样就会**增加整个组合的风险**；



# 2部分收益

证券投资的收益可以分解为两部分，

- 一部分与市场**完全相关**，即beta收益。
- 一部分与市场**不相关**，即alpha收益。

beta可以称为这个投资组合的系统风险，beta收益相对容易获得，例如可以持有成本低廉的指数基金。

体现投资水平的策略收益，是alpha收益。

# alpha

股票的实际期望收益与正常期望收益之间的差，称为 $\alpha$ 。

- $E(r_i) - r_f = \alpha_i + \beta_i * [E(r_m) - r_f]$

比如：市场收益率为14%，股票 $\beta=1.2$ ，短期国债利率6%，某投资者认为这只股票的期望收益为17%，计算 $\alpha$ ？

股票市场预期收益 =  $6\% + 1.2 * (14 - 6)\% = 15.6\%$

$\alpha = 17\% - 15.6\% = 1.4\%$

# 计算练习一

- 基金A的期望收益率12%，风险 $\beta=1$ ，基金B期望收益率13%， $\beta=1.5$ 。市场期望收益率11%， $r_0 = 5\%$ 。
- 哪只基金，更值得买？

解：

- $E(r_i) - r_0 = \beta_i * [E(r_m) - r_0] + \alpha$
- $\alpha = E(r_i) - r_0 - \beta_i * [E(r_m) - r_0]$
- $\alpha_A = 12 - 5 - 1 * [11 - 5] = 1\%$
- $\alpha_B = 13 - 5 - 1.5 * [11 - 5] = -1\%$

# 投资组合的计算

计算投资组合的风险

$$\beta_c = w_a * \beta_a + w_b * \beta_b$$

投资组合包括无风险资产与2种风险资产时

$$r_c = (1-w_a-w_b)*r_f + w_a*r_a + w_b*r_b$$

$$r_c - r_f = w_a*(r_a - r_f) + w_b*(r_b - r_f)$$

预期收益率

$$\begin{aligned} E(r_c - r_f) &= w_a[E(r_a) - r_f] + w_b[E(r_b) - r_f] \\ &= (w_a * \beta_a + w_b * \beta_b)[E(r_m) - r_f] \end{aligned}$$



# 计算练习二

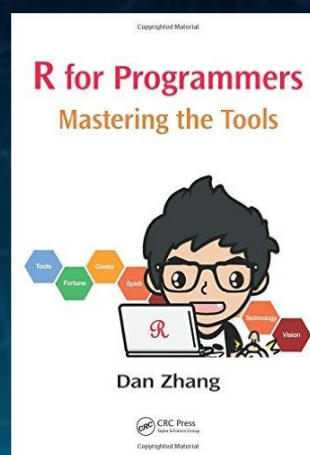
- 假定市场投资组合的风险溢价为8%，其标准差为22%。如果某一资产25%投资于通用汽车公司股票，75%投资于福特汽车公司股票。假定两支股票的值分别为1.2和1.6。
- 投资组合的风险溢价为多少？

解：

- $\beta_p = 25\% * 1.2 + 75\% * 1.6 = 1.5$
- $E(r_p) - r_f = 1.5 * [E(r_m) - r_f] = 1.5 * 8\% = 12\%$

# 作者介绍

- 《R的极客理想》系列图书作者



- 联系方式 :
- Blog : <http://fens.me>
- Email: bsspirit@gmail.com
- QQ群: 383275651



# Thanks